

## Trabajo Práctico 2

### Procesamiento de señales II Detección de bordes

#### 1. Introducción

La detección de bordes y la segmentación de imágenes son alguno de los problemas que en la actualidad resultan de interés debido a que juegan un rol fundamental en muchas aplicaciones que las requieren como etapa de pre-procesamiento (imágenes en medicina, reconstrucción de imágenes 3D, reconocimiento de patrones, visión artificial, mejora y restauración, etc). Los bordes se pueden definir como cambios abruptos en la intensidad de brillo localizado en ciertas zonas de una imagen. Para lograr la detección de bordes se han propuesto diversas soluciones, cada una con sus ventajas y desventajas dependientes del tipo de imagen. Entre las más conocidas se pueden mencionar los operadores de Canny [1] y Sobel [2]. Sin embargo, en algunos casos éstos tienen un bajo desempeño ya que son sensibles a imágenes ruidosas (se sobremarcan) y/o demasiado suavizadas (se omiten bordes). Otras técnicas se basan en la utilización de wavelets debido a su eficiencia en el análisis de multiresolución y optimización de la resolución tiempo-frecuencia. Debido a la limitación del principio de incertidumbre, Gabor (1946) propuso una solución [3] en 1D que luego fue extendida a 2D por Daugman [4], concluyendo que la función que mejor optimiza esta relación de compromiso es una ventana gaussiana multiplicada por una función armónica. Las wavelets de Gabor presentan el inconveniente de que no conforman un conjunto de bases ortonormales. No obstante, para casos prácticos, estos filtros se suelen utilizar para la extracción de características, por lo que no resulta indispensable la reconstrucción de la imagen original. Por lo general se conforma un banco de filtros con diferentes dilataciones y rotaciones sensibles a orientaciones y contenido espectral específico.

De acuerdo a su definición, un filtro de Gabor es un filtro lineal cuya respuesta al impulso bidimensional  $g(x, y)$  es la multiplicación de una función armónica con una función gaussiana, ecuación 1. El filtro consta de un componente real y otra imaginaria, ortogonales entre sí. Las dos componentes se pueden usar individualmente, pero además para el caso particular de  $\psi = 0$  la parte real posee simetría *par* (ecuación 2) y la parte imaginaria simetría *impar* (ecuación 3), Figura 1 (a) y (b).

$$g(x, y) = \underbrace{\exp\left(-\frac{x_\theta^2 + \gamma^2 y_\theta^2}{2\sigma^2}\right)}_{\text{Gaussiana}} \underbrace{\exp\left(i\left(\frac{2\pi x_\theta}{\lambda} + \psi\right)\right)}_{\text{Exponencial compleja}} \quad (1)$$

Donde

$$x_\theta = x \cos \theta + y \sin \theta$$

$$y_\theta = y \cos \theta - x \sin \theta$$

$$g_{even}(x, y) = \exp\left(-\frac{x_\theta^2 + \gamma^2 y_\theta^2}{2\sigma^2}\right) \cos\left(\frac{2\pi x_\theta}{\lambda} + \psi\right) \quad (2)$$

$$g_{odd}(x, y) = \exp\left(-\frac{x_\theta^2 + \gamma^2 y_\theta^2}{2\sigma^2}\right) \sin\left(\frac{2\pi x_\theta}{\lambda} + \psi\right) \quad (3)$$

Los parámetros del filtro,  $\sigma$ ,  $\lambda$ ,  $\theta$ ,  $\gamma$  y  $\psi$ , permitirán resaltar diferentes características de las imágenes. Por ejemplo, en la Figura 1 se pueden apreciar distintos wavelets de Gabor en función de los parámetros mencionados. Como se puede observar, en las Figura 1 (a) y (b) muestran casos de paridad *par* e *impar*, respectivamente, de la respuesta del filtro; en (c), (d) y (e) diferentes valores de  $\sigma$  con la que se puede regular la el desvío vinculado al ancho de la función gaussiana; en (f), (g) y (h) la relación de aspecto  $\gamma$  para el desvío; en (i), (j) y (k) distintas longitudes de onda  $\lambda$  asociadas a la frecuencia de la función armónica y en (l), (m), (n) y (ñ) el ángulo  $\theta$  permite controlar la rotación de la wavelet.

