

Estatística aplicada

Tópicos especiais em Estatística Aplicada

Prof. Celso J. Munaro (cjmunaro@gmail.com)

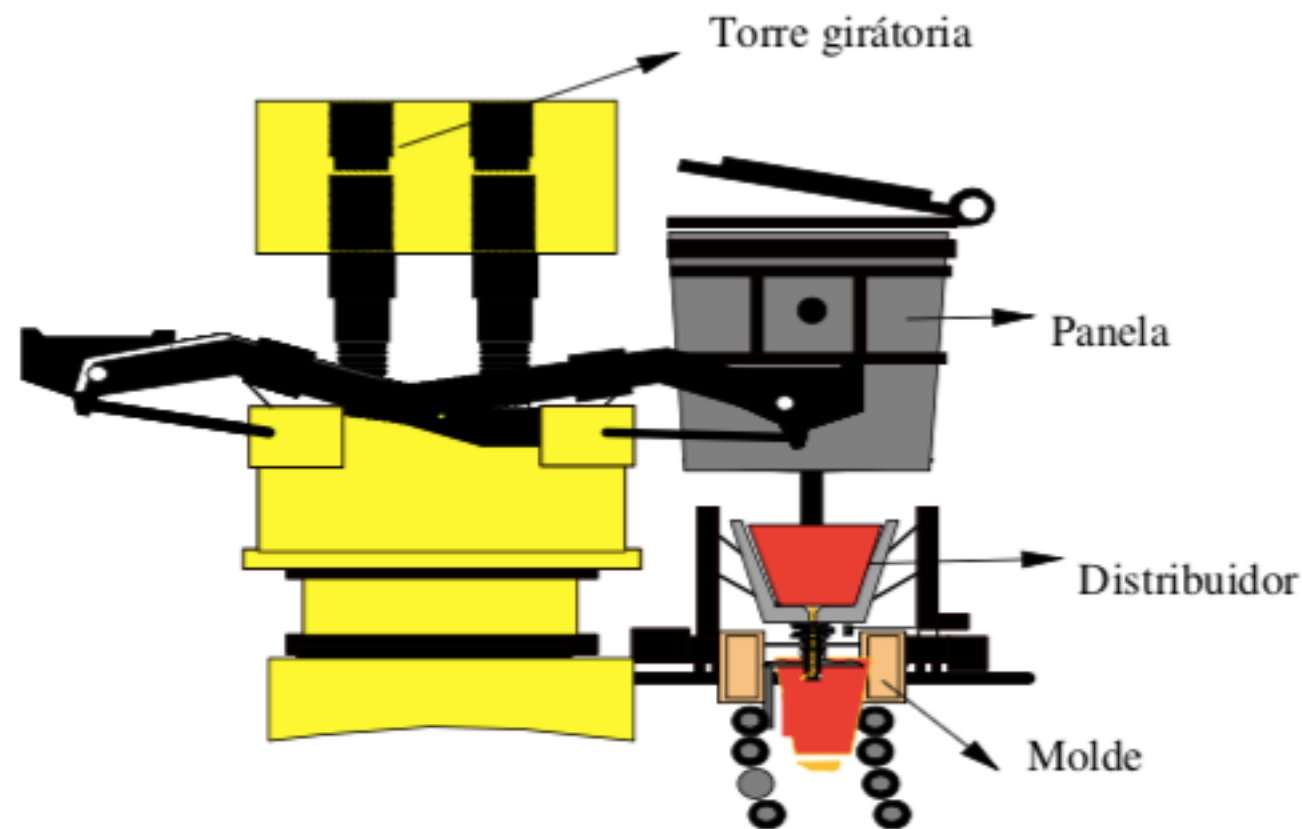
XIII - Controle estatístico de processos multivariados (MSPC)

Kruger, Uwe; XIE, Lei. Statistical Monitoring of Complex Multivariate Processes: With Applications in Industrial Process Control. John Wiley & Sons, 2012.

Chiang, Leo H., Evan L. Russell, and Richard D. Braatz. Fault detection and diagnosis in industrial systems. Springer Science & Business Media, 2000.

Introdução

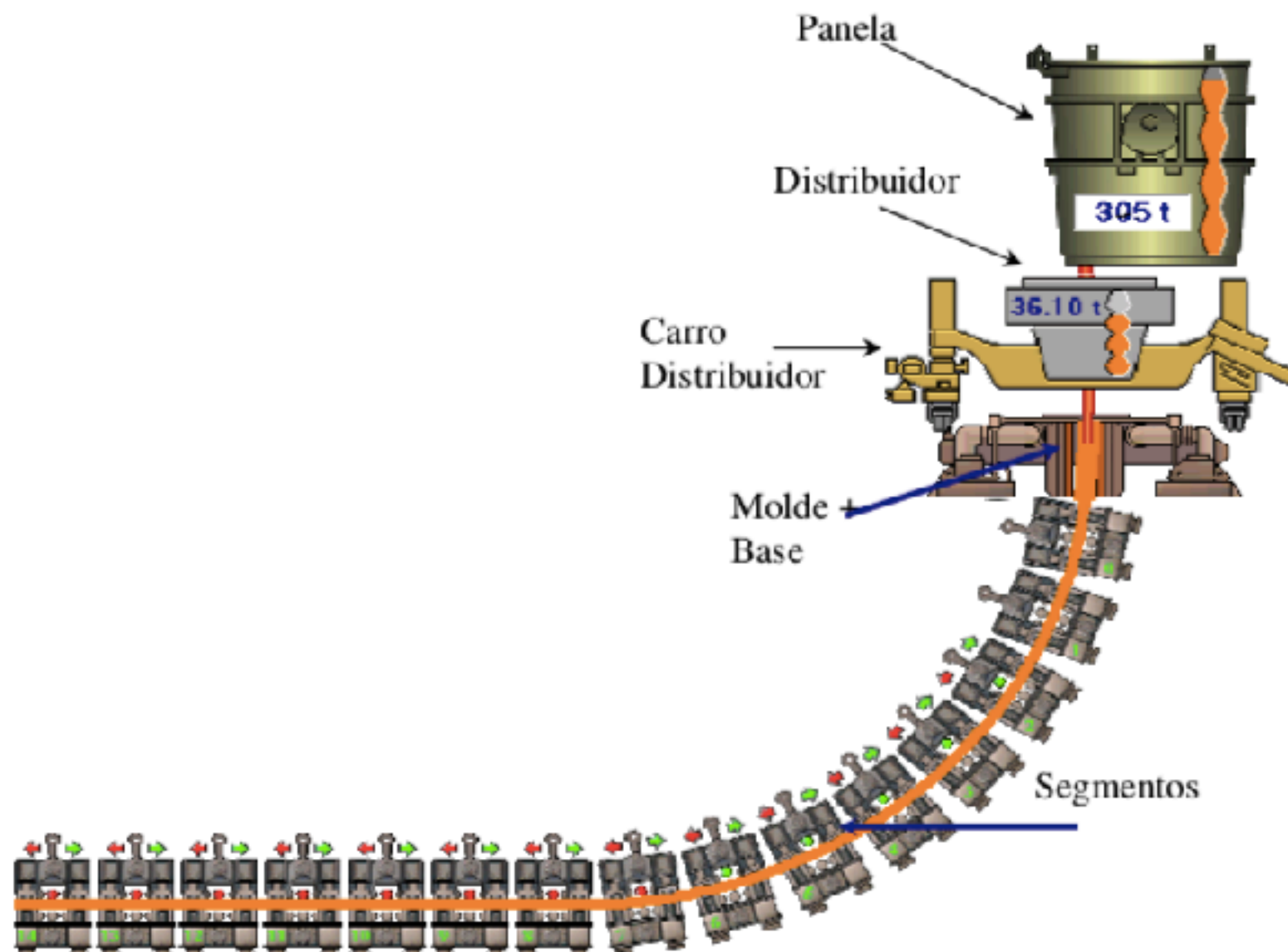
Seja o problema de lingotamento contínuo, que visa a transformação do aço (em estado líquido a 1.600°C), em placas de aço de formato, espessura, superfície, consistência e propriedades mecânicas conhecidas e controladas segundo padrões existentes.



Sanchotene, F.B, dissertação de mestrado, PPGEE/UFES, 2009

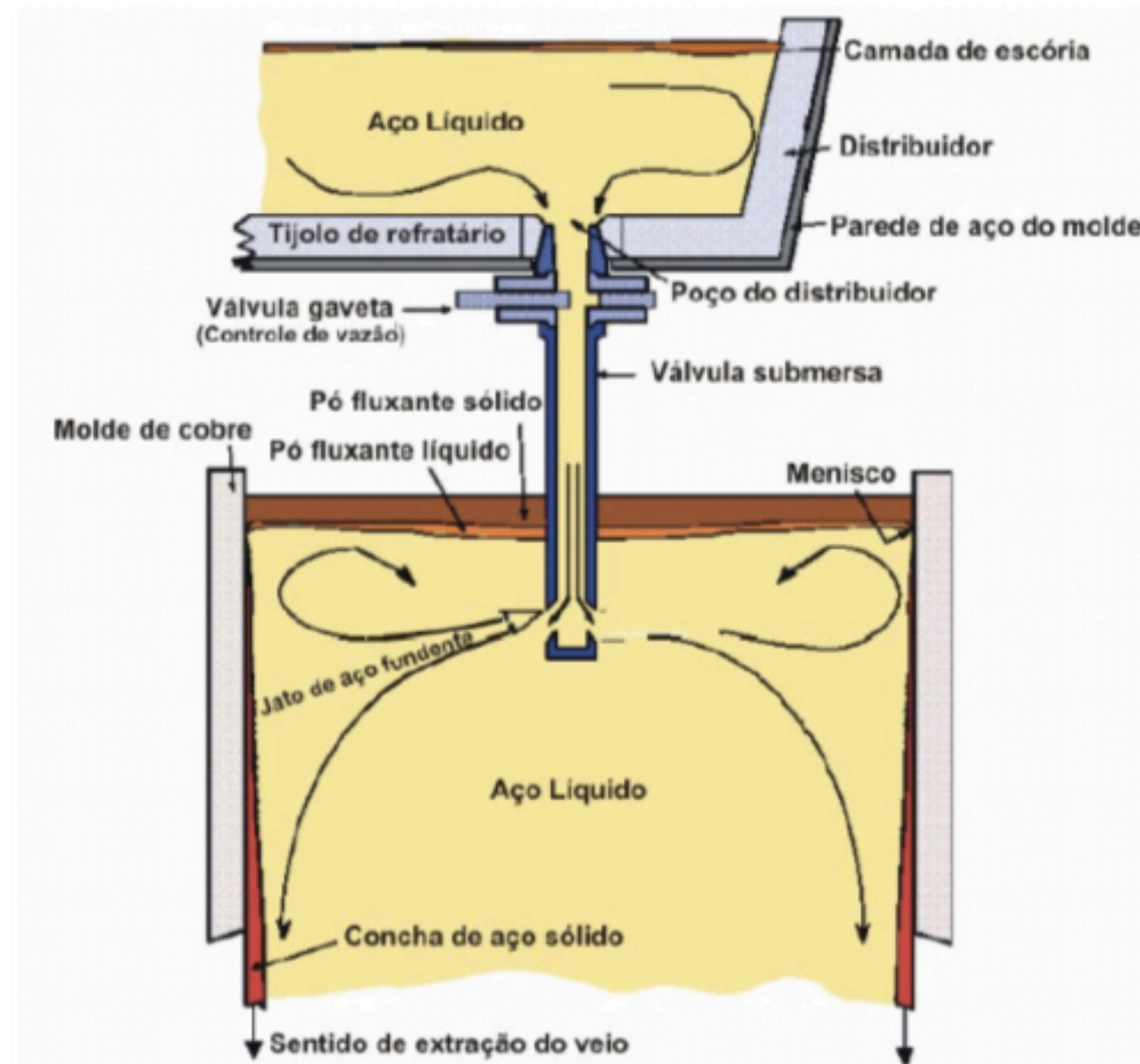
Introdução

Máquina de lingotamento contínuo



Introdução

Controle de nível do molde



Introdução

Deseja-se monitorar os parâmetros de qualidade das placas de aço.

Entretanto, variáveis que afetam essa qualidade devem ser também monitoradas, eventualmente antecedendo problemas no produto final.

Nesse caso, problemas no nível afetarão a qualidade das placas.

Introdução

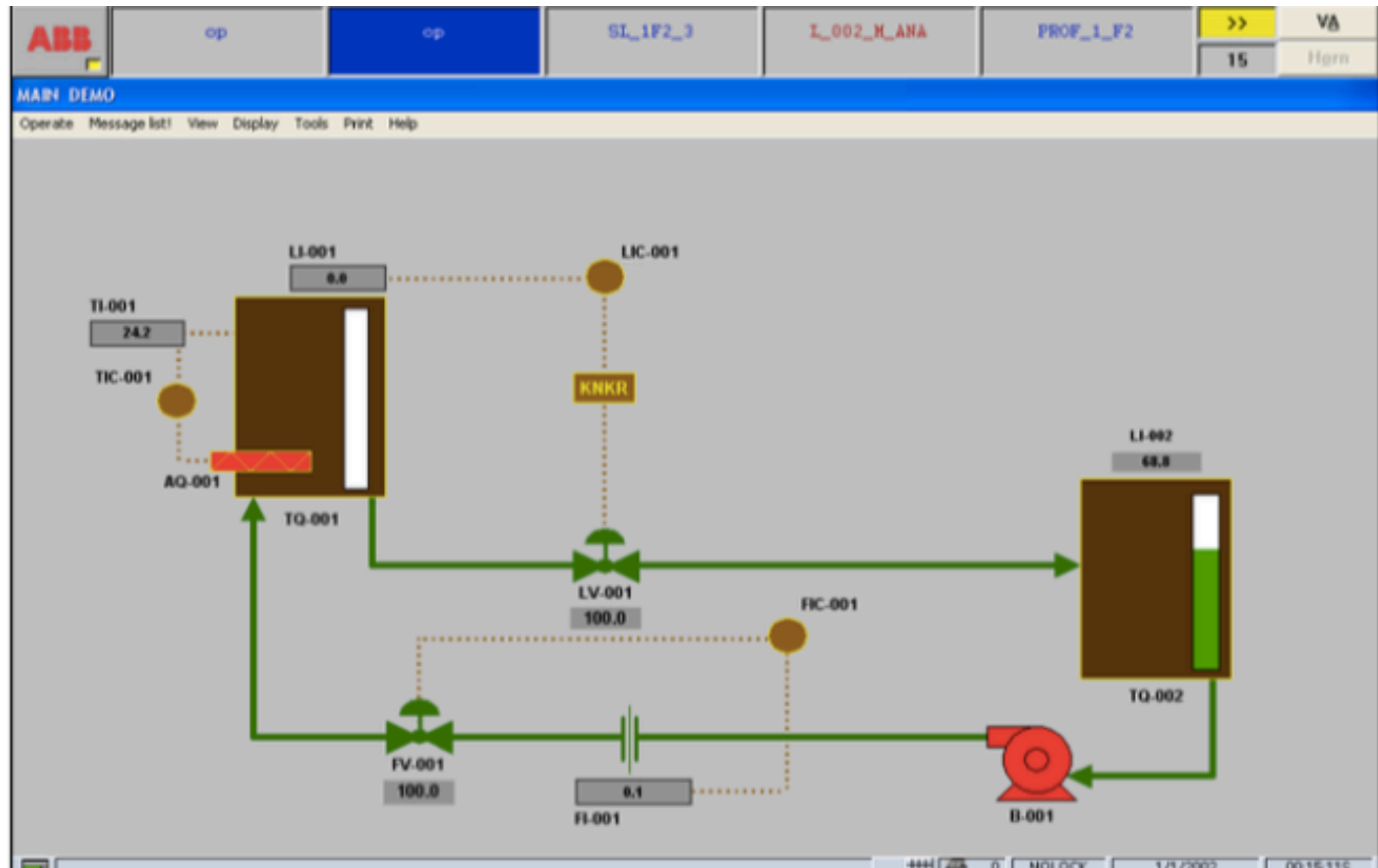
Portanto, deve-se monitorar diversas variáveis bem como a relação entre elas.

Uma carta de controle univariado não atenderia esse problema.

