

---

# Probabilidades y Estadística

---

Ramiro Dibur

2025

# Índice general

<b>1. Nociones básicas</b>	<b>2</b>
1.1. Modelo probabilístico . . . . .	2
1.2. Eventos . . . . .	3
1.3. Eventos aleatorios . . . . .	5
1.4. Definición de probabilidad . . . . .	6
1.5. Probabilidad condicional . . . . .	10
1.6. Probabilidad total . . . . .	12

# Prefacio

Estas son mis notas de Probabilidades y Estadística del segundo cuatrimestre de 2025. Las escribo más que nada para estudiar yo, pero las publico por si le llegan a ser útil a alguien.

## Nociones básicas

Formalizamos algunos conceptos de probabilidad que vienen de la intuición.

### 1.1 Modelo probabilístico

Consideremos un experimento con distintos posibles resultados.

**Definición 1.1.** El *espacio muestral* de un experimento es el conjunto de posibles resultados del experimento.

Usualmente denotamos un espacio muestral con  $\Omega$ .

*Observación 1.2.* Todo resultado corresponde con un único elemento  $\omega \in \Omega$ .

Veamos algunos ejemplos.

**Ejemplo 1.3.** Consideremos el siguiente experimento:

1. Se tira un dado balanceado de 6 caras.
2. Se graba el resultado.

En este caso, el espacio muestral es el conjunto

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}.$$

Cabe aclarar que no importa de qué manera escribimos los resultados siempre y cuando la correspondencia con el resultado sea clara. Por ejemplo, podríamos haber definido el espacio muestral como

$$\Omega = \{\square, \square, \square, \square, \square, \square\}.$$

**Ejemplo 1.4.** Consideremos el siguiente experimento:

1. Se tira una moneda 3 veces.
2. Se graba el resultado.

El espacio muestral es

$$\Omega = \{CCC, CCS, \dots, SSC, SSS\}.$$

Nótese que  $\Omega$  se puede escribir como  $\{C, S\}^3$ .

**Ejemplo 1.5.** Consideremos el siguiente experimento:

1. Se elige un habitante de Buenos Aires al azar.
2. Se mide su altura en metros.

El espacio muestral podría ser

$$\Omega = \mathbb{R}.$$

Uno podría argumentar que el espacio muestral debería ser

$$\Omega = [0, 3],$$

ya que es imposible que alguien mida  $-1$  m o  $100$  m. Sin embargo, lo único que nos interesa es que, al medir a alguien, caiga dentro de  $\Omega$ .

## 1.2 Eventos

**Definición 1.6.** Sea  $\Omega$  un espacio muestral. Un *evento* es un subconjunto de  $\Omega$ .

Veámoslo en algunos ejemplos.

**Ejemplo 1.7.** Consideramos el experimento del ejemplo 1.3. El conjunto

$$A = \{\text{el resultado es un número par}\} = \{2, 4, 6\}$$

es un evento dado que  $A \subseteq \Omega$ .

Por ahora, usemos la noción intuitiva de probabilidades.

La probabilidad se le asigna a un evento, no a un resultado. Por ejemplo, cuando decimos

$$P(\{\odot\}) = \frac{1}{6}$$

en realidad queremos decir

$$P(\{\odot\}) = \frac{1}{6}.$$

No obstante, por practicidad acudiremos a la primera notación.

Usualmente calculamos la probabilidad de un evento de la siguiente manera:

$$P(A) = \frac{\# \text{ casos donde sucede } A}{\# \text{ casos totales}}.$$

Veamos por qué esto no es generalizable.

**Ejemplo 1.8.** Consideremos el siguiente experimento:

1. Se tiran 2 dados balanceados de 6 caras.
2. Se suman los números de las caras.
3. Se graba el resultado.

Un espacio muestral podría ser

$$\Omega = \{2, 3, \dots, 12\}.$$

Sin embargo,  $P(2) \neq \frac{1}{10}$ . Esto se puede resolver tomando el espacio muestral

$$\Omega = \{\square\square, \square\square, \dots, \square\square, \square\square\}.$$

Por lo tanto, para todo resultado  $\omega \in \Omega$ ,

$$P(\omega) = \frac{\# \text{ casos donde sucede } A}{\# \text{ casos totales}} = \frac{1}{36}.$$

A partir de este ejemplo surge una definición.

