

Systemes Numériques

Julien Denoulet – julien.denoulet@upmc.fr

Plan

- **Généralités**
- **Systèmes Combinatoires**
 - Multiplexeurs, Codeurs, Décodeurs
 - Incrémenteurs
 - Comparateurs
 - Nombres Signés - Complément à 2
 - Addition
- **Systèmes Séquentiels**
 - Bascules
 - Registres
 - Compteurs

C2

2

Remembrance of things past...

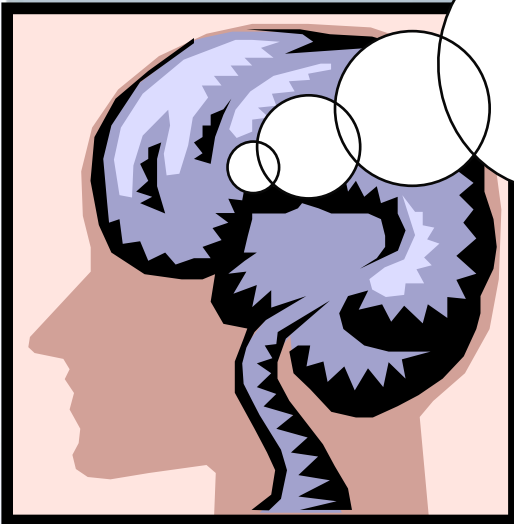
ELECTRONIQUE NUMERIQUE

Combinatoire

Séquentiel

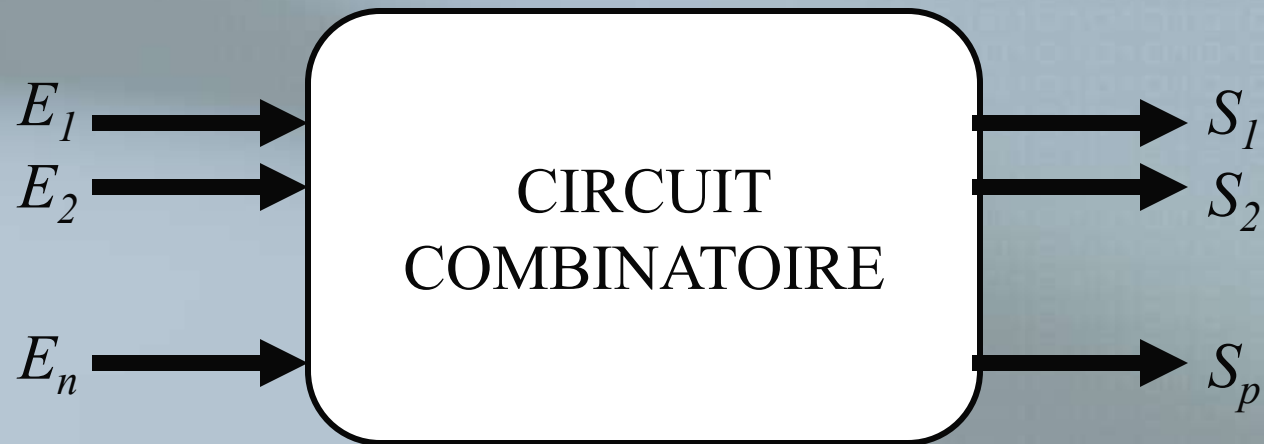
C2

3



Électronique Combinatoire

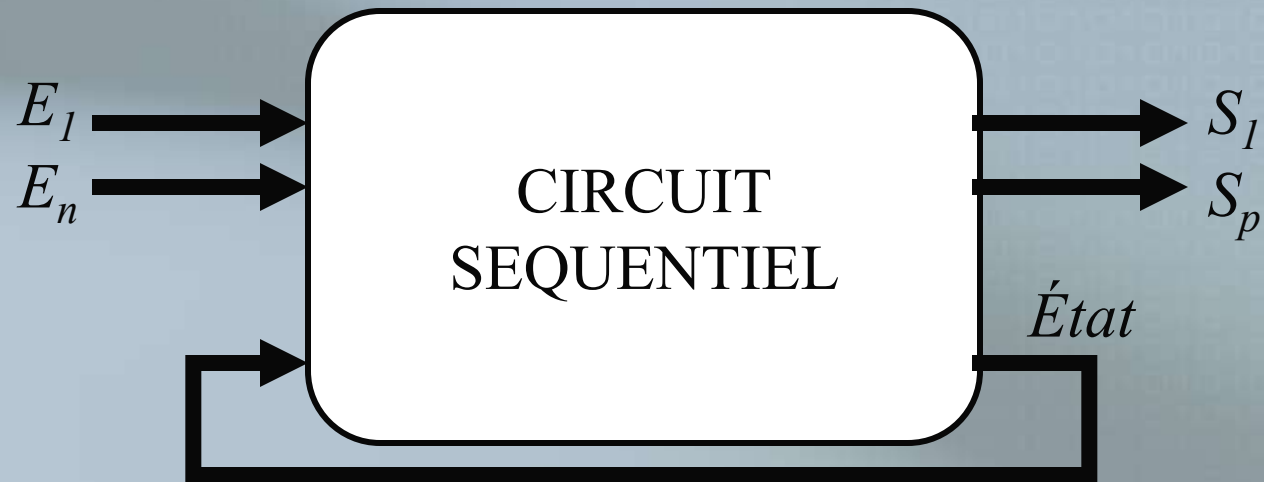
- Un circuit est dit combinatoire si la valeur de ses sorties ne dépend que de la valeur actuelle des entrées



- Une même combinaison en entrée DONNERA TOUJOURS la même valeur en sortie (après un temps de latence)

Électronique Séquentielle

- Un circuit est dit séquentiel si la valeur de ses sorties dépend de la combinaison de ses entrées ET de l'état du système



- Une même combinaison en entrée NE DONNERA PAS TOUJOURS la même valeur en sortie

Rememberance of things past...

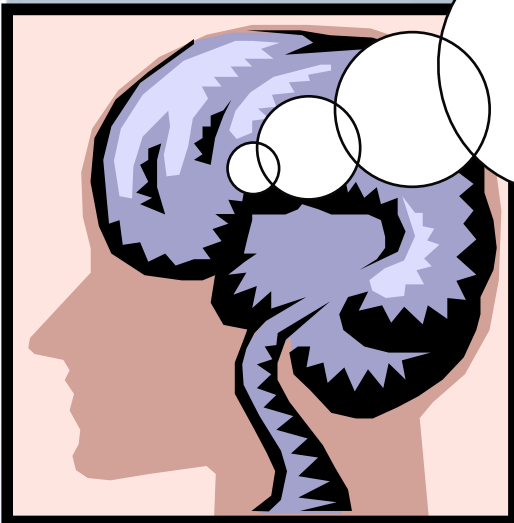
ELECTRONIQUE NUMERIQUE

Combinatoire

Séquentiel

C2

6



Rappels de Combinatoire

Additionneurs
Soustracteurs

Multiplexeurs
Codeurs/Décodeurs

Portes Logiques

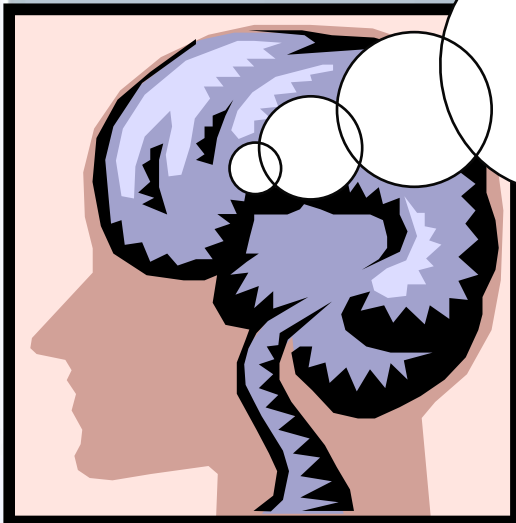
Comparateurs

Nombres Signés

Incrémenteurs

C2

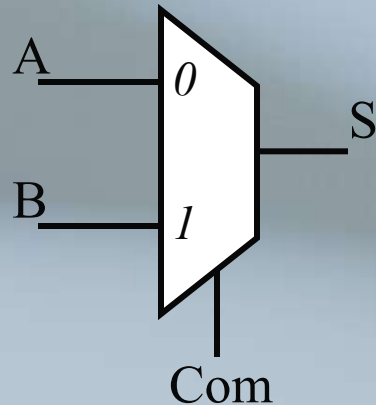
7



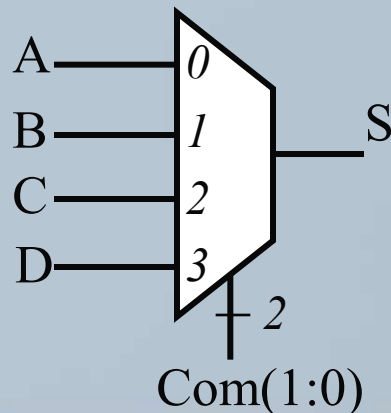
Multiplexeurs

■ Dispositif d'aiguillage

- Une des entrées passe en sortie



$$S = \overline{Com}.A + Com.B$$



$$S = \overline{Com(1)}.\overline{Com(0)}.A + \overline{Com(1)}.Com(0).B + Com(1).\overline{Com(0)}.C + Com(1).Com(0).D$$