Exemplo: planta piloto

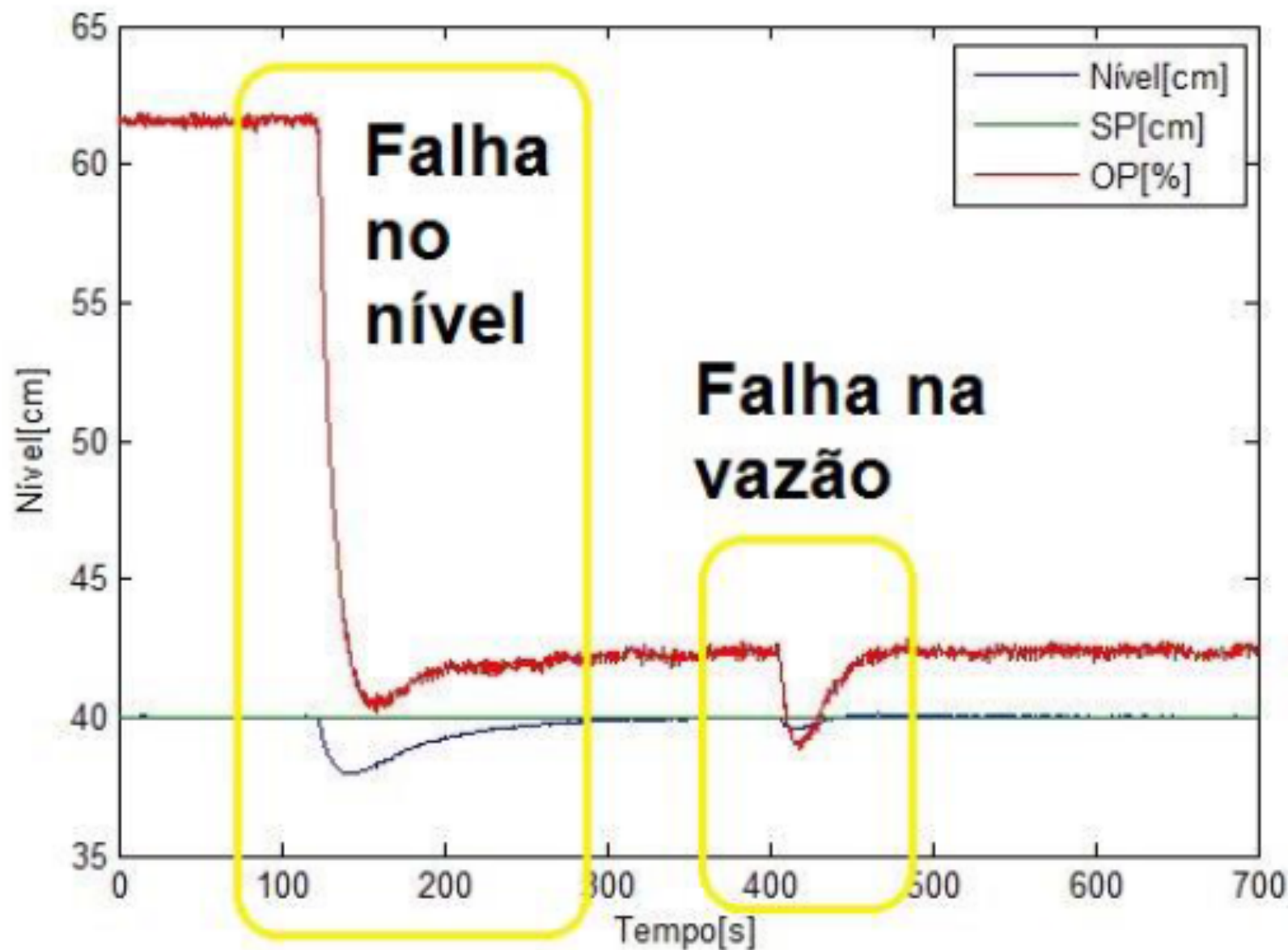


Exemplo: planta piloto



Exemplo: planta piloto

Falha no nível e depois na bomba



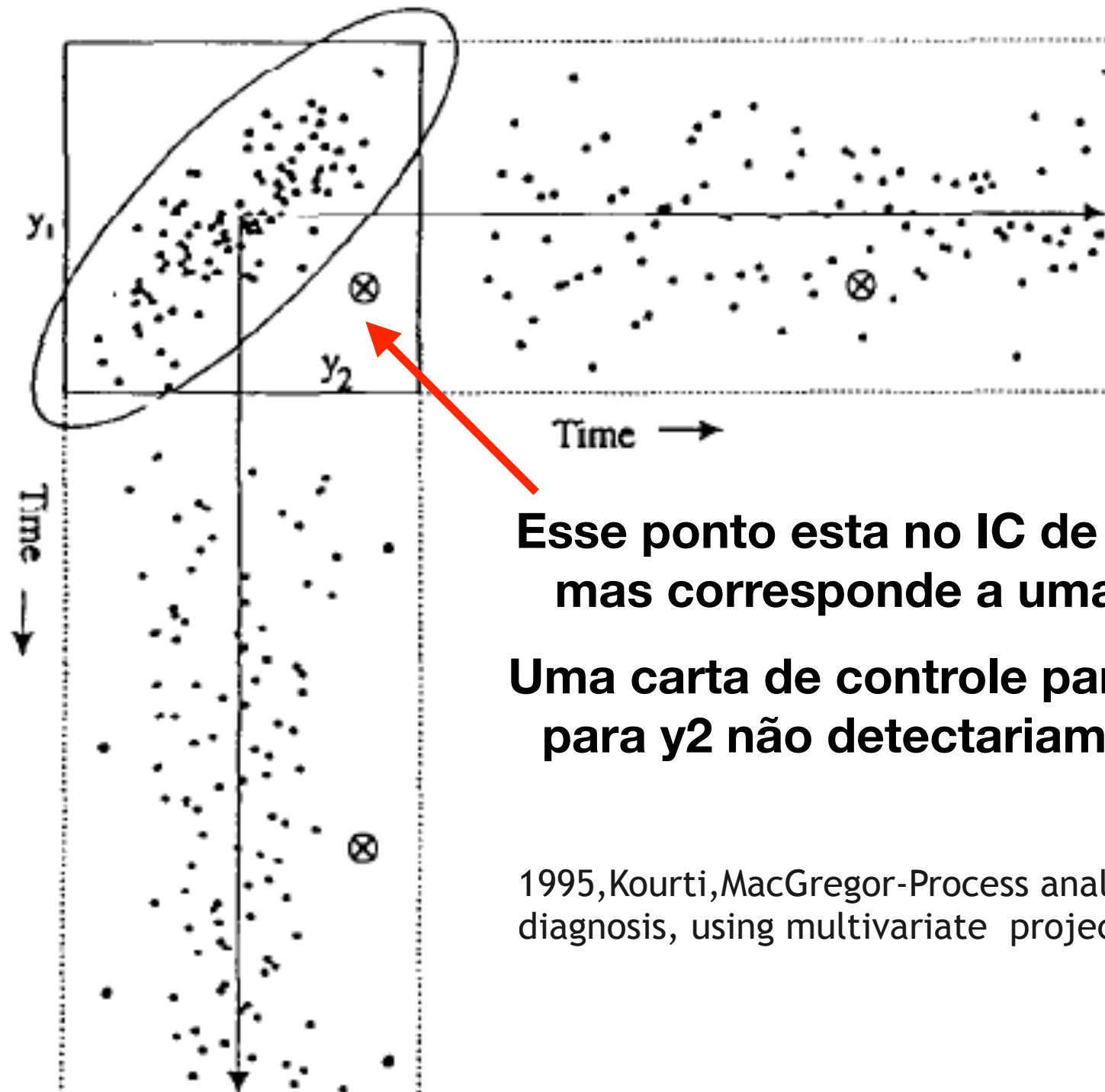
O sinal de controle (OP) muda, mas as PVs voltam a seus *setpoints*

Exemplo: planta piloto

As variáveis estão correlacionadas e assumem diferentes valores dependendo da referência de nível

Um carta de controle univariada também não serviria nesse caso.

Controle estatístico multivariado

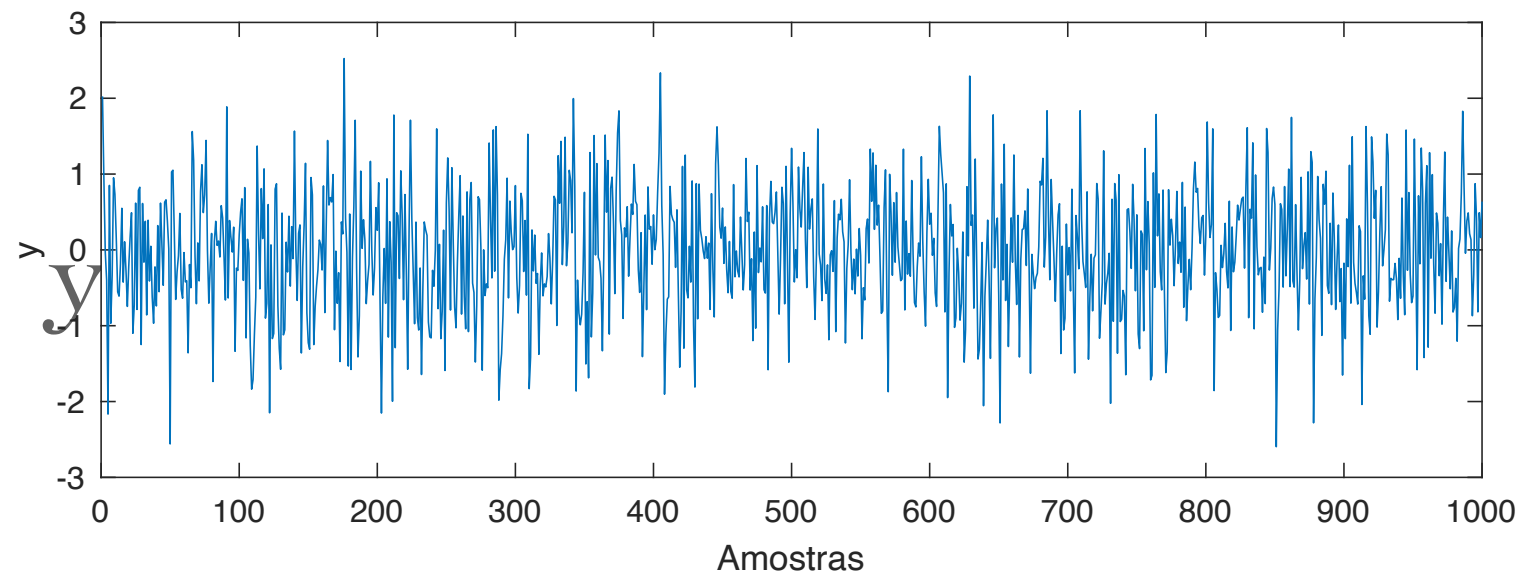
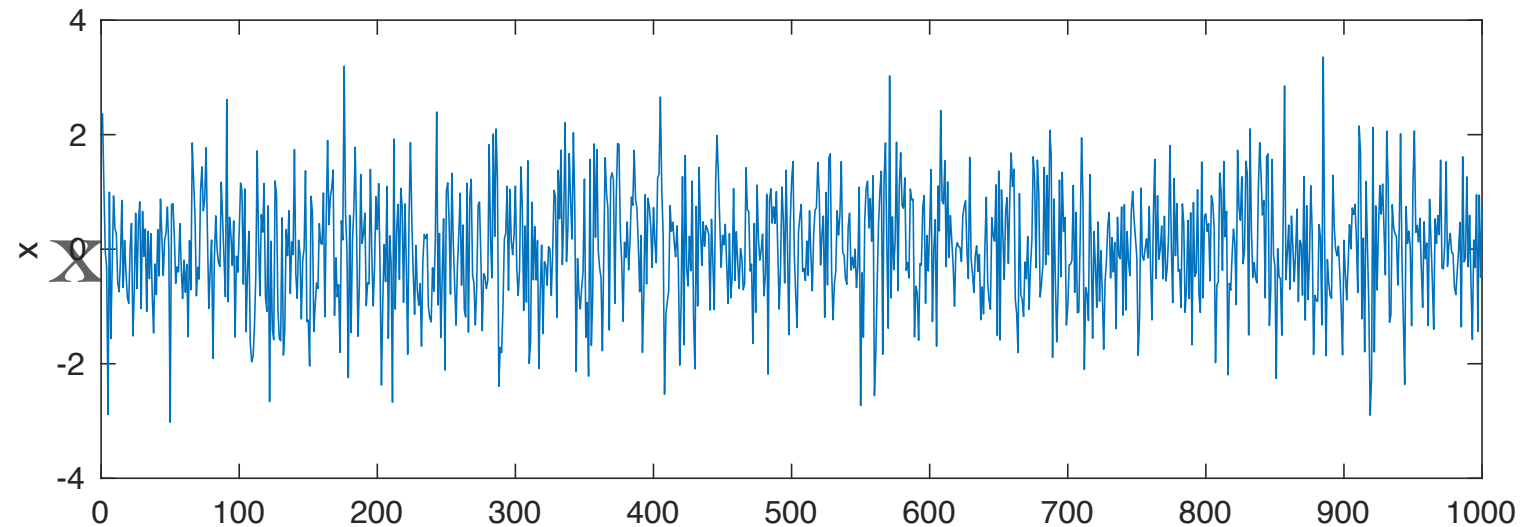


**Esse ponto esta no IC de y_1 e y_2 ,
mas corresponde a uma falha**

**Uma carta de controle para y_1 e outra
para y_2 não detectariam essa falha**

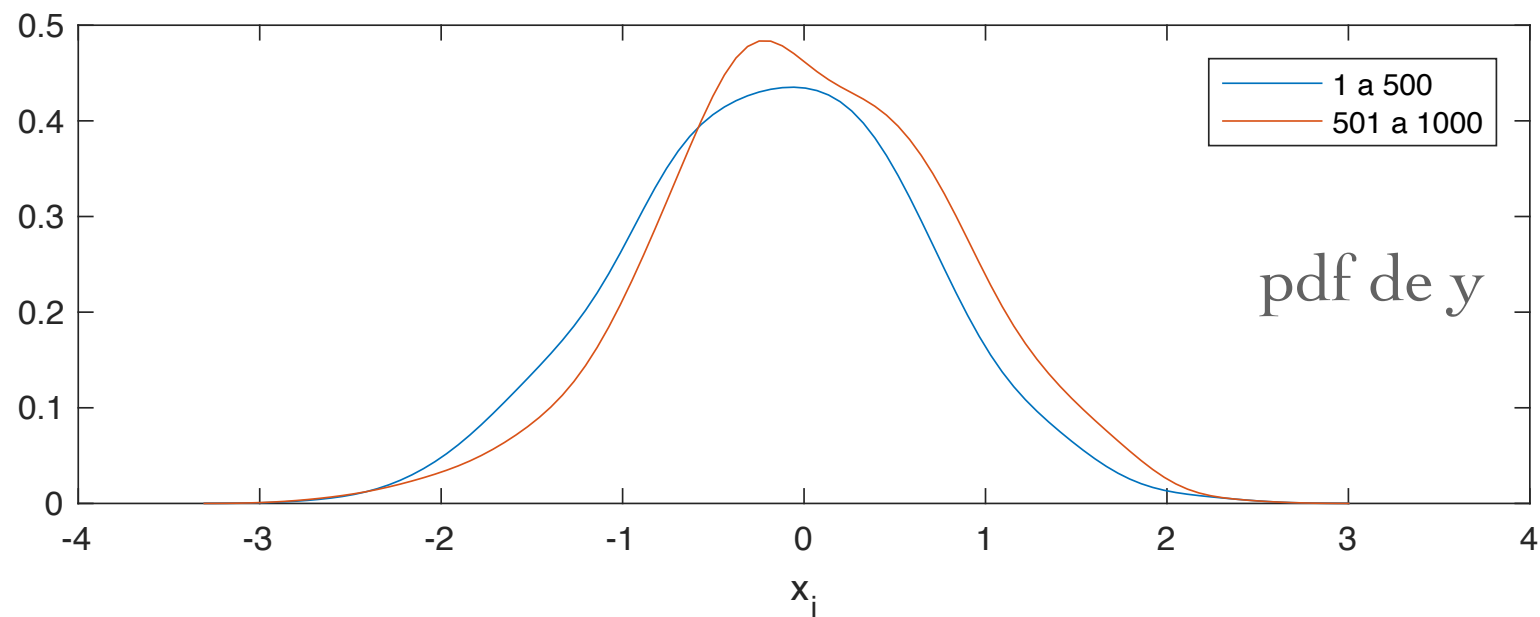
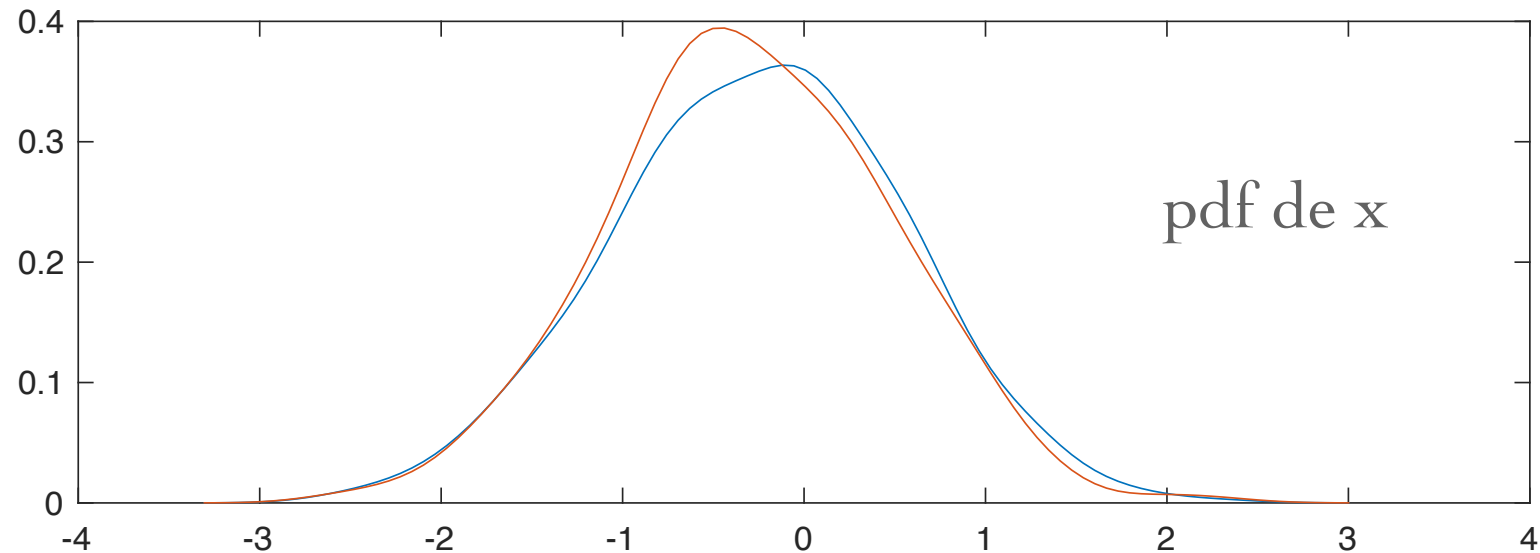
1995, Kourti, MacGregor-Process analysis, monitoring and diagnosis, using multivariate projection methods

