ESTUDIO ECONOMICO-MATEMATICO DE APUESTAS EN LA RULETA

Ramiro Di Giacinti

Ingeniería en Sistemas de Información Universidad Tecnológica Nacional - FRRO Zeballos 1341, S2000, Argentina dia.digiacinti.ramiro@gmail.com

Facundo Braida

Ingeniería en Sistemas de Información Universidad Tecnológica Nacional - FRRO Zeballos 1341, S2000, Argentina facundobraida98@gmail.com

Bruno Mollo

Ingeniería en Sistemas de Información Universidad Tecnológica Nacional - FRRO Zeballos 1341, S2000, Argentina dia.mollo.bruno@gmail.com

Lucía Cappellini

Ingeniería en Sistemas de Información Universidad Tecnológica Nacional - FRRO Zeballos 1341, S2000, Argentina luciacappll@gmail.com

Adriel Gorosito

Ingeniería en Sistemas de Información Universidad Tecnológica Nacional - FRRO Zeballos 1341, S2000, Argentina adrielgorosito14@gmail.com

March 28, 2024

ABSTRACT

El objetivo de la simulación es evaluar la efectividad de la estrategia de juego propuesta, así como comprender mejor cómo se comporta la ruleta europea a largo plazo. Aunque la simulación no garantiza el éxito en el juego real, puede proporcionar información valiosa sobre la estrategia y ayudar a los jugadores a tomar decisiones más informadas.

1 Introducción

1.1 Reglas de la Ruleta

El objetivo del juego es predecir en qué número y/o color caerá la bola al detenerse en la rueda. La Ruleta tiene varios tipos de apuestas que se pueden hacer, cada una con su propio pago y riesgo. Estas son las reglas básicas de la Ruleta:

- La Ruleta está dividida en 36 números y una casilla verde (el cero).
- Los jugadores colocan sus fichas en la mesa de juego para realizar sus apuestas. Pueden apostar a un solo número, a una combinación de números, a los colores rojo o negro, a números pares o impares, y a los números altos (19-36) o bajos (1-18).
- El crupier hace girar la rueda y lanza la bola en sentido contrario al movimiento de la rueda. Si el juego es limpio, eventualmente la bola se detiene en una casilla aleatoria.
- Los jugadores que hayan acertado ganan su apuesta, mientras que los que no acertaron pierden su apuesta. El pago depende del tipo de apuesta realizada.

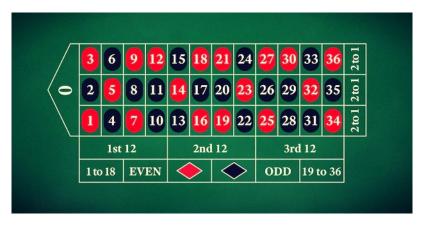


Figure 1: Tablero de ruleta Europea

1.2 Apuestas clásicas

- 1. **La apuesta directa:** Es una apuesta simple en la que el jugador apuesta a un solo número en la mesa de juego. Si la bola cae en ese número, el jugador gana y recibe un pago de 35 a 1. La probabilidad de ganar en una apuesta directa es baja, siendo del 2,7% en la Ruleta europea.
- 2. **Apuesta a columna:** En esta apuesta, el jugador apuesta a los 12 números de una columna vertical en la mesa de juego. Para realizar esta apuesta, el jugador debe colocar su ficha en el cuadro "2 to 1" en la parte inferior de la columna elegida. Si uno de los números de la columna sale, el jugador gana y recibe un pago de 2 a 1.
- 3. **Apuesta a docena:** En esta apuesta, el jugador apuesta a los 12 números de una docena (1-12, 13-24 o 25-36). Para realizar esta apuesta, el jugador debe colocar su ficha en el cuadro "1st 12", "2nd 12" o "3rd 12" en la mesa de juego. Si uno de los números de la docena elegida sale, el jugador gana y recibe un pago de 2 a 1.
- 4. **Apuesta a color:** En esta apuesta, el jugador apuesta a todos los números de un color (rojo o negro). Para realizar esta apuesta, el jugador debe colocar su ficha en el cuadro "Red" o "Black" en la mesa de juego. Si un número del color elegido sale, el jugador gana y recibe un pago de 1 a 1.
- 5. **Apuesta a par/impar:** En esta apuesta, el jugador apuesta a si el número será par o impar. Para realizar esta apuesta, el jugador debe colocar su ficha en el cuadro "Even" o "Odd" en la mesa de juego. Si sale un número par o impar y el jugador acierta, el jugador recibe un pago de 1 a 1.

