

Trabajo práctico N°4

Filtro de Kalman Extendido

Enunciado

Considere un sistema compuesto por un conjunto de radares, como el que se indica en la Figura 1. El objetivo es localizar la trayectoria de una aeronave en el espacio de tres dimensiones, estimando la posición, velocidad y aceleración en función del tiempo. Para lograr esto se propone medir los tiempos de propagación de las ondas que emiten los radares y se reflejan en el objetivo. Estas mediciones están relacionadas con las distancias radar-objetivo, ya que se cumple que $c = d/\tau$, donde $c = 3 \times 10^8 m/s$ es la velocidad de la luz, τ es el tiempo de propagación entre ambos y d es la distancia, que a su vez depende de las coordenadas de cada objeto. Los radares, que serán utilizados como anclas de referencia geolocalizadas, estarán dispuestos sobre la superficie (plano $[x,y]$).

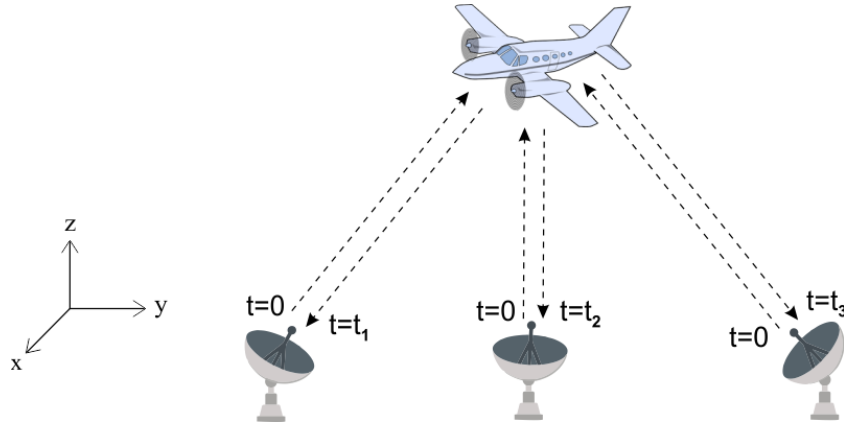


Figura 1: Seguimiento y localización de una aeronave mediante un sistema de radares en tierra.

Para ello se cuenta con los siguientes datos conocidos:

- Mediciones del tiempo transcurrido entre el instante $t = 0$ (emisión de la onda del i -ésimo radar) y el instante $t = t_i$ (retorno de la onda al radar luego de rebotar en el objetivo), es decir, el tiempo de ida y vuelta que verifica: $t_i = 2\tau_i$.
- Estadística del ruido de medición de t_i , de varianza $\sigma_\eta^2 = 3,6 \times 10^{-13}$ y media nula, considerando que puede asumirse gaussiano (suponiendo que $t_i \gg 3\sigma_\eta$) y blanco.
- Posiciones exactas de los radares.
- Mediciones realizadas con un período de muestreo $h = 1$ s.
- Se modelan las variaciones de la aceleración $\dot{\mathbf{a}}(t)$ (para sus tres coordenadas) como ruido gaussiano blanco de media nula y matriz de covarianza q (suministrada en los archivos).

Todos los datos para la simulación están disponibles en el archivo `tp4_fke.mat`. Al final de esta guía se detalla el contenido de este archivo.

Ejercicio 1

Indique cómo haría para estimar las variables de estado asociadas al movimiento de la aeronave utilizando un filtro de Kalman teniendo en cuenta la información disponible. Defina las ecuaciones de estado y salida suponiendo que las mediciones son los tiempos de propagación descriptos en el enunciado y expresando claramente las matrices del sistema discreto.

Ejercicio 2

Implemente el algoritmo de Kalman considerando que se dispone de 4 radares y estime la trayectoria de la aeronave. Grafique la trayectoria estimada comparada con la real, además de las variables de estado por separado comparadas cada una con su secuencia verdadera.

Para generar las mediciones entre radar y aeronave utilice los datos disponibles en la matriz T , cuyas columnas contienen las mediciones de cada radar (sin ruido) y sus filas las muestras tomadas cada $h = 1$ s (considere las 4 primeras columnas asociadas a los 4 radares). A éstas lecturas se les debe sumar ruido blanco gaussiano de varianza σ_η^2 para simular el error de medición. Por su parte, las coordenadas de los radares están disponibles en la matriz RP , cuyas filas son las posiciones de los mismos (elija las primeras 4 filas en este caso).

Ejercicio 3

Dado que en la práctica no podemos comparar los resultados obtenidos con la trayectoria real, ya que no disponemos de ésta, ¿Qué le parece que podríamos hacer para "verificar" si el filtro de Kalman está funcionando correctamente?. ¿Cómo podríamos saber si los resultados son correctos para la información disponible? De una explicación concisa.