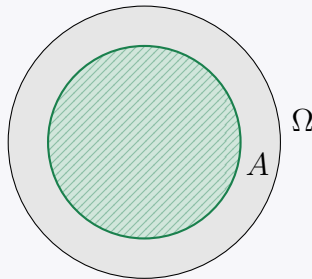
**Definición 1.9.** Sea  $\Omega$  un espacio muestral. Si  $\Omega$  es finito y todos sus elementos tienen la misma probabilidad, decimos que  $\Omega$  es un *espacio muestral equiprobable*.

Sin embargo, hasta ahora únicamente tratamos con espacios muestrales finitos. Veamos qué pasa con los infinitos.

**Ejemplo 1.10.** Consideremos el siguiente experimento:

1. Se elije un punto del disco unitario  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1\}$  al azar.
2. Se graba el resultado.

Sea  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq \frac{1}{2}\}$ .



Por lo que

$$P(A) = \frac{\text{área}(A)}{\text{área}(\Omega)}.$$

## 1.3 Eventos aleatorios

No podemos definirle una probabilidad a todos los eventos de un espacio muestral.

**Definición 1.11.** Un evento al cual le podemos definir una probabilidad es llamado un *evento aleatorios*.

Agregamos algunas reglas adicionales.

**Definición 1.12.** Llamamos  $\mathcal{F}$  a una familia de eventos a los cuales podemos calcularles su probabilidad si cumple los siguientes axiomas:

- (F1)  $\Omega \in \mathcal{F}$ .
- (F2) Si  $A \in \mathcal{F}$ , entonces  $A^c \in \mathcal{F}$ .
- (F3) Si  $\{A_n\}_{n \in \mathbb{N}} \subseteq \mathcal{F}$ , entonces  $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n \in \mathcal{F}$ .

*Observación 1.13.* Si una familia cumple los axiomas (F1), (F2) y (F3), entonces se llama una  $\sigma$ -álgebra de conjuntos.

**Ejemplo 1.14.** En el ejemplo 1.3, el espacio muestral

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

tiene a la familia de eventos  $\mathcal{F} = \mathcal{P}(\Omega)$  que se les puede asignar una probabilidad.

Veamos algunas propiedades que podemos deducir.

**Proposición 1.15.** Sea  $\Omega$  un espacio muestral y  $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{P}(\Omega)$  una  $\sigma$ -álgebra. Las siguientes proposiciones son verdaderas:

1.  $\emptyset \in \mathcal{F}$ .
2. Si  $\{A_n\}_{1 \leq n \leq N} \subseteq \mathcal{F}$ , entonces  $\bigcup_{1 \leq n \leq N} A_n \in \mathcal{F}$ .
3. Si  $\{A_n\}_{n \in \mathbb{N}} \subseteq \mathcal{F}$ , entonces  $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} A_n \in \mathcal{F}$ . (También la versión finita.)
4. Si  $A, B \in \mathcal{F}$ , entonces  $A \setminus B \in \mathcal{F}$ .

*Demostración.* (1.) Dado que  $\Omega \in \mathcal{F}$  por (F1), obtenemos que  $\emptyset = \Omega^c \in \mathcal{F}$  por (F2).

(2.) Sea  $\{A_n\}_{1 \leq n \leq N} \subseteq \mathcal{F}$ . Consideremos la familia  $\{B_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  tal que

$$B_n = \begin{cases} A_n & \text{si } 1 \leq n \leq N, \\ \emptyset & \text{si } n \geq N. \end{cases}$$

Entonces, por (F3),

$$\bigcup_{1 \leq n \leq N} A_n = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} B_n \in \mathcal{F}.$$

(3.) Sea  $\{A_n\}_{n \in \mathbb{N}} \subseteq \mathcal{F}$ . Por (F3),

$$\bigcap_{n \in \mathbb{N}} A_n = \left( \bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n^c \right)^c \in \mathcal{F}.$$