1.3 Estrategias

1.3.1 Estrategia 1: Martingala

Esta estrategia se aplica sólo a las apuestas donde la probabilidad de éxito es del 0.5 como la apuesta a número par o número impar, a color negro o color rojo. La idea es que el jugador comience con la apuesta mínima permitida y vaya duplicando esta cantidad en cada pérdida. En el caso de que gane, la apuesta vuelve a reiniciarse con la cantidad mínima.

1.3.2 Estrategia 2: Sistema 3/2

Este sistema 3/2 tiene como objetivo cubrir la mayoría de números de la ruleta, aproximadamente un 70%. El nombre viene de la forma en la cual se apuesta (apostar tres unidades a rojo y dos a la segunda columna o tres a negro y dos a la tercera).

El sistema 3/2 al rojo y segunda columna es solamente una de las muchas variaciones que hay de esta estrategia para cubrir la mayoría del tablero de la ruleta.

No es infalible puesto que está ese 30% de chance de perder. Pero dentro de todo es la estrategia de ruleta más conservadora, frente a otras que incluyen más volatilidad en sus apuestas.

1.3.3 Estrategia 3: Todo a un número

Esta es la estrategia más arriesgada y consiste en apostar todo el dinero disponible a un único número. En caso de que en la tirada el número obtenido coincida con el número al que se apostó, la ganancia será de 36 a 1.

2 Metodología

Se desarrolló un programa en Python para simular el juego de la ruleta Europea y en base a esta se desarrollaron simulaciones para estudiar las estrategias elegidas. De estas, nos enfocamos en estudiar el comportamiento del balance monetario en las distintas estrategias o sistemas por medio de simulaciones sin un límite de dinero y otras con un límite elegido arbitrariamente de U\$D 1000. A su vez, observamos los momentos en que se ganan las apuestas en cada una de ellas para entender la frecuencia con la que ocurre esto.

A continuación, se encuentran explicados más en detalle cada uno de los datos que fueron investigados:

2.1 Flujo de Capital con dinero finito

El hecho de tener un límite de dinero no hace que los datos obtenidos sean menos importantes o útiles, todo lo contrario.

El tener un límite de dinero nos permite ponernos en situación de jugadas que se realizarán por las distintas personas que asisten a un casino. La tendencia que tomará cada una de las estrategias variará enormemente dependiendo de la cantidad de dinero que elijamos apostar, como también de los objetivos que nos planteemos para jugar.

2.2 Flujo de Capital con dinero infinito

La importancia que tiene el estudio de cada estrategia en base a la cantidad de dinero que se dispone para jugar es indispensable para comprender el comportamiento que tiene cada uno.

Bajo el supuesto del dinero infinito, se pueden observar fácilmente las tendencias que tienen cada uno de estos sistemas y en qué casos conviene elegir uno antes que otro. En el caso de que tuviéramos un límite de dinero, se observaría solamente una sección del patrón que genera la estrategia, lo que imposibilitaría estudiar esta supuesta tendencia que queremos encontrar.

2.3 Frecuencias absolutas de las ganancias

En nuestro sistema en estudio, podemos definir una variable aleatoria que es la ganancia (o pérdida) obtenida luego de una cierta cantidad de tiradas. Nos interesa saber las frecuencias absolutas de esta variable para entender su distribución y comprender los riesgos y posibles ganancias de cada estrategia. Estas frecuencias las mostramos por medio de gráficos de bastones, ya que la variable es discreta (los valores posibles son múltiplos de la apuesta mínima).

