

0.1 苏州大学 ACM 集训队 2016 级招新笔试

1. 一个狭长的停车场，它的宽度只能容纳一辆车，并且它只有一个口与外界相通，既是出口也是入口，这个口一次同样只能容纳一辆车进入或驶出，也就是说，最后一辆进入停车场的车会将在它之前进入的车堵在停车场内。有一天，无聊的小谈同学观察到了 8 辆不同的车进入且驶出了停车场，假设按照它们进入停车场的顺序给车辆编号为 1、2、3、4、5、6、7、8，那么下列哪一个不可能是车辆驶出停车场的编号：

- A. 8、7、6、5、4、3、2、1 B. 3、2、7、6、4、5、1、8
C. 5、4、6、3、2、7、8、1 D. 1、2、3、4、5、6、7、8

2. 以下这些小数是某些无限小数的近似结果，它们原本的数可以用很简单的方法表达，请调用你强大的想象能力把他们原本的数写出来，例如：

$$1.4142135624 = \sqrt{2}$$

$$0.7853981634 = \frac{\pi}{4}$$

请回答：

$$2.7182818285 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$1.6180339887 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$0.6931471806 = \underline{\hspace{2cm}}$$

3. 欧几里得算法，又称辗转相除法，最早在《几何原本》中出现，它可以用来计算两个数的最大公约数。辗转相除法根据如下定理而来，已知 a, b, c 为正整数，若 a 除以 b 余 c ，则 $(a, b) = (b, c)$ ，其中 (x, y) 表示 x 和 y 的最大公约数。

辗转相除法一般有两种写法，请根据上述过程补全代码，实现辗转相除法的 python 代码，其中函数 `def gcd(x, y)` 传入两个正整数 x, y ，返回值为它们的最大公约数。

- 递归形式

```

1 def gcd(x, y):
2     if y == 0:
3         return x
4     else:
5         return gcd(_____, _____)

```

- 非递归形式

```

1 def gcd(x, y):
2     r = 0
3     while(y != 0):
4         r = _____
5         x = _____
6         y = r
7     return x

```

4. 请写出下面两段代码的运行结果

```

1 import math
2 a = []
3 for i in range(0, 1000):
4     a.append(i)
5
6 p = 233
7 left = 0
8 right = 999
9 while(left <= right):
10     mid = math.floor((left + right) / 2)
11     if(a[mid] > p):
12         right = mid - 1
13     else:
14         left = mid + 1
15 print(a[left])

```

运行结果: _____

```

1 import math
2 a = []
3 b = []
4 for i in range(0, 500):
5     a.append(i)
6     b.append(i)
7 b.reverse()
8 for i in range(0, 500):
9     a.append(b[i])
10
11 left = 0
12 right = 999
13 while(left < right):
14     mid = math.floor((left + right) / 2)
15     midmid = math.floor((mid + right) / 2)
16     if (a[mid] > a[midmid]):
17         right = midmid-1
18     else:
19         left = mid+1
20 print(a[left])

```

运行结果: _____

5. 我们把满足 x 是质数且 $n \% x = 0$ 的数 x , 叫做 n 的质因子, 同时任何一个数都可表示成 $n = p_1^{k_1} * p_2^{k_2} * p_3^{k_3} \cdots p_t^{k_t}$, 其中 $p_1, p_2 \cdots p_t$ 为 n 含有的质因子, 那么 36,216,1296,7776 四个数的因子数总和为: _____, 298007187660000 的因子数个数: _____

6. 请你找出所有的 n , 使得无论这 n 个正方形每个的边长是多少, 都没有办法拼成一个正方形。
 $n =$ _____

7. 【2015 江苏 14】设向量 $a_k = (\cos \frac{k\pi}{6}, \sin \frac{k\pi}{6} + \cos \frac{k\pi}{6})$ 求 $\sum_{k=1}^{6666666666} a_{k-1} \cdot a_k =$ _____ (\cdot 表示点乘, 结果可以保留 5 位有效数字, 也可以用根号表示)。

8. 运动会前期, 你准备报名 100m 短跑, 为了在运动会取得好成绩, 你准备找香港记者进行跑步比赛, 但是由于香港记者跑得实在太快了, 为了能超过他的速度, 你与魔法师签订契约, 愿意用自己的生命交换自己的跑步速度, 魔法师说你可以用 10s 的寿命让自己的跑步速度翻倍或者用 1s 的寿命使自己的跑步速度增加 1m/s, 现在你的速度是 1m/s, 而香港记者的速度是 100m/s, 那么你最少需要支付魔法师 _____s 的寿命。

9.

