

Exercice 1

Pour chacune des séquences itératives suivantes estimer le nombre d'opérations OP exécutées.

```
1. for i = 1 to n do
    for j = 1 to i do
        OP
    end for
end for
```

```
2. i = 1
While i ≤ n do
    for j = 1 to i do
        OP
    end for
    i = i + 2
end while
```

```
3. for i = 1 to n do
    begin
        j = 1
        while j ≤ n do
            OP
            j = 2 * j
        end while
    end
```

```
4. i = 1
while i ≤ n do
    for j = 1 to i do
        OP
        i = 2 * i
    end for
end while
```

Exercice 2

- Montrer que si $f \in O(g)$ et $g \in O(h)$ alors $f \in O(h)$.
- Donner un ordre de grandeur pour chaque fonction en utilisant la notation $O()$ et/ou $\Theta()$ en précisant les constantes c_1, c_2 et n_0 .

(a) $17n + 4$

(b) $n^2 + 4n + 12$

(c) $n^3 + 12n + 40$

(d) $n \log n + 12n + 6$

- considère les fonctions suivantes :

(a) $f_1(n) = 17n$

(c) $f_3(n) = 2 \log(n) + 1$

(e) $f_5(n) = 2^n + n$

(b) $f_2(n) = 5n^3 + 8n + 2$

(d) $f_4(n) = 3n + 1$

Remplir un tableau 5×5 en mettant dans la case à l'intersection de la ligne i et de la colonne j le symbole qui convient selon la règle :

• Θ si $f_i \in \Theta(f_j)$,

• O si $f_i \in O(f_j)$,

• \times sinon.

- Montrez que $500n^7$ est moins complexe que $n^8/106$.

Exercice 3

- Mon problème de combinatoire me ramène à 3 méthodes: la méthode **A** en $n!$, la méthode **B** en n^n , et la méthode **C** en 2^{n^2} . Quelle méthode choisir ? (Utiliser la formule de Stirling $n! \sim \left(\frac{n}{e}\right)^n \sqrt{2\pi n}$).
- Le rectorat demande de trier d'urgence les dossiers des candidats bacheliers en utilisant le tri **A** de complexité $n \log n$ ou le tri **B** de complexité $n^{1.235}$. Lequel choisir ?
- Pour étudier la fiabilité du vaccin anti-Covid les informaticiens d'un laboratoire ont développé deux algorithmes **A** et **B** ayant une complexité de $O(\log n)$ et $O(n^{0.1})$ respectivement. Lequel est le plus efficace (justifier votre réponse) ?