

Recursividade

Programação I
2021.2022

Teresa Gonçalves
tcg@uevora.pt

Departamento de Informática, ECT-UÉ

Como programar?



Perceber o problema

Dados e Resultados

Pensar numa solução

Dividir o problema em problemas mais simples

Resolver os problemas mais simples

Resolver o problema mais complexo

Implementar a solução

Utilizar funções para estruturar a resolução dos sub-problemas

Testar a solução

Fazer vários testes

Escolher valores que produzam comportamentos diferentes do programa

Sumário

Funções

Recursividade

Funções (revisão)

Função

Sequência de instruções com nome que realiza uma computação

Uma função

Tem um nome

Recebe argumentos

Devolve um resultado

É executada sempre que o seu nome é invocado

Definição vs. Utilização

Definição de uma função

Especifica

- o nome e parâmetros da função
- a sequência de instruções a executar

Possui

- Cabeçalho: nome, parâmetros
- Corpo: instruções a executar

Utilização (invocação)

Executa a sequência de instruções especificada na definição

Utilizando os argumentos indicados na invocação

Notas

A definição cria a função

As instruções só são executadas quando a função é invocada

Uma função tem de ser definida antes de ser invocada

Fluxo de execução

A invocação de uma função provoca um desvio no fluxo de execução

Salta para o corpo da função

Executa as instruções lá existentes

Regressa, retomando o ponto onde tinha ficado

Valor de retorno

Tipo

int, float

char

Procedimento

Função que não retorna valor

Tipo especial: void

Exemplo

```
void intFrac( float x ){  
    int i;  
    float f;  
    i = (int) x;  
    f = x-(float)i;  
    printf("A parte inteira: %d\n", i);  
    printf("A parte fracionaria: %f", f);  
    return;  
}
```

Recursividade

Recursividade

Corpo da função == sequência de instruções

Atribuições

Outras instruções

Invocação de funções

Recursividade

Quando o corpo da função contém a **invocação à própria função**

Exemplo - contagem decrescente

```
void contagemD(int n){  
    while(n>=0){  
        printf("%d\n",n);  
        n=n-1;  
    }  
}
```

```
void contagemDRec(int n){  
    printf("%d\n",n);  
    if(n>0){  
        contagemDRec(n-1);  
    }  
}
```

contagemDRec

```
void contagemDRec(int n){  
    printf("%d\n",n);  
    if(n>0){  
        contagemDRec(n-1);  
    }  
}
```

```
contagemDRec(3)  
    print(3)  
    contagemDRec(2)  
        print(2)  
        contagemDRec(1)  
            print(1)  
            contagemDRec(0)  
                print(0)  
                (termina)  
            (termina)  
        (termina)  
    (termina)
```

Critério de paragem

É essencial

Caso contrário existem infinitas invocações sucessivas!

Que esgotam os recursos de memória do computador...

Exemplo

```
void contagemDRec(int n){  
    printf("%d\n",n);  
    contagemDRec(n-1);  
}
```

Factorial (definição iterativa)

$$n! = n*(n-1)*(n-2)*...*3*2*1$$

```
int factorial(int n){  
    int res;  
    res = 1;  
    while(n>0){  
        res = res*n;  
        n = n-1;  
    }  
    return res;  
}
```


Factorial (definição recursiva)

$$1! = 1$$

$$n! = n*(n-1)!$$

```
int factorial(int n){  
    if(n==1)  
        return 1;  
    else  
        return n*factorial(n-1);  
}
```

Solução recursiva

**Sequência de invocações da mesma função...
... mas com argumentos diferentes**

$\text{factorial}(n) \rightarrow \text{factorial}(n-1) \rightarrow \text{factorial}(n-2) \rightarrow \dots$

Critério de paragem

$n == 1$

**Trata parte do problema e “junta-a” com o
resultado das restantes invocações**

$n * \text{resultado_da_funcao}$

Fibonacci

fib(0)=1

fib(1)=1

fib(n)=fib(n-1)+fib(n-2)

```
int fib(int n){  
    int f;  
    if(n<2)  
        return 1;  
    else {  
        f=fib(n-1)+fib(n-2);  
        return f;  
    }  
}
```

fib(5)

```
fib(5)
  fib(4)
    fib(3)
      fib(2)
        fib(1)    # devolve 1
        fib(0)    # devolve 1
      fib(1)      # devolve 1
    fib(2)
      fib(1)      # devolve 1
      fib(0)      # devolve 1
  fib(3)
    fib(2)
      fib(1)      # devolve 1
      fib(0)      # devolve 1
    fib(1)        # devolve 1
```

Características de uma função recursiva

Tem um caso base simples

que tem a solução e devolve um valor (condição de paragem)

Às vezes existe mais do que um caso base!

Tem uma forma de aproximar o problema ao caso base

descartar parte do problema para obter um problema mais simples

Tem uma chamada recursiva

que passa um problema mais simples à mesma função!

Pensar recursivamente

Ver a solução como uma versão mais pequena do mesmo problema

Caso(s) base

- Identificar o caso base e o que faz

- Devolver o valor correto para o caso base

A função recursiva é reduzida a uma condição **if-else**

- o caso base devolve um valor

- o caso não base chama recursivamente a mesma função com um parâmetro ou conjunto de dados **mais pequeno** que se **aproxima** do caso base

Caso base

problema mais simples que a função pode resolver

Exemplos

Função soma()

Devolve a soma dos primeiros n inteiros

Parâmetros: 1

`int n`

Tipo resultado

`int`

Cabeçalho

`int soma(int n)`

Implementação soma()

Versão iterativa

```
int soma (int n) {  
    int res=0;  
    while (n>=1) {  
        res = res+n;  
        n = n-1;  
    }  
    return res;  
}
```

Versão recursiva

```
int soma (int n) {  
    if (n==1)  
        return 1;  
    return n+soma(n-1);  
}
```

Função multiplo()

Devolve o i-ésimo múltiplo de n

Parâmetros: 2

`int i`

`int n`

Tipo resultado

`int`

Cabeçalho

```
int multiplo(int i, int n)
```

Implementação multiplo()

Versão iterativa (1)

```
int multiplo (int i, int n){  
    return i*n;  
}
```

Versão iterativa (2)

```
int multiplo (int i, int n){  
    int res=0;  
    while (i>=1) {  
        res = res+n;  
        i = i-1;  
    }  
    return res;  
}
```

Implementação multiplo()

Versão iterativa

```
int multiplo (int i, int n){  
    int res=0;  
    while (i>=1) {  
        res = res+n;  
        i = i-1;  
    }  
    return res;  
}
```

Versão recursiva

```
int multiplo (int i, int n){  
    if (i==1)  
        return n;  
    return n+multiplo(i-1,n);  
}
```