SIMULACIÓN DE UNA RULETA

Ramiro Di Giacinti
Ingeniería en Sistemas de Información
Universidad Tecnológica Nacional - FRRO
Zeballos 1341, S2000, Argentina
dia.digiacinti.ramiro@gmail.com

Bruno Mollo
Ingeniería en Sistemas de Información
Universidad Tecnológica Nacional - FRRO
Zeballos 1341, S2000, Argentina
dia.mollo.bruno@gmail.com

Facundo Braida
Ingeniería en Sistemas de Información
Universidad Tecnológica Nacional - FRRO
Zeballos 1341, S2000, Argentina
facundobraida98@gmail.com

Lucía Cappellini
Ingeniería en Sistemas de Información
Universidad Tecnológica Nacional - FRRO
Zeballos 1341, S2000, Argentina
luciacappl1@gmail.com

Adriel Gorosito
Ingeniería en Sistemas de Información
Universidad Tecnológica Nacional - FRRO
Zeballos 1341, S2000, Argentina
adrielgorosito14@gmail.com

28 de marzo de 2024

ABSTRACT

La ruleta es un juego que tiene cientos de años, pero a pesar de eso, su funcionamiento sigue siendo en parte un mistero. Sin embargo, por medio de la probabilidad y la estadística es posible de ser estudiada y analizada para poder arribar a conclusiones. Para eso, en este informe analizamos el funcionamiento de la ruleta, por medio del estudio de los valores estadisticos que posee la distribucion de este juego, junto con su comparacion a simulaciones realizadas de estos.

1. Introducción

La ruleta es un juego de azar y uno de los juegos más populares en los casinos de todo el mundo. Es un juego en el que los jugadores apuestan en qué número o números creen que la bola va a caer una vez que la rueda ha sido girada. A pesar de que la ruleta es un juego de pura suerte y no hay estrategia garantizada para ganar en cada ronda, ha sido objeto de numerosos estudios y teorías matemáticas a lo largo del tiempo. Según los indicios, la creación de una ruleta y sus normas de juego, muy similares a las que conocemos hoy en día, se debe a Blaise Pascal, matemático francés, quien ideó una ruleta con treinta y seis números (sin el cero), en la que se halla un extremado equilibrio en la posición en que está colocado cada número. La elección de 36 números da un alcance aún más vinculado a la magia (la suma de los primeros 36 números da el número mágico por excelencia: seiscientos sesenta y seis).

¿De que se trata? El juego consiste en arrojar una bola a la ruleta mientras ésta gira: el azar hará que la bola caiga en uno de los casilleros. Los jugadores, antes del lanzamiento, apuestan por el número o el color en el que caerá la bola. De este modo, aquellos que aciertan el número o el color, ganan y se llevan una cantidad de dinero vinculada al monto que apostaron.

Tipos de ruletas La ruleta Europea tiene en su paño 37 números, que van del 0 al 36, es decir que su probabilidad de acertar a un número es 1/37 que en porcentaje nos da aproximadamente 2.7La ruleta Americana cuenta con 38 números, agregando a la Europea un doble cero para reducir aún más las probabilidades de que el jugador pueda ganar. En ambos estilos de ruleta si un jugador acierta a un número, la banca debe pagar 36 veces el valor de su apuesta.

Nuestro estudio En este informe estaremos trabajando sobre la ruleta Europea, es decir con 37 números en el paño (del 0 al 36). Simularemos la ruleta con un pequeño programa desarrollado en Python, y aprovecharemos el uso de librerías como por ejemplo matplotlib que nos ayudará a generar gráficos a partir de los resultados obtenidos del programa. En el estudio haremos corridas de N tiradas para poder analizar la frecuencia relativa de veces que la bola cayó en un número en particular, también analizaremos el promedio a qué valor tiende en cada corrida, la varianza y el desvío estándar.

2. Distribución de la Ruleta

La realidad es que este sistema, debido a su simpleza, puede estudiarse de manera analítica. Ahora describiremos la distribución con la que estamos tratando; con este supuesto calcularemos valores esperados para los estadísticos, los cuales validaremos con las simulaciones.