Ejercicio 4

Determine la trayectoria y variables de estado pero utilizando distinta cantidad de radares con sus mediciones. Extraiga conclusiones. Para ello, de la matriz RP , elija consecutivamente los primeros radares hasta el número solicitado en los siguientes casos:

- (a) 1 radar de referencia.
- (b) 2 radares de referencia.
- (c) 3 radares de referencia.
- (d) 8 radares de referencia.

Ejercicio 5

Suponga ahora que las mediciones suministradas por el radar 1 están descalibradas y poseen un sesgo desconocido tal que $\tilde{t}_1 = t_1 + t_b + \eta_1$, donde \tilde{t}_1 es la medición disponible en el radar 1, t_1 el tiempo de propagación de ida y vuelta verdadero, t_b el sesgo de medición y η_1 el ruido de medición. Redefina el modelo de estados del sistema de manera tal de poder incluir el sesgo del radar 1 y estimar correctamente todas las variables de estado. Verifique si el algoritmo funciona adecuadamente para el modelo definido. Discuta los resultados.

Ejercicio 6

Programe el algoritmo de Kalman basado en la factorizaciones QR y de Cholesky y realice nuevamente el ejercicio 2. Compare los resultados. Comente brevemente qué ventajas tiene implementar el algoritmo de Kalman mediante estas factorizaciones.

Ejercicio 7 (opcional)

Suponiendo que las lecturas de los radares presentan errores o ausencia de datos esporádicamente con cierta probabilidad asociada a una distribución Bernulli (supongamos que 0 indica una muestra inválida y 1 si la medición es correcta). Implemente el algoritmo considerando que deberá rechazar aquellas mediciones inválidas y realice los cambios que crea apropiados en el algoritmo para que éste pueda continuar su proceso de estimación pese a las pérdidas de muestras (es decir, que continúe dando una estimación de los estados aunque falte la medición). Grafique la trayectoria y las variables de estado y saque conclusiones para cada una de las siguientes situaciones:

- (a) 10 % de lecturas perdidas.
- (b) 50 % de lecturas perdidas.
- (c) 90 % de lecturas perdidas.

Descripción de los archivos

Se comentan a continuación los datos suministrados en el archivo `tp4_fke.mat`:

- **RP**: matriz de $L \times 3$ cuyas filas son las posiciones de los L radares disponibles en total y las columnas son sus coordenadas.
- **T**: matriz de $N \times L$ cuyas columnas son las mediciones de cada radar y las filas son las muestras de tiempo de ida y vuelta (t_i) entre radar-objetivo, tomadas cada $h = 1$ s.
- **p**: matriz de $N \times 3$ cuyas filas son las posiciones reales del objetivo para cada instante de muestreo y las columnas son sus 3 coordenadas espaciales.
- **v**: matriz de $N \times 3$ cuyas filas son las velocidades reales del objetivo para cada instante de muestreo y las columnas son sus 3 coordenadas espaciales.
- **a**: matriz de $N \times 3$ cuyas filas son las aceleraciones reales del objetivo para cada instante de muestreo y las columnas son sus 3 coordenadas espaciales.
- **q**: matriz de 3×3 que representa la covarianza de ruido de proceso para la derivada de la aceleración.
- **map**: es una imagen que representa la superficie terrestre en el plano $z = 0$. Su propósito es exclusivamente para graficar la trayectoria en 3 dimensiones en un contexto determinado. Su uso es opcional.

También se suministra la función auxiliar de uso opcional:

- `plotloc3(RAD, pest, p, map)`: se utiliza para graficar la trayectoria en 3 dimensiones. `RAD` es una matriz con las posiciones de los radares utilizados en las mediciones (extraídos de `RP`), `pest` es una matriz que contiene las posiciones del objetivo, cuyas filas son las estimaciones de posición para cada instante de muestreo y las columnas son las coordenadas, `p` la matriz de posiciones reales y `map` es una imagen de la superficie (para no usar esta imagen debe ingresar '`none`' en su lugar).

Normas y entregables

- Se sugiere que el informe sea conciso y cumpla específicamente los puntos solicitados.
- Incluir en un `.zip` con nombre `PS2_TP4_APELLIDO` el informe y los *scripts* relevantes adecuadamente comentados.
- Como conclusiones, elabore un breve resumen sobre los resultados observados y comentarios que considere relevantes.
- El trabajo podrá realizarse en grupos de 3 personas.
- Cada miembro del grupo deberá poder explicar la totalidad del trabajo práctico.