(4.) Sean  $A, B \in \mathcal{F}$ . Dado que  $B^c$ ,

$$A \setminus B = A \cap B^c \in \mathcal{F}.$$

□

**Ejemplo 1.16.** Consideremos el siguiente experimento:

1. Se elije un número real del intervalo  $[0, 1]$  al azar.
2. Se graba el resultado.

Sea  $\Omega = [0, 1]$  el espacio muestral y sea  $\mathcal{F}$  la familia de eventos a los cuales les podemos asignar una probabilidad. Para un intervalo  $[a, b]$  la probabilidad se puede calcular como

$$P([a, b]) = b - a.$$

Aplicando las propiedades de la proposición 1.15, podemos deducir que en  $\mathcal{F}$  están los eventos:

- Los intervalos abiertos y cerrados.
- Uniones e intersecciones numerables de cerrados y/o abiertos.
- Los puntos  $\{x\}$  con  $x \in [0, 1]$ .
- Los números racionales  $\mathbb{Q}$ .

¿Cuál es la probabilidad de  $\mathbb{Q}$ ? Basta con tomar  $\{B_m\} = \{B(q_m, \frac{\varepsilon}{2^{m+1}})\}_{m \in \mathbb{N}}$  y ver que

$$\begin{aligned} P\left(\bigcup_{m \in \mathbb{N}} B_m\right) &\leq \sum_{m \in \mathbb{N}} P(B_m) \\ &\leq \sum_{m \in \mathbb{N}} \frac{\varepsilon}{2^m} \\ &\leq \varepsilon. \end{aligned}$$

Tomando  $\varepsilon \rightarrow 0$ , obtenemos que  $P(\mathbb{Q}) = 0$ .

## 1.4 Definición de probabilidad

La *idea de Laplace* de probabilidad consta en que la probabilidad de un evento es el límite de la frecuencia con la que sucede cuando la cantidad de ensayos tiende a infinito.

Por otro lado, está la *axiomatización de Kolmogorov*:



**Definición 1.17.** Sea  $\Omega$  un espacio muestra y  $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{P}(\Omega)$  una  $\sigma$ -álgebra. Una función probabilidad es una función  $P : \mathcal{F} \rightarrow [0, 1]$  que cumple los siguientes axiomas:

(P1)  $P(\Omega) = 1$ .

(P2)  $P(A) \geq 0$  para todo  $A \in \mathcal{F}$ .

(P3) Si  $\{A_n\}_{n \in \mathbb{N}} \subseteq \mathcal{F}$  una familia de eventos disjuntos, entonces  $P(\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n) = \sum_{n=1}^{\infty} P(A_n)$ .

Con esto podemos definir un espacio de probabilidad.

**Definición 1.18.** Sea  $\Omega$  un espacio muestral,  $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{P}(\Omega)$  una familia de eventos y  $P : \mathcal{F} \rightarrow [0, 1]$  una función probabilidad. Entonces, la terna  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  es un *espacio de probabilidad*.

Probamos algunos resultados inmediatos.

**Proposición 1.19.** Sea  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  un espacio de probabilidad. Entonces, las siguientes proposiciones son verdaderas:

1.  $P(\emptyset) = 0$ .
2. Si  $A$  y  $B$  son eventos disjuntos, entonces  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ .
3. Si  $\{A_n\}_{1 \leq n \leq N}$  es una familia de eventos disjuntos, entonces  $P(\bigcup_{1 \leq n \leq N} A_n) = \sum_{n=1}^N P(A_n)$ .
4.  $P(A^c) = 1 - P(A)$ .
5. Si  $A \subseteq B$ , entonces  $P(A) \leq P(B)$ .
6.  $P(\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n) \leq \sum_{n=1}^{\infty} P(A_n)$ .

*Demostración.* (1.) Consideremos la familia  $\{\Omega, \emptyset, \dots\}$ . Por (P3),

$$\begin{aligned} P(\Omega) &= P(\Omega \cup \emptyset \cup \dots) \\ &= P(\Omega) + \underbrace{P(\emptyset) + \dots}_{=0} \end{aligned}$$

(2.) La propiedad sale utilizando (P3) y tomando la familia  $\{A, B, \emptyset, \dots\}$ .

(3.) Se prueba por inducción y usando la proposición anterior.