Se puede ver que los valores pertenecientes a nuestro espacio muéstrala son valores discretos y finitos, mas precisamente números enteros del 0 al 36. Además, asumiendo que la ruleta no este trucada, todos los números tienen la misma probabilidad de ocurrir. Podemos concluir así que los números que se obtiene de la ruleta siguen una distribución discreta uniforme, una de las distribuciones mas simples.

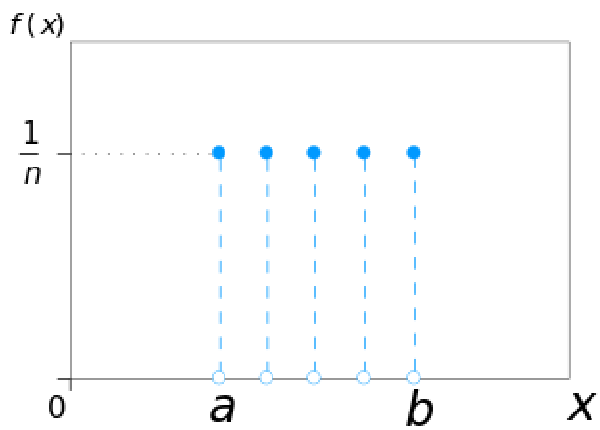

Figura 1: Función de masa de probabilidad de una distribución discreta uniforme genérica

3. Métodos

3.1. Frecuencia Relativa

La frecuencia relativa de un numero de la ruleta se calcula como la frecuencia absoluta de ese numero (cuantas veces sale ese numero en total) dividido la cantidad de tiradas.

$$fr = \frac{fa}{n}$$

- fa es la frecuencia absoluta (es decir, la cantidad de veces que parece cierto numero)
- n es la cantidad de elementos en la muestra (en este caso, la cantidad de tiradas)
- fr es la frecuencia relativa

Todo lo números de la ruleta tiene la misma probabilidad de ocurrir, ya que es uniforme. Al aumentar en tamaño la muestra, se espera que la frecuencia relativa de la muestra de todos los números se aproxime a su probabilidad. En esta distribución uniforme cada numero tiene una probabilidad de 1/37 en ocurrir, ya que existen 37 posibilidades en el espacio muestral.

Es indistinto cual numero se elija para realizar la simulación, debido a lo mencionado anteriormente. Por lo tanto para la simulación elegimos tomar el numero 7 como caso de estudio, simplemente por elección personal.

Primero realizamos una simulación de cuatro corridas con 500 iteraciones cada una; en esta gráfica se nota que cuando sale el numero 7 la frecuencia relativa se dispara, y cuando sale otro numero la frecuencia relativa desciende de una manera predecible. Luego, aumentamos el numero de tiradas por corrida a 10000 y observamos que la gráfica converge hacia el valor que estimamos mas claramente. Las gráficas generadas se pueden ver en la Figura 2

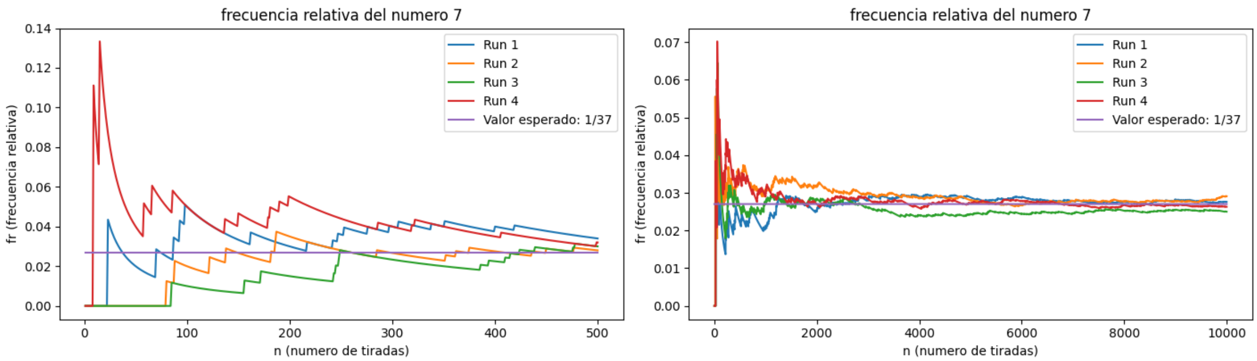

Figura 2: Resultados de las distintas simulaciones para la frecuencia relativa del 7 para 10000 y 500 iteraciones