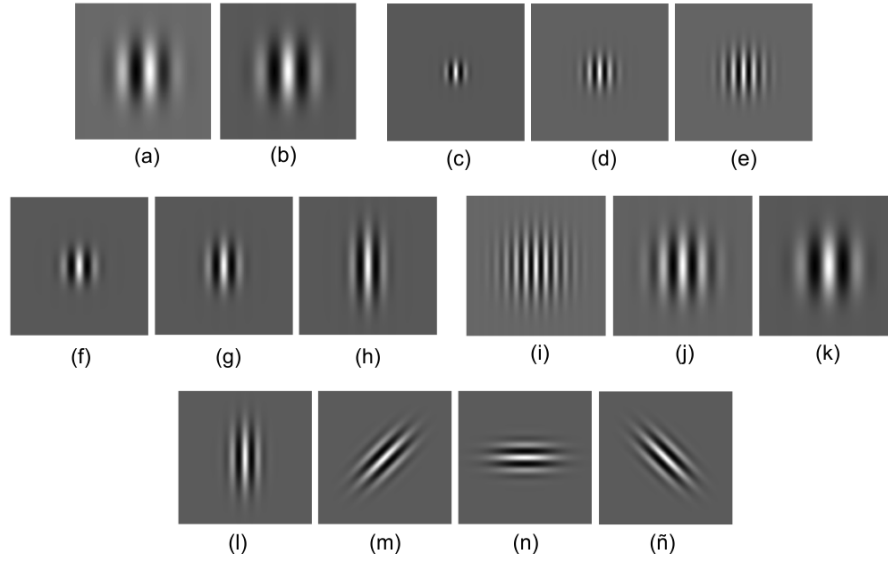


Figura 1: (a) *impar*. (b) *par*. (c)  $\sigma = 20$ . (d)  $\sigma = 30$ . (e)  $\sigma = 40$ . (f)  $\gamma = 1$ . (g)  $\gamma = 0,75$ . (h)  $\gamma = 0,5$ . (i)  $\lambda = 20$ . (j)  $\lambda = 40$ . (k)  $\lambda = 60$ . (l)  $\theta = 0$ . (m)  $\theta = \frac{\pi}{4}$ . (n)  $\theta = \frac{\pi}{2}$ . (ñ)  $\theta = \frac{3\pi}{4}$ .

## 2. Ejercicios

Para las imágenes de entrada, en donde cada punto de la matriz de la imagen (cada pixel) representa la intensidad de gris de la misma (0 para el negro y 1 para el blanco), nos interesará analizar en primer lugar las respuestas de diferentes patrones de imágenes con saltos de nivel (contrastes), impulsos (líneas) y otros patrones. Luego se deberán aplicar las wavelets de Gabor sobre imágenes/fotos para finalmente completar la detección de bordes aplicando umbrales de detección.

*Comentarios adicionales:* i) se asume el parámetro  $\psi = 0$ . ii) tanto las imágenes como las respuestas impulsivas de los filtros se deberán graficar con `imshow()` (ver funciones de *Matlab* en apéndice) a excepción de los cortes transversales o perfil de las imágenes en cuyo caso se utilizará `plot()`. iii) antes de graficar las imágenes debe utilizarse la función `mat2gray()` ya que deben estar normalizadas entre 0 y 1.

### 2.1. Parámetros del Filtro de Gabor-2D

#### Ejercicio 1

En el archivo `patrones.mat` se pueden hallar varias matrices, entre ellas `patron_barra` y `patron_linea`, que se corresponden con las imágenes de la Figura 2. Se pide graficar la imagen resultante (luego de aplicar el filtro), un corte transversal de la misma (por ejemplo fijando la fila de 'Y'=128 en función de 'X') y el filtro de Gabor  $g(x, y)$  utilizado. Considere los parámetros  $\gamma = 1$ ,  $\lambda = 6$ ,  $\theta = 0$  y variando  $\sigma = [6, 4, 2]$ , para cada uno de los siguientes casos:

- Imagen `patron_barra` utilizando el filtro *par*:
- Imagen `patron_barra` utilizando el filtro *impar*:
- Imagen `patron_linea` utilizando el filtro *par*:
- Imagen `patron_linea` utilizando el filtro *impar*:
- ¿Cuál de los dos tipos de simetrías (par o impar) utilizaría para detectar “líneas” y cuál para detectar “bordes” (considerando que la detección más clara se dará con un único pico, sea positivo o negativo).
- ¿Qué combinación de parámetros cree más adecuados para la detección de bordes en el patrón de barra? Opcional: si probó algún juego de parámetros con mejores resultados que los enunciados, indíquelos y justifique su elección.



