TP 1.2 ESTUDIO ECONÓMICO-MATEMÁTICO DE APUESTAS EN LA RULETA

Ornella Colazo
Universidad Tecnológica Nacional
Ingeniería en Sistemas
Legajo 47864
ornecolazo@gmail.com

Diego Navarro
Universidad Tecnológica Nacional
Ingeniería en Sistemas
Legajo 48029
navarrodiego201513@gmail.com

Matias Petrich
Universidad Tecnológica Nacional
Ingeniería en Sistemas
Legajo 46852
matias.petrich@gmail.com

Ramiro Cordoba
Universidad Tecnológica Nacional
Ingeniería en Sistemas
Legajo 46824
ramirocordobautn@gmail.com

Matias Ferullo
Universidad Tecnológica Nacional
Ingeniería en Sistemas
Legajo 48039
matias.ferullo1@gmail.com

4 de Abril, 2023

ABSTRACT

Este artículo presenta un estudio sobre la eficacia de las estrategias de Fibonacci, Martingala y D'Alembert en una ruleta programada en Python. Se realizaron 100, 1000 y 10000 tiradas en cada una de las estrategias y se analizó la frecuencia de aciertos y la fluctuación del monto apostado en cada caso. Tambíen se hizo un estudio de 50 corridas de 1000 tiradas para obtener conclusiones a partir del promedio de ellas. Se presentan gráficas para cada una de las estrategias para un mejor análisis.

1 Introducción

La ruleta es un juego de azar que se puede encontrar en los casinos. Existen variaciones de este juego pero para realizar nuestro análisis utilizamos la ruleta europea, la cual consiste de 37 números. El conjunto de 37 números es del número 0 al 36.

El objetivo del juego de la ruleta es apostar al número o números que predecimos que va a salir en la tirada de la bola sobre el cilindro, cuando este pare de girar. Si apostamos a un solo número, tenemos una probabilidad de acertar de 1/37.

La ruleta es un ejemplo de una experiencia que tiene la particularidad de generar resultados que no son predecibles, existen factores no controlables que generan variación. Es decir que es una experiencia llamada aleatoria.

Las estrategias de ruleta son métodos orientados a ganar dinero real, normalmente siguiendo una serie de sistemas de apuestas. Muchas personas se han preguntado cuál es la mejor estrategia de la ruleta, y lo cierto es que no es una pregunta sencilla de responder ya que depende del dinero disponible para apostar, objetivos de ganancias y cantidades de rondas y valores a apostar.

Algunas estrategias son muy agresivas. Con estas, podrías ganar mucho dinero de una sola vez, pero el riesgo es también muy alto. Otras son bastante más seguras, y los jugadores más conservadores las utilizan para ir buscando beneficios poco a poco.

Para poder estudiar cómo afecta el uso de cada una de las estrategias a la frecuencia de aciertos y fluctuación del dinero del apostador, se desarrolló una ruleta en el lenguaje de programacion Python, y luego una simulacion con tres de las estrategias más conocidas en este juego, las cuales son las más utilizadas. Elegimos las estrategias Martingala, Fibonacci y D'Alembert. En estas podemos hacer apuestas simples, es decir que solo apostamos a rojo o negro, pares o impares, primera mitad (1-18) o segunda mitad (19-37). No tendremos en cuenta si la mesa de juego tiene un límite de ganancias o apuestas.

2 Planteo del problema y Estrategias de juego.

Consideramos que, a partir de un generador de números aleatorios en Python, simulamos el funcionamiento de la ruleta. Además, debíamos categorizar a los números por las otras posibilidades que hay para apostar. Por lo que al jugar, deberíamos apostar a un número y/o color, par-impar, mitades. Teniendo esto en cuenta, decidimos fijar, en nuestra simulación, la apuesta al color rojo.

Para nuestra simulación decidimos correrla en 100 tiradas con apuestas de \$1 y también con \$5, luego de 1000 tiradas con \$1 y otra con \$5, y por último con 10000 tiradas de \$1 y también de \$5.

Elegimos hacer las tiradas de 100, 1000 y 10000 para poder analizar en cada estrategia si éstas sirven mejor en largo o corto plazo. Decidimos hacer apuestas de \$1 y de \$5 para observar en qué estrategias conviene hacer pequeñas apuestas o apuestas más significativas.