Controle estatístico multivariado

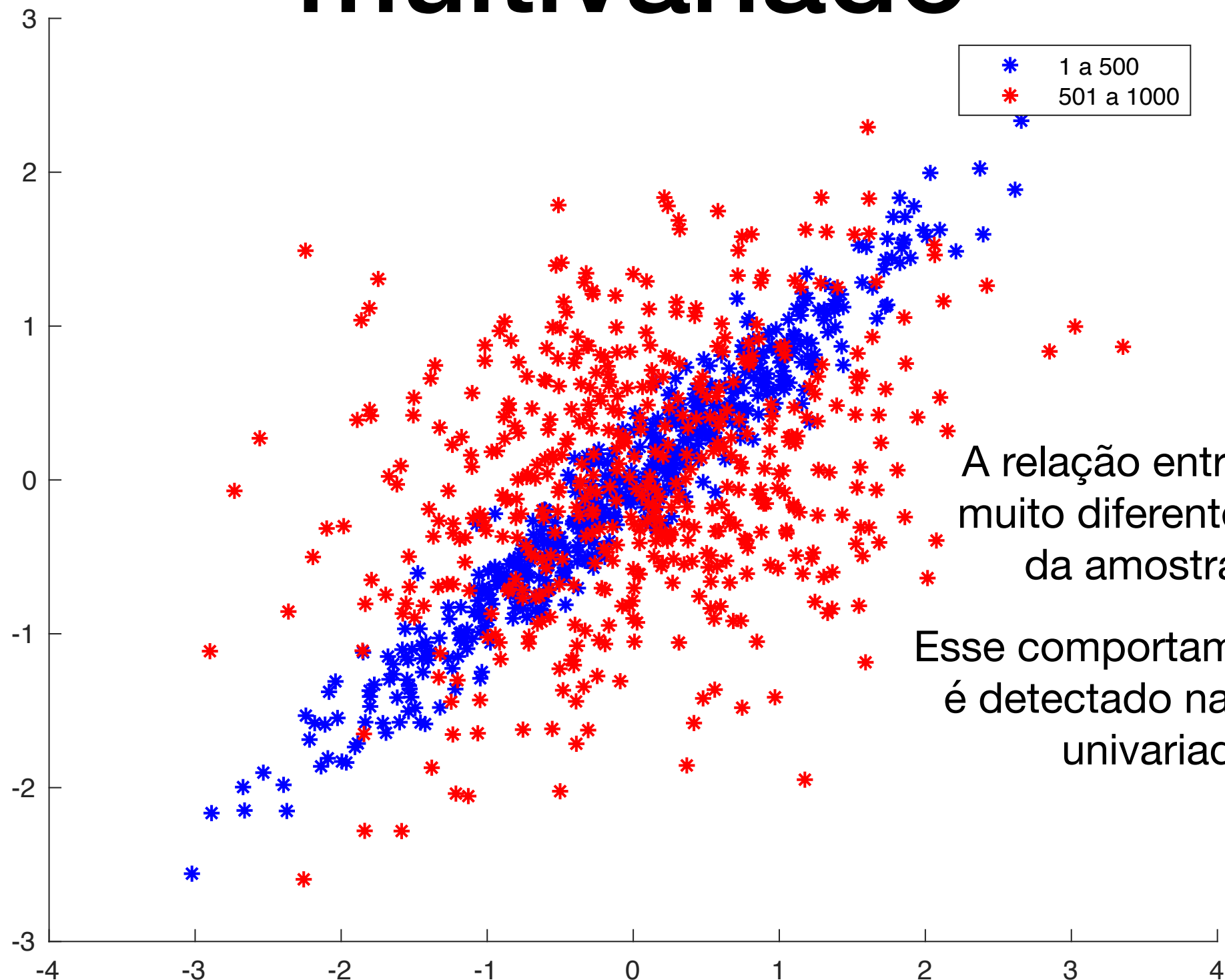


Duas variáveis sendo
monitoradas por
cartas de controle
univariadas

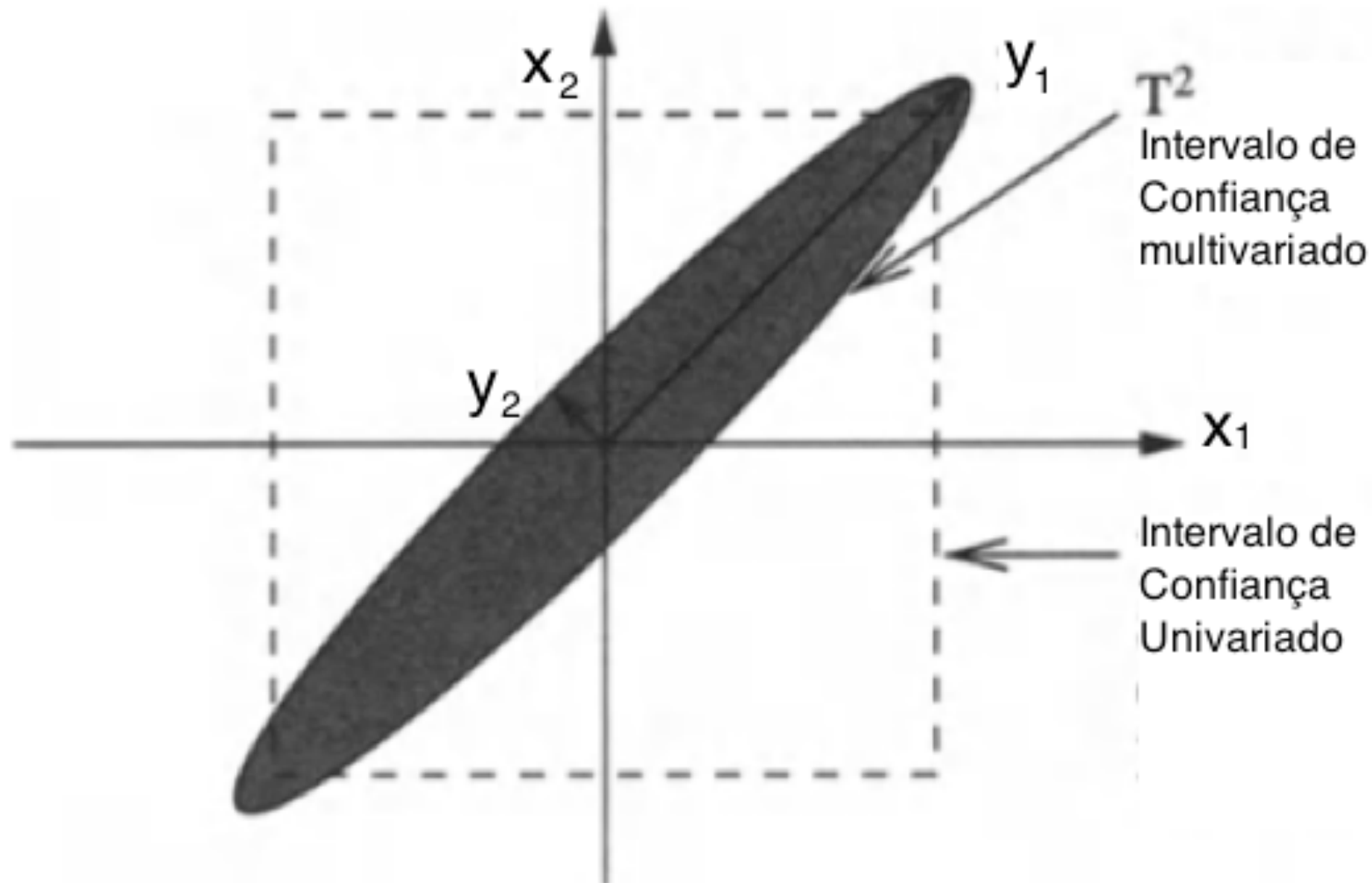
Controle estatístico multivariado



Controle estatístico multivariado



Controle estatístico multivariado



Controle estatístico multivariado

A figura anterior ilustra o conservatismo eliminado empregando estatística multivariada contra abordagem de análise univariada.

A região de confiança se torna mais alongada quando o grau de correlação aumenta, reduzindo a quantidade de conservatismo.

Controle estatístico multivariado

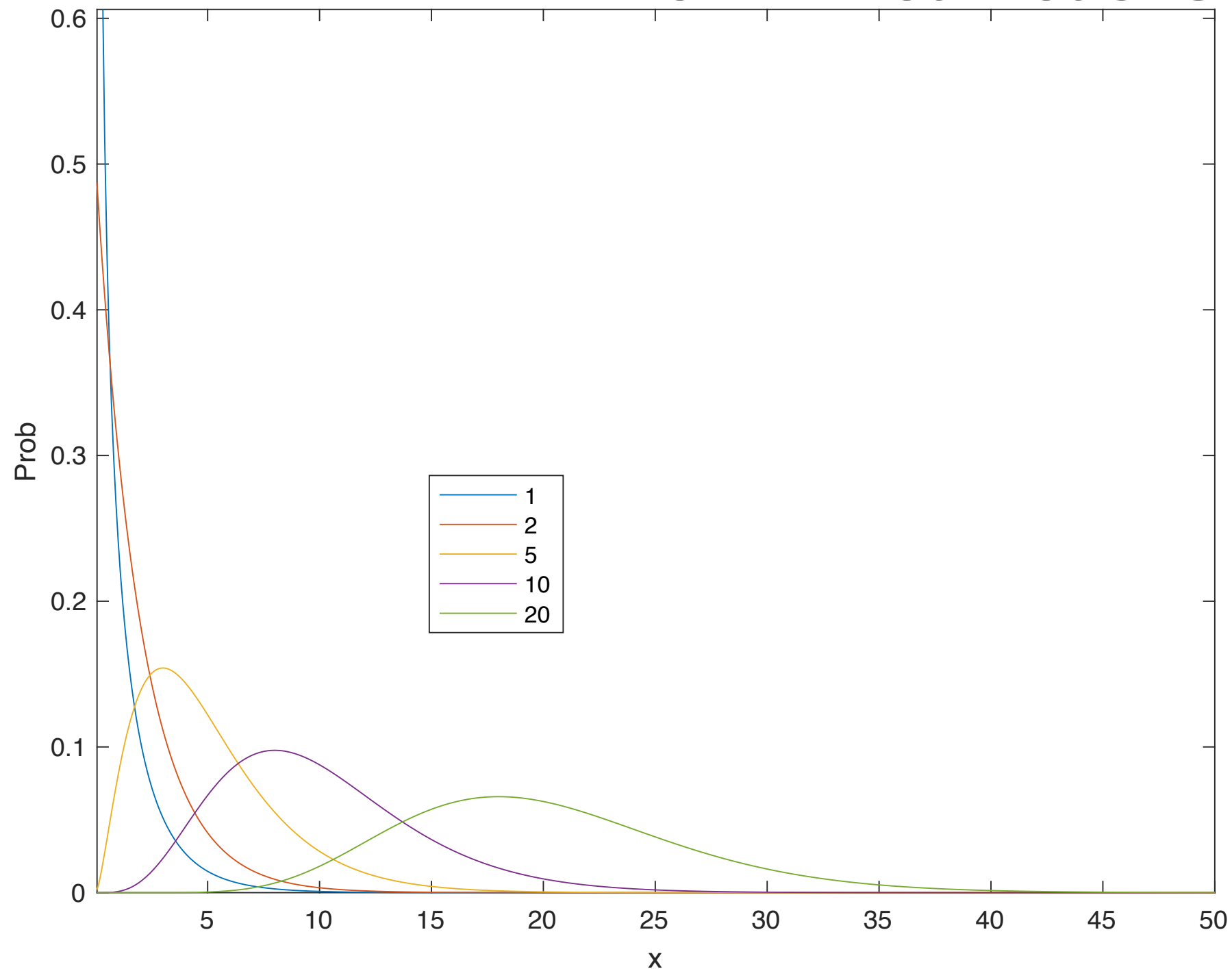
Distribuição chi-quadrado

Definição: Sejam Z_1, Z_2, \dots, Z_k variáveis aleatórias independentes com distribuição normal padronizada.

Então, a soma de seus quadrados $Q = \sum_{i=1}^k Z_i^2$

tem distribuição chi-quadrado com k graus de liberdade,
 $Q \sim \chi_k^2$

Controle estatístico multivariado



$$E[\mathcal{X}_k^2] = k$$

$$\text{var } E[\mathcal{X}_k^2] = 2k$$

Controle estatístico multivariado

Seja o conjunto de m variáveis com n amostras

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & \dots & x_{1m} \\ x_{21} & \dots & x_{2m} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ x_{n1} & \dots & x_{nm} \end{bmatrix}$$

e a matriz S de covariância amostral $S = \frac{1}{n-1} X^T X$

Assume-se que as variáveis tenham média zero.

Controle estatístico multivariado

Faz-se a decomposição da matriz S em seus autovalores

e autovetores, $S = V\Lambda V^T$. Λ é diagonal e $VV^T = I$

Os elementos da diagonal da matriz S são as variâncias dos m sinais na matriz X .

$$Var(X) = E\{(X - \mu)^2\}$$

Os elementos fora das diagonais são as covariância entre os sinais.

Como $\text{traço}(S) = \text{traço}(\Lambda)$, a soma das variâncias é igual a soma dos autovalores.

Controle estatístico multivariado

A projeção $y = V^T x$ de um vetor de m observações x desacopla o espaço de observação para um conjunto de variáveis não correlacionadas, correspondentes aos elementos de y .

A variância do i -ésimo elemento de y é igual à do i -ésimo autovalor da matriz Λ .

Controle estatístico multivariado

Seja como exemplo o caso de duas variáveis, $m=2$.

$T^2 = y^T \Lambda^{-1} y$ A variável x foi transformada na variável pela operação $y = V^t x$

$$y = [y_1 \ y_2]^T$$

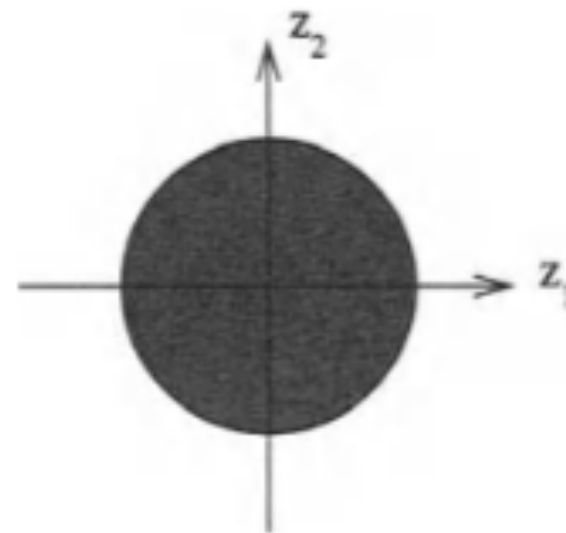
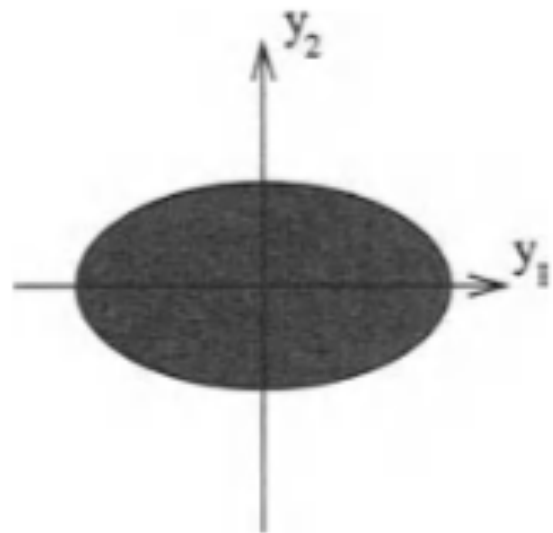
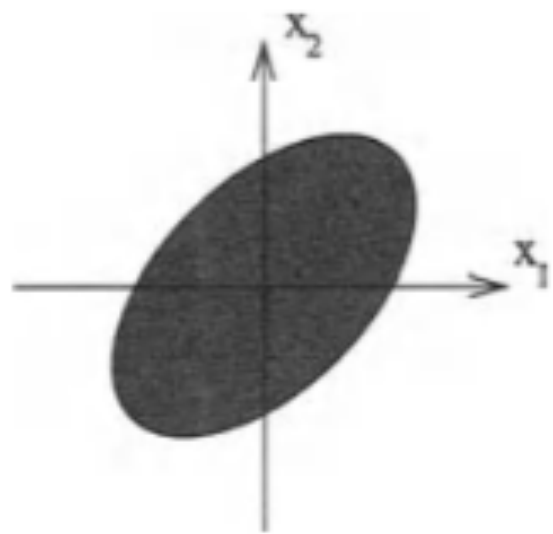
$$\Lambda^{-1} = \begin{bmatrix} 1/\lambda_1 & 0 \\ 0 & 1/\lambda_2 \end{bmatrix}$$

$$T^2 = y^T \Lambda^{-1} y = [y_1 \ y_2] \begin{bmatrix} 1/\lambda_1 & 0 \\ 0 & 1/\lambda_2 \end{bmatrix} [y_1 \ y_2] = \frac{y_1^2}{\lambda_1} + \frac{y_2^2}{\lambda_2}$$

Portanto, a variável x foi transformada na variável y e normalizada ao ser dividida pelos autovalores.

Os autovalores λ_1, λ_2 definem o formato da elipse. Se os dois forem iguais a 1, tem-se um círculo.

Efeito dos autovalores



Controle estatístico multivariado

Assumindo que S seja invertível e com a definição

$$z = \Lambda^{-1/2} V^T x$$

a variância de z é dividida pelos autovalores.

A estatística T^2 de Hotelling é então dada por

$$T^2 = z^T z = x^T V \Lambda^{-1} V^T x = x^T S^{-1} x$$

Como a variável z tem distribuição normal padronizada, a estatística chi-quadrado pode ser aplicada.

$$T^2 \leq T_{\alpha}^2$$

Controle estatístico multivariado

Como a matriz de covariância real é estimada a partir dos dados, o limiar é determinado por

$$T_{\alpha}^2 = \frac{m(n-1)(n+1)}{n(n-m)} F_{\alpha}(m, n-m)$$

onde $F_{\alpha}(m, n-m)$ é o limite superior para α na distribuição F com m e $n-m$ graus de liberdade.

O limite usando $F_{\alpha}(m, n-m)$ é maior (mais conservador) do que o limite obtido através da distribuição chi-quadrado.

Os dois limites se aproximam quando a quantidade de dados aumenta.

Controle estatístico multivariado

Quantas amostras são necessárias para que a matriz de covariância estimada represente adequadamente as variáveis?

Resposta: uma quantidade de amostras que produza um limiar próximo daquele que seria obtido usando uma quantidade infinita de amostras.

Controle estatístico multivariado

$$\varepsilon = \frac{\frac{m(n-1)(n+1)}{n(n-m)} F_{\alpha}(m, n-m) - \chi_{\alpha}^2(m)}{\chi_{\alpha}^2(m)}$$



Infinitas
amostras

Controle estatístico multivariado

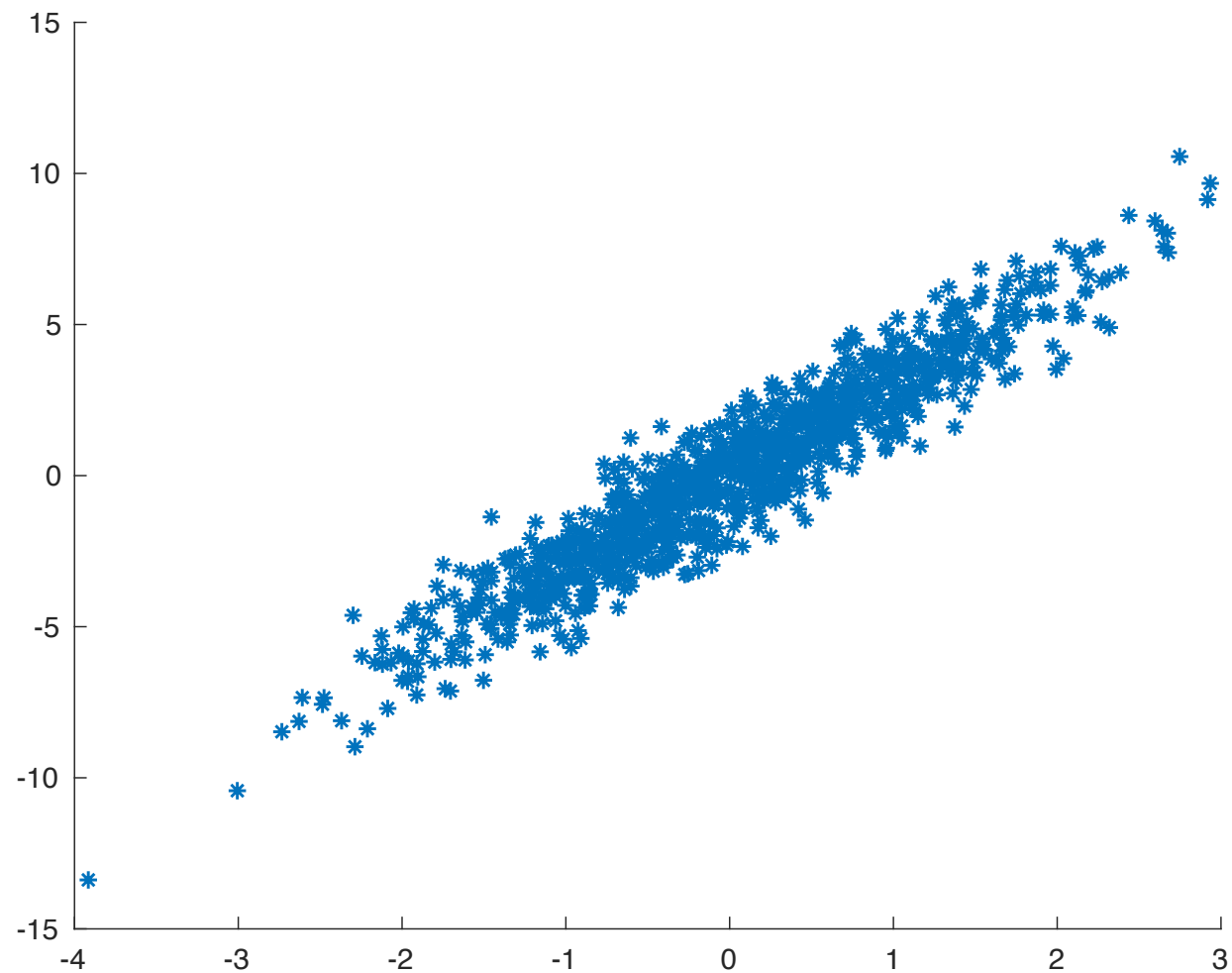
$$\varepsilon = \frac{\frac{m(n-1)(n+1)}{n(n-m)} F_{\alpha}(m, n-m) - \chi_{\alpha}^2(m)}{\chi_{\alpha}^2(m)}$$