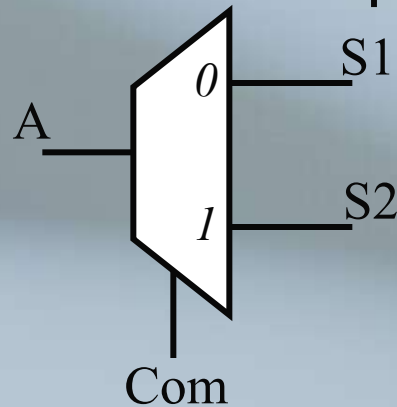
C2

8

Démultiplexeurs

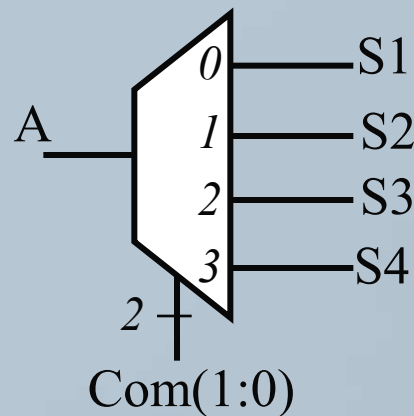
■ Dispositif d'aiguillage

- L'entrée passe sur une des sorties



$$S1 = \overline{Com}.A$$

$$S2 = Com.A$$



$$S1 = \overline{Com(1)}.\overline{Com(0)}.A$$

$$S2 = \overline{Com(1)}.Com(0).A$$

$$S3 = Com(1).\overline{Com(0)}.A$$

$$S4 = Com(1).Com(0).A$$

Codeurs

- 2^N entrées \rightarrow N sorties

E3	E2	E1	E0	S1	S0
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0
1	0	0	0	1	1

$$S1 = \overline{E3}.E2.\overline{E1}.\overline{E0} + E3.\overline{E2}.\overline{E1}.\overline{E0} = \overline{E1}.\overline{E0}.(E3 \oplus E2)$$

$$S0 = \overline{E3}.\overline{E2}.\overline{E1}.E0 + \overline{E3}.\overline{E2}.E1.\overline{E0} = \overline{E2}.\overline{E0}.(E3 \oplus E1)$$

C2

10

Décodeurs

- N entrées $\rightarrow 2^N$ sorties



E1	E0	S3	S2	S1	S0
0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	0
1	0	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0

$$S3 = \overline{E1}.E0$$

$$S2 = E1.\overline{E0}$$

$$S1 = \overline{E1}.E0$$

$$S0 = \overline{E1}.\overline{E0}$$

C2

11

Détecteur d'égalité

- Pour deux mots de 1 bit

E1	E0	Egal
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1



$$Egal = \overline{E1 \oplus E0}$$

NB: Détecteur d'inégalité = XOR

- Pour deux mots de n bits
 - Égalité si les bits sont égaux deux à deux

$$Egal = \overline{A_0 \oplus B_0} \cdot \overline{A_1 \oplus B_1} \dots \overline{A_{n-1} \oplus B_{n-1}}$$

Détecteur de Supériorité

■ Exemple sur deux mots A et B de 4 bits

- $A > B$ si $A(3) > B(3)$ (soit $A(3)=1$ ET $B(3)=0$)

OU

- $A > B$ si $A(3) = B(3)$ ET $A(2) > B(2)$

OU

- $A > B$ si $A(3)A(2) = B(3)B(2)$ ET $A(1) > B(1)$

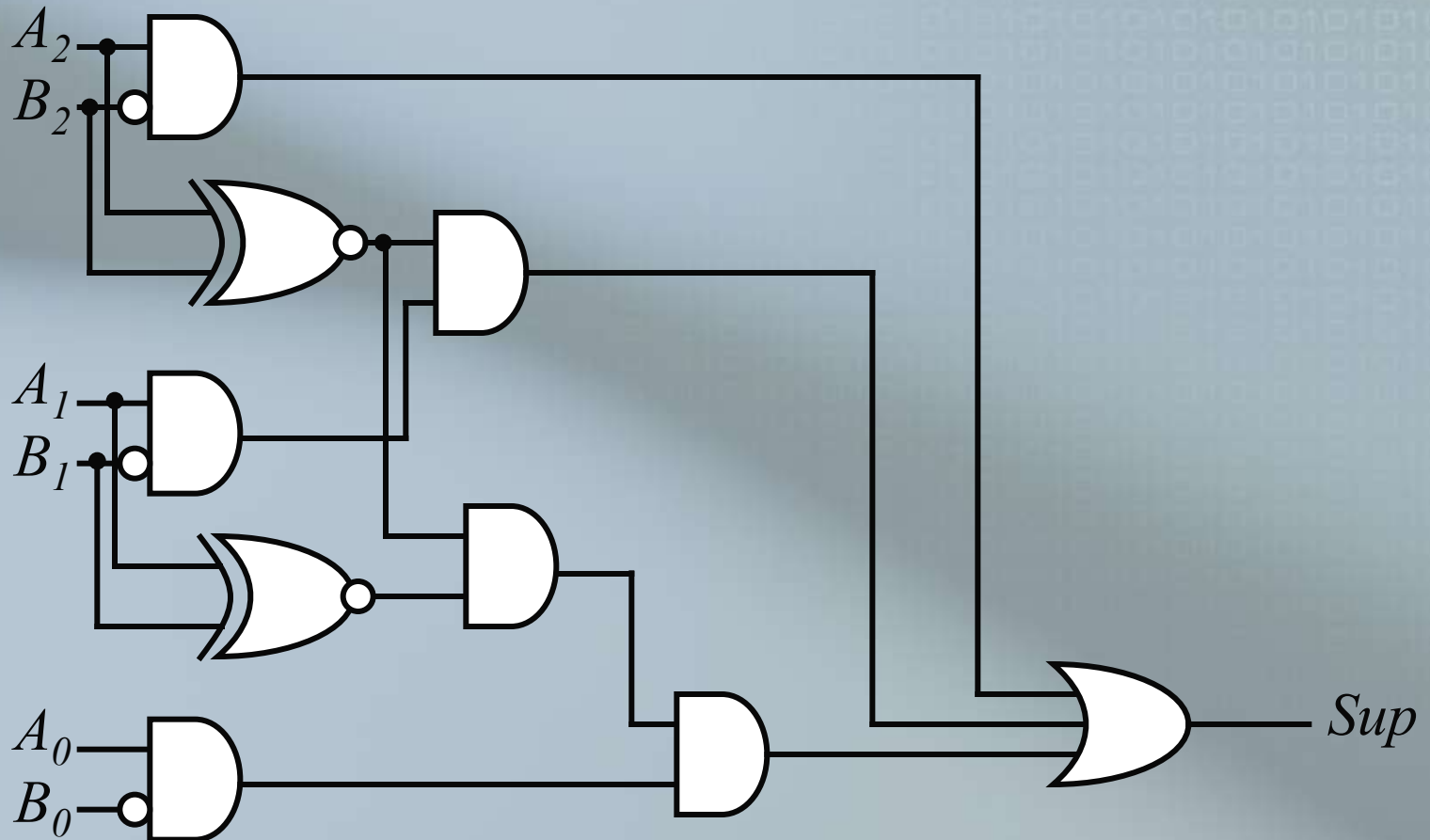
OU

- $A > B$ si $A(3)A(2)A(1) = B(3)B(2)B(1)$ ET $A(0) > B(0)$

$$\begin{aligned} Sup = & A_3 \cdot \overline{B_3} + \overline{A_3 \oplus B_3} \cdot A_2 \cdot \overline{B_2} + \overline{A_3 \oplus B_3} \cdot \overline{A_2 \oplus B_2} \cdot A_1 \cdot \overline{B_1} \\ & + \overline{A_3 \oplus B_3} \cdot \overline{A_2 \oplus B_2} \cdot \overline{A_1 \oplus B_1} \cdot A_0 \cdot \overline{B_0} \end{aligned}$$

Détecteur de Supériorité

■ Schéma Portes (pour 3 bits)



C2

14

Détecteur d'infériorité

- Raisonnement analogue à supériorité

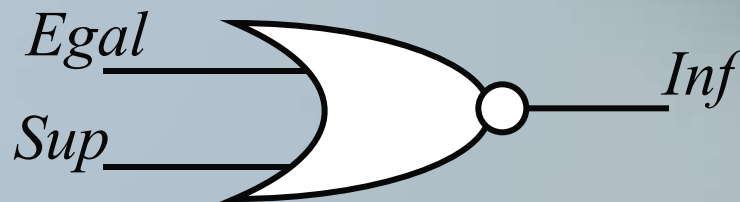
OU

- $A < B$ si

- A n'est pas égal à B

ET

- A n'est pas supérieur à B



C2

15

Incrémenteur

E3	E2	E1	E0	S3	S2	S1	S0
0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	0	1	0
0	0	1	0	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1	0	0
0	1	0	0	0	1	0	1
0	1	0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	0	1	1	1
0	1	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	1
1	0	0	1	1	0	1	0
1	0	1	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	1	0	0
1	1	0	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1	1	0
1	1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	0	0	0	0