Se analiza el juego de dos formas: monto de pozo finito y monoto de pozo infinito. El pozo finito nos permitirá ver cómo fluctúa el dinero a través de las apuestas, y el pozo infinito nos dejará obtener una conclusión sobre la posibilidad de tener ganancias o pérdidas.

Para un mejor análisis, corrimos cada tirada dos veces.

2.1 Estrategia Martingala.

La Martingala es una estrategia de apuestas que se basa en el principio de "doblar la apuesta" después de cada pérdida, con el objetivo de recuperar las pérdidas anteriores y generar un pequeño beneficio. La idea detrás de esta estrategia es que, eventualmente, terminarás ganando todas las apuestas perdidas, más el beneficio pequeño. Esta estrategia se originó en el siglo XVIII y fue utilizada por los jugadores de ruleta para tratar de superar la ventaja del casino. Para saber cómo se aplica, lo primero que hay que tener en cuenta es que la Martingala servirá para las apuestas de los extremos de la mesa, no para los números, ya que la estrategia se utiliza para apuestas que pueden dar solo dos posibilidades de resultados. Es decir que se podrá emplear la estrategia para apostar por color (rojo/negro), por par/impar o por si la bolilla caerá en la mitad entre 1-18 o la de 19-36.

Distribución Binomial de la Martingala. Podemos describir a la estrategia como una distribución Binomial de probabilidad. Esta distribución observa si ocurre un determinado suceso A con una probabilidad de ocurrencia de p(A), que al realizar n repeticiones independientes de este ensayo, el supuesto de p(A) se mantiene constante. Es decir, en la ruleta, tenemos dos opciones, o ganar o perder la apuesta y esto se mantiene durante cada apuesta en toda mi jugada.

Si planteamos a A como "pierdo en la apuesta" y $\overline{A}$ como "gano en la apuesta" en un ensayo de n repeticiones, de las cuales A ocurre k y A negado n-k veces, entonces podemos plantear que:

La probabilidad del suceso A p(A) es de 19/37, ya que el resto de los números que corresponden a la otra mitad más el 0, tengo 19 oportunidades de no acertar

La probabilidad del suceso $\overline{A}$ p($\overline{A}$) es de 18/37, ya que al apostar por mitades, tengo 18 oportunidades de acertar. Aproximadamente, tengo 0,486… posibilidad de ganar y 0,513… posibilidad de perder en cada tirada.

Además, si planteamos una variable aleatoria discreta y la cuál define "cantidad de veces que se presenta el suceso A en n repeticiones independientes" podemos determinar que 'y' se distribuye binomial o

$$y \sim B(n, p) \tag{1}$$

Por esto, podemos plantear que si queremos ganar, entonces la cantidad de veces que se presente el suceso A "perder en la ruleta" sea y=0 y así plantear por distribución binomial que la probabilidad es:

$$p(y = k) = nC_k p^k (1 - p)^{n-k} \tag{2}$$

2.1.1 Planteo analítico.

Ahora, imitaremos 11 tiradas para observar el comportamiento de la estrategia y cómo afecta en nuestro pozo de dinero.

Ejemplo. Suponemos que tenemos un monto inicial de $1024.

Nº Apuesta	Apuesta	Color	Ganancia Neta
1	$1	Negro	-$1
2	$2	Negro	-$3
3	$4	Negro	-$7
4	$8	Negro	-$15
5	$16	Negro	-$31
6	$32	Negro	-$63
7	$64	Negro	-$127
8	$128	Negro	-$255
9	$256	Negro	-$511
10	$512	Negro	-$1023
11	$1024	Rojo	$1
	Beneficio total		$1

Table 1: Ejemplo de fluctuacion de beneficios con el método Martingala

.