Number of observation variables m	Data requirement n
1	19
2	30
3	41
4	52
5	63
10	118
25	284
50	559
100	110
200	2210

$$\epsilon = 0.1, \alpha = 0.5$$

Exemplo

```
N=1000;  
  
x=normrnd(0,1,N,1);  
  
e=normrnd(0,1,N,1);  
  
y=3*x+e;  
  
X=[x y]  
  
scatter(x,y,'*');
```



•

Exemplo

Variância das duas variáveis

$$\text{var}(X) = [1.0238 \quad 10.3886] = [\text{var}(x) \quad \text{var}(y)]$$

$$\text{Autovalores} = \text{eig}(S=X'X/999)=[0.0961 \quad 11.3163]$$

Soma das variâncias = soma dos autovalores

Cálculo do limiar usando distribuição chi-quadrado: $\text{chi2inv}(0.95,2)=5.9915$

Cálculo usando a distribuição F

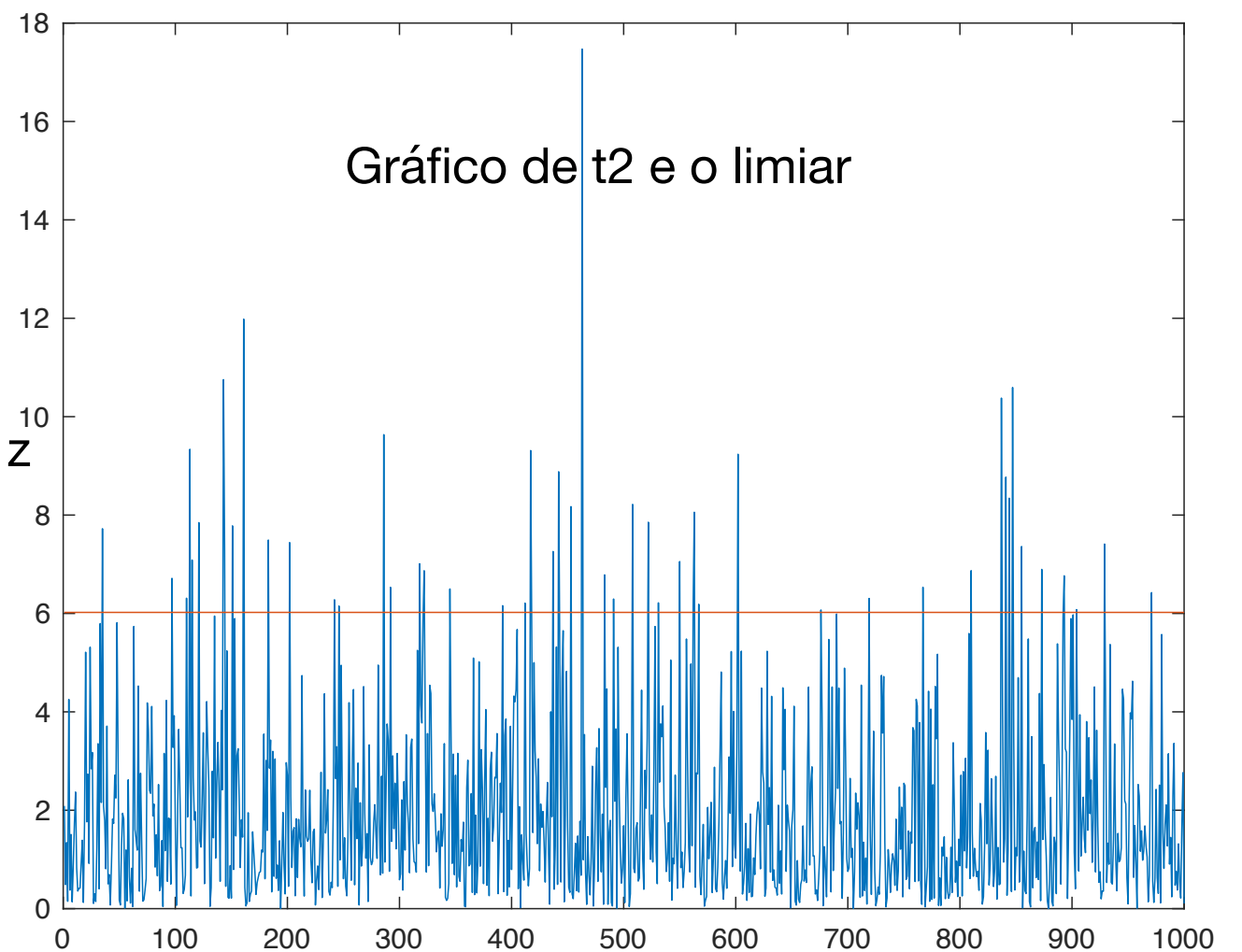
$$2*(N-1)*(N+1)/(N*(N-2))*\text{finv}(0.95,2,1000-2)=6.0215$$

Exemplo

Cálculo da estatística T^2 para as N amostras

```
S=X'*X/999;  
Si=inv(S);  
for i=1:N  
    t2(i)=X(i,:)*Si*X(i,:)';  
end
```

Ao invés de fazer o monitoramento univariado de x e y, faz-se o monitoramento multivariado de z



Exemplo

Seja

```
x=normrnd(0,10,1000,2);  
y=normrnd(0,0.1,1000,2);  
X=[x y];  
S=X'*X/999;
```

Importante: as colunas de X devem ter média zero
Mais fácil fazer: $S = \text{cov}(X)$, que remove a média
Ou $X = \text{bsxfun}(@\text{minus}, X, \text{mean}(X))$;

```
eig(S)=[0.0096, 0.0100, 105.3749, 109.1584]
```

A matriz de covariância S é quase singular: problemas para inversão!

Análise por componentes principais

- Permite reduzir o número de variáveis monitoradas
- Reduz a sensibilidade da estatística aos ruídos
- Gera mecanismos para calcular o efeito de variáveis para a estatística violada

Análise por componentes principais

Outras abordagens:

- Análise por componentes independentes (ICA)
- Mínimos quadrados parciais (PLS)
- PCA dinâmico (DPCA)

Análise por componentes principais

É uma técnica de redução de dimensionalidade linear, ideal em termos de captura da variabilidade dos dados.

Dado um conjunto de n observações de m variáveis de processo com média zero armazenadas em uma matriz X , os vetores de pesos (loading vectors) são as colunas de matriz de V a partir da decomposição de autovalores da matriz de covariância amostral S ,

$$S = \frac{1}{n-1} X^T X = V \Lambda V^T$$

Análise por componentes principais

A matriz diagonal Λ contém os autovalores não negativos em ordem decrescente.

Para capturar de forma otimizada as variações dos dados, minimizando o efeito do ruído na representação PCA, apenas os vetores de pesos correspondentes aos maiores autovalores são retidos.

Alguns comentários sobre decomposição em valores singulares

Dada a matriz $X_{n.m}$, sua decomposição em valores singulares é dada por

$$X = USV^T$$

$$U_{n.n} \quad S_{n.m} \quad V_{m.m}$$

U e V são matrizes ortogonais e S contém os valores singulares em sua diagonal.

Exemplo

x =

1	2
3	1
4	2

>> [u,s,v]=svd(x)

u =

-0.3186	0.9149	-0.2481
-0.5419	-0.3905	-0.7442
-0.7777	-0.1027	0.6202

s =

5.7474	0
0	1.4028
0	0

v =

-0.8796	-0.4758
-0.4758	0.8796

$$x=u*s*v'$$

Exemplo

$$X^T * X = V^T S^T U^T U S V^T = V^T S^2 V^T$$

Assim, $\text{eig}(X^T X) = \sigma(X)^2$

Autovalores são definidos apenas para matrizes quadradas.

Variância nos dados

Matriz de Covariância de X : $S = \frac{X^T X}{n - 1}$

Como $X = \frac{USV^T}{\sqrt{(n - 1)}}$

A variância total de X é obtida somando todos os elementos da diagonal de S .

Variância nos dados

Seja o Exemplo:

```
x=normrnd(0,10,1000,2);
```

```
y=normrnd(0,0.1,1000,2);
```

```
X=[x y];
```

```
S=X'*X/999;      Ou S=cov(X)
```

```
eig(S)
```

```
var(X)=[91.6062  99.0852  0.0110  0.0102]
```

```
> S=X'*X/999
```

S =

```
91.6068  -4.9586  0.0687  -0.0440
```

```
-4.9586  99.1382  -0.0431  0.0202
```

```
0.0687  -0.0431  0.0110  -0.0001
```

```
-0.0440  0.0202  -0.0001  0.0102
```

A variância de cada elemento da variável X (colunas) aparece na diagonal de S, e

```
(svd(X)/sqrt(999)).^2 = eig(S)
```

Análise por componentes principais

As projeções das observações em X no espaço dimensional inferior estão contidas na matriz de escores

$$T = XP$$

$T_{n.a}$ = matriz de escores

$P_{m.a}$ = matriz com as colunas de V associadas aos maiores autovalores

A i -ésima coluna de T é chamada componente principal de X .

Análise por componentes principais

A projeção de T de volta ao espaço m-dimensional de observações é dada por

$$\tilde{X} = TP^T, P_{m.a}$$

A diferença entre X e sua estimativa é a matriz residual

$$E = X - \tilde{X} = X - TP^T = X - XPP^T = X(I - PP^T)$$

Análise por componentes principais

Caso $P = V$

$$T = XV \text{ e } TV^T = X.$$

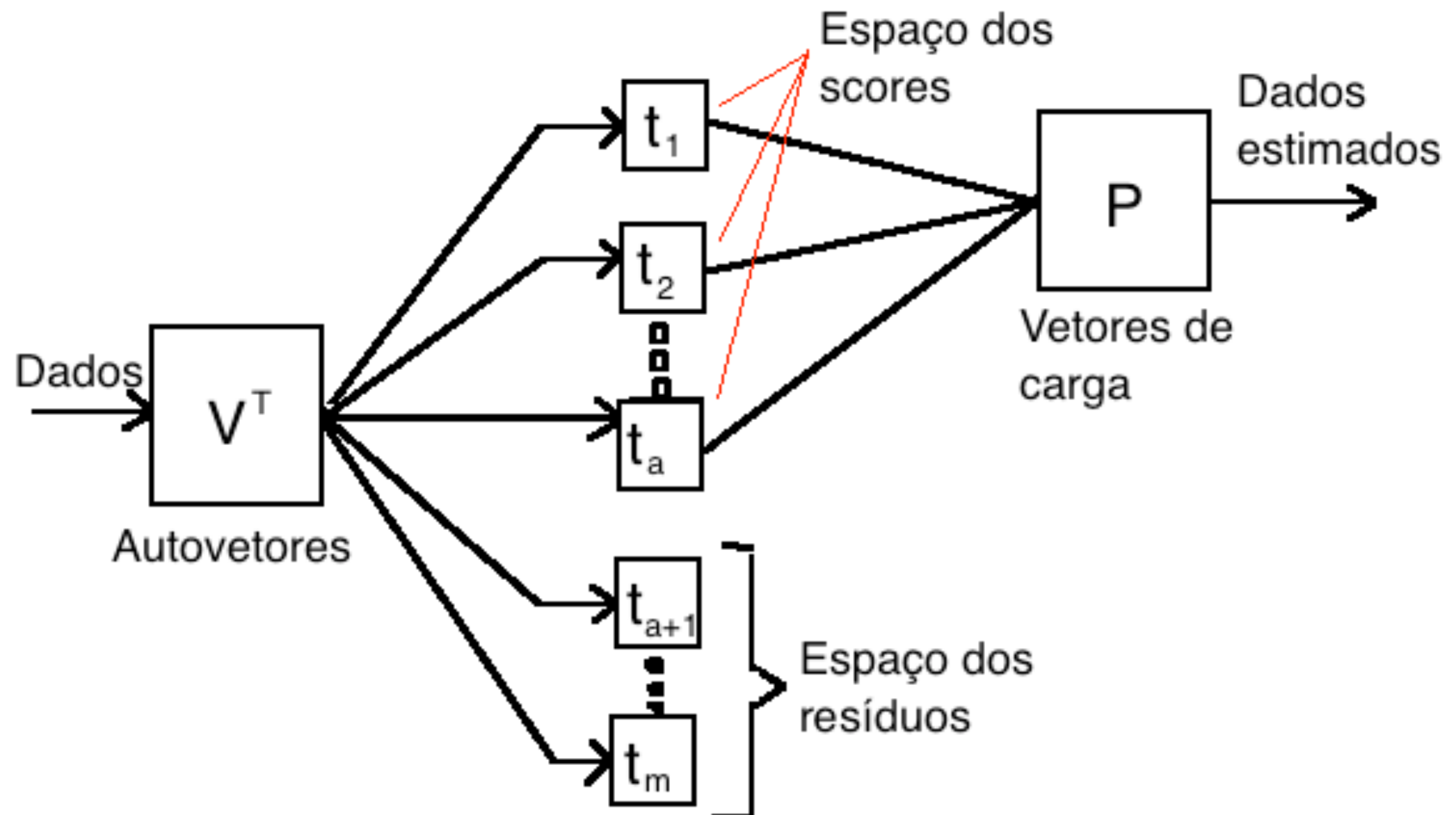
Portanto, X pode ser escrito como a soma de produtos de vetores de posto unitário:

$$X = t_1 v_1^T + t_2 v_2^T + \dots + t_n v_n^T$$

Análise por componentes principais

A matriz residual captura variações no espaço de observações gerados pelos vetores de carga associados aos $m - a$ menores autovalores.

Análise por componentes principais



Exemplo 1

```
M=[0.6 0.7 0.2 0.1;  
1 0.2 0.15 0.1;  
0.4 0.8 0.2 0.3;  
0.8 0.6 0.1 0.2];
```

Voltemos ao Exemplo:

```
x=normrnd(0,10,1000,2);
```

```
y=normrnd(0,0.1,1000,2);
```

```
X=[x y]*M;
```

```
S=cov(X);
```

```
var(X)=eig(S)=[0.0096 0.0104 99.8312 102.3545]
```

Exemplo 1

$[U, L, V] = \text{svd}(X);$

$U_{1000 \times 1000}, L_{1000 \times 4}, V_{4 \times 4}$

Escolhendo as duas maiores componentes principais, mantemos 99.9% da variância dos dados,

$\text{var}(X) = [140.5459 \quad 56.3984 \quad 6.5745 \quad 2.2108]$

$140.5459 / \text{var}(X) = 0.68$

Ou seja, $T = XP$, sendo $P = [v1]$ e $V = [v1 \ v2 \ v3 \ v4]$

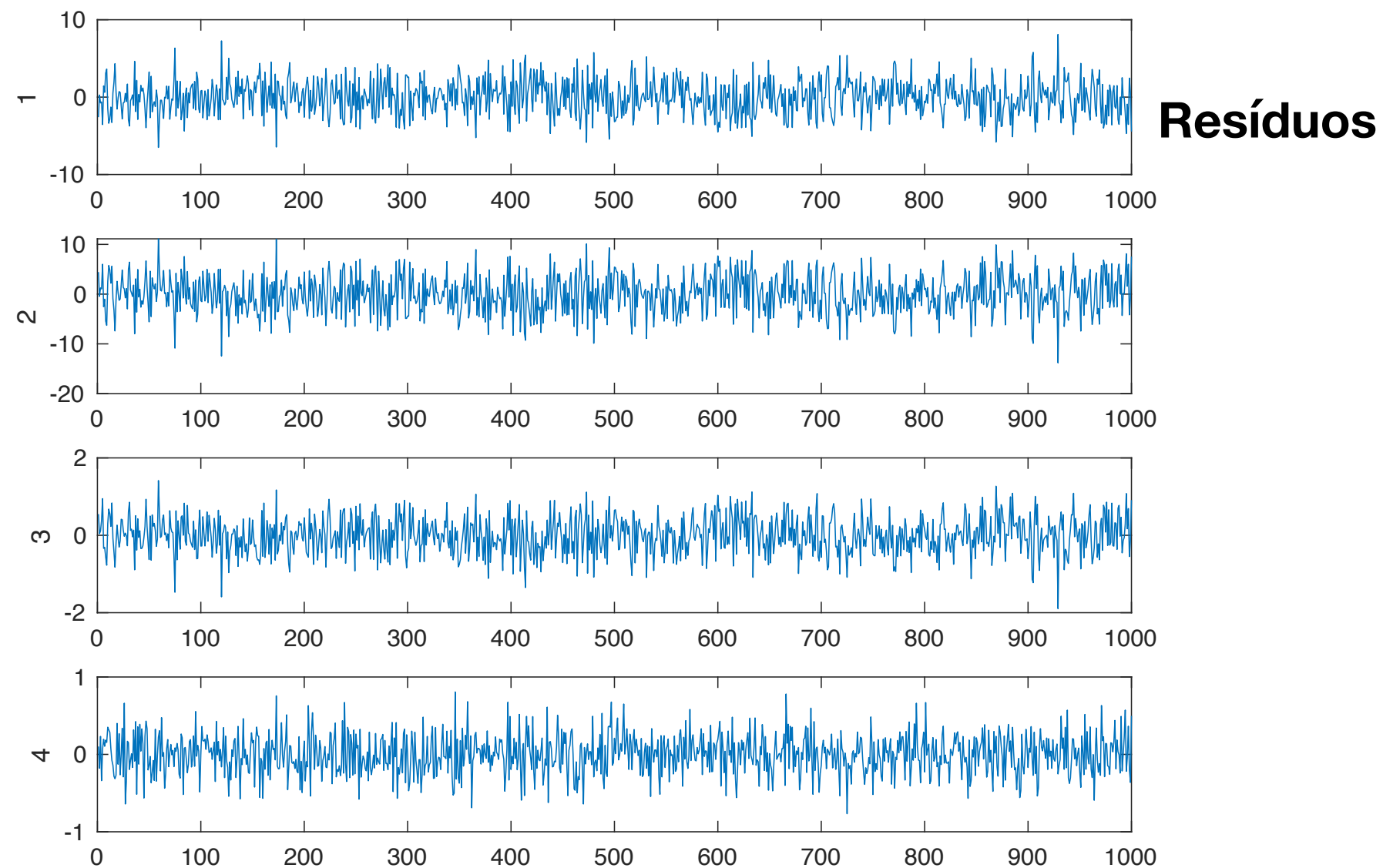
P foi escolhida como a coluna v1 associada ao maior autovalor de S