$$S0 = \overline{E0}$$

$$S1 = E1 \oplus E0$$

$$S2 = E2 \oplus (E1.E0)$$

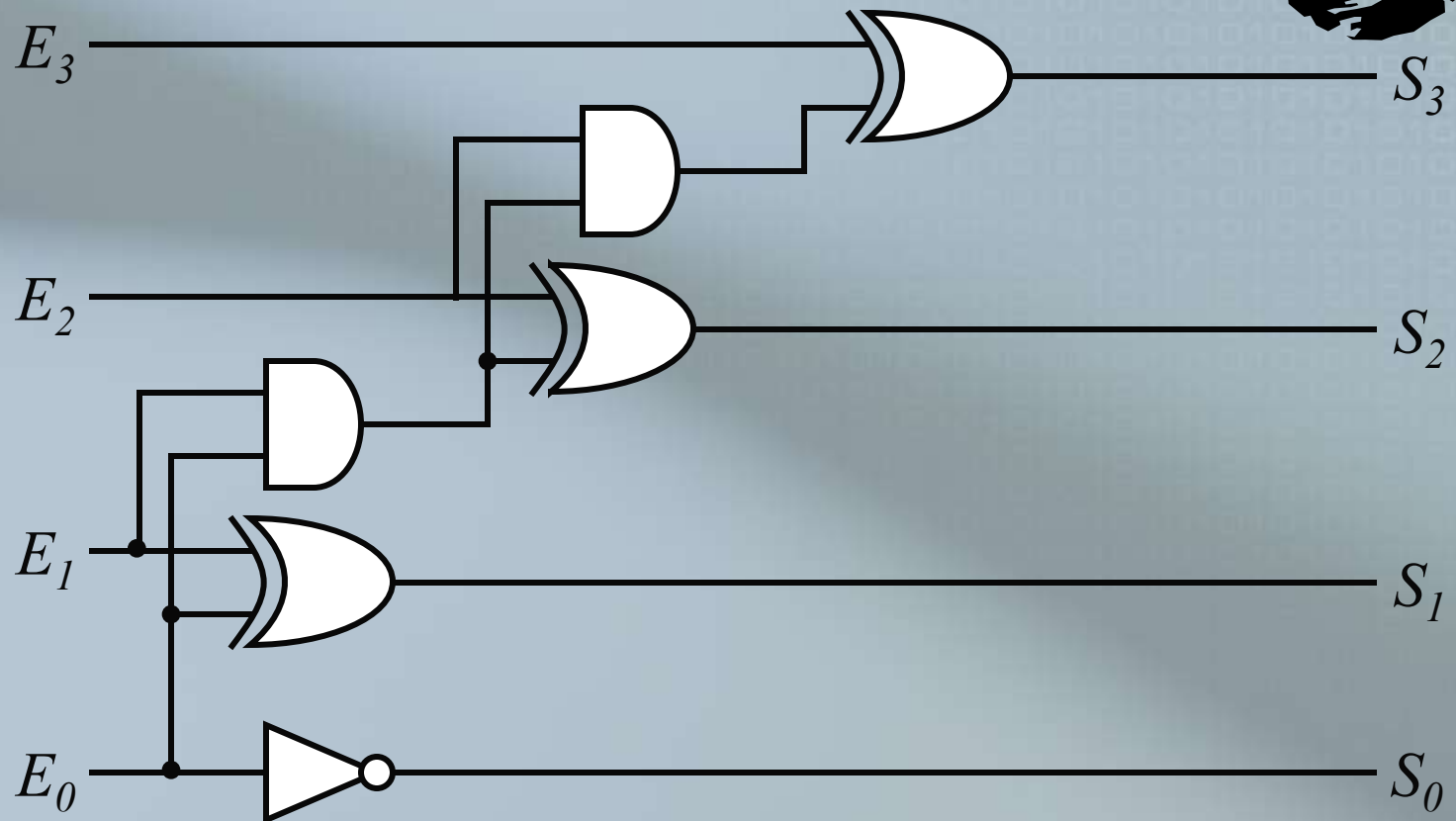
$$S3 = E3 \oplus (E2.E1.E0)$$

C2

16

Incrémenteur

■ Schéma Portes



C2

17

Nombres Signés

- Codage complément à 2
 - Introduction d'un bit de signe
 - Bit de poids fort (*MSB: Most Significant Bit*)
 - 0: Nombre positif
 - 1: Nombre négatif

- Exemple

- +3: 0 0 1 1

$$= -0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

- -3: 1 1 0 1

$$= -1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

Complément à 2

■ Passage d'un nombre à son complément à 2

■ Méthode 1:

- Nombre à complémenter
- Complément à 1
- Ajouter 1
- Complément à 2

$$\begin{array}{r} 0101000 \quad (+40) \\ 1010111 \\ + \quad \quad \quad 1 \\ \hline 1011000 \quad (-40) \end{array}$$

■ Méthode 2:

- A partir du poids faible (LSB: Least Significant Bit)
- Laisser inchangés tous les bits jusqu'au 1er '1' inclus
- Complémenter tous les bits restants

$$\begin{array}{r} 010\textcolor{red}{:}1000 \quad (+40) \\ 101\textcolor{red}{:}1000 \quad (-40) \end{array}$$

Nombres Signés

- Intérêt de la complémentation à 2
 - Le codage des nombres positifs est identique
 - Unicité du 0
 - Utilisation des opérateurs non signés
 - Pour l'addition
 - Pour la soustraction

C2

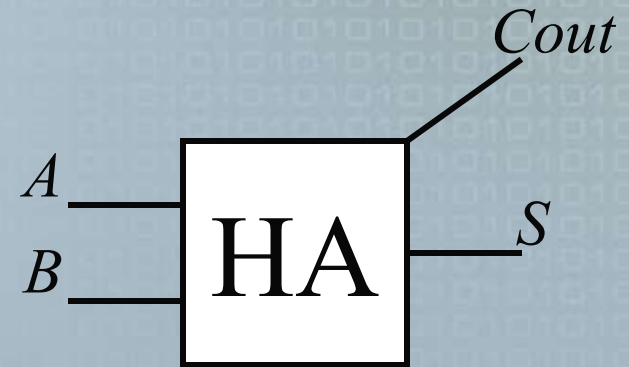
20



Demi-Additionneur

- Half-Adder (HA)

- 2 entrées (A,B)
- 1 sortie somme (S)
- 1 sortie retenue (Cout)



A	B	Cout	S
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

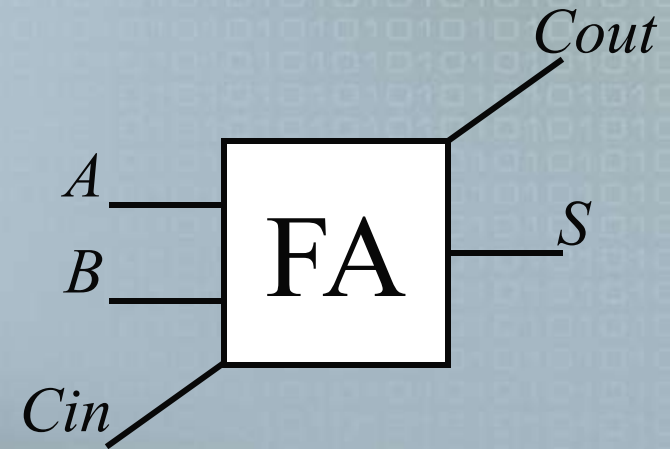
$$S = A \oplus B$$

$$Cout = A.B$$

Additionneur Complet

■ Full-Adder (FA)

- 2 entrées (A,B)
- 1 entrée retenue (Cin)
- 1 sortie somme (S)
- 1 sortie retenue (Cout)



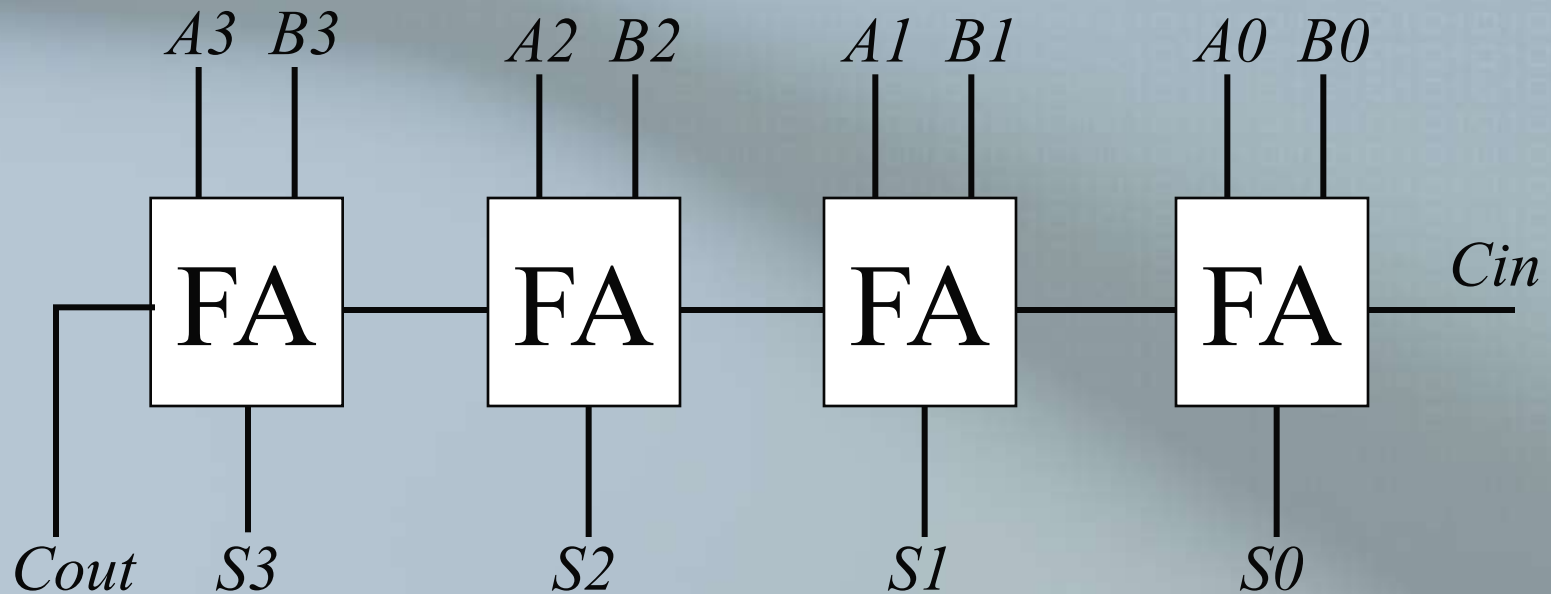
Cin	A	B	Cout	S
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