(4.) Podemos escribir como unión disjunta  $\Omega = A \cup A^c$ . Y con la propiedad 2. obtenemos que

$$1 = P(\Omega) = P(A) + P(A^c),$$

entonces

$$P(A^c) = 1 - P(A).$$

(5.) Como  $B = (B \setminus A) \cup A$ ,

$$P(A) \leq P(B \setminus A) + P(A) = P(B).$$

(6.) Sea  $\{A_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  una familia de eventos. Consideremos  $\{B_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  tal que

$$B_n = A_n \setminus \bigcup_{1 \leq k \leq n-1} A_k.$$

Como los eventos  $B_n$  son disjuntos dos a dos,

$$P\left(\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n\right) = P\left(\bigcup_{n \in \mathbb{N}} B_n\right) = \sum_{n=1}^{\infty} P(B_n) \leq \sum_{n=1}^{\infty} P(A_n).$$

□

**Ejemplo 1.20.** Consideremos el siguiente experimento:

1. Se tira una moneda balanceada hasta que salga cara.
2. Se anota la cantidad total de lanzamientos.

El espacio muestral es

$$\Omega = \mathbb{N},$$

con

$$P(1) = \frac{1}{2}, \quad P(i) = \frac{1}{2^i}, \quad i \geq 1.$$

Ahora pensémoslo con infinitas tiradas de moneda.

**Ejemplo 1.21.** Consideremos el experimento del ejemplo 1.20. Entonces, el espacio muestral es

$$\Omega = \{0, 1\}^{\mathbb{N}}.$$

Sea  $C_k = \{\text{la } k\text{-ésima moneda es cara}\}$  y definimos

$$A_n = \{\text{las primeras } n \text{ monedas son cara}\} = \bigcap_{k=1}^n C_k.$$

Entonces,  $P(A_n) = \frac{1}{2^n}$ . Consideremos

$$A = \{\text{sale siempre cara}\} = \bigcap_{n \in \mathbb{N}} A_n.$$

Por lo tanto  $A \subseteq A_n$  para todo  $n \in \mathbb{N}$ . Así,  $P(A) \leq P(A_n) = \frac{1}{2^n} \rightarrow 0$  y  $P(A) = 0$ .

Veamos otro evento:

$$B = \{\text{a partir de algún momento salen sólo caras}\}.$$

Es decir, existe  $n_0 \in \mathbb{N}$  tal que para todo  $k \geq n_0$  la moneda  $k$  es cara. En notación,

$$B = \bigcup_{n_0 \in \mathbb{N}} \bigcap_{k=n_0}^{\infty} C_k.$$

Para cada  $n_0$  fijo,

$$\begin{aligned} P\left(\bigcap_{k=n_0}^{\infty} C_k\right) &= \lim_{m \rightarrow \infty} P\left(\bigcap_{k=n_0}^m C_k\right) \\ &= \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{2^{m-n_0+1}} \\ &= 0. \end{aligned}$$

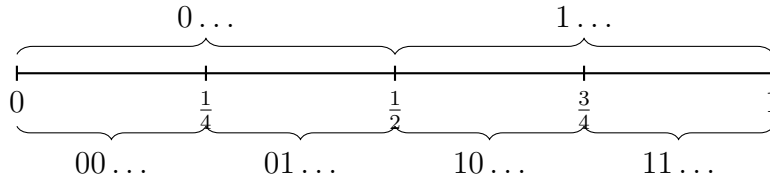
Entonces, por subaditividad numerable,

$$P(B) \leq \sum_{n_0 \in \mathbb{N}} 0 = 0.$$

Podemos mirar a  $\omega = (\omega_k)_{k \in \mathbb{N}} \in \{0, 1\}^{\mathbb{N}}$  como la expansión binaria de un número real  $x \in [0, 1]$ :

$$x = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\omega_k}{2^k}.$$

De esta forma, elegir una secuencia infinita de lanzamientos es equivalente a elegir un número real en  $[0, 1]$ .