At the small zoo camel ask: "Mother Mother, why do we eyelashes so long?" Camel mother said: "When the wind came, the long eyelashes will enable us to be able to see the direction of the storm." small camel asked: "Mother Mother, why do we camels back then, the die ugly!" camel mother, said: "This is called hump, you can help us store a lot of water and nutrients, so that we can tolerate more than a dozen in the desert day of potable water without conditions." small camel asked: "Mother Mother, why do we so thick the soles of the feet?" camel mother said: "That will enable us to many of the body is not stuck in soft sand, to facilitate long-distance ah journey." small camel pleased bad: "Wow, so useful that we ah!! But mother, why we are still in zoos, do not desert hiking?"

My talents to be useful, but now no one used. A good attitude + a successful teaching + an infinite stage = success. Each potential is unlimited, the key is to find a stage for their full potential.

Please calculate the number of occurrences of potential in the article above.

10. 对于一个长度为 n 的数列 $A\{A[1] A[2] \cdots A[n]\}$, 它的子序列是 $B\{A[b_1] A[b_2] \cdots A[b_m]\}$, 其中 $1 \leq b_1 < b_2 < \cdots < b_m \leq n$, 即子序列是从原序列中取出若干项, 他们相对顺序不变所组成的序列。

如序列 $\{1, 3, 2, 4\}$, 它有 15 个子序列

$\{1\}, \{3\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 3\}, \{1, 2\}$

$\{1, 4\}, \{3, 2\}, \{3, 4\}, \{2, 4\}, \{1, 3, 2\}$

$\{1, 3, 4\}, \{1, 2, 4\}, \{3, 2, 4\}, \{1, 3, 2, 4\}$

上升序列是该序列的项的值是递增的, 如 $\{1, 3, 5\}$ 。一个序列有若干上升子序列, 其中子序列长度最长的

称为最长上升子序列。 $\{1, 2, 1, 1, 1, 3, 4\}$ 的最长上升子序列是 $\{1, 2, 3, 4\}$ ，长度为 4。

现在有一个大写英文字母序列，对于序列中的每一种字母，你可以选择一个数，并将每一个该字母用那个数替换，如此可以得到一个数列，问如何替换可使得到的数列的最长上升子序列最长，你只需要输出能够得到的最长长度。

例：

输入：

ABAAAC

输出：

3

解释：

$A \rightarrow 1 \quad B \rightarrow 2 \quad C \rightarrow 3$ 得到：121113，最长上升子序列为 $\{1, 2, 3\}$ ，长度为 3

$A \rightarrow 1 \quad B \rightarrow 3 \quad C \rightarrow 2$ 得到：131112，最长上升子序列为 $\{1, 3\}$ ，长度为 2

$A \rightarrow 2 \quad B \rightarrow 1 \quad C \rightarrow 3$ 得到：212223，最长上升子序列为 $\{1, 2, 3\}$ ，长度为 3

$A \rightarrow 2 \quad B \rightarrow 3 \quad C \rightarrow 1$ 得到：232221，最长上升子序列为 $\{2, 3\}$ ，长度为 2

$A \rightarrow 3 \quad B \rightarrow 1 \quad C \rightarrow 2$ 得到：313332，最长上升子序列为 $\{1, 3\}$ ，长度为 2

$A \rightarrow 3 \quad B \rightarrow 2 \quad C \rightarrow 1$ 得到：323331，最长上升子序列为 $\{2, 3\}$ ，长度为 2

还有如：

$A \rightarrow 1 \quad B \rightarrow 1 \quad C \rightarrow 2$ 得到：111112，最长上升子序列为 $\{1, 2\}$ ，长度为 2

...