Elegimos realizar 300 tiradas porque es una cantidad lo suficientemente grande para sacar conclusiones y 3000 corridas para tener una muestra significativa. Esta simulación la corrimos bajo el supuesto de capital infinito.

Debido a al teorema central del límite, suponemos que las gráficos de la Estrategia 3-2 y Todo a un Numero tendrán distribuciones similares a una normal, ya que el balance final de capital es la suma de todos los balances de todas las tiradas. No podemos asegurar lo mismo de la martingala, ya que los eventos no son independientes (la apuesta de una tirada depende del resultado de la anterior), pero suponemos que podría parecerse a una distribución normal.

2.4 Frecuencias relativas de ganar después de n tiradas perdidas

Se define una nueva variable aleatoria, la cual es el número de tiradas en la que se gana luego de haber estado n veces perdiendo. Para este estudio, interesa conocer las frecuencias relativas de la susodicha variable. Al igual que para las frecuencias absolutas de las ganancias, decidimos mostrar los resultados en gráficos de bastones, debido a que la variable también es discreta.

La cantidad de tiradas varía según la frecuencia relativa. Cabe aclarar además, que la simulación fue corrida bajo el supuesto de capital infinito.

3 Resultados

3.1 Flujo de capital finito

Se eligió el número de 10 corridas al realizar la simulación para lograr obtener una gráfica clara y fácil de interpretar, que se puede pensar como 10 jugadores que están utilizando la misma estrategia de juego. Siguiendo con esta analogía, cada jugador comenzó con un capital inicial de \$1000 y con una apuesta de \$5 por tirada.

Cada estrategia se simuló con dos valores distintos de tiradas, un valor que se puede dar en la vida real analizando el tiempo que demora una mano de la ruleta y el tiempo que puede estar un jugador promedio dentro de un casino, y otro valor atípico para que el estudio sea mas significativo. A continuación se presentan las gráficas de cada estrategia.

3.1.1 Estrategia "Todo a uno"

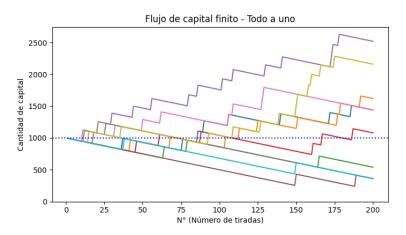


Figure 2: Estrategia "Todo a uno" con 200 tiradas

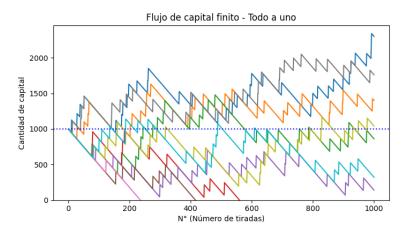


Figure 3: Estrategia "Todo a uno" con 1000 tiradas

En el primer gráfico se observa que la estrategia "todo a uno" en la ruleta parece ser efectiva a corto plazo, ya que ningún jugador perdió su capital inicial en su totalidad después de 200 tiradas. Sin embargo, se puede observar que solo una pequeña parte de los jugadores lograron obtener ganancias significativas, mientras que el resto obtuvo ganancias más modestas o incluso pérdidas. Esto sugiere que aunque la estrategia "todo a uno" puede ser rentable en ocasiones, también implica un riesgo considerable, especialmente a largo plazo. En el segundo gráfico, se puede observar cómo el aumento en el número de iteraciones afecta la efectividad de la estrategia. A medida que aumenta el número de iteraciones, aumenta el número de jugadores que perdieron todo su capital. Esto sugiere que, aunque la estrategia puede funcionar en un corto plazo, a largo plazo es más probable que los jugadores pierdan todo su capital. En conclusión, se puede decir que la estrategia "todo a uno" en la ruleta puede ser efectiva en ciertas circunstancias, pero conlleva un alto riesgo y no es recomendable como una estrategia a largo plazo cuando el capital que se tiene no es muy grande.