$$S = A \oplus B \oplus Cin$$

$$Cout = A.B + Cin. A \oplus B$$

Additionneur n bits

- Mise en Cascade de Full Adders
 - Exemple Additionneur 4 bits

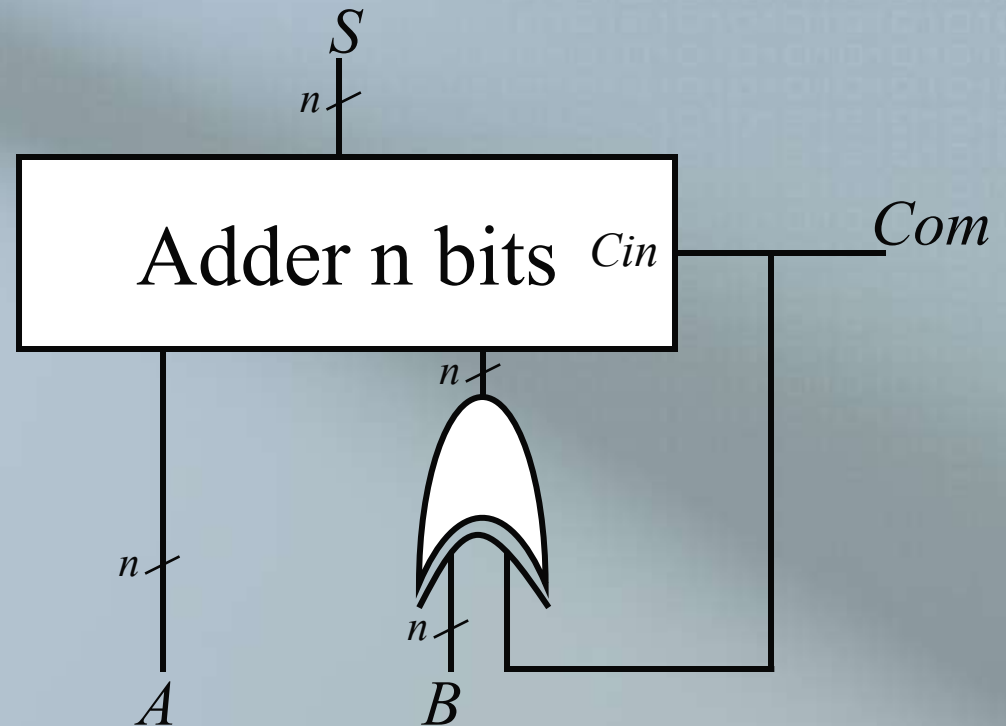


C2

23

Additionneur / Soustracteur

- Utilisation du complément à 2
 - $A - B = A + (-B) = A + \overline{B} + 1$
 - Utilisation de l'additionneur n bits

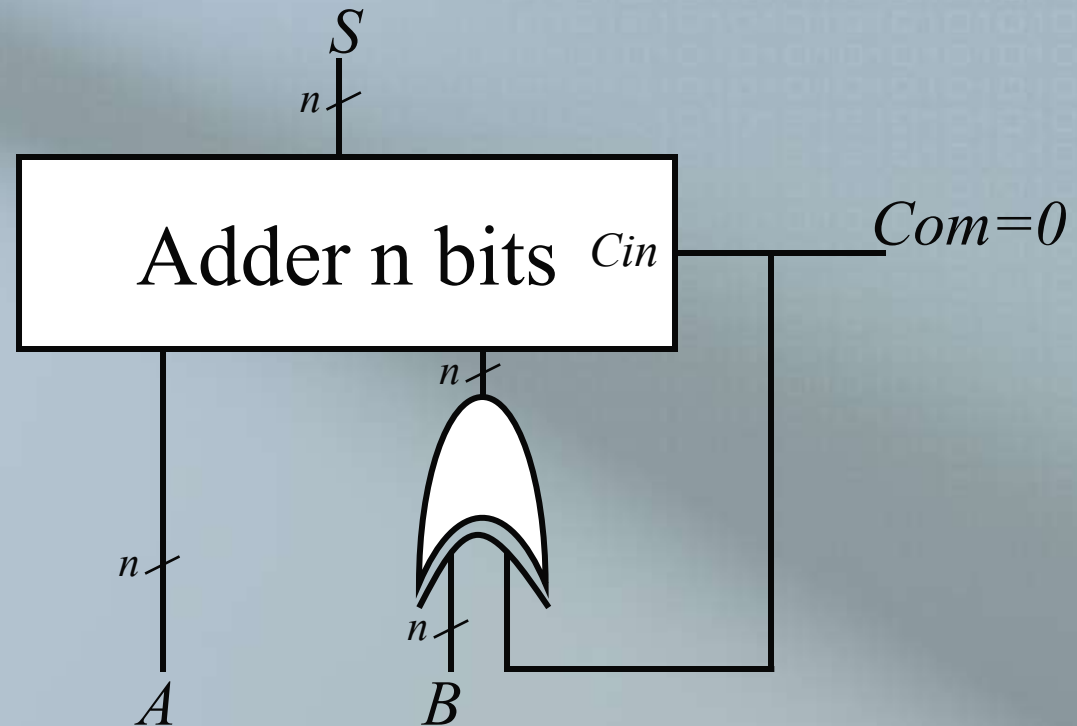


C2

24

Additionneur / Soustracteur

- $Com=0$
 - $B \text{ xor } 0 = B$
 - $S = A + B + 0$
- Addition

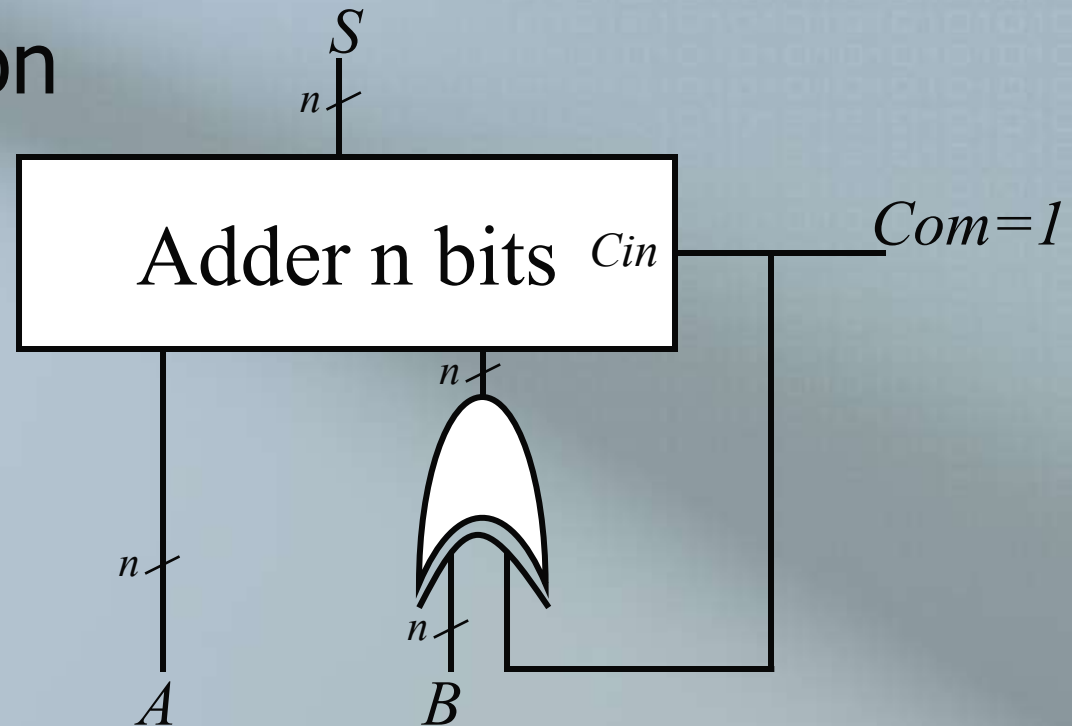


C2

25

Additionneur / Soustracteur

- $Com = 1$
 - $B \text{ xor } 1 = \overline{B}$
 - $S = A + \overline{B} + 1$
- Soustraction