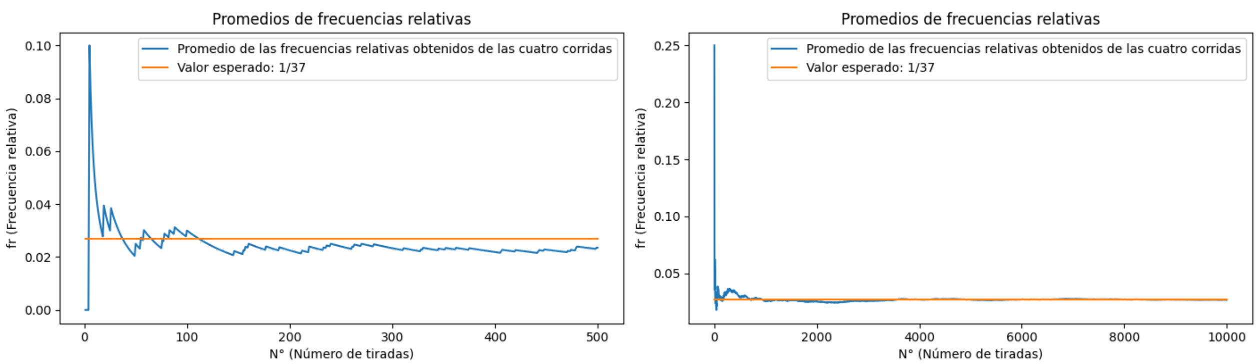

Figura 3: Promedio de las cuatro corridas anteriores para la frecuencia relativa

Se puede observar que todas las corridas convergen hacia el valor estimado (1/37). Luego de 10000 tiradas no coincide exactamente, pero se ve que mientras mas tiradas se realizan mas se acercan las frecuencias relativas a la probabilidad calculada analíticamente.

3.2. Promedio

El promedio es una medida estadística con la que se puede estimar el valor promedio de los N valores obtenibles en una tirada de ruleta de n iteraciones. Para una tirada de n iteraciones, puede calcularse como la sumatoria de los valores obtenidos en cada iteración, dividida por n.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i)}{n}(Muestra)$$

$$\mu_X = \sum_{i=1}^{N}(x_i * p_i)\,(Poblacion)$$

- x_i: valor obtenido en la tirada i
- p_i: probabilidad de ocurrencia de x_i

En el calculo del promedio muestral, el tamaño de la muestra es determinante. El valor promedio de una muestra varía conforme el tamaño de la misma aumenta o disminuye. En general, cuanto mayor sea el tamaño de la muestra, más aproximado será el promedio muestral a la media poblacional.

Calculando el promedio poblacional obtenemos:

$$\mu_X = \frac{\sum_{i=1}^{37}(x_i)}{37} = \frac{666}{37} = 18$$

En la figura 4 se pueden ver las gráficas que corresponden a dos lotes de simulaciones, el primer lote lo hicimos con 100 tiradas por corrida, mientras que el segundo con 10000 tiradas por corrida. Comparándolas, se puede ver gráficamente que los promedios de las tiradas con mayor cantidad de iteraciones son más aproximados al promedio poblacional (18).