Figura 2: (a) Patrón de imagen con forma de barra (cada fila es equivalente a un pulso). (b) Patrón de imagen con forma de línea (cada fila es equivalente al impulso).

## Ejercicio 2

Una de las características del filtro de Gabor es que permite resaltar aquellos patrones de imagen con determinado contenido espectral (frecuencias de la imagen). En este ejercicio se pretende ver la respuesta del filtro variando su longitud de onda. En la Figura 3 se observa la imagen de prueba `patron_frecuencia` (incluida en `patrones.mat`) que presenta diferentes longitudes de onda (contenido espectral).

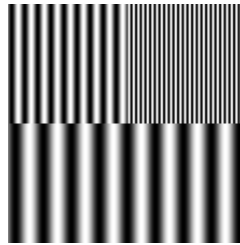


Figura 3: Patrón de prueba con tres longitudes de onda dominantes.

Grafique la imagen resultante de aplicar el filtro de Gabor a la imagen de la Figura 3 (en este caso es indiferente si elegimos el filtro *par* o el *impar*), acompañado de la respuesta impulsiva  $g(x, y)$  del filtro, fijando  $\theta = 0$ ,  $\gamma = 1$  para cada uno de los siguientes juegos de parámetros:

- Longitud de onda del filtro  $\lambda = 5$  y desvío  $\sigma = 4$ .
- Longitud de onda del filtro  $\lambda = 14$  y desvío  $\sigma = 10$ .
- Longitud de onda del filtro  $\lambda = 30$  y desvío  $\sigma = 22$ .

Comente los resultados observados.

## Ejercicio 3

Otra característica del filtro de Gabor es que también permite resaltar aquellos patrones de imagen con determinada orientación (inclinación respecto de las dimensiones espaciales). Esto se puede regular mediante el parámetro  $\theta$  de rotación del filtro. En este ejercicio veremos cómo responde el filtro para distintas orientaciones aplicado a las imágenes de la Figura 4 (incluidas en `patrones.mat`).

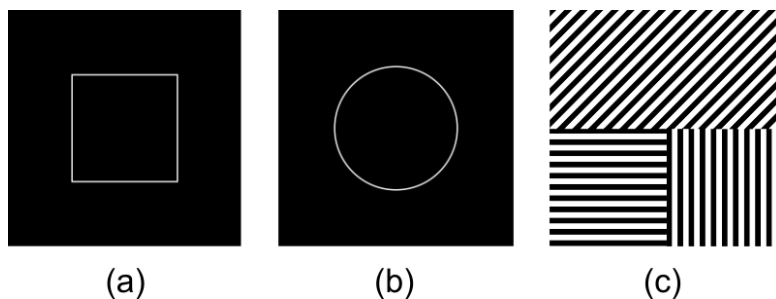


Figura 4: (a) Cuadro. (b) Circunferencia. (c) Múltiples orientaciones.

Grafique la imagen resultante de aplicar el filtro de Gabor, acompañado de la respuesta impulsiva  $g(x, y)$  del filtro, para el caso *par* con  $\gamma = 0.5$ , fijando en cada una de las siguientes condiciones:

- a) Imagen `patron_cuadro` (Figura 4-a), para  $\sigma = 3$ ,  $\lambda = 8$  y variando  $\theta = [0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$ .
- b) Imagen `patron_circ` (Figura 4-b), para  $\sigma = 3$ ,  $\lambda = 8$  y variando  $\theta = [0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$ .
- c) Imagen `patron_angulo` (Figura 4-c), para  $\sigma = 8$ ,  $\lambda = 12$  y variando  $\theta = [0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$ .

Comente los resultados observados.

## 2.2. Detección de bordes en imágenes

En los ejercicios anteriores se analizaron los efectos que producen los parámetros del filtro Gabor sobre distintas características de las imágenes. En esta sección verificaremos la respuesta del filtro a una fotografía real descomponiendo dicha imagen en diferentes canales a partir de las wavelets de Gabor configuradas para distintas longitudes de onda y orientaciones.