Exemplo 1

A estimativa de X a partir das duas componentes principais é $\tilde{X} = TP^T = XPP^T$

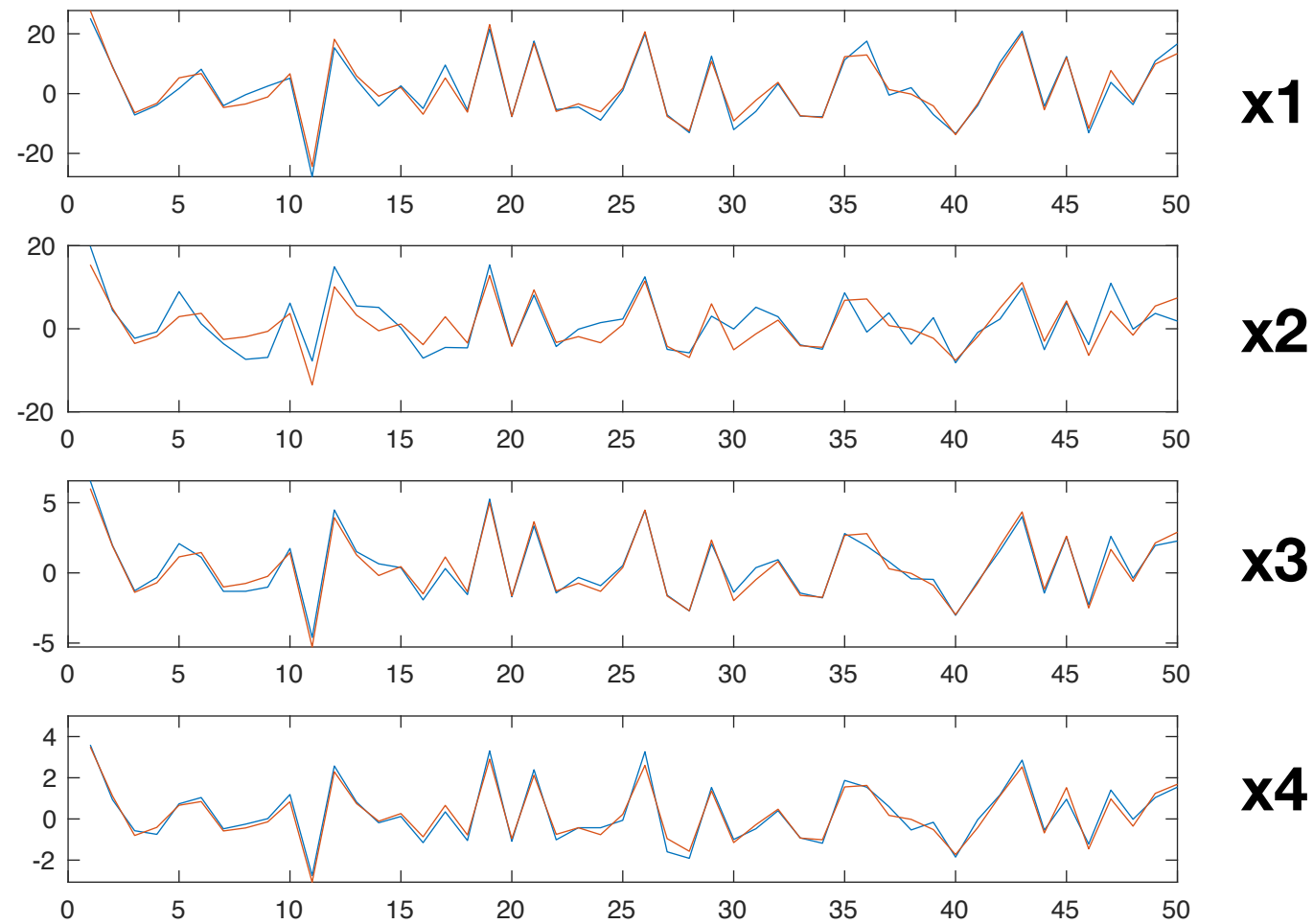
Erro da estimativa : $E = X - XPP^T = X(I - PP^T)$

Exemplo 1



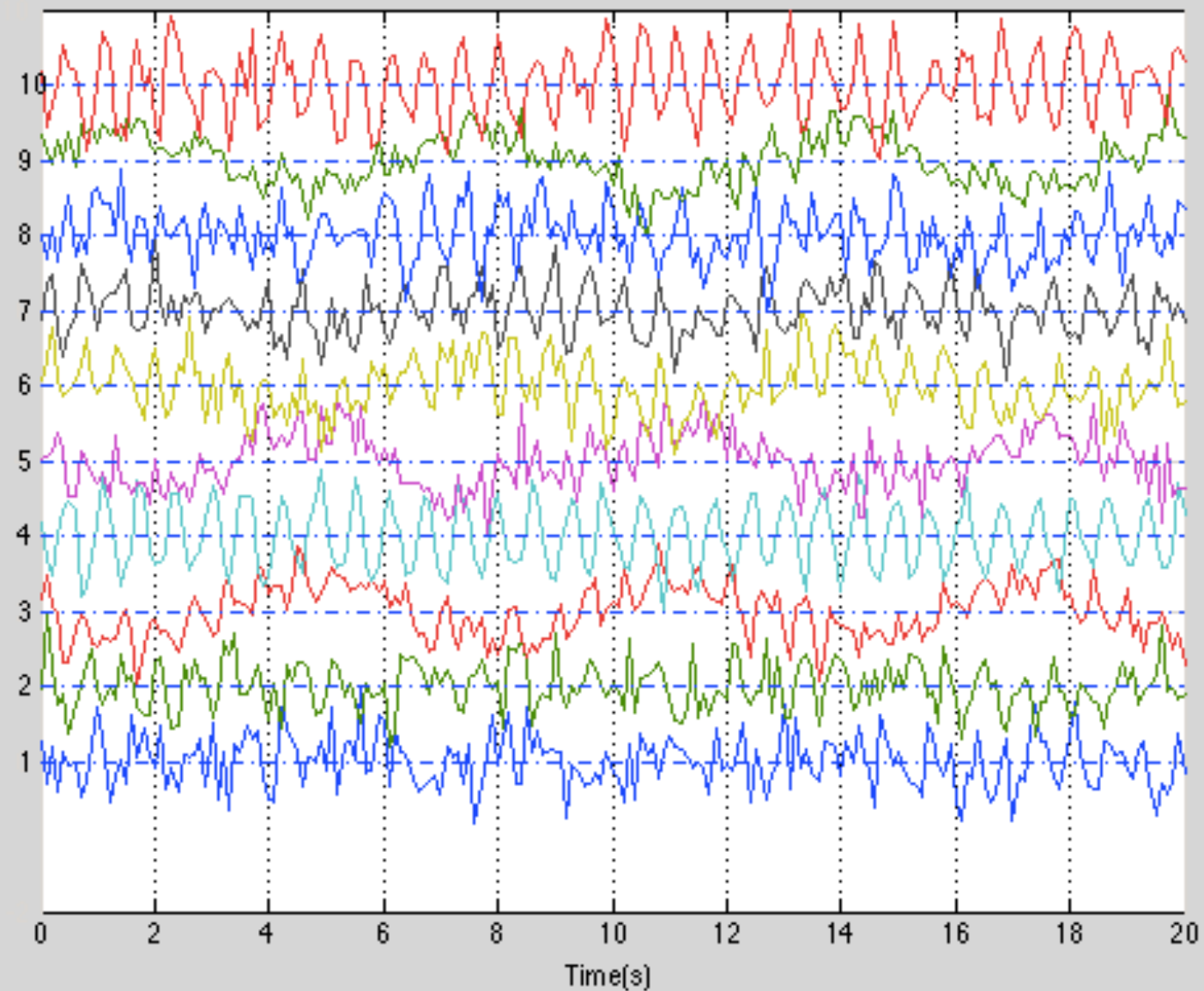
Exemplo 1

Variáveis medidas e estimadas usando uma componente principal



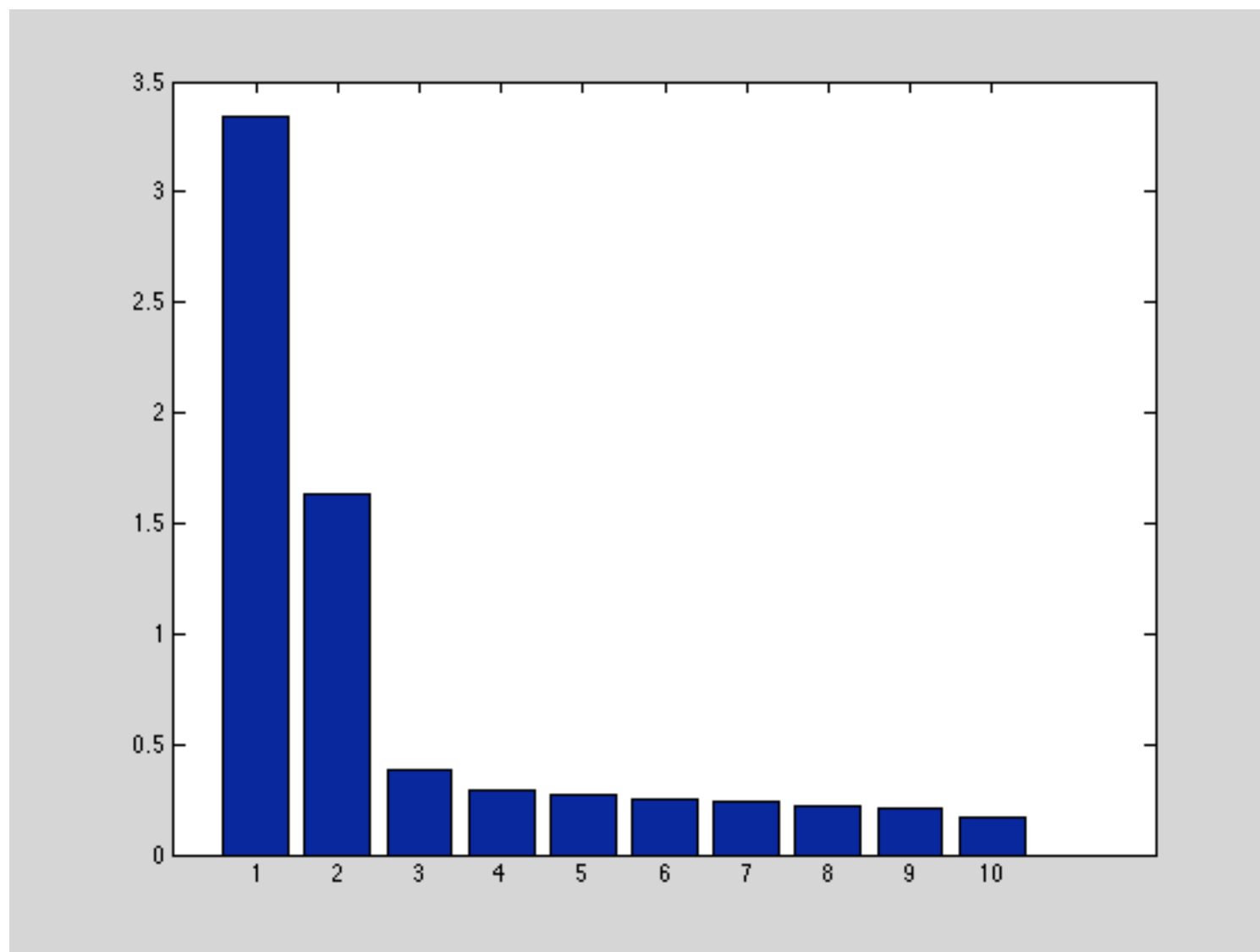
Exemplo 2

10 sinais



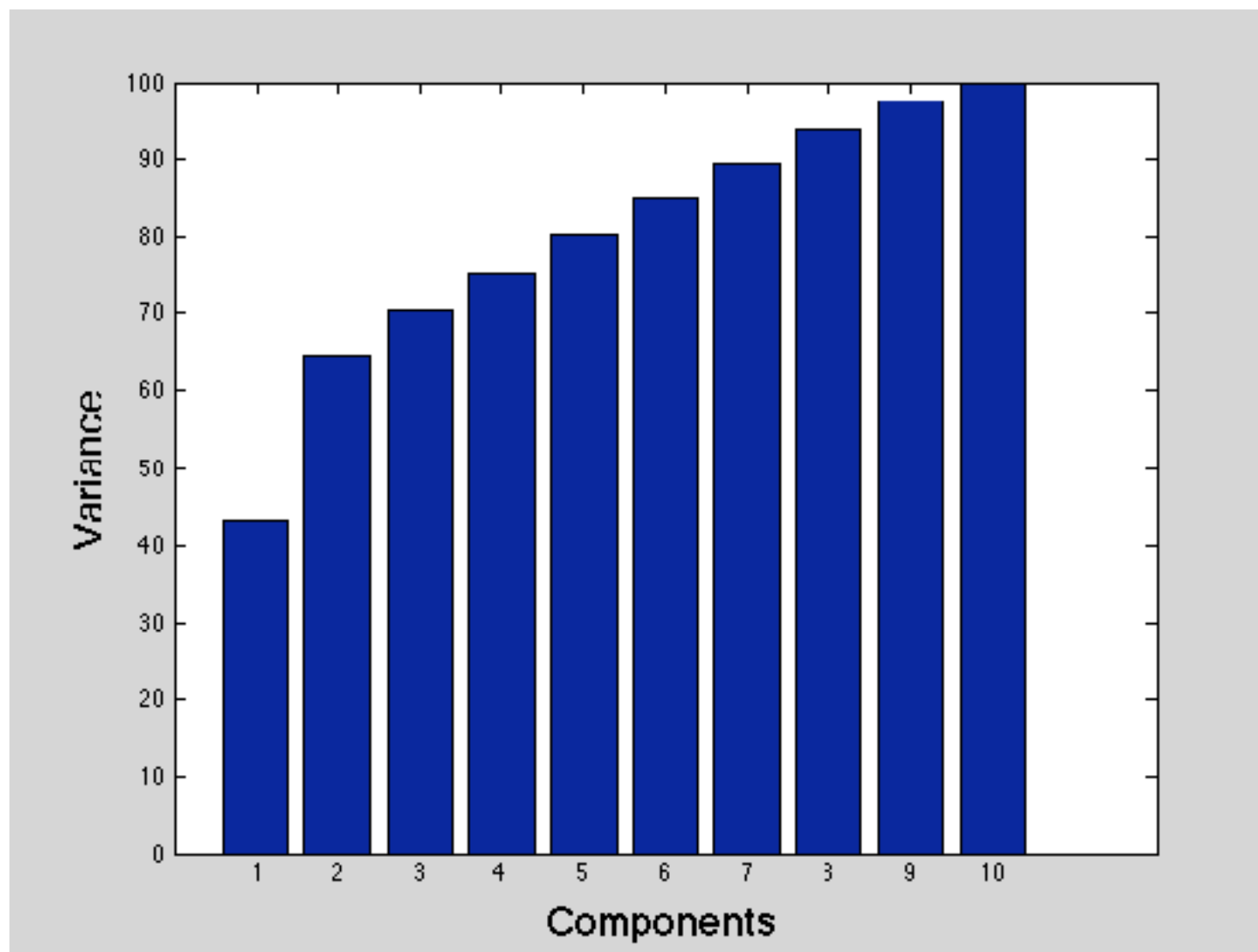
Exemplo 2

Autovalores da matriz de covariância



Exemplo 2

Variância retida pelos autovalores



Exemplo 2

```
P=V(:,1:2)
```

```
T=Y*P;
```

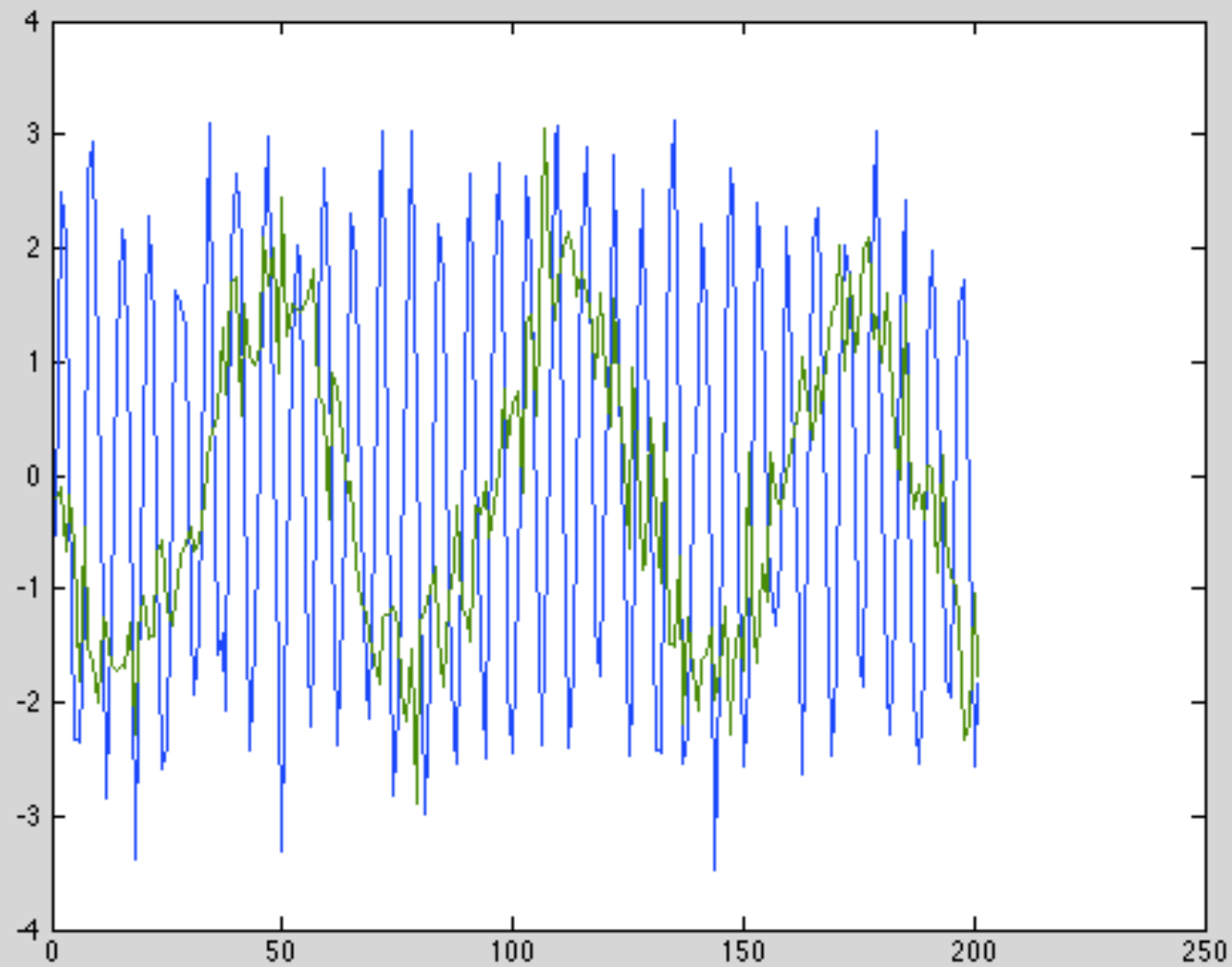
```
plot(T)
```

```
Ye=T*PT
```

```
plot(Y-Ye)
```