其中最长度为 3。

问：DWEIUDHWQIGSANPWQSCA

11. 请问 300000000 内有多少个数含有 9 种素因子？_____

12. 我的俩个茨木又吵架了，面对一只天邪鬼黄和一只天邪鬼青，五星茨木说我的伤害是他俩血量的最小公倍数，四星茨木说我的伤害是他俩血量之和。现在给出你五星茨木的伤害 b 和四星茨木的伤害 a ，求天邪鬼黄血量 _____ 和天邪鬼青的血量 _____。

13. 身为非酋的我已经抽了俩个茨木了，然而这两个茨木却经常吵架。面对一个 BOSS，他们常常争论谁能最后杀死他。

已知他们的伤害都可以在 $1 \sim 101$ 之间选择，假设一个 BOSS 的血量为 2016，五星茨木（茨木 A）先出手，四星茨木（茨木 B）后出手，问那个茨木能最后杀死 BOSS _____。（两个茨木都不是笨蛋）假设 BOSS 血量随机，伤害可以在 $1 \sim m$ 之间选择，则五星茨木胜利的概率为 _____，四星茨木胜利的概率为 _____。

14.

```

.      1
.      1 1
.      1 2 1
.      1 3 3 1
.      1 4 6 4 1
.      1 5 10 10 5 1

```

记第一个 1 为第 0 行，往下依次编号。其中三角形左右两斜边上的数字均为 1，其他位置均为其两肩上的数之和。

给定任意杨辉三角的行数 n ，请输出杨辉三角中第 n 行中有 _____ 个偶数。

15. 已知斐波那契数列的通项公式为

$$a_n = \frac{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n}{\sqrt{5}}$$

求???????????

16. 设 $C[i] = a[i] - a[i-1]$, $a[0] = 0$ ，求???????

PS: 结果请用????? 和????????? 的形式表示出来。

17. 请构造任意一组 6 个互不相同的正整数，使得它们相加之和等于它们的最小公倍数:_____

18. 在一个 7×8 的棋盘上放置 5 个车 (可以攻击所在的行和列), 求使放置的车不能互相攻击的方案数: _____

19. 设函数 $f(x)$ 的值为斐波那契数列的第 x 项。求 $f(f(f(5))) =$ _____
(注: 斐波那契数列: $f(0) = f(1) = 1$, 当 $x > 1$ 时, $f(x) = f(x-1) + f(x-2)$)

20. 设函数 $f(x) (x \geq 0)$:

$$f(x) = \begin{cases} x & x \leq 2 \\ f(x-3) + f(x-2) + f(x-1) & x > 2 \end{cases}$$

设函数 $g(x) = f(x) + f(x+1) + f(x+2)$

设函数 $k(x) = g(x) + g(x+1) + g(x+2)$

求 $k(100000) \% 100007 =$ _____

21. 数的重排

现在给出 N 个两两互不相同的乱序的正整数, 现在需要将这些数调换顺序, 使得: $a_1 > a_2 < a_3 > a_4 < a_5 \cdots$. 以此类推的形式, a_i 表示数列的第 i 个数。问你该如何算法, 要求效率尽可能高, 请给出思路 (必要时给出证明)。

22. 开关灯

如下图所示, 现在有一个 3×3 的网格, 每个格子上有一盏灯, 1 代表灯亮着, 0 代表关着, 而且每个格子上有一个按钮, 每按一次这个按钮, 其相邻格子的灯的状态将会反转 (即: 0 变成 1, 1 变成 0), 格子相邻的条件是: 当且仅当他们有公共边。问该如何按按钮, 才能使得下图的灯全部熄灭? (适当说明方法)

0	0	1
0	1	0
1	0	1

Hint: 为了更好地说明题意, 如上图, 如果我们按了最右下角格子的按钮, 则图会变成:

0	0	1
0	1	1
1	1	0