### Ejercicio 4

En este ejercicio vamos a analizar cómo responde la imagen a distintas frecuencias (o longitudes de onda) del filtro. Para ello, cargue la matriz `foto_lenna`, imagen de la Figura 5, (incluida en `imagenes.mat`) y grafique la respuesta a los filtros de Gabor, tanto el *par* como *impar*, para los siguientes casos:

- a) Fijando  $\gamma = 1$ ,  $\sigma = 4$ ,  $\theta = 0$  y variando  $\lambda = [4, 7, 10, 13]$ .
- b) Fijando  $\gamma = 1$ ,  $\lambda = 8$ ,  $\theta = 0$  y variando  $\sigma = [2, 4, 6, 8]$ .
- c) Fijando  $\gamma = 1$ ,  $\sigma = 3$ ,  $\lambda = 8$  y variando  $\theta = [0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}]$ .

Sugerencia: grafique las imagenes de salida de los items a), b) y c) mediante `subplot()` al igual que con los filtros utilizados.



Figura 5: Imagen de prueba.

### Ejercicio 5

Para completar el proceso de detección de bordes a partir de un banco de filtros con wavelets de Gabor, debe procesarse cada salida mediante un umbral que permitirá extraer la información relevante que aporta cada canal. Luego, la imagen de bordes final  $Z(x, y)$  se podrá obtener sumando todos los canales luego de fijar un umbral de detección, es decir  $Z(x, y) = \sum D\{I(x, y) * g_j(x, y)\}$ , donde  $D\{\cdot\}$  es la función que aplica el umbral en cada canal, tal como se describe en la Figura 6.

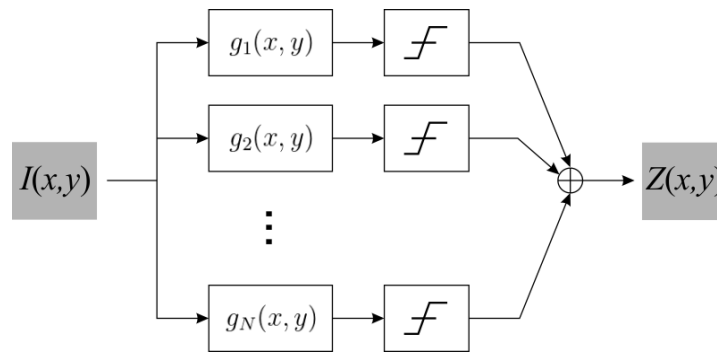


Figura 6: Banco de filtros de Gabor para detección de bordes.

**Función de umbral:** se describen a continuación los pasos para la definición de la función que permitirá decidir cuáles pixels representan un borde y cuáles no, mediante un umbral de decisión.

- Sea una imagen  $I$ , extraiga su valor medio  $\langle I \rangle$  y defina  $I_1 = I - \langle I \rangle$ .
- Calcule el valor absoluto de la matriz  $I_1$  y defina  $I_2 = |I_1|$ . Este paso permite que los picos negativos que resaltan un borde se vuelvan positivos.
- Para que la matriz de valor absoluto  $I_2$  esté normalizada entre 0 y 1, defina una matriz  $I_3$  aplicando la función de Matlab `mat2gray(I2)`.
- Finalmente defina la matriz binaria aplicando un umbral de decisión utilizando la función de Matlab `im2bw(I3, umbral)`, donde  $I_3$  es la imagen normalizada y `umbral` es un valor entre 0 y 1 para fijar la decisión y binarizar la imagen. De esta manera se puede obtener una representación de los bordes detectados puramente en blanco y negro (sin grises).

En este ejercicio se computará la imagen combinada luego de aplicar el banco de filtros, con y sin detección mediante un umbral.

- a) Defina la función de umbral de acuerdo a los pasos descritos anteriormente. Sugerencia: la función prototipo podría ser de la forma `imagout = gdetect(imagin, umbral)`, donde `imagin` es la matriz de la imagen de entrada, `umbral` es el valor del umbral de decisión e `imagout` es la imagen de salida de la función.
- b) Utilizando como entrada la imagen `foto_lenna`, compute y grafique la imagen correspondiente a la suma de todos los canales (recuerde utilizar `mat2gray()` antes de graficarla), SIN incluir la etapa de umbralizado, utilizando los siguientes parámetros:  $\gamma = 1$ ,  $\sigma = 1,6$ ,  $\lambda = 10$ ,  $\theta = [0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}]$ .
- c) Con los mismos parámetros que el ítem anterior, grafique las salidas individuales de cada canal y la imagen combinada de la suma total, pero esta vez aplicando en cascada a cada filtro la función de umbral, tal cual se muestra en la Figura 6. Alternativa: si lo desea, las imágenes umbralizadas (parciales o total) también pueden representarse invirtiendo el brillo haciendo `Imagen_positiva = 1-Imagen_negativa`. ¿Considera relevante la utilización de umbrales para obtener la imagen final en comparación la reconstrucción del ítem anterior?