3.1.2 Estrategia "3/2"

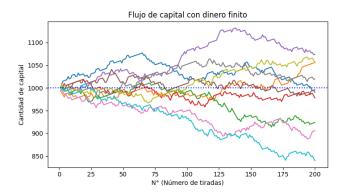


Figure 4: Estrategia "3/2" con 200 tiradas

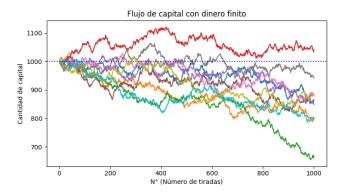


Figure 5: Estrategia "3/2" con 1000 tiradas

En la gráfica, podemos observar que las ganancias y pérdidas se presentan de manera gradual, sin picos abruptos. En números, apostando \$3 a color y \$2 a columna, si se gana se obtiene una ganancia de \$6 por el color, \$6 por la columna o \$12 por ambas. En caso de pérdida, se pierden los \$5 apostados. Esto se debe a que la estrategia es muy conservadora, lo que significa que los jugadores no corren riesgos innecesarios. Aunque no se logran grandes ganancias, tampoco se experimentan grandes pérdidas.

Por otro lado, en la segunda gráfica con un mayor número de iteraciones podemos observar que la tendencia es a la baja, lo que significa que los jugadores finalizan por debajo de su capital inicial. Esto se debe a que, para recuperarse de las pérdidas, se necesitan varias victorias consecutivas, lo cual puede ser difícil de lograr.

En general, la mayoría de los jugadores mantienen su capital en un nivel relativamente estable, y algunos logran aumentarlo. Sin embargo, al aumentar aún más las iteraciones, algunos jugadores pueden perder todo su capital durante el transcurso del juego.

3.1.3 Martingala

En ambas gráficas, se observa una tendencia lineal ascendente en todas las corridas, que se explica por la implementación de la estrategia martingala. Al duplicar la apuesta después de cada pérdida, permite recuperar el capital de las rondas perdidas y ganar el capital de una ronda. Sin embargo, se pueden apreciar quiebres en todas las corridas, algunos de los cuales reflejan la pérdida total del capital. Estos quiebres se producen cuando un jugador experimenta una mala racha y pierde varias tiradas seguidas, lo que lo conlleva a aumentar cada vez más la apuesta para recuperar el capital perdido y eventualmente quedarse sin fondos. En otras corridas, se observa que los quiebres no son muy profundos y el jugador logra recuperarse y volver a la tendencia lineal ascendente de la ganancia.

En la segunda gráfica se repite el comportamiento observado en la primera. A pesar de que algunas corridas quedaron sin fondos después de pocas tiradas, la mitad de las corridas terminaron con ganancias después de un mayor número de iteraciones.

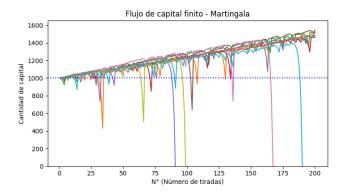


Figure 6: Estrategia "Martingala" con 1000 tiradas

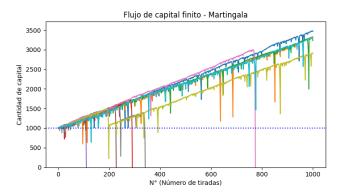


Figure 7: Estrategia "Martingala" con 1000 tiradas

En conclusión, la estrategia martingala se caracteriza por una tendencia lineal ascendente en la mayoría de las corridas, pero también por la presencia de quiebres que reflejan la pérdida total del capital. Si bien esta estrategia puede permitir la recuperación del capital perdido, la pendiente de la recta de ganancia es pequeña cuando se utiliza una apuesta baja. Si se incrementa la apuesta, la recta tendría una pendiente mayor, pero la probabilidad de perder en las primeras rondas también sería mayor. Además, existe un riesgo significativo de quedarse sin fondos, especialmente cuando se experimenta una mala racha.

3.2 Flujo de Capital infinito

En este caso elegimos realizar las simulaciones con 10 corridas de 2000 iteraciones para que se puedan apreciar mejores las tendencias que nos brinda cada estrategia.