C2

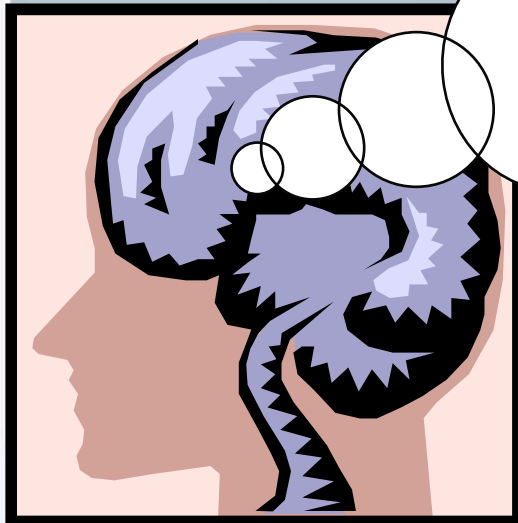
26

Rappels de Séquentiel

C2



27



Registres

Bascules
Latches

Machines
à états

Compteurs

Bascules / Latches

- Éléments de Mémorisation

- Asynchrone

- Bascule JK
 - Bascule RS

- Synchrone sur niveau

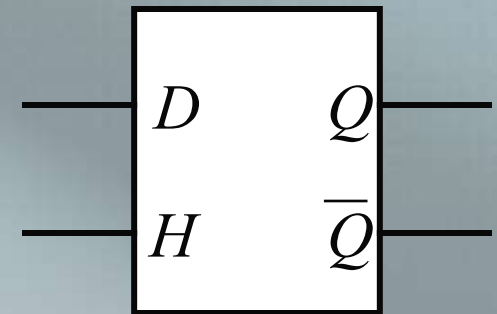
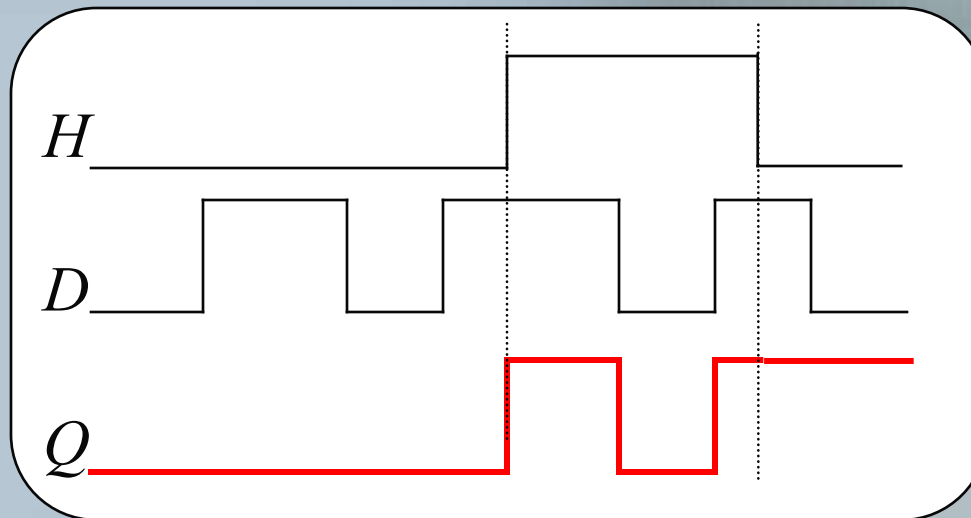
- Latch D

- Synchrone sur front

- Bascule D
 - Bascule T

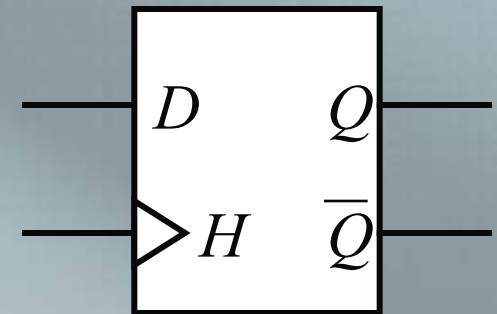
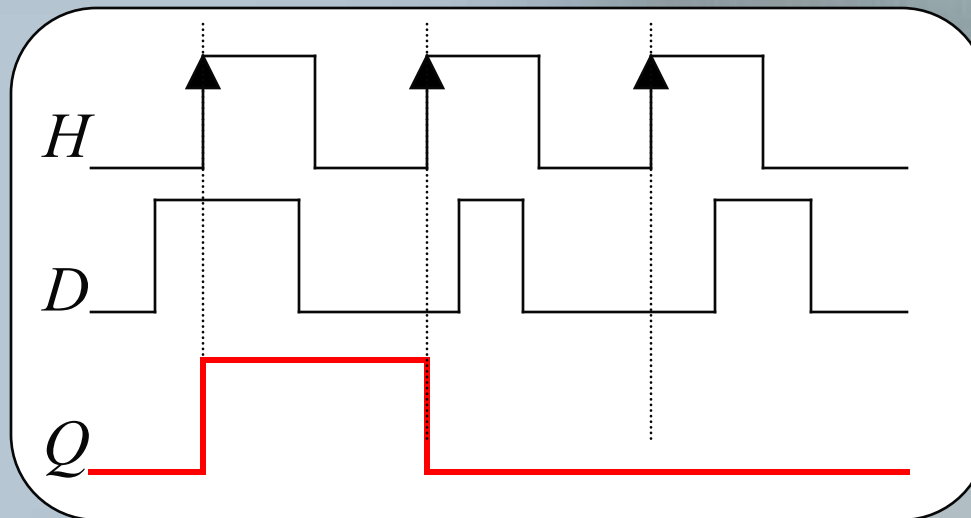
Latch D

- Mémorisation sur Niveau
 - En fonction du signal d'horloge
 - $H=0 \rightarrow$ Verrouillage: $Q^+ = Q$
 - $H=1 \rightarrow$ Acquisition: $Q^+ = D$



Bascule D

- Mémorisation sur Front
 - En fonction du signal d'horloge
 - $H=\uparrow \rightarrow$ Acquisition: $Q^+=D$
 - $H=0,1,\downarrow \rightarrow$ Mémorisation: $Q^+=Q$

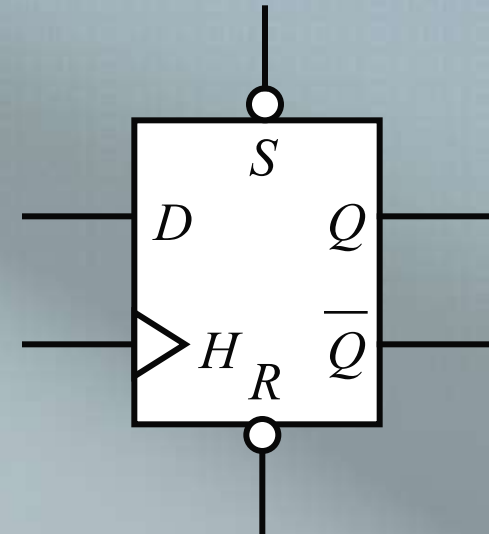
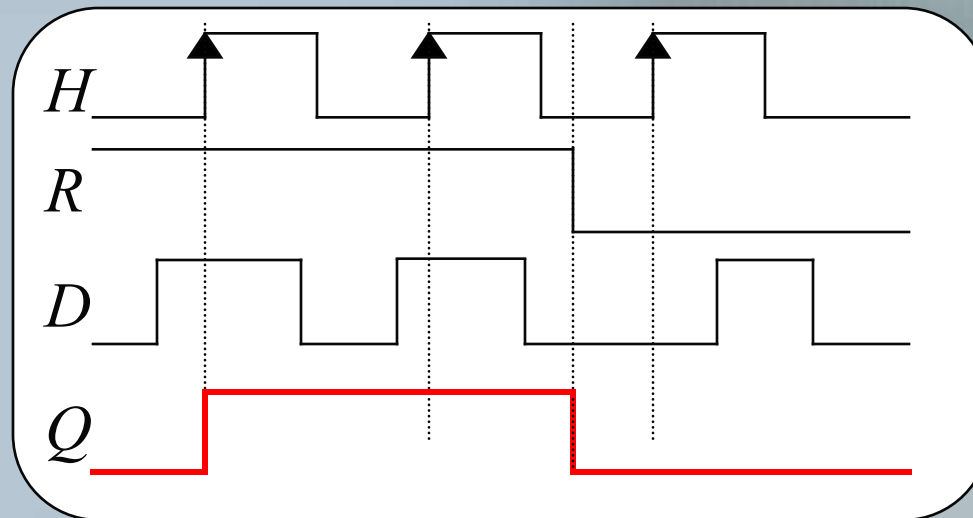


C2

30

Entrées de Forçage

- Initialisation ASYNCHRONE de la Bascule (Latch)
 - Entrée de Set -> Mise à 1
 - Entrée de Reset -> Mise à 0
- Intérêt: Permettent de démarrer un dispositif sans avoir de valeurs indéterminées dans les bascules

