

## Алгоритмы. Задачи

### 1. Алгоритм Евклида

- а) Сложность относительно побитовых операций “+” и “−”;
- б) Оценка сложности снизу.

### 2. Метод Гаусса

Оценка сверху для целочисленного метода Гаусса решения системы линейных уравнений.

### 3. Жорданова форма

Оценка сверху относительно побитовых операций “+” и “−” для алгоритма, определяющего тип жордановой формы для матрицы

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, |a|, |b|, |c|, |d| \leq M$$

### 4. Максимум сумм справа за один проход

Дан массив  $a$  длины  $n$ . Найдите за один проход по массиву  $\max_j \sum_{k=j}^n a[k]$ . Ограничение по памяти –  $O(1)$ .

### 5. Максимум и минимум

Дан массив  $a$  длины  $n$  без нулей. Для  $k$ -ого подмассива с элементами одного знака (пусть его начальный и конечный индексы –  $i_1$  и  $i_2$ ) обозначим  $m_k = \max_j \{S'_j, S''_j\}$ , где

- а)  $S'_j = \sum_{r=i_1}^j (x_r \bmod 5 - 2)$ , а  $S''_j = \sum_{r=j}^{i_2} (x_r \bmod 7 - 3)$  .
- б)  $S'_j = \sum_{r=i_1}^j x_r$ , а  $S''_j = \sum_{r=j}^{i_2} x_r$  .

Найти:

- а)  $\max_k \{m_k\}$
- б)  $\min_k \{m_k\}$

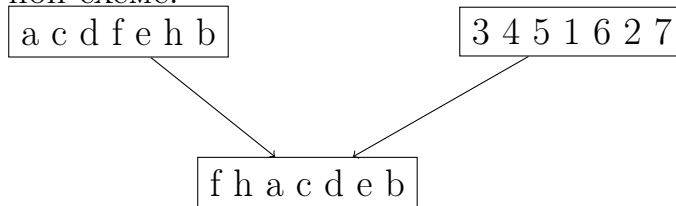
Ограничение по времени –  $O(n)$ , по памяти –  $O(1)$ .

## 6. Алгоритм Кадана

Вычислить за один проход по массиву  $\{x_i\}$   $\max_{i < j} \sum_{k=i}^j x_k$

## 7. Перестановки

Реализовать алгоритм перестановки массива букв по приведенной схеме:



Каковы оценки (сверху и снизу) сложности алгоритма?

## 8. Окна

Есть большая прямоугольная таблица символов, могут встречаться: '#' и пробел. Пустые области - это окна. Написать алгоритм, который максимально быстро определяет, являются ли все окна прямоугольными. Какова его сложность?

## 9. Лабиринт

Есть большая прямоугольная таблица символов, могут встречаться: '#' и пробел. '#' соответствует стенкам лабиринта, пробелы - дорожкам. В левой нижней и правой верхней позициях пробелы. Написать алгоритм, который определяет, есть ли путь из левого нижнего угла в правый верхний.