3.2.1 Estrategia Todo a uno

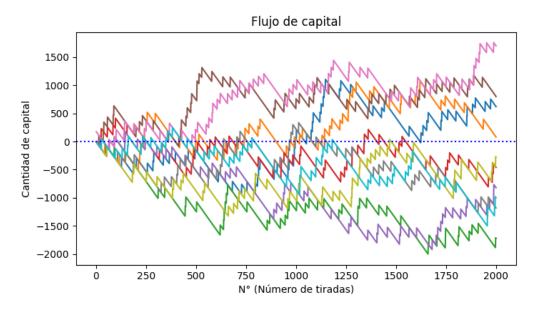


Figure 8: Estrategia "Todo a uno" con 2000 tiradas

Esta estrategia es una de la más riesgosas y por ende una de las que más beneficio puede traer. Busca el beneficio que conlleva la apuesta en un solo número frente a las sucesivas y recurrentes perdidas que ocurrirán hasta que ocurra. El monto de la apuesta es el mínimo (generalmente \$5), lo que se traduce en sutiles bajadas en las gráficas, pero cuando se gana se ve que el flujo crece considerablemente.

No hace falta mencionar que esta es una estrategia que se beneficia considerablemente del juego a largo plazo: a mayor cantidad de jugadas, mayor probabilidad de recuperar lo perdido anteriormente. Y si se gana con mayor frecuencia, puede llevar a que se obtenga un beneficio fácilmente.

3.2.2 Estrategia 3/2

En este caso, podemos apreciar que al principio, en general, la mayoría no tiene grandes pérdidas, o si las tiene, las recupera. Aquí se puede apreciar como esa facilidad de ganar entra en acción. Esta estrategia no asegura grandes ganancias, sino que asegura la progresiva acumulación de victorias, ya sea porque haya salido el color, la columna o ambas, pudiendo llevar a la obtención de un beneficio.

Sin embargo, la chance de perder no desaparece. En ese caso la pérdida supera grandemente a esas pequeñas ganancias obtenidas anteriormente, por lo que si a esto lo extendemos en el tiempo, será muy difícil que terminemos ganando algo o volver a nuestro capital inicial.

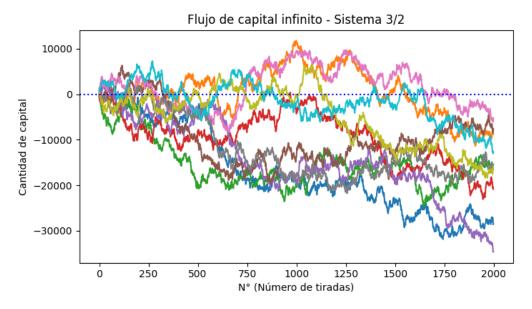


Figure 9: Sistema "3/2" con 2000 tiradas

3.2.3 Estrategia Martingala

Finalmente, la martingala. La pendiente pequeña que tienen las rectas viene producto de las pequeñas y relativamente apuestas seguras. Lo más interesante son los valles que están esparcidos por todo el gráfico, representando, en base a su tamaño, la gravedad de las pérdidas sufridas. Como la Martingala está ideada para recuperar las pérdidas, la vez que gana la ronda vuelve a la recta lineal que tenía anteriormente, con la única excepción de las rectas que alcanzan el límite de apuestas y no logran recuperar la pérdida en su totalidad. Al igual que la "Todo a uno", esta se ve a simple vista que se beneficia al largo plazo dada su capacidad de recuperarse de pérdidas, siempre y cuando la cantidad de rondas jugadas y el dinero disponible lo permitan.

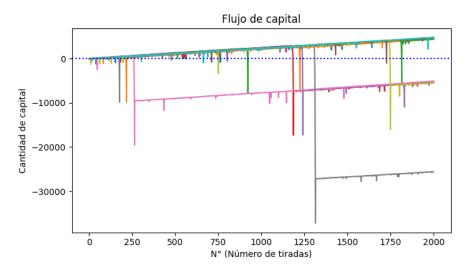


Figure 10: Estrategia "Martingala" con 2000 tiradas

3.3 Frecuencias absolutas de la ganancia

A continuación, mostramos en las figuras 11, 12 y 13 los resultados de la simulaciones en gráficos de bastones.