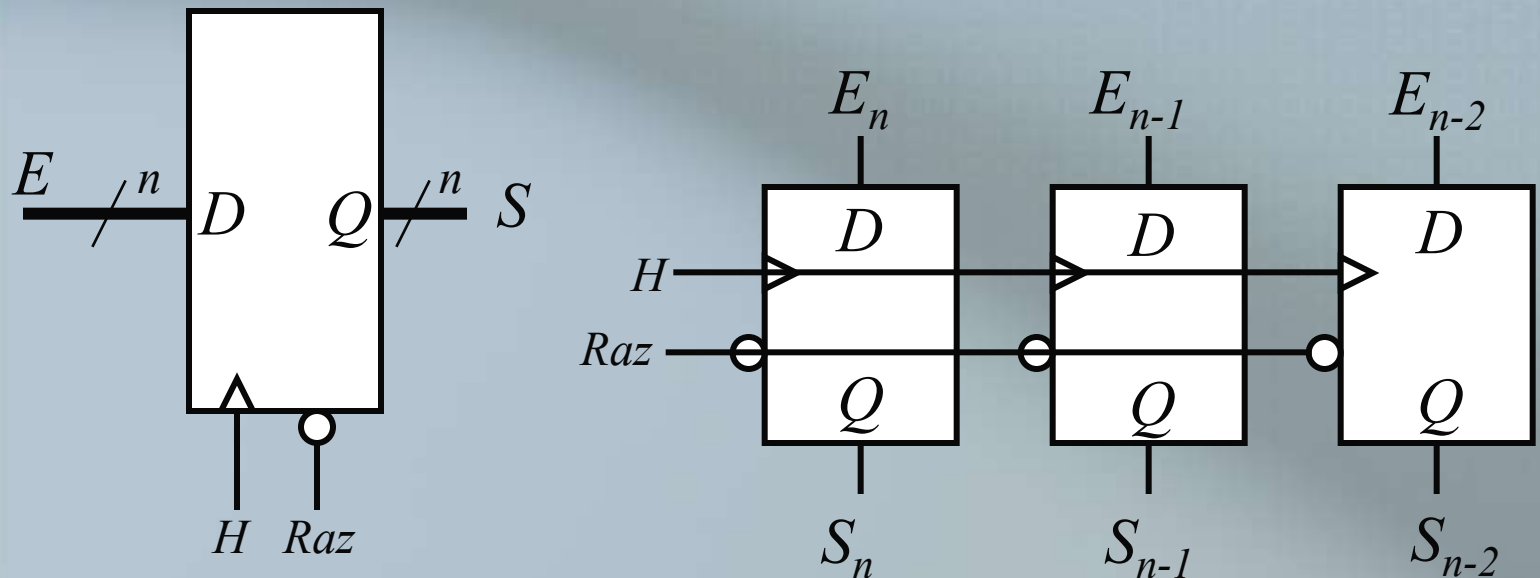


C2

31

Registres

- Association de Bascules
- Réalisant la même fonction au même instant
 - Fonction Chargement parallèle

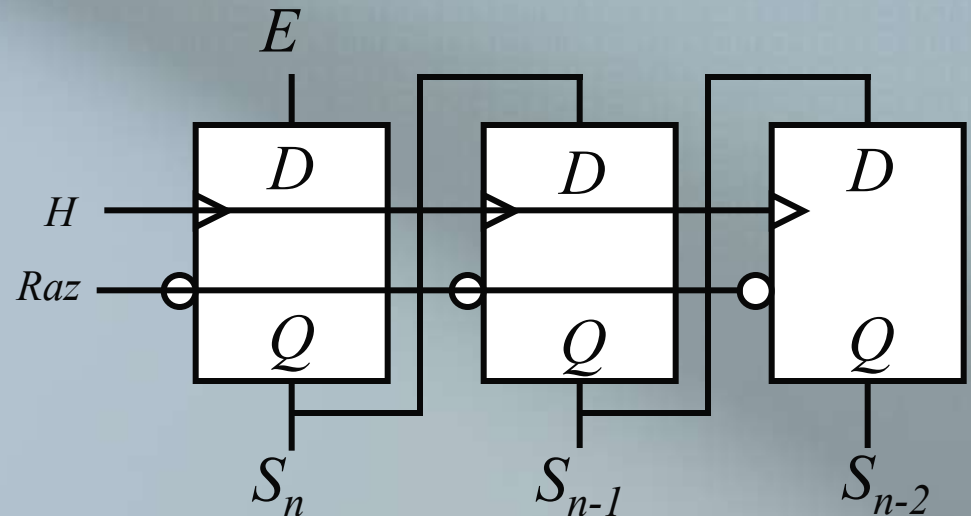
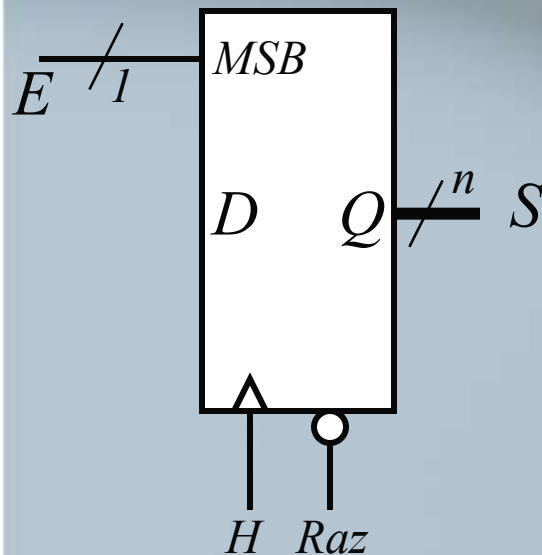


C2

32

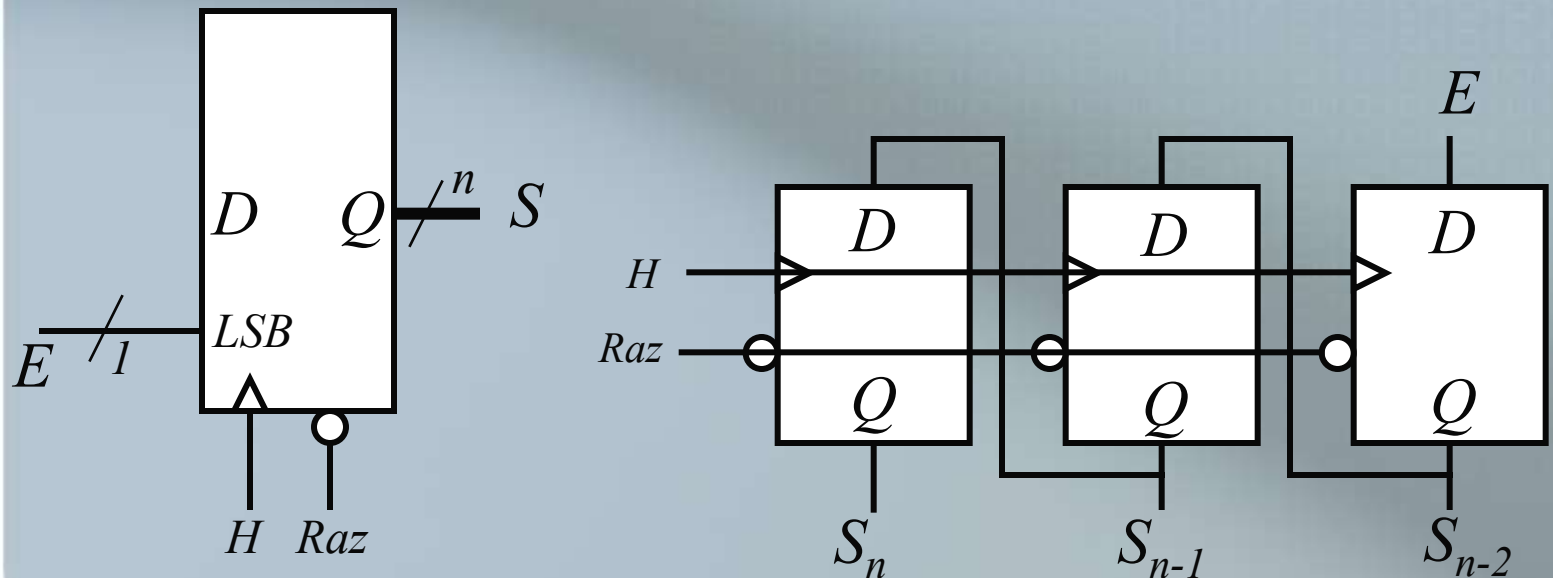
Registres

- Association de Bascules
- Réalisant la même fonction au même instant
 - Fonction Décalage à Droite
(Chargement Série par le MSB)



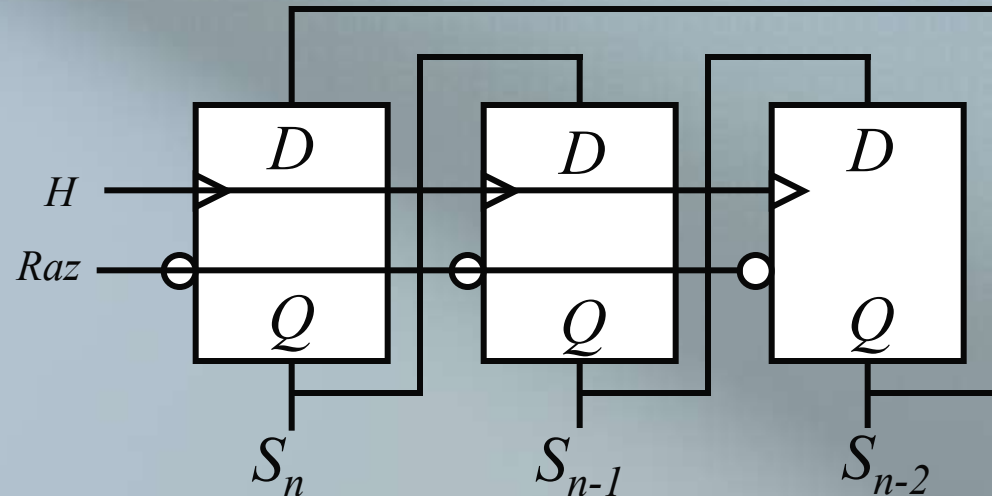
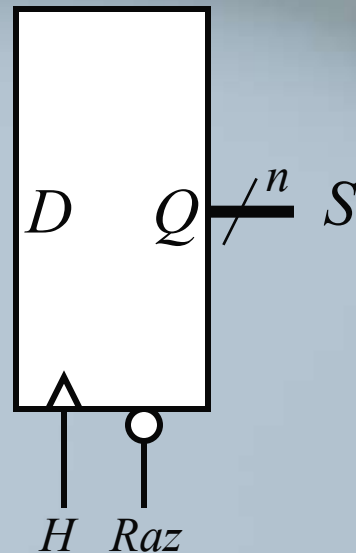
Registres