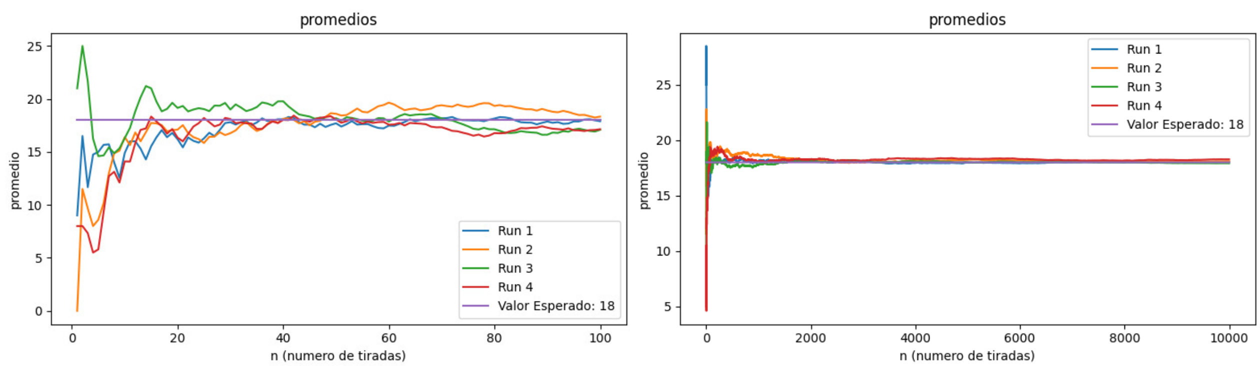

Figura 4: Resultados de las simulaciones para el promedio de tiradas de 100 y 10000 iteraciones

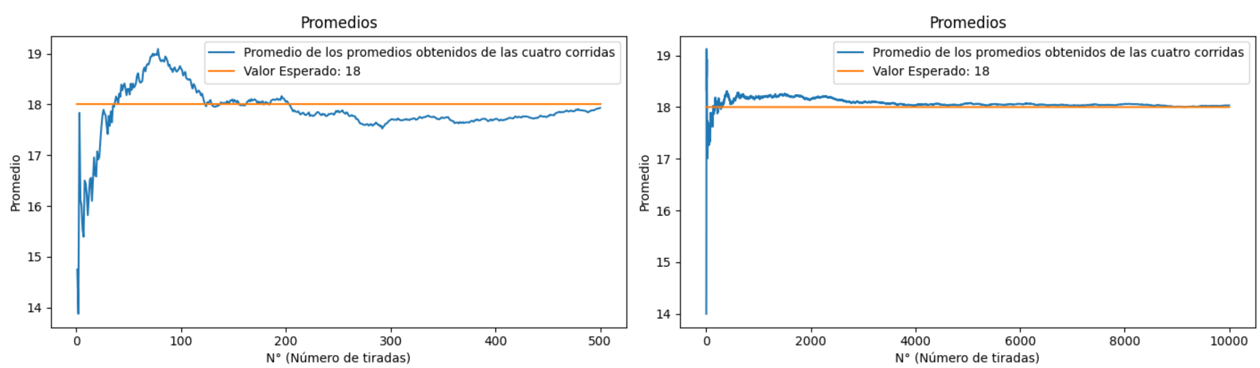

Figura 5: Promedio de las cuatro corridas anteriores para el promedio

La proximidad en las tiradas con más interacciones al promedio se debe a que estas tiradas adquieren más información sobre la población y de esta manera se reduce la sensibilidad del promedio respecto a valores extremos que podrían obtenerse. Además, cuando las iteraciones son pocas, es más probable que los valores obtenidos en ellas sean menos representativos de la población.

3.3. Varianza y desvío

La varianza es una medida de dispersión, es decir, muestra cuanto varían los datos en la muestra respecto de su promedio. El desvío es la raíz cuadrada de la varianza.

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})^2}{N-1} (Muestra)$$

$$\sigma^2 = E[X^2] - E[X]^2 (Poblacion)$$

Calculando el valor de la varianza poblacional obtenemos:

$$\sigma^2 = 438 - (18)^2 = 114$$

Y por ende:

$$\sqrt{114} \approx 10{,}6771$$

Para la varianza realizamos dos tandas de corridas, iniciamos con cuatro corridas de 100 iteraciones y luego cuatro corridas de 10000. Los resultados de ambas simulaciones se pueden ver plasmados en la Figura 6.