**Proposición 1.22.** Sea  $\{A_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  una familia de eventos con  $A_n \subseteq A_{n+1}$  para todo  $n$ . Entonces

$$P\left(\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n).$$

*Demostración.* Definimos  $B_n = A_n \setminus A_{n-1}$  (con  $A_0 = \emptyset$ ). Entonces

$$\bigcup_{n \in \mathbb{N}} B_n = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n \quad \text{y} \quad B_i \cap B_j = \emptyset \text{ si } i \neq j.$$

Como  $P(B_n) = P(A_n) - P(A_{n-1})$ , tenemos

$$\begin{aligned} P\left(\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n\right) &= \sum_{n=1}^{\infty} P(B_n) \\ &= \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^N (P(A_n) - P(A_{n-1})) \\ &= \lim_{N \rightarrow \infty} (P(A_N) - P(A_0)). \end{aligned}$$

Como  $A_0 = \emptyset$ , queda

$$P\left(\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n\right) = \lim_{N \rightarrow \infty} P(A_N).$$



**Corolario 1.23.** Tomando complementos se obtiene que, si  $A_n \supseteq A_{n+1}$ , entonces

$$P\left(\bigcap_{n \in \mathbb{N}} A_n\right) = 1 - P\left(\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n^c\right) = 1 - \lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n^c) = \lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n).$$

## 1.5 Probabilidad condicional

Ya vimos cómo calcular probabilidades de eventos. Ahora queremos formalizar qué significa calcular probabilidades *condicionadas* a que cierto evento ya ocurrió.

**Ejemplo 1.24.** Tiro dos dados y sumo los resultados. Consideremos los eventos

$$\begin{aligned} A &= \{\text{la suma es } 5\}, \\ B &= \{\text{el segundo dado es par}\}. \end{aligned}$$

El espacio muestral es

$$\Omega = \{(a, b) \mid a, b \in \{1, \dots, 6\}\}.$$

En particular,

$$A = \{(1, 4), (4, 1), (2, 3), (3, 2)\}.$$

Luego,

$$P(A \mid B) = \frac{\#(A \cap B)}{\#B} = \frac{2}{18} = \frac{1}{9}.$$

El cálculo anterior nos motiva a introducir la definición general de probabilidad condicional.

**Definición 1.25.** Dados  $A$  y  $B$  eventos, con  $P(B) \neq 0$ , la **probabilidad condicional** de  $A$  dado  $B$  se define como

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

Veamos cómo aplica la definición en un ejemplo.

**Ejemplo 1.26.** Consideremos una urna con 9 bolitas de la siguiente forma:

- 5 naranjas,
- 4 violetas, de las cuales 3 tienen una cruz.

Denotemos  $N = \{\text{naranja}\}$ ,  $V = \{\text{violeta}\}$ ,  $C = \{\text{tiene cruz}\}$ . Entonces,

$$P(N) = \frac{5}{9}, \quad P(N | V) = \frac{1}{3}, \quad P(C | V) = \frac{1}{2}.$$

A partir de la definición, podemos verificar fácilmente que  $P(\cdot | B)$  cumple los axiomas de probabilidad.

**Proposición 1.27.** Sea  $B$  un evento con  $P(B) \neq 0$ . Entonces la aplicación

$$A \mapsto P(A | B)$$

define una probabilidad sobre el espacio muestral condicionado.

*Demostración.* Para todo  $B$  con  $P(B) > 0$ :

$$(P1) \quad P(\Omega | B) = \frac{P(\Omega \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B)}{P(B)} = 1.$$

$$(P2) \quad \text{Como } P \text{ es una probabilidad, } P(A | B) \geq 0.$$

$$(P3) \quad \text{Si } \{A_n\}_{n \in \mathbb{N}} \text{ son eventos disjuntos dos a dos,}$$

$$\begin{aligned} P\left(\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n \mid B\right) &= \frac{P(\bigcup_{n \in \mathbb{N}} (A_n \cap B))}{P(B)} \\ &= \frac{\sum_{n \in \mathbb{N}} P(A_n \cap B)}{P(B)} \\ &= \sum_{n \in \mathbb{N}} \frac{P(A_n \cap B)}{P(B)} \\ &= \sum_{n \in \mathbb{N}} P(A_n | B). \end{aligned}$$

□

*Observación 1.28.* Es importante aclarar que  $A | B$  no es un evento. Por lo tanto, expresiones como  $P(A | B | C)$  no tienen sentido.