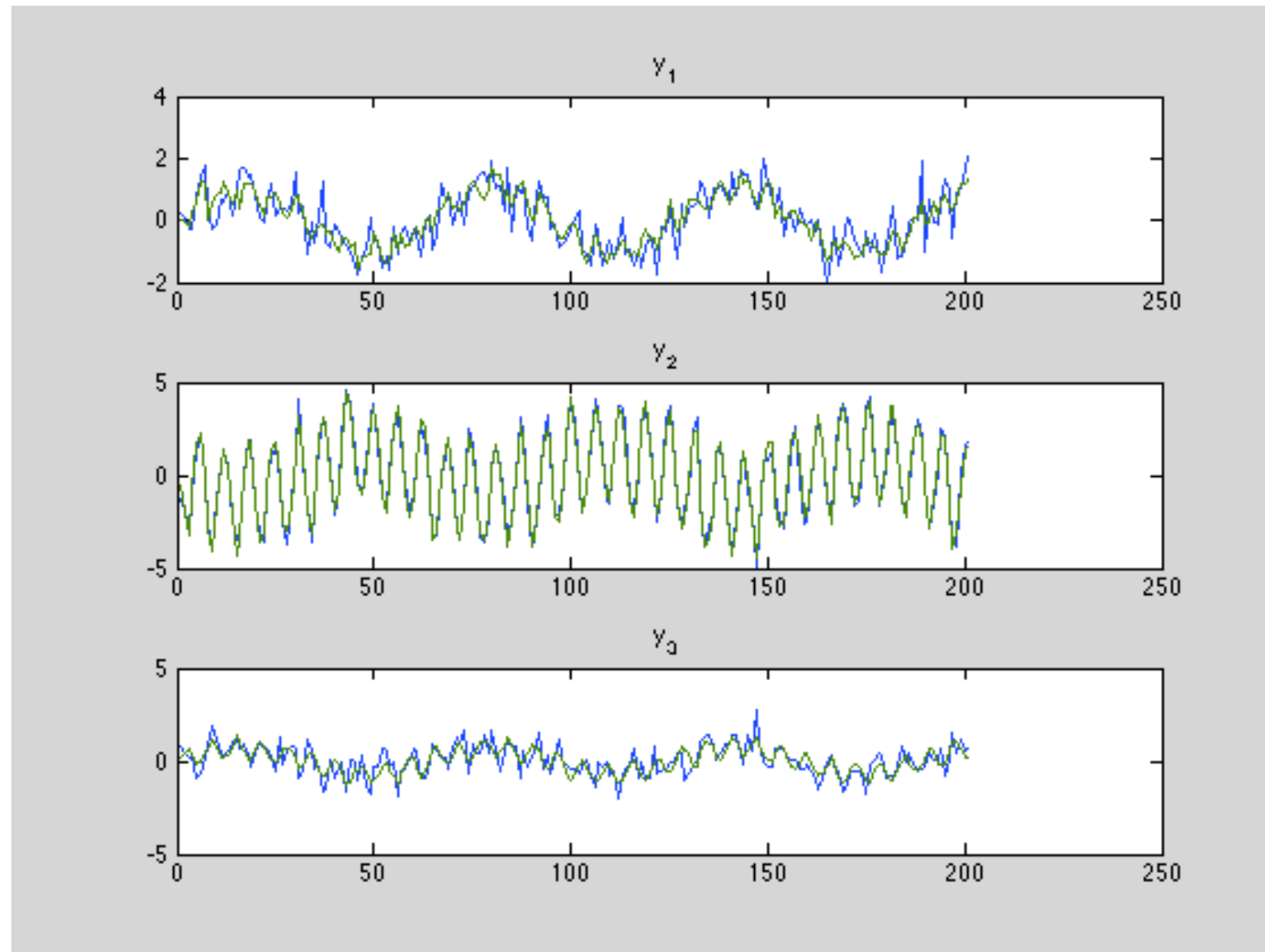
Exemplo 2

Duas componentes principais



Exemplo 2

Estimação de 3 sinais usando apenas duas componentes principais

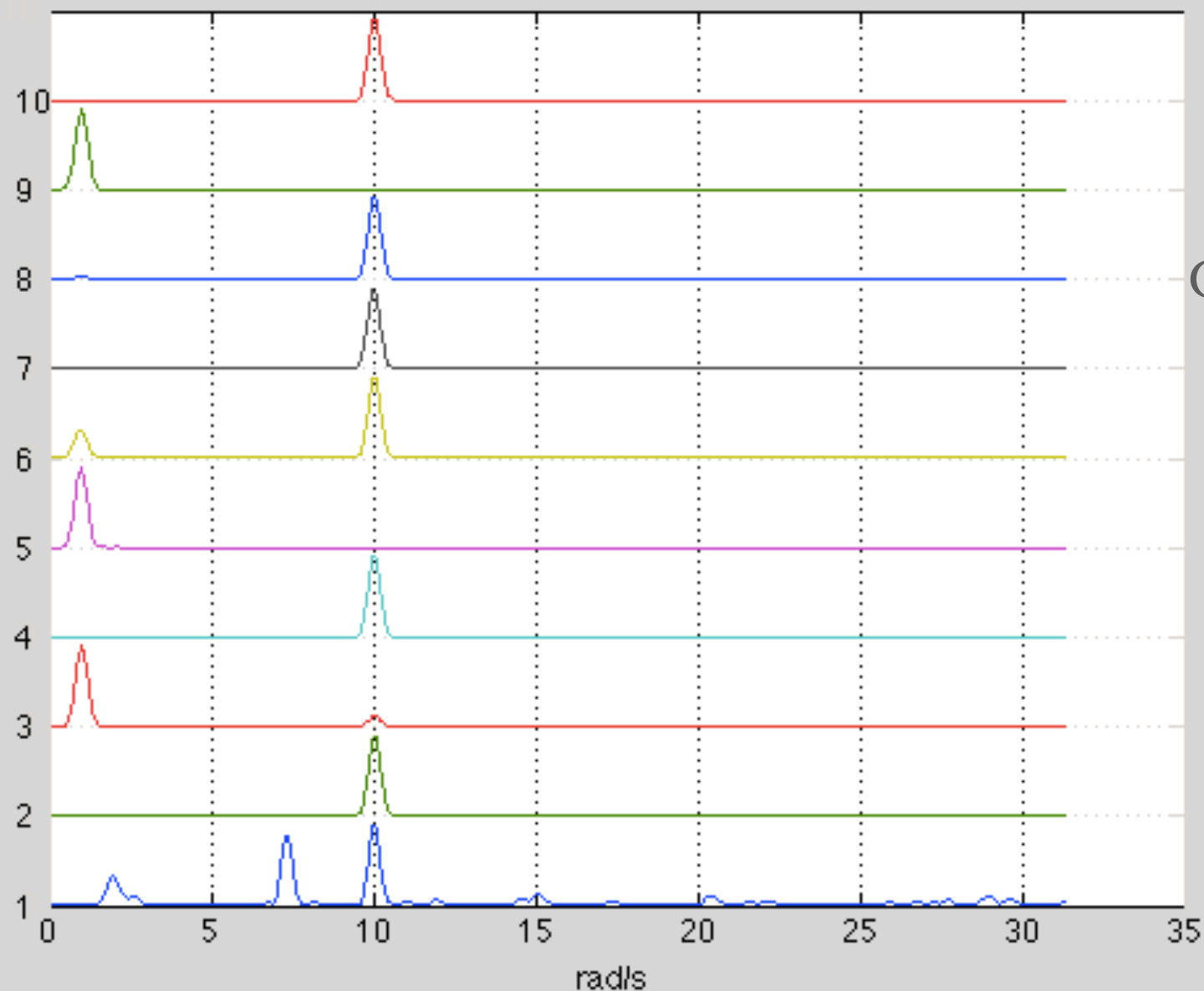


Exemplo 2

Os 10 sinais podem ser representados aproximadamente por apenas 2 sinais e a matriz de carregamento.

Exemplo 2

Análise espectral dos 10 sinais



Os 10 sinais são combinação de apenas 2 oscilações.
PCA poderia ser aplicada no espectro.

Estatística T^2 usando PCA

Sejam as n observações de m variáveis,

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & \dots & x_{1m} \\ x_{21} & \dots & x_{2m} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ x_{n1} & \dots & x_{nm} \end{bmatrix}$$

e a correspondente matriz de covariância amostral

$$S = \frac{X^T X}{n - 1}$$

Estatística T^2 usando PCA

Fazendo a decomposição em valores singulares de X , a matriz S pode ser escrita como

$$S = V\Lambda V^T$$

e a estatística T^2 pode ser aplicada diretamente sobre a representação PCA,

$$T^2 = x^T V \Lambda^{-1} V^T x$$

A inversa pode produzir efeitos significativos caso S tenha autovalores pequenos.

Estatística T^2 usando PCA

Mantendo apenas os a maiores autovalores,

$$T^2 = x^T P \Lambda_a^{-1} P^T x$$

sendo a matriz P obtida das a colunas da matriz V associadas aos maiores autovalores, retidos em Λ_a .

O limiar para a estatística com nível de significância α pode ser obtido de $T_\alpha^2 = \chi_\alpha^2(a)$

Estatística T^2 usando PCA

De forma similar, com uso da matriz de covariância amostrada, a estatística T^2 é calculada

$$T_{\alpha}^2 = \frac{a(n-1)(n+1)}{n(n-a)} F_{\alpha}(a, n-a)$$

Estatística Q

O subespaço das observações correspondentes aos $m - a$ menores autovalores pode ser monitorado usando a estatística Q:

$$Q = r^T r, r = (I - PP^T)x$$

onde r é o vetor de resíduos

Esta estatística também é conhecida como predição de erro quadrático (SPE).

Limiar para estatística Q

$$\theta_i = \sum_{j=a+1}^m \lambda_j^i \quad h_0 = 1 - \frac{2\theta_1\theta_3}{3\theta_2^2}$$

$$Q_\alpha = \theta_1 \left[\frac{c_\alpha \sqrt{2\theta_2 h_0^2}}{\theta_1} + 1 + \frac{\theta_2 h_0 (\theta_0 - 1)}{\theta_1^2} \right]^{1/h_0}$$

onde:

c_α é limiar da distribuição normal padrão com nível de confiança $1 - \alpha$

λ_j é o autovalor associado ao j^{th} vetor de V .

Exemplo

```
>> Y=randn(100,2);
```

```
M =      1.0000      0      1.0000      1.0000  
      0      1.0000      1.0000      0.2000
```

```
>> e=0.5*randn(100,2);
```

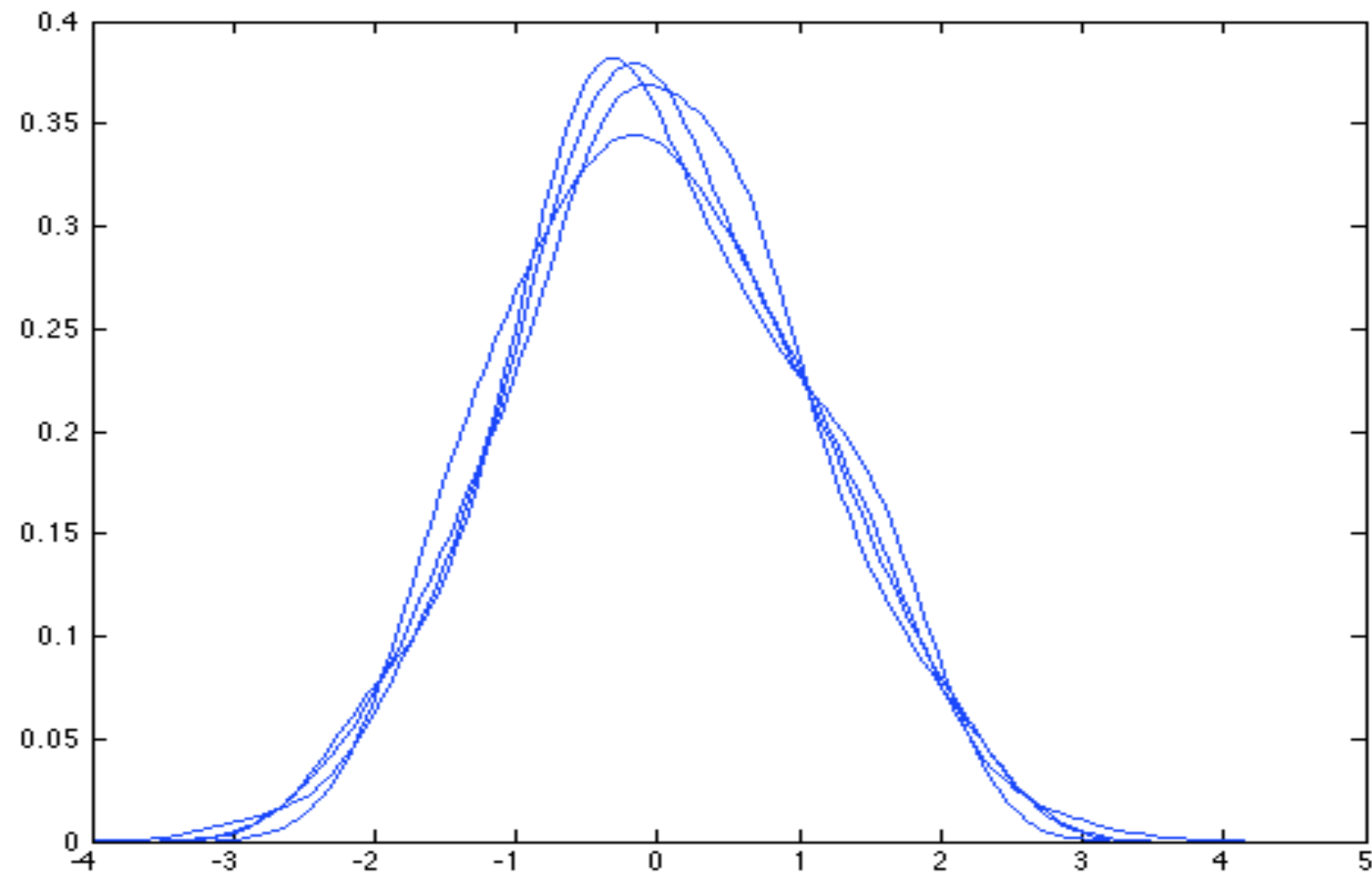
```
>> X=Y*M;
```

```
>> X=X+[e*0 e];
```

```
>> X=detrend(X); X(:,i)=X(:,i)/std(X(:,i));
```

Exemplo

pdf dos 4 sinais



Exemplo

```
>> S=X'*X/99
```

```
S =    1.0000   -0.0896    0.6542    0.8952  
   -0.0896    1.0000    0.5984    0.0295  
    0.6542    0.5984    1.0000    0.6504  
    0.8952    0.0295    0.6504    1.0000
```

```
>> [V,D]=eig(S)
```

```
V =    0.6864   -0.2943    0.3530    0.5636  
      0.4050    0.3271   -0.8306    0.1978  
   -0.5226   -0.5463   -0.3361    0.5617  
   -0.3029    0.7128    0.2693    0.5724
```

```
D =    0.0540         0         0         0  
      0    0.1455         0         0  
      0         0    1.2706         0  
      0         0         0    2.5298
```

Exemplo

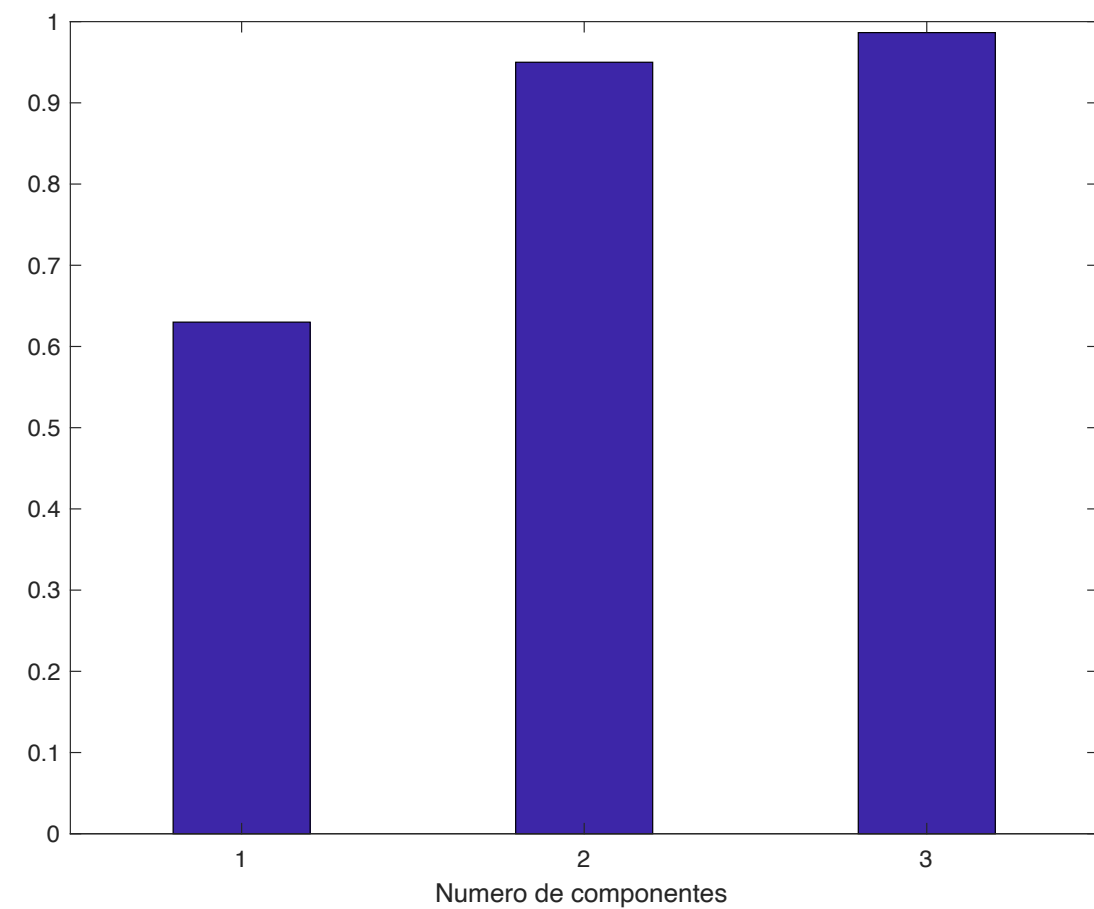
```
>> S=X'*X/99
```

```
S =    1.0000   -0.0896    0.6542    0.8952  
   -0.0896    1.0000    0.5984    0.0295  
    0.6542    0.5984    1.0000    0.6504  
    0.8952    0.0295    0.6504    1.0000
```

```
>> [V,D]=eig(S)
```

```
V =    0.6864   -0.2943    0.3530    0.5636  
       0.4050    0.3271   -0.8306    0.1978  
      -0.5226   -0.5463   -0.3361    0.5617  
      -0.3029    0.7128    0.2693    0.5724
```

```
D =    0.0540         0         0         0  
         0    0.1455         0         0  
         0         0    1.2706         0  
         0         0         0    2.5298
```