- Association de Bascules
- Réalisant la même fonction au même instant
 - Fonction Décalage à Gauche
(Chargement Série par le LSB)



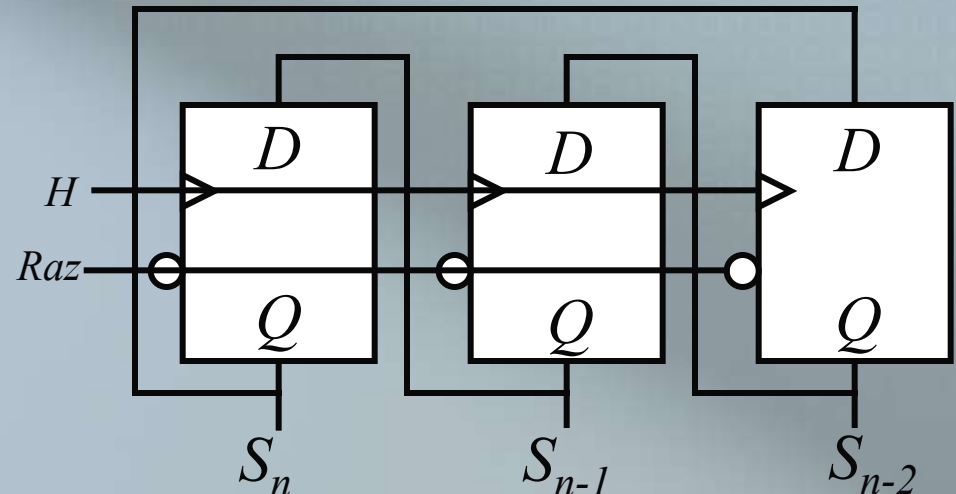
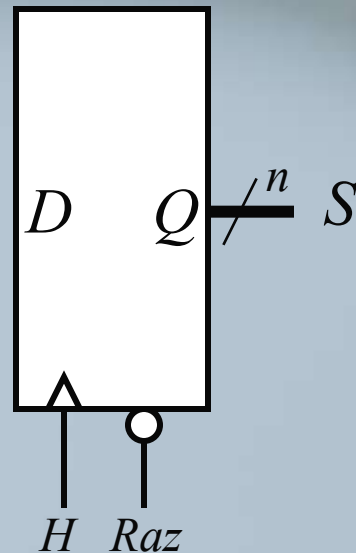
Registres

- Association de Bascules
- Réalisant la même fonction au même instant
 - Fonction Rotation à Droite (Rebouclage sur le MSB)



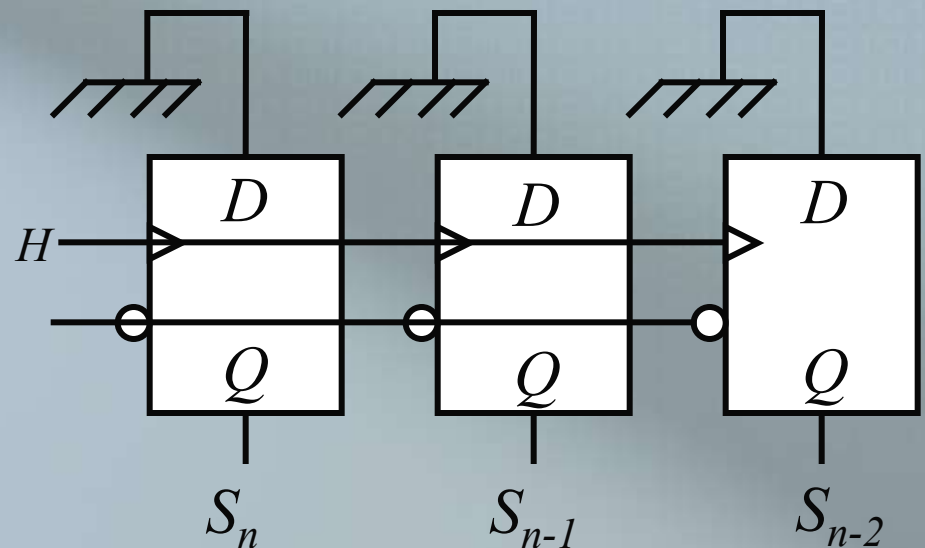
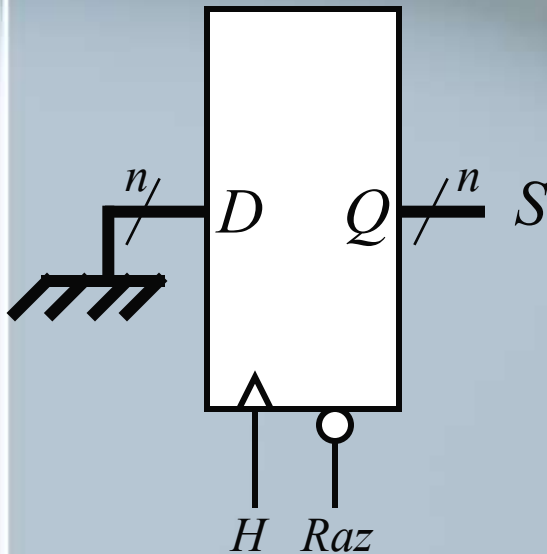
Registres

- Association de Bascules
- Réalisant la même fonction au même instant
 - Fonction Rotation à Gauche
(Rebouclage sur le LSB)



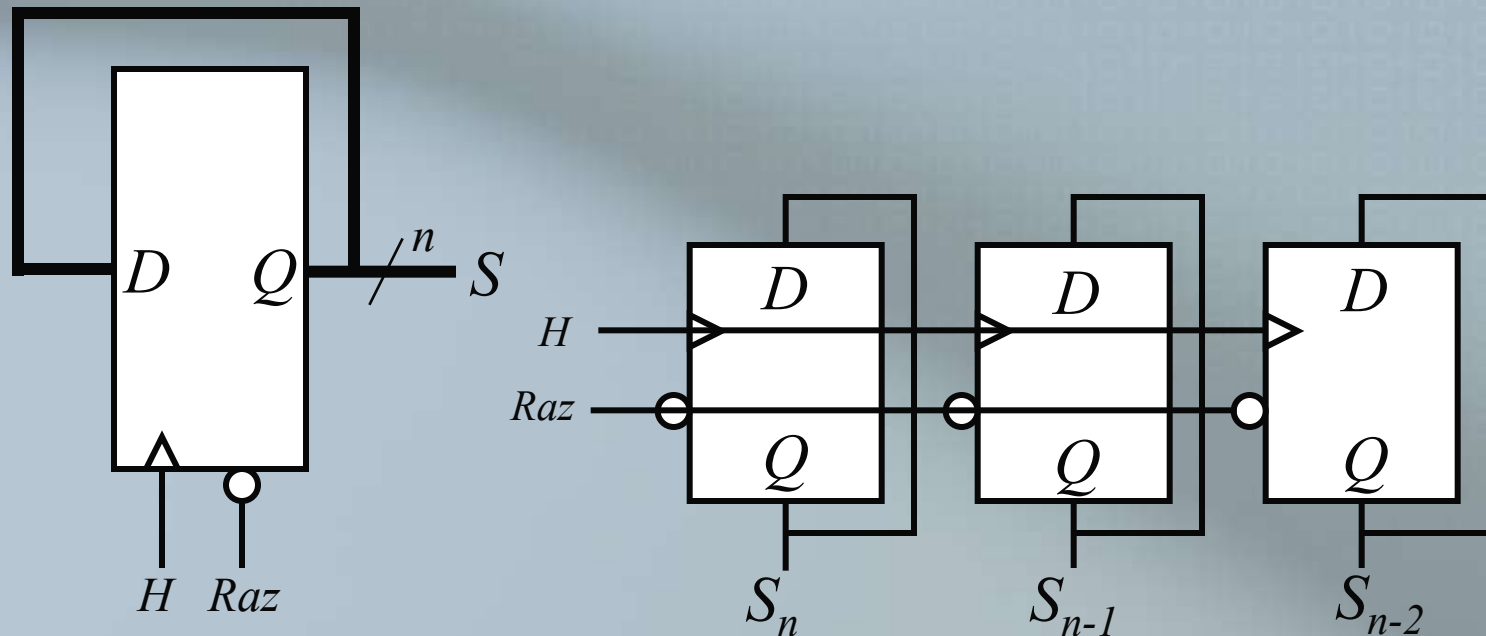
Registres

- Association de Bascules
- Réalisant la même fonction au même instant
 - Fonction RAZ Synchrone