Si planteamos que apostamos $1 y ganamos, entonces obtenemos como ganancia neta $1. Si luego perdemos las siguientes 8 apuestas llegaríamos a apostar $512. Si pierdo esta última y doblo la apuesta a 1024, en ganancia neta habría ganado $1 al apostar 1023 e irme con 1024. La probabilidad de perder una apuesta de probabilidad 9 veces seguidas en la ruleta es la siguiente:

$$(\frac{19}{37})^9 = 0,0025 = 0,25\% \tag{3}$$

Si nuestro presupuesto nos permitiera perder hasta 10 apuestas seguidas (entre $1.023 y $2.046 .) y tu objetivo fuera ganar solo $100, la probabilidad de conseguirlo sería la siguiente:

$$(1 - (\frac{19}{37})^{10})^{100} = 0.88 = 88\% \tag{4}$$

Es decir, si tuvieramos como objetivo ganar 100, se conseguirías en un 88% de los casos. En el 12% restante, acabarías perdiendo una parte importante de tu presupuesto y no podrías seguir apostando. Si el objetivo fueran 200, las probabilidades de alcanzarlo serían del 77,5%. Por esto, la probabilidad de ganar se reduce cuando el objetivo de ganancias aumenta.

Hipótesis. A partir de lo observado, podemos suponer que aplicando la estrategia Martingala, vamos a obtener ganancias pequeñas si apostamos con poco dinero.

2.1.2 Análisis de las gráficas y resultados.

Dinero finito. En nuestra primera simulación de 100 tiradas de $1, con un monto inicial de $500 , podemos observar en la Figura 1 como se debe arriesgar mucho dinero para obtener muy poco benificio, y que esto va a depender que en nuestra jugada la buena racha no nos haga perder todo. Esto lo podemos ver en la Figura 2, que podría haber un mayor beneficio al apostar $5, pero al arriesgar pierde ese beneficio.

Para la simulación de 1000 tiradas de $1, podemos concluir que jugando con esta estrategia por muchas rondas es probable que obtenga un mayor benificio, arriesgando a perder todo su fondo de dinero.