Exemplo

Mantendo apenas as 2 componentes principais

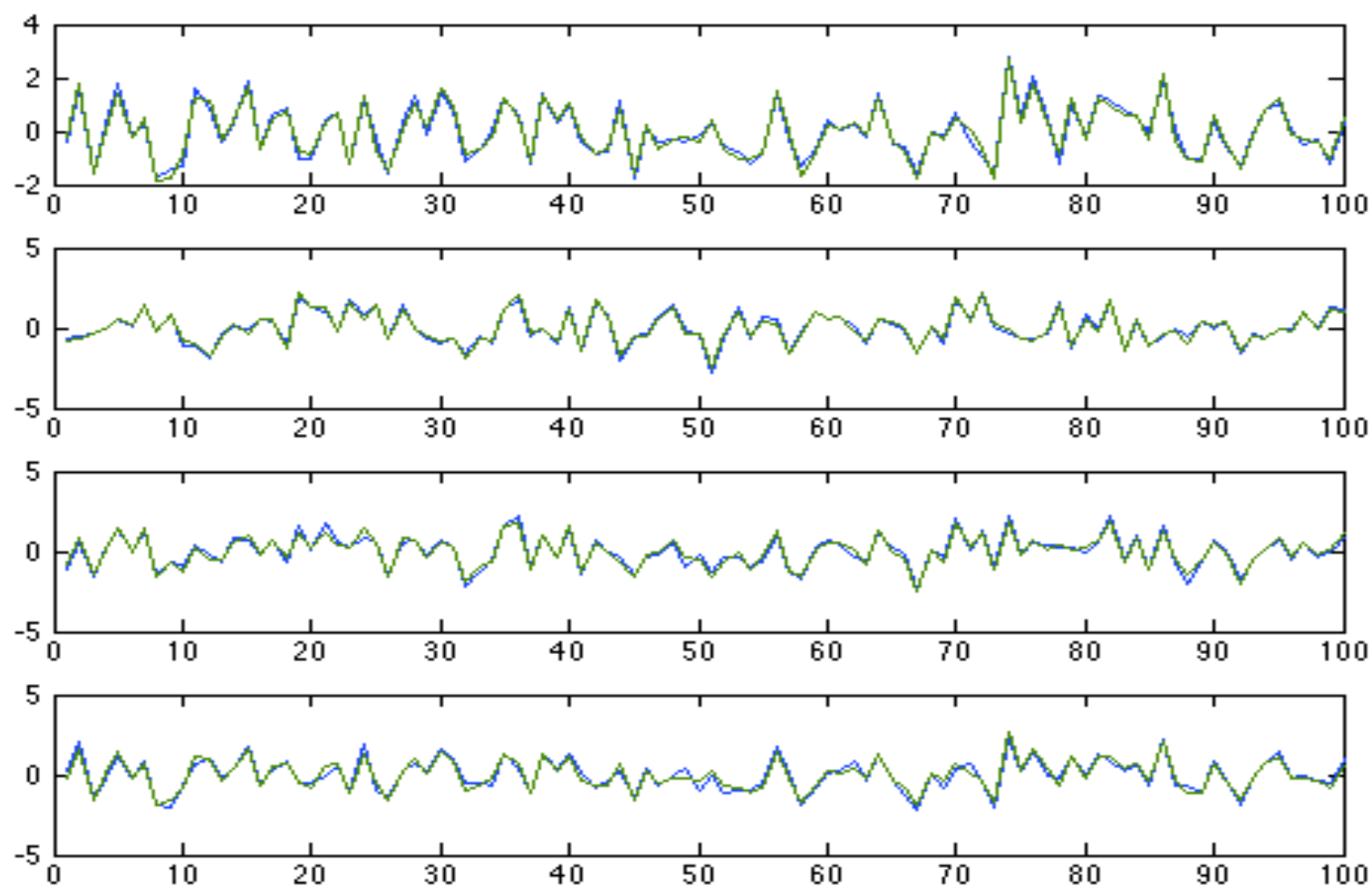
$$P=V(:, [3;4]);$$

Resíduo:

$$E=X(I-PP^T)$$

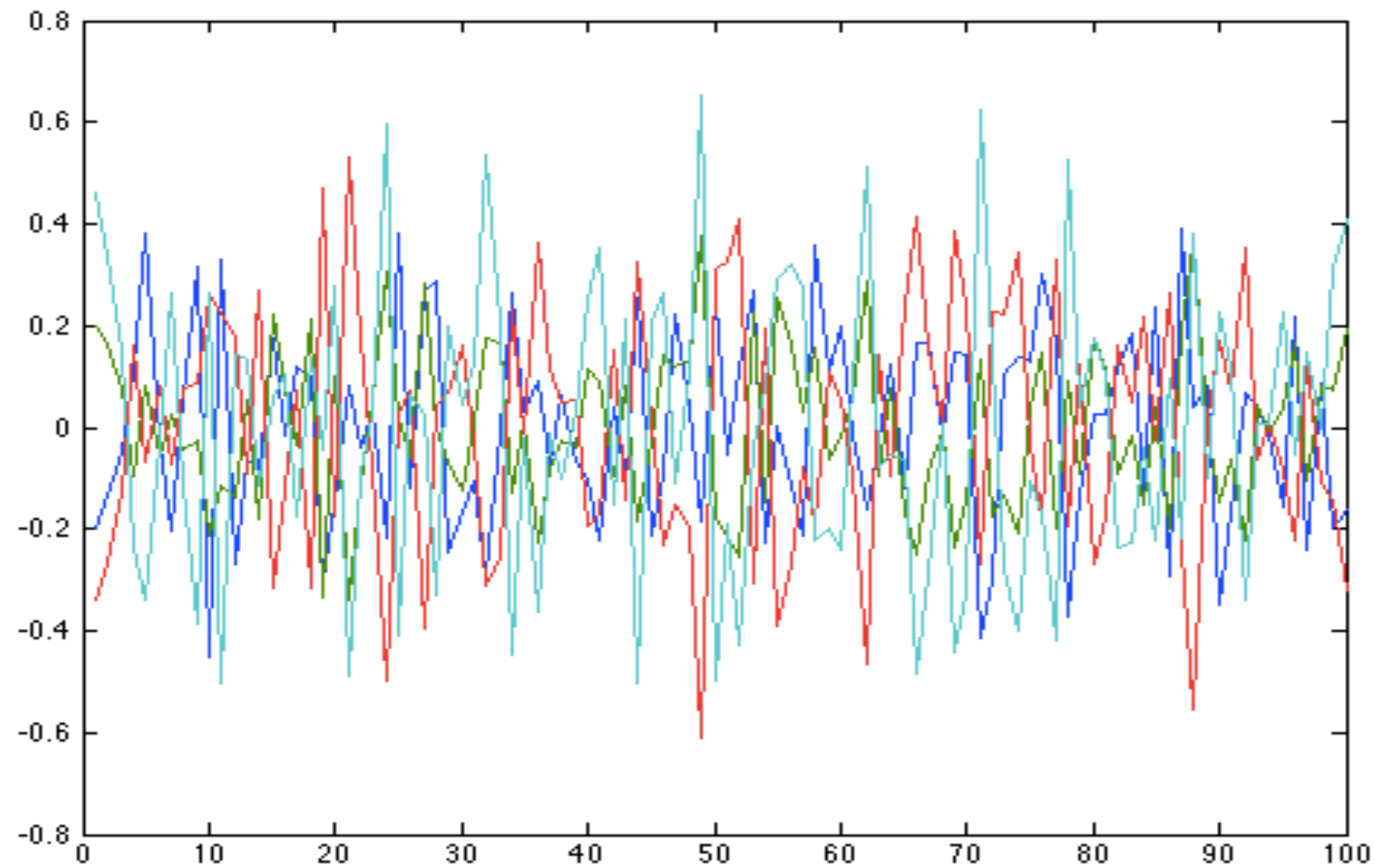
Exemplo

4 sinais usando apenas 2 componentes



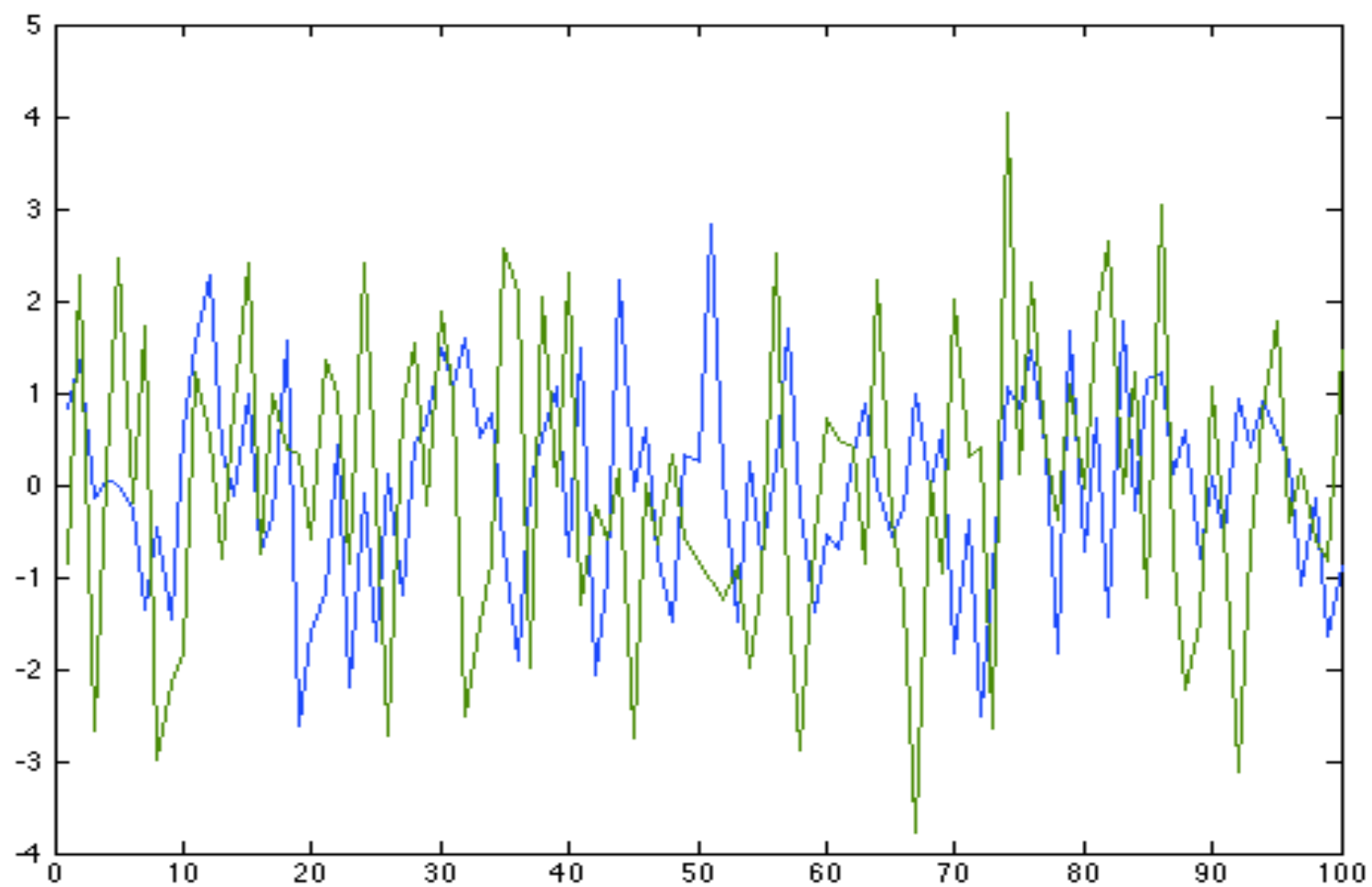
Exemplo

Resíduos



Exemplo

Vetor de scores $T = XP$



Exemplo

Distribuição F com graus de liberdade $a=2$ e $n-a=98$

$$z = \text{finv}(0.95, 2, 98) = 3.08$$

$$T^2 = x^T P \Lambda_a^{-1} P^T x < 6.3035$$

$$T^2 = \frac{2(100 - 1)(100 + 1)}{100(100 - 2)} 3.089 = 6.3035$$

Exemplo

Usando $T^2 = x^T P \Lambda_a^{-1} P^T x < 6.3035$

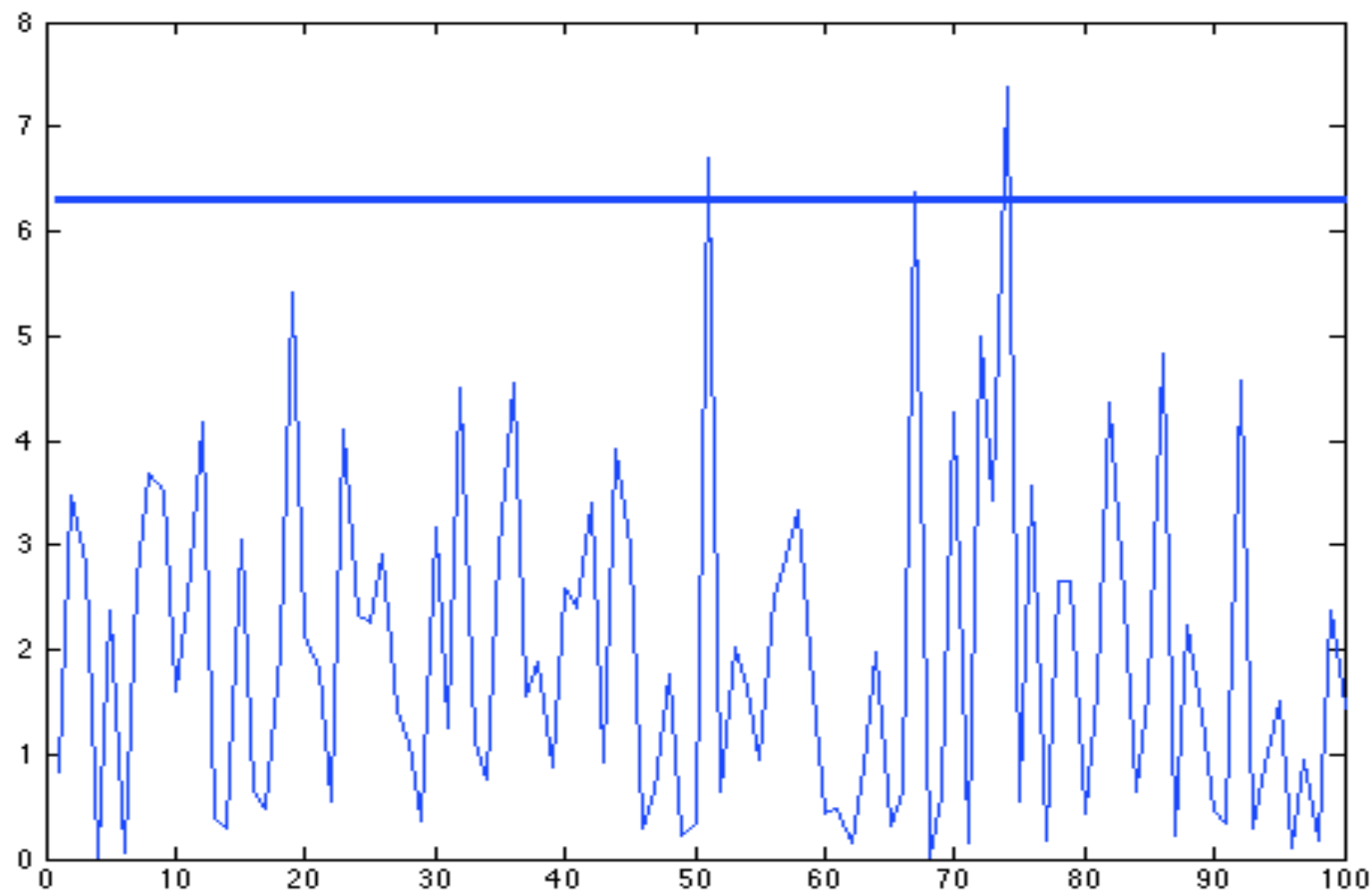
$$\text{com } \lambda_a = \begin{bmatrix} 1.27 & 0 \\ 0 & 2.52 \end{bmatrix}$$

A equação $t = xP$ converte esta região em uma elipse
 $t^T \Lambda_a^{-1} t < 6.3035$

$$\frac{t_1^2}{1.27} + \frac{t_2^2}{2.52} \leq 6.3035 \quad t = [t_1 \quad t_2]$$

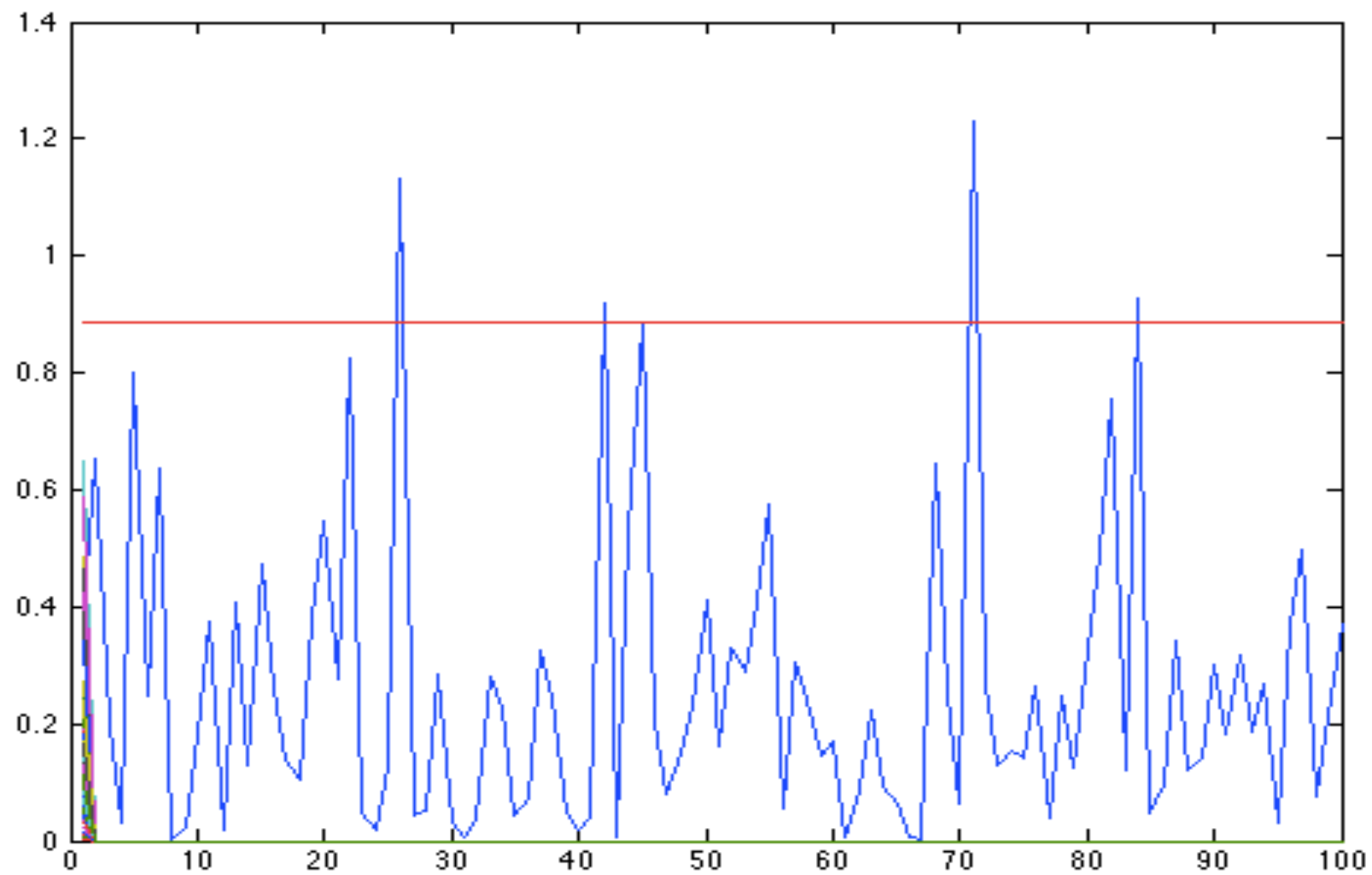
Exemplo

Estatística T^2 e limiar



Exemplo

Estatística Q e limiar



Diagnóstico de falhas

Uma vez detectada a falha, o próximo passo é determinar sua causa.