**Proposición 1.29.** Para todo par de eventos  $A, B$  con  $P(B) \neq 0$ , se cumple

$$P(A | B) P(B) = P(A \cap B).$$

Este resultado es útil para calcular probabilidades conjuntas a partir de probabilidades condicionales.

**Ejemplo 1.30.** Sacamos dos cartas de un mazo de 52 cartas sin reemplazo.

Sea

$$A_1 = \{\text{la primera carta es trébol}\},$$

$$A_2 = \{\text{la segunda carta es trébol}\}.$$

Entonces,

$$P(A_1) = \frac{13}{52},$$

$$P(A_2 | A_1) = \frac{12}{51}.$$

Aplicando la proposición anterior,

$$P(A_1 \cap A_2) = P(A_1) P(A_2 | A_1) = \frac{13}{52} \cdot \frac{12}{51}.$$

**Proposición 1.31** (Regla del producto). *Para eventos  $A_1, A_2, \dots, A_n$  se cumple*

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = P(A_1) P(A_2 | A_1) P(A_3 | A_1 \cap A_2) \dots P(A_n | A_1 \cap \dots \cap A_{n-1}).$$

*Idea de demostración.* La demostración se hace fácilmente por inducción en  $n$ .  $\square$

## 1.6 Probabilidad total

La noción de probabilidad condicional nos permite descomponer probabilidades en términos de eventos disjuntos.

**Proposición 1.32** (Probabilidad total en dos partes). *Sea  $B \subseteq \Omega$  un evento. Entonces, para todo  $A \subseteq \Omega$ ,*

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B^c)$$

$$= P(A | B) P(B) + P(A | B^c) P(B^c).$$

Más en general, si  $\{A_i\}_{i \in I}$  es una partición numerable de  $\Omega$ , se cumple la *ley de la probabilidad total*:

$$P(B) = \sum_{i \in I} P(B | A_i) P(A_i).$$

**Ejemplo 1.33.** Consideremos el siguiente experimento:

1. En una caja hay 3 monedas: una con dos caras y dos equilibradas.
2. Se elige una moneda al azar.
3. Se lanza la moneda.

Definamos los eventos

$$\begin{aligned} C &= \{\text{sale cara}\}, \\ A &= \{\text{la moneda elegida es la de dos caras}\}. \end{aligned}$$

Entonces,

$$\begin{aligned} P(C) &= P(C | A) P(A) + P(C | A^c) P(A^c) \\ &= 1 \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \\ &= \frac{2}{3}. \end{aligned}$$

Este cálculo es un primer ejemplo de la *fórmula de la probabilidad total*, que nos permite descomponer la probabilidad de un evento en función de una partición del espacio.

**Ejemplo 1.34.** Ahora consideremos otro experimento. Lanzamos un dado. Sea

$$\begin{aligned} A &= \{\text{saco un 5}\}, \\ B &= \{\text{saco un 7}\}, \\ C &= \{\text{ni 5 ni 7}\} = (A \cup B)^c. \end{aligned}$$

Supongamos que ganar depende de estos eventos: si ocurre  $A$  se gana siempre, si ocurre  $B$  nunca se gana, y si ocurre  $C$  se gana con cierta probabilidad. Denotemos  $G = \{\text{ganar}\}$ . Entonces, por probabilidad total,

$$P(G) = P(G | A) P(A) + P(G | B) P(B) + P(G | C) P(C).$$

Como  $P(G | A) = 1$ ,  $P(G | B) = 0$ , y  $P(A) = P(B) = \frac{1}{6}$ ,  $P(C) = \frac{4}{6}$ , se obtiene

$$P(G) = 1 \cdot \frac{1}{6} + 0 \cdot \frac{1}{6} + P(G | C) \frac{4}{6}.$$

Si además sabemos que  $P(G | C) = \frac{1}{2}$ , queda

$$P(G) = \frac{1}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{6} = \frac{6}{15}.$$

Estos ejemplos muestran cómo las probabilidades condicionales y la probabilidad total se combinan para calcular probabilidades en situaciones más complejas.