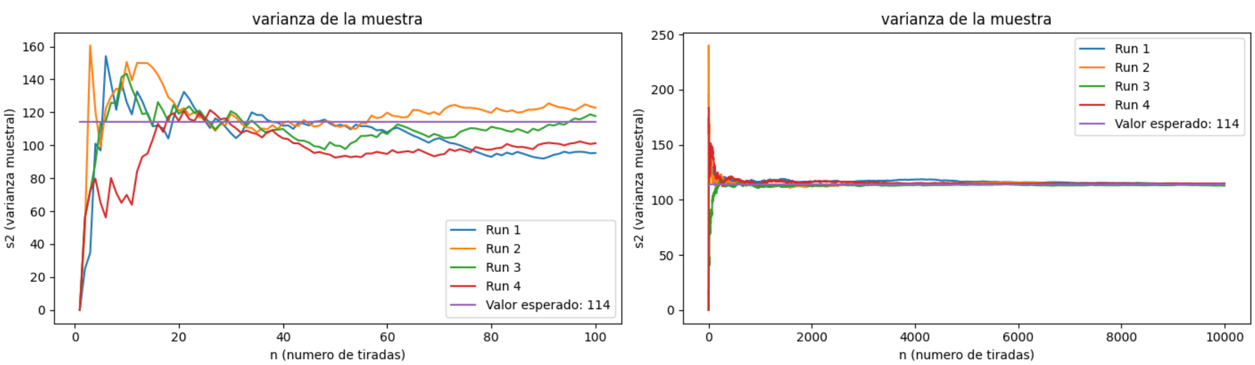

Figura 6: Resultados de las simulaciones para la varianza para 100 y 1000 iteraciones

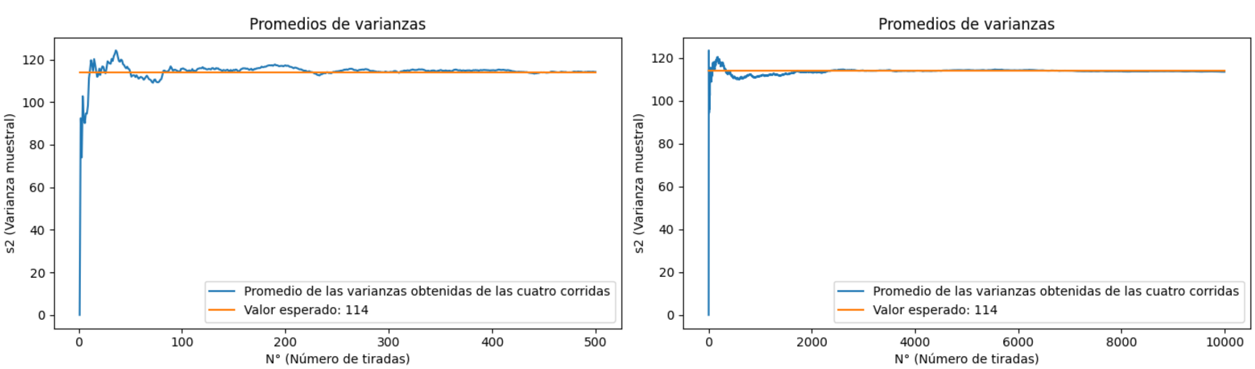

Figura 7: Promedio de las cuatro corridas anteriores para la varianza

Para el desvió estándar seguimos un esquema similar que con la varianza, primero cuatro corridas de 100 tiradas y luego aumentamos el numero de tiradas a 10000.Las gráficas correspondientes a estas simulaciones se pueden ver claramente en la Figura 8.