3.3.1 Todas a un numero

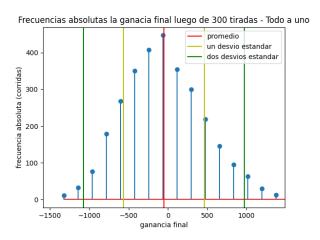


Figure 11: Gráfico de bastones de frecuencias absolutas de la ganancia de Todas a un número

Para la estrategia Todas a un número, se puede ver que la gráfica se aproxima a una distribución normal con un promedio ligeramente menor a cero, es decir que en promedio esta estrategia genera pérdidas. Se ve que es bastante común perder las 300 tiradas (pérdida de 1500), lo cual destaca el riesgo asociado a esta estrategia, el cual es compensado por las altas ganancias cuando se acierta. Los espacios entre los bastones son bastante grandes porque los beneficios por ganar un vez es bastante elevada.

3.3.2 Estrategia 3-2

La gráfica de la Estrategia 3-2 también se aproxima a una normal por el teorema central del límite. En promedio las ganancias también son negativas, pero se ve que los máximos y mínimos son mas acotados: estos resultados concuerdan con la idea de que la 3-2 es una estrategia de bajo riesgo pero baja ganancia. Los bastones están juntos porque en esta estrategia no se gana mucho dinero bruscamente, sino que hay ganancias y pérdidas pequeñas que conllevan a una mayor cantidad de balances al final de la corrida.

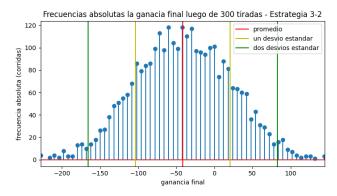


Figure 12: Gráfico de bastones de frecuencias absolutas de la ganancia de la Estrategia 3-2

3.3.3 Martingala

El gráfico de bastones de la Martingala no es tan simétrica como las anteriores. Al igual que el resto, el promedio es negativo. Se ve que hay una alta frecuencia de resultados positivos pero no muy grandes, ya que la martingala apuesta a colores que tiene bajo retorno sobre la inversión. Se puede observar que también hay casos de pérdidas muy grandes. Pareciera que aunque la martingala produzca algo de ganancias generalmente, existe la posibilidad de perder todo el capital.

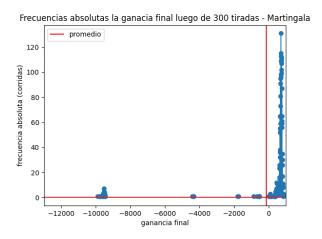


Figure 13: Gráfico de bastones de frecuencias absolutas de la ganancia de la Martingala

3.3.4 Comparación de estadísticos

A continuación, mostramos una tabla con los estadísticos de la ganancia luego de 300 tiradas. Estos los calculamos a partir de las simulaciones realizadas.

Estrategia	Media	Desvío
Todas a un numero	-41.16	512.83
Estrategia 3-2	-40.32	63.17
Martingala	-264.11	5135.48

La estrategia Todo a un número y la 3-2 tienen promedios similares, pero la 3-2 presenta un menor desvío estándar, lo que significa menor variabilidad como vimos en las gráficas. La martingala tiene un peor promedio, pero una variabilidad muy elevada.

3.4 Frecuencias relativas ganar después de n tiradas perdidas

A continuación, mostramos en las figuras 14, 15 y 16 los resultados de las simulaciones en gráficos de bastones. El objetivo de estas gráficas es mostrar la frecuencia relativa de ganar después de haber realizado "n" tiradas perdidas, teniendo en cuenta que se está trabajando con dinero infinito. En otras palabras, es la probabilidad de ganar luego de haber perdido "n" veces.