Problemas:

- Grande número de variáveis
- Processo com ciclos e realimentações
- Variáveis se desviam do *setpoint* durante pequenos períodos (as malhas de controle trazem as variáveis de volta ao setpoint)

Diagnóstico de falhas

Abordagem não supervisionada

Identificar as variáveis monitoradas associadas a falha.

- a) Um menor grupo de variáveis pode permitir identificar a falha.
- b) Usar algoritmos de detecção de causalidade para encontrar a causa raiz

Diagnóstico de falhas

Abordagem supervisionada

Treinar algoritmos de classificação com dados de falha.

Exemplos: redes neurais, kNN, árvore de decisão

Diagnóstico de falhas

Comparação das abordagens:

Supervisionada: requer dados de treinamento de todas as falhas. Porém dá o diagnóstico da falha

Não supervisionada: não requer dados de falhas. Porém, requer em geral conhecimento de especialista para produzir o diagnóstico

Diagnóstico de falhas a partir de gráficos de contribuição

Determina-se que variáveis score são afetadas pela violação do limiar testando a hipótese alternativa das variáveis score normalizadas:

$$\frac{t_i}{\sqrt{\lambda_i}} \quad i \in [1, 2, \dots, n]$$
$$H_1 : n \frac{t_i^2}{\lambda_i} > T_\alpha^2$$

Este teste fornece as $n^* \leq n$ variáveis que são afetadas pela falha.

Diagnóstico de falhas a partir de gráficos de contribuição

Justificativa para a divisão do limiar por n. Lembrando o caso de duas variáveis,

$$\frac{t_1^2}{1.27} + \frac{t_2^2}{2.52} \leq 6.3035$$

As variáveis t_1 e t_2 têm a mesma contribuição para a estatística T^2 .

Diagnóstico de falhas a partir de gráficos de contribuição

Para cada escore t_i violado, calcula-se a contribuição de cada variável:

$$C_{i,j} = \frac{t_i}{\lambda_i} P_{i,j} x_{0j}$$

onde $P_{i,j}$ são elementos da matriz de pesos P , x_{0j} é a medida da variável j normalizada.

Fazer $C_{i,j} = 0$ caso $C_{i,j} < 0$.

Diagnóstico de falhas a partir de gráficos de contribuição

Contribuição total da variável j a todos r escores violados:

$$C_j = \sum_{i=1}^r C_{i,j}$$

Diagnóstico de falhas a partir de gráficos de contribuição

Por quê remover os valores negativos?

$$\sum_{i=1}^r \frac{t_i^2}{\lambda_i} = \sum_{i=1}^r \frac{t_i}{\lambda_i} \left(\sum_{j=1}^m P_{i,j} x_{0j} \right)$$

A contribuição da variável j sobre T^2 é

$$C_j = x_{0j} \sum_{i=1}^r \frac{t_i}{\lambda_i} P_{i,j}$$

Diagnóstico de falhas a partir de gráficos de contribuição

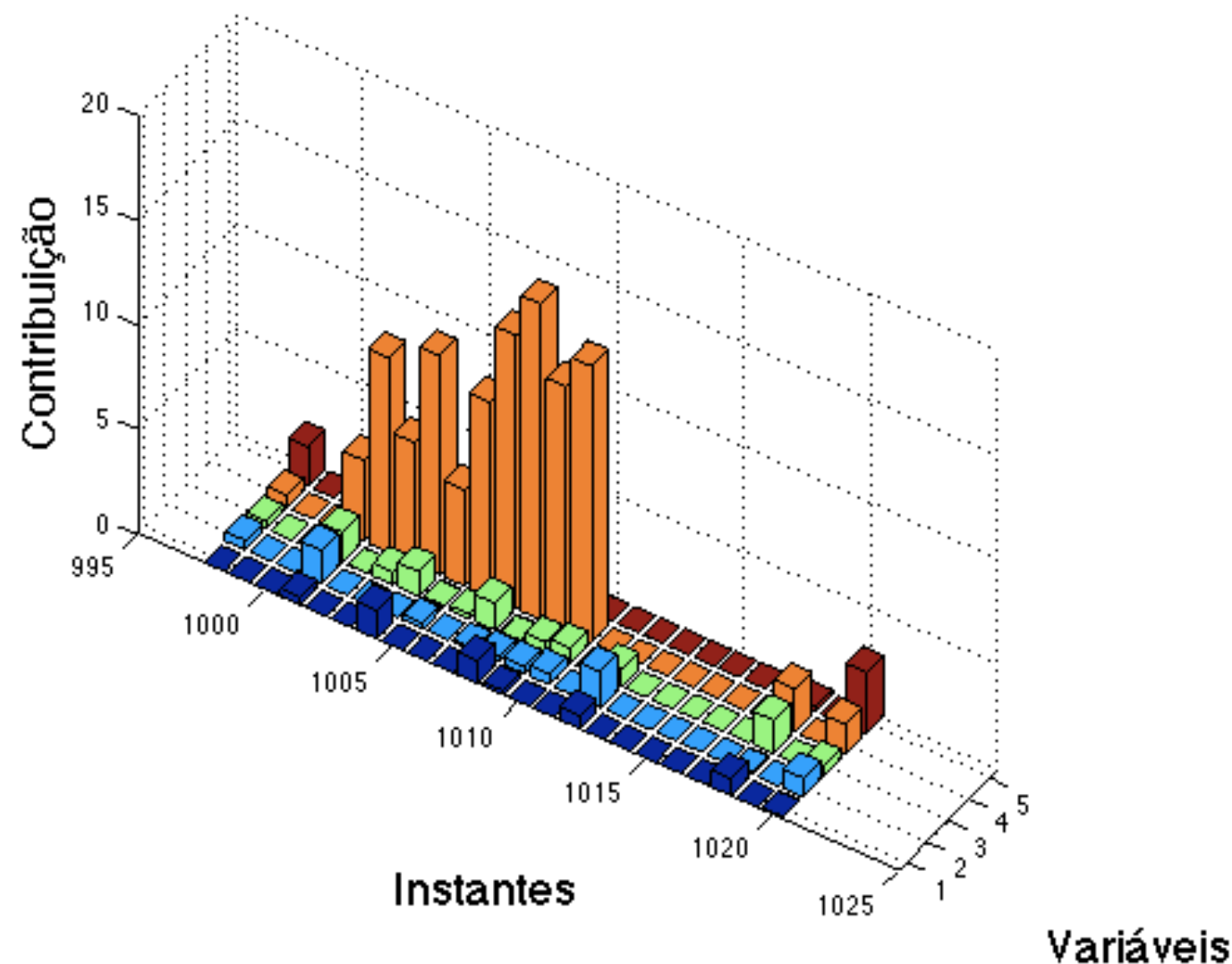
A inclusão de termos negativos nesta soma reduz o valor global da j -ésima variável.

A quantificação dos principais contribuintes para o valor absoluto da variável j requer a remoção dos valores

negativos de $\frac{t_i}{\lambda_i} P_{i,j} X_{oj}$

Diagnóstico de falhas a partir de gráficos de contribuição

Exemplo: contribuições para a estatística T^2 :



Contribuições da estatística Q

A estatística Q é baseada na soma dos resíduos de cada variável. A contribuição é simplesmente

$$C_j = g_j$$
$$g = x_0 - Pt = [I - PP^T]x_0$$

Como a variância destes resíduos pode variar, melhor normalizar g_j

$$C_j = \frac{g_j}{\sqrt{E\{g_j^2\}}}$$

Diagnóstico de falhas usando classificadores

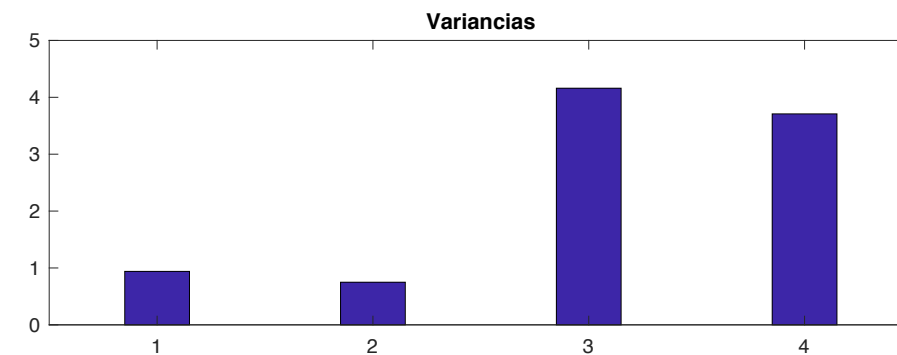
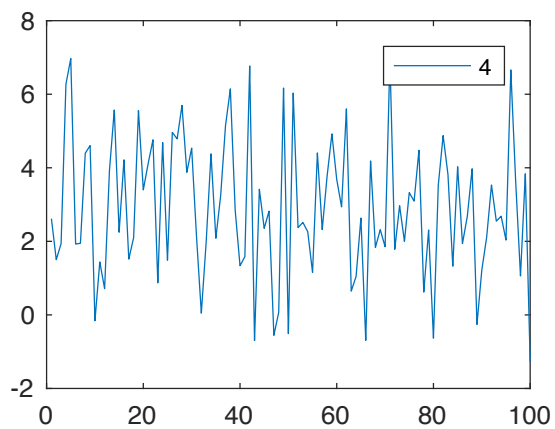
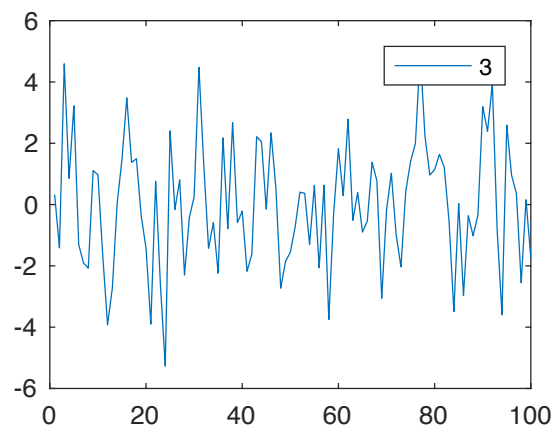
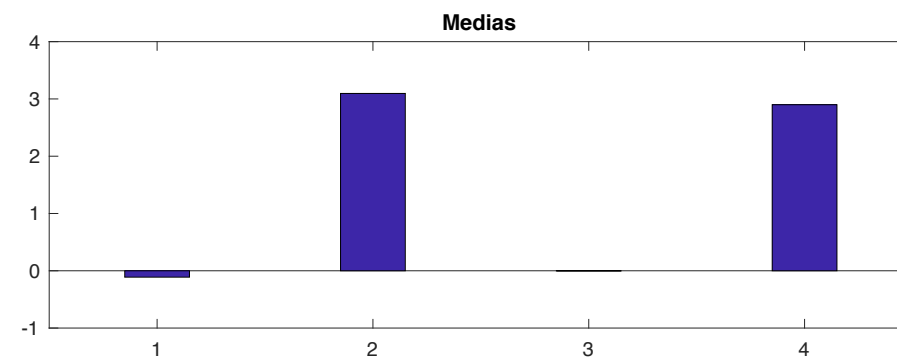
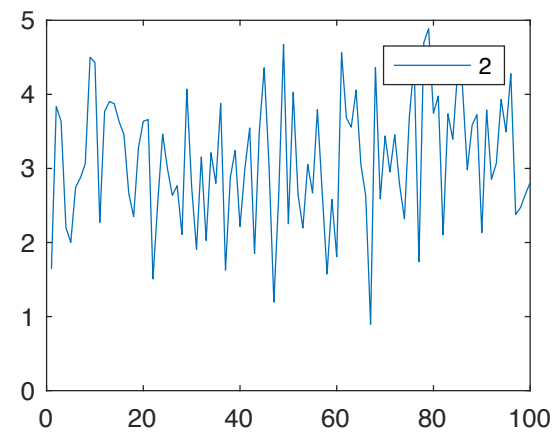
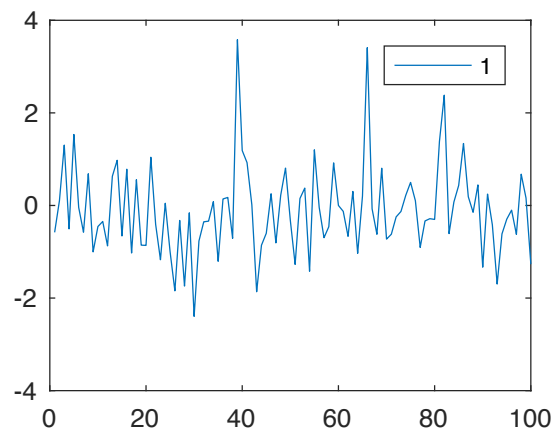
São armazenados dados de falha e calculadas características que permitam discriminá-las.

Exemplos de características:

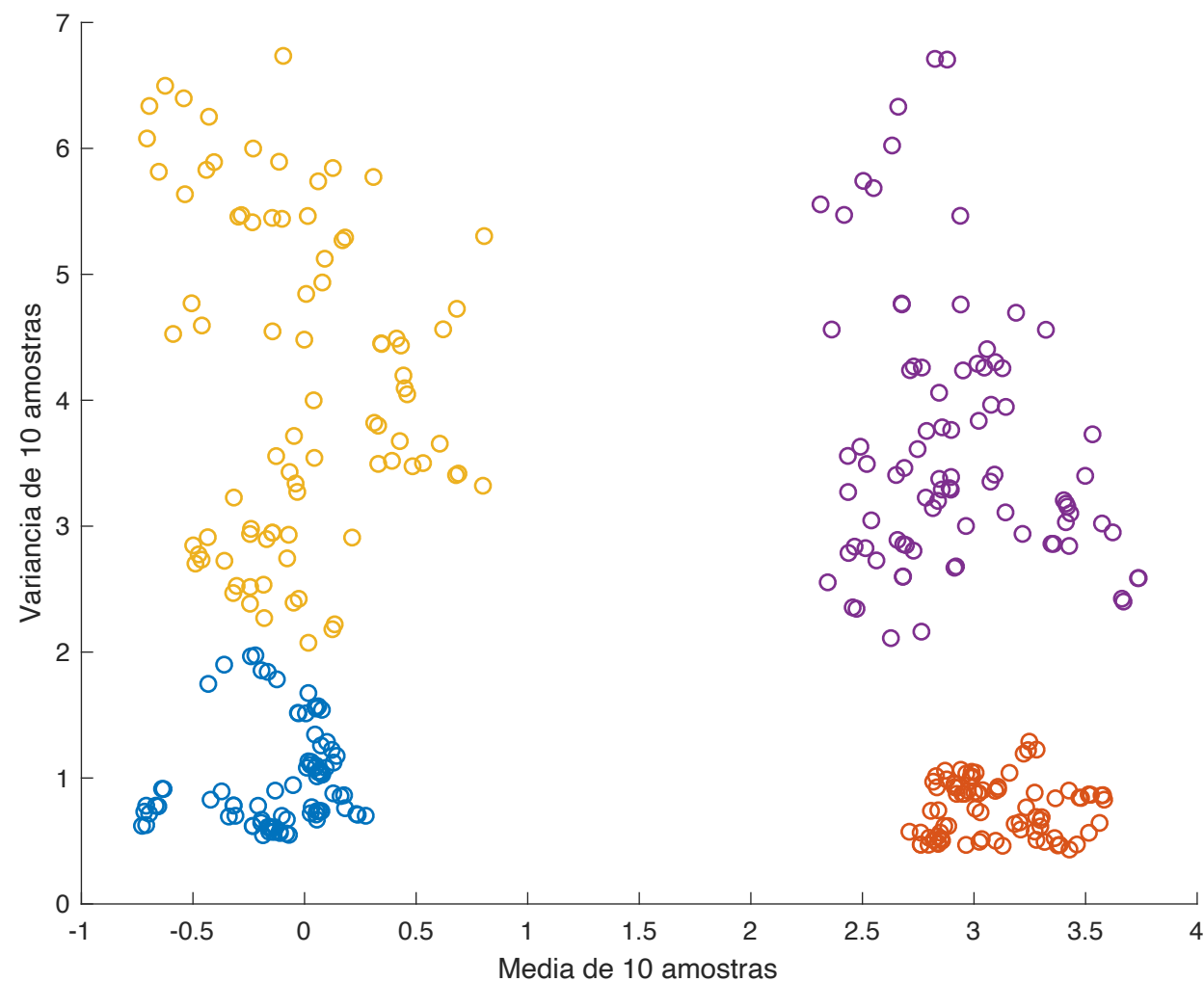
média, desvio padrão, curtose, assimetria, máxima
variação, desvio padrão das diferenças

Diagnóstico de falhas usando classificadores

4 sinais com suas médias e variâncias



Diagnóstico de falhas usando classificadores



Exemplo de Diagnóstico de falhas usando classificadores

Deteccção de cavitação em uma válvula de controle usando os 4 primeiros momentos estatísticos da emissão acústica medida na válvula