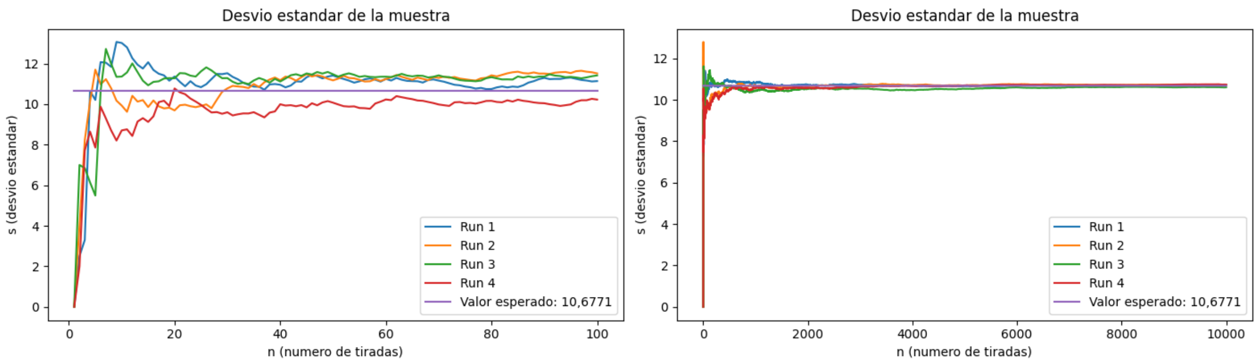

Figura 8: Resultados de las simulaciones del desvío con 100 y 10000 iteraciones

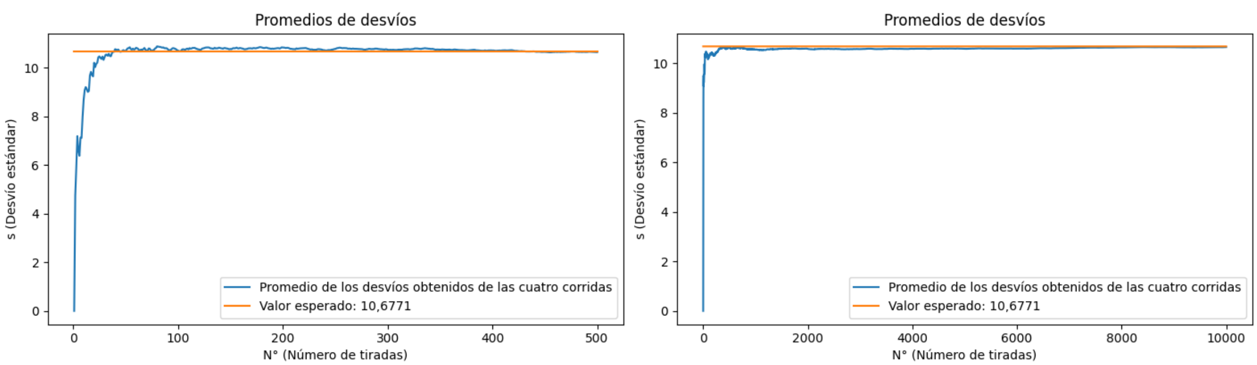

Figura 9: Promedio de las cuatro corridas anteriores para el desvío

Para ambos estadísticos se puede elaborar una conclusión similar. Debido a que ambas medidas se ve afectadas por valores anómalos, se puede apreciar que en las primeras iteraciones los valores varían enormemente. Sin embargo, a medida que n aumenta, las gráficas empiezan a converger en un valor.

4. Conclusión

Se observó que, al comparar los valores de los parámetros obtenidos por medio de las formulas y los gráficos de las simulaciones, la cantidad de iteraciones en la simulación tiene un rol muy importante en la aproximación de los valores: conforme aumenta la cantidad de iteraciones por tirada, los estadísticos se aproximan a sus correspondientes parámetros poblacionales. Los casos en donde fueron iterados una menor cantidad de veces, los valores de los estadísticos calculados eran generalmente muy dispersos respecto del parámetro y de las otras corridas.

A pesar de ser la ruleta un caso extremadamente fácil de analizar de manera analítica, es esa simpleza la que nos permite apreciar el poder que tiene la simulación y ver como nos puede ayudar a la hora de tomar decisiones en el futuro.

5. Referencias

- Código Simulación: https://github.com/Ramiro-DG/Simulacion2023/tree/main/Ruleta
- https://es.wikipedia.org/wiki/Varianza