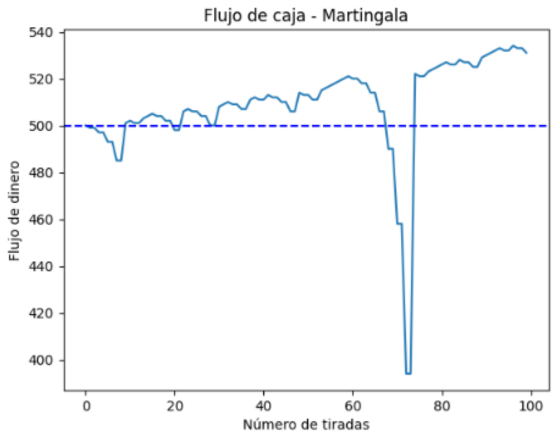

Figure 1: Flujo de Caja en 100 tiradas de $1

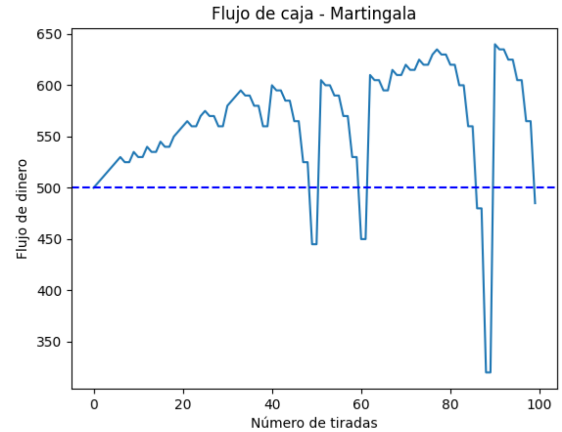

Figure 2: Flujo de Caja en 100 tiradas de $5

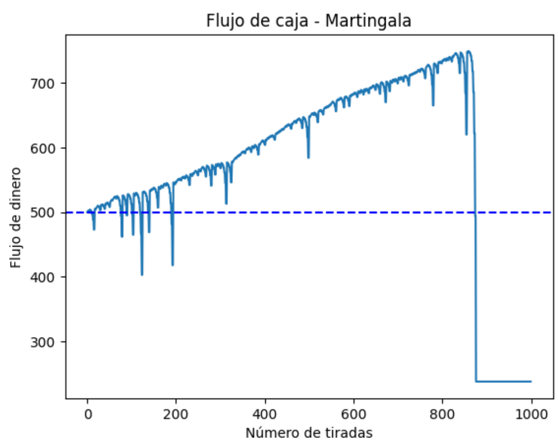

Figure 3: Flujo de Caja en 1000 tiradas de $1

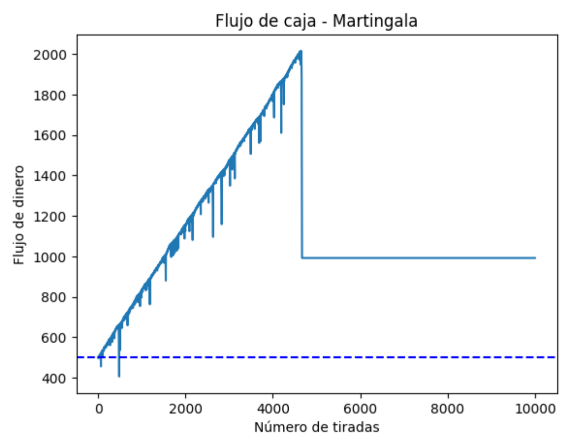

Figure 4: Flujo de Caja en 10000 tiradas de $1

Por último de las simulaciones finitas de Martingala, quisimos estudiar qué pasaría si jugaramos por 10000 rondas y determinar si ganaríamos mucho dinero. Sin embargo, la simulación de la estrategia, a la tirada 40000 se queda sin fondo para seguir jugando.

Dinero infinito. En los primeros casos de tiradas de 100 con apuesta de $1 y $5, podemos determinar que se pueden ganar buenos benificios, a comparación de las simulaciones finitas en las cuales no es posible ganar tanto.

Con 1000 tiradas de apuestas de $1, las ganancias son muy altas ya que en la estrategia de Martingala se gana arriesgando mucho dinero para obtener el doble como beneficio. Al tener un monto infinito, es mucho más fácil obtener grandes beneficios ya que se puede arriesgar sin quedarse con el pozo en 0.

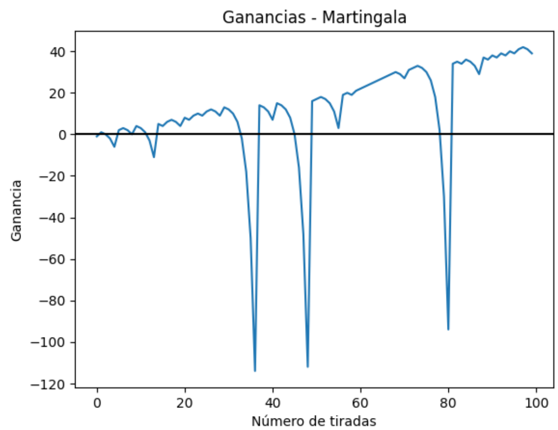

Figure 5: Flujo de Caja en 100 tiradas de $1

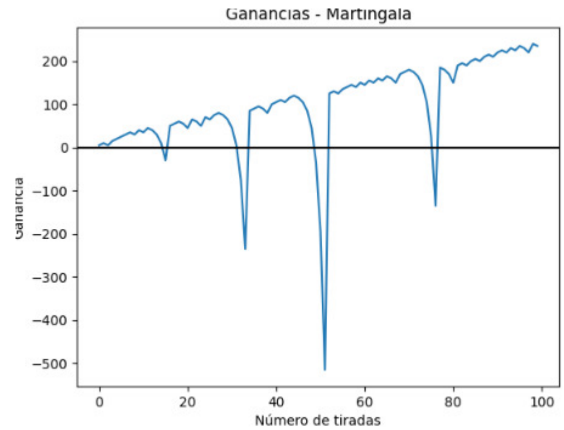

Figure 6: Flujo de Caja en 100 tiradas de $5

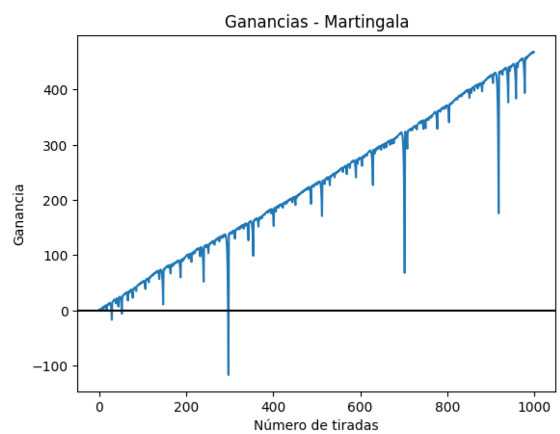

Figure 7: Monto Infinito. Flujo de Caja con la Estrategia Martingala en 1000 tiradas de $1

Conclusiones de Martingala. Para tener una mejor idea de si la estrategia Martingala podría ser buena para ganar dinero en la ruleta, decidimos simular 1000 tiradas de apuestas de $1, 50 veces, con monto finito de $500 y un monto infinito. Con el fin de observar l0s posibles beneficios, calculamos el promedio de gananancia de estas 50 simulaciones y su desvío.