Registres

- Association de Bascules
- Réalisant la même fonction au même instant
 - Fonction Mémorisation (Maintien de la valeur)

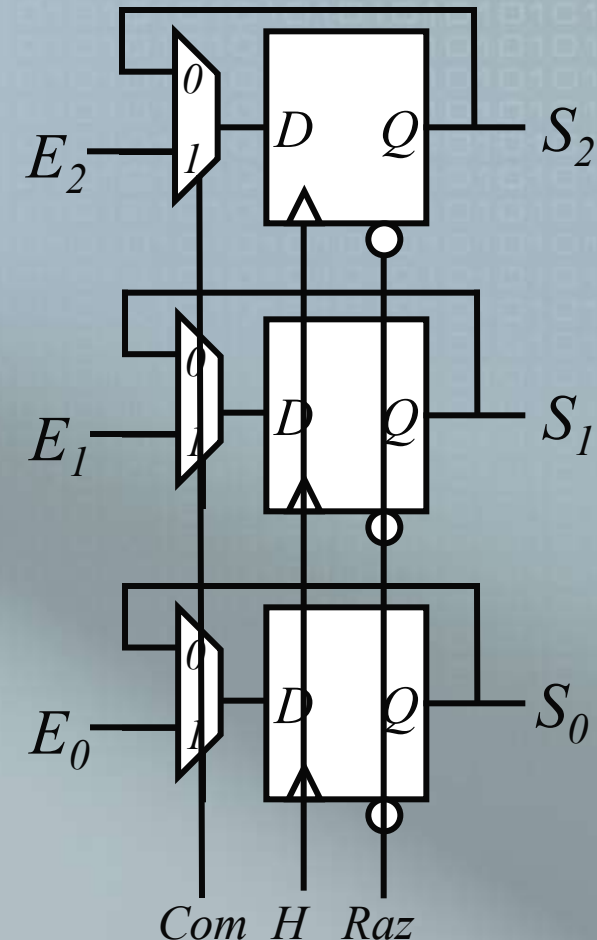
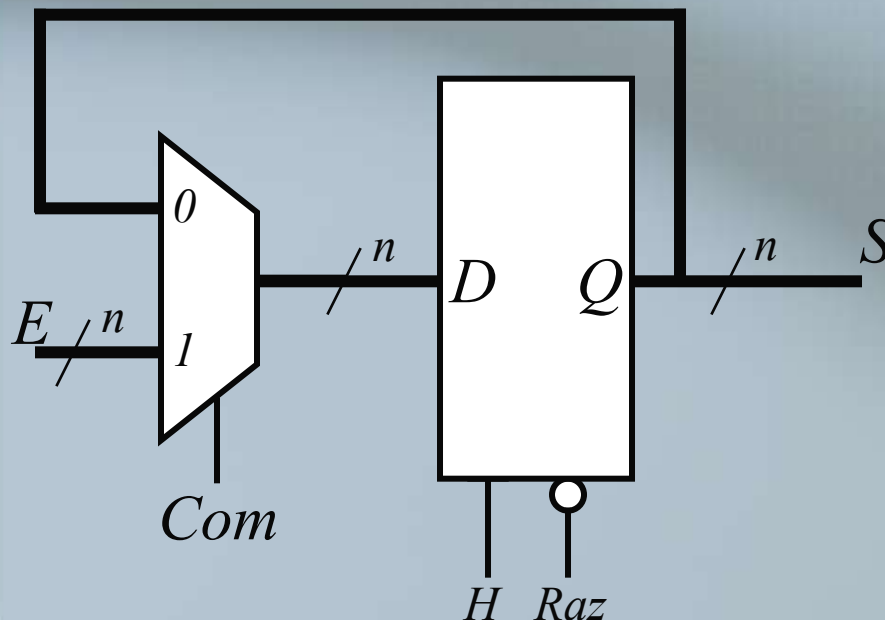


C2

38

Registre Multifonctions

- Ajout de multiplexeur devant chaque bascule
- Pour sélectionner la fonction désirée
 - Ex: chargement parallèle + mémorisation



Registres Multifonctions

- Ajout de multiplexeur devant chaque bascule
- Pour sélectionner la fonction désirée
 - Ex: chargement parallèle + mémorisation

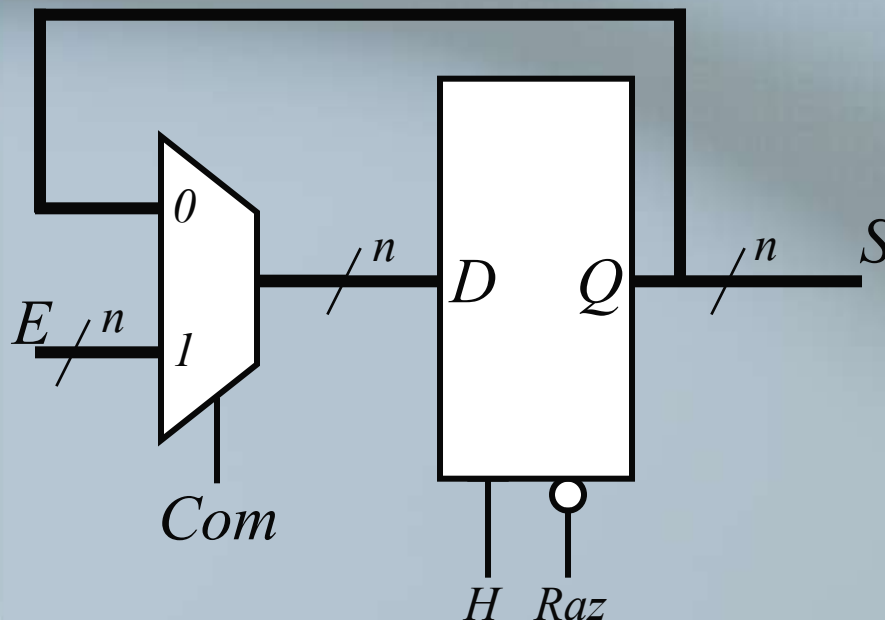


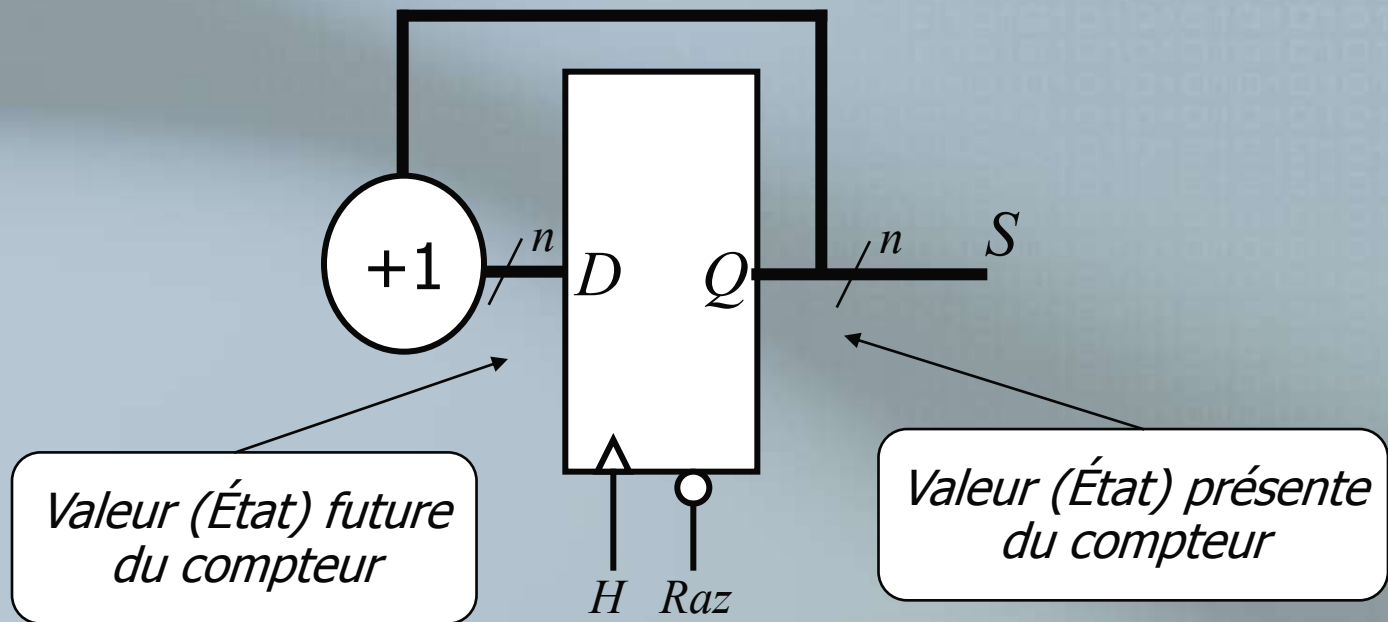
Table des Fonctionnalités

Fonction	Com
Mémo	0
Chgt //	1



Compteurs

- **Registre + Incrémenteur**
 - État du Compteur mémorisé dans les bascules



C2

41

Compteurs



- **Compteurs Multifonctions**

- Chargement Valeur Initiale
- Remise à Zéro Synchrone
- Compteur / Décompteur

C2

- Architecture similaire à un registre multifonctions

42