### Ejercicio 6 (opcional)

En base a las diferentes pruebas realizadas, en la Figura 7 se muestran algunos ejemplos de imágenes contenidas en `imagenes.mat`. Se propone elegir una, algunas o todas ellas, encontrar los parámetros que considere óptimos para lograr una buena detección de bordes y graficar: i) imagen original, imagen reconstruida sin umbralización, iii) imagen reconstruida incluyendo la función de umbral.

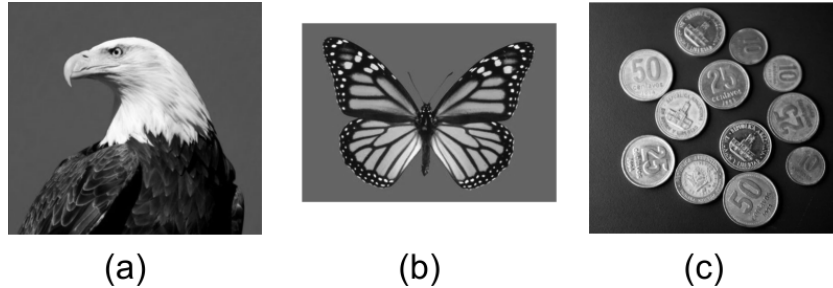


Figura 7: Ejemplos de imágenes de prueba adicionales: (a) Águila, (b) Mariposa, (c) Monedas.

## Apéndice

Funciones de *Matlab* de utilidad para este trabajo práctico:

- **load(file\_name)**: carga un archivo, por ejemplo `'imagenes.mat'`.
- **imfilter(data, filtro)**: similar a `filter` pero para filtrado multidimensional entre una imagen `data` y un `filtro` 2D (filtro de Gabor en este caso).
- **imshow()**: grafica la imagen de una matriz (que debe estar normalizada en el rango  $[0,1]$ )
- **mat2gray()**: normaliza valores de una matriz a una escala de grises en el rango  $[0,1]$ .
- **im2bw(data, umbral)**: convierte los valores de `data` a una imagen binaria con un `umbral` de decisión dado.
- **gabor\_fn(sigma, theta, lambda, psi, gamma, type)**: función que devuelve la respuesta impulsiva de Gabor para los parámetros especificados, donde `type` es `'e'` para el filtro *par* y `'o'` para el *impar*.

## Normas y material entregable

- Se sugiere que el informe sea conciso y cumpla específicamente los puntos solicitados (no deben incluirse desarrollos teóricos que no hayan sido pedidos explícitamente).
- Incluir en un *.zip* con nombre *PS2-TP2-Apellido* el informe y los scripts relevantes que sean lo más claro posibles y con los comentarios necesarios.
- Como conclusiones, elabore un breve resumen sobre las ventajas y desventajas de la wavelet propuesta para el análisis de imágenes.
- El trabajo podrá realizarse en grupos de 3 personas.
- Cada miembro del grupo deberá poder explicar la totalidad del trabajo práctico.

## Referencias

- [1] I. Sobel, Camera models and machine perception, Stanford AI Memo 121, Department of Computer Science, Stanford University (1970).
- [2] J. F. Canny, A computational approach to edge detection, IEEE Trans. Pattern Analysis Moch. Intell. 8(6), 679-698 (1986).
- [3] D. Gabor, "Theory of communications," in J. IEE, 93: 429-457
- [4] Daugman, J. (1985) Uncertainty relation for resolution in space, spatial frequency, and orientation optimized by two dimensional visual cortical filters. Journal of the Optical Society of America A 2(7): 1160-1169.
- [5] R. Mehrotra, K.R. Namuduri, N. Ranganathan, Gabor filter-based edge detection, Pattern Recognit. 25 (12) (1992) 1479–1494.
- [6] S.-l. Liu, et al., Gabor filter-based edge detection: A note, Optik - Int. J. Light Electron Opt. (2014).