3.4.1 Todas a un número

Para la estrategia Todas a un número, se puede ver que la gráfica sigue una distribución asimétrica, la cual está sesgada hacia la derecha. La forma de interpretar el gráfico es simple: luego de haber perdido una vez, hay una frecuencia relativa de casi 0.030 de ganar, luego de haber perdido dos veces seguidas, hay una frecuencia relativa de casi 0.025 de ganar, y así sucesivamente.

Concluyendo, esta estrategia presenta una frecuencia relativa menor a las otras dos, siendo ésta además muy baja: luego de perder por primera vez, hay una probabilidad de casi 3% de ganar (para ser más específicos, la frecuencia relativa es de 1/37, es decir, 0.027, siendo la probabilidad de 2.7%).

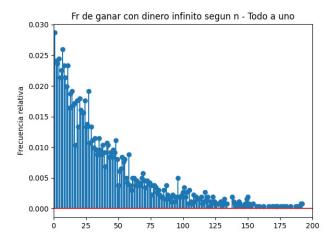


Figure 14: Gráfico de bastones frecuencias relativas de la ganancia de Todas a un número luego de haber perdido n veces

3.4.2 Estrategia 3-2

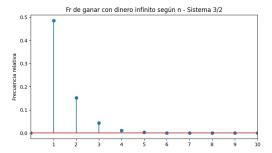


Figure 15: Gráfico de bastones frecuencias relativas de la ganancia de la Estrategia 3-2 luego de haber perdido n veces Para la estrategia 3-2, la frecuencia relativa de ganar en la primera mano luego de perder es de casi 0.5.

3.4.3 Martingala

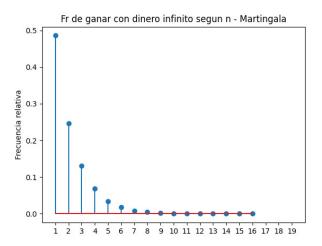


Figure 16: Gráfico de bastones frecuencias relativas de la ganancia de la Martingala luego de haber perdido n veces

Para la estrategia Martingala, la frecuencia relativa, luego de perder por primera vez, es de 0.5. Es decir, luego de la primera pérdida, hay una probabilidad de 50%. Analizando la gráfica, para la estrategia Martingala es poco probable de estar mucho tiempo perdiendo, siendo casi nula la posibilidad de perder 8 veces seguidas antes de ganar.

4 Conclusión

A partir de los resultados obtenidos podemos concluir que las estrategias estudiadas presentan diversos comportamientos respecto a las ganancias finales y los riesgos de perder. Muchas de las conclusiones obtenidas coinciden con los conocimientos populares sobre cada una de las estrategias.

La estrategia 'Todo a un número' es claramente la más arriesgada de todas. La probabilidad de perder muchas veces consecutivas es muy alta, pero la altas ganancias son suficientes para compensar este problema cuando el capital es infinito. Sin embargo, cuando el capital es limitado, es muy probable perder todo el dinero.

La estrategia 3-2 es claramente más conservadora que la anterior. Es muy poco probable tener más de 5 tiradas sin ganar, pero los beneficios al ganar son tan bajos que promedia de una manera similar a la estrategia de 'Todo a un número' cunado el dinero es ilimitado. Por otro lado, con capital finito, la estrategia 3-2 permite una mejor supervivencia.

La martingala es la única estrategia que presenta una manera de ganar dinero lentamente y recuperar las perdidas ocurridas. No obstante, este mecanismo para remontar las pérdidas puede terminar con todo el capital rápidamente, ya que el doblar el monto perdido en cada pérdida lleva a un crecimiento exponencial que rápidamente alcanza el máximo monto posible para una apuesta. Es bastante poco probable perder más de 6 veces consecutivas, pero si esto ocurre se pierde todo el capital inicial. La martingala muestra una mayor cantidad de tiradas con ganancias al final, pero muchas de estas corridas pierden la completitud del capital súbitamente.

5 Referencias

- Código Simulación: https://github.com/Ramiro-DG/Simulacion2023/tree/main/Ruleta_2
- https://es.wikipedia.org/wiki/Intervalo_de_confianza