Encontramos que, con monto finito, los picos de ganancias se obtienen, en promedio, al rededor de la tirada 400. Sin embargo, el desvío estandar de los promedios de cada simulación varían entre 5 y 30, explicando cuánto difieren del promedio.

En el monto infinito, el promedio de ganancia , aproximadamente, crece hacia el infinito. Como vimos con las gráficas anteriores de la única tirada, sin un límite en el pozo, con la Martingala es posible obtener buenas ganancias. El desvío estandar varía entre 20 y 45, indicando que esos promedios obtenidos pueden correrse de la media unas 20 o 40 unidades.

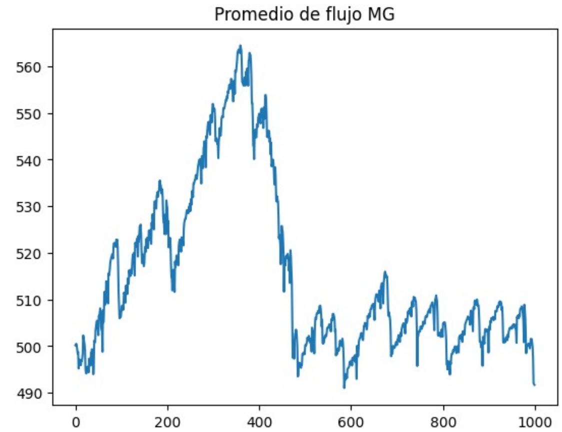

Figure 8: Promedio en 1000 tiradas de $1

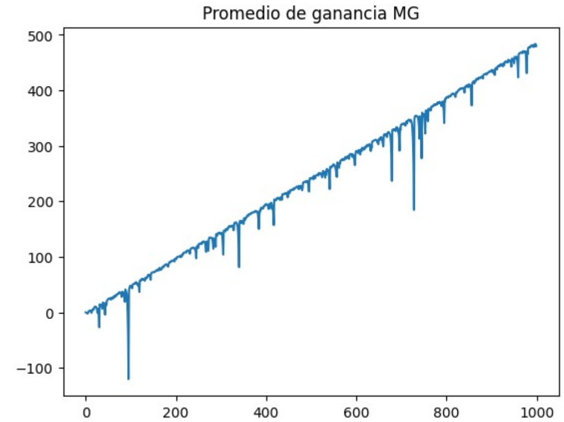

Figure 9: Monto Infinito. Promedio en 1000 tiradas de $1

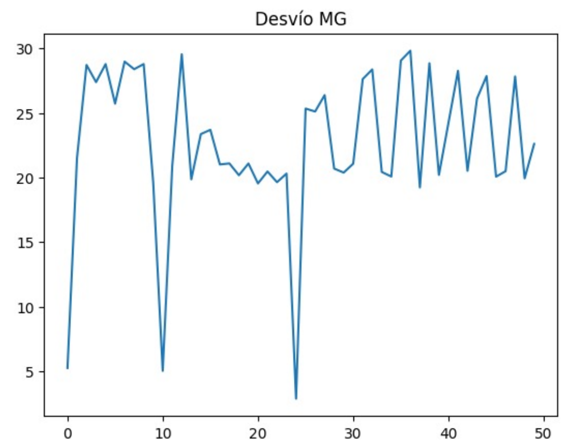

Figure 10: Desvio en 1000 tiradas de $1

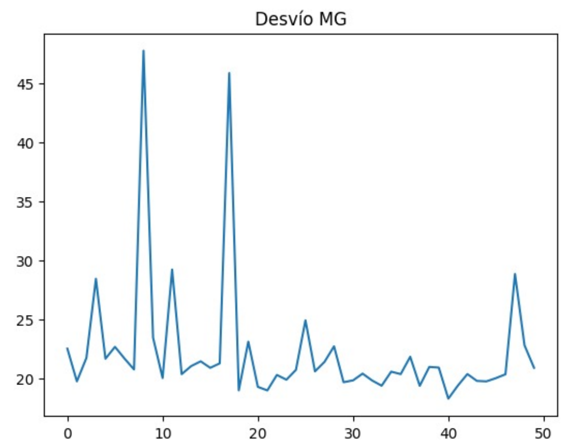

Figure 11: Monto Infinito. Desvio en 1000 tiradas de $1

En conclusión, con un monto finito, las chances de ganar no son muy grandes porque siempre estamos arriesgando mucho dinero, y que esto en una mala racha, nos puede llegar a arruinar nuestra jugada. Si tuviesemos la posibilidad de tener un pozo infinito, tendríamos ganancias en grandes medidas.

2.2 Estrategia de Sucesión de Fibonacci

Antes de comenzar a explicar este método tan famoso, hacemos mención de que es la sucesión de Fibonacci.

Sucesión de Fibonacci: Este método se basa en la secuencia matemática de Leonardo Pisano Bigollo, también llamado Fibonacci (siglo XII). El defendía una secuencia matemática que es una progresión acumulativa, ya que cada siguiente número es igual a la suma de los dos números que lo preceden. Esta secuencia es obviamente infinita, pero a modo de ejemplo nombramos los 15 primeros números:

1 – 1 – 2 – 3 – 5 – 8 – 13 – 21 – 34 – 55 – 89 – 144 – 233 – 377 – 610

Una vez entendida la sucesión, procedemos a explicar cómo utilizar esta estrategia en la ruleta. Lo primero que hay que conocer es que este método solo se puede utilizar apostando a rojo/negro, par/impar y números del 1-18/19-36. Como se puede observar, en cada apuesta que realicemos tendremos un porcentaje del 48,5% de probabilidades de ganancias (si no fuera por el número 0, nuestras probabilidades serían del 50%). Se puede comenzar a apostar con cualquier valor, pero para este método, se recomienda empezar apostando con un valor de 1 unidad.

A continuación, se apuesta a través de la secuencia, dependiendo de si ganamos o perdemos. Cuando ganamos, se tiene que retroceder dos pasos en la secuencia. En caso de que la primera apuesta resulte ganadora, simplemente se comienza la secuencia de nuevo. Sin embargo, si estamos más adelante en la secuencia, solo se retrocede dos números y apuestas esa cantidad. Como desventaja, cuanto más lejos llegamos en la secuencia, mayores serán las pérdidas.

Ventajas. El sistema Fibonacci puede ser más fácil de seguir si los jugadores memorizan los primeros quince números de la secuencia. La utilización del sistema Fibonacci permitirá a los jugadores generar ganancias consistentes en un periodo corto de tiempo si tienen una buena racha.

Desventajas. Algunos jugadores experimentados evitan este sistema porque la progresión de las apuestas tiende a ser bastante fuerte y agresiva con respecto al tiempo. Si experimentas una racha no ganadora prolongada, podría terminar disminuyendo tu monto inicial o incluso, perderlo por completo. Las matemáticas tienden a complicarse con números más altos en rachas perdedoras. Esto se debe a que la sucesión de Fibonacci es infinita.

2.2.1 Planteo analítico.

Para despejar dudas, a continuación mostramos un ejemplo:

Nº de Apuesta	Unidades apostadas	Resultado	Ganancias Totales
1	$1	Ganada	$1
2	$1	Perdio	$0
3	$1	Perdio	-$1
4	$1	Perdio	-$2
5	$2	Perdio	-$4
6	$3	Perdio	-$7
7	$5	Ganada	-$2
8	$2	Perdio	-$4
9	$3	Ganada	-$1
10	$1	Ganada	$0
11	$1	Ganada	$1

Table 2: Simulación de Estrategia Fibonacci

.

Al igual que todas las estrategias de ruleta, esta dependerá mucho de las rachas. En el anterior caso hipotético de arriba, el jugador ha ganado 5 de las 11 apuestas realizadas y a pesar de eso, ha conseguido tener ganancias. Se puede observar que después de cada apuesta perdida, lo que hacemos es seguir la secuencia de Fibonacci (1 – 1 – 2 – 3 – 5-...).

En la apuesta número 7 después de ganar, lo siguiente que hacemos es retroceder 2 pasos (2 números) en la secuencia de Fibonacci y hemos apostado 2 unidades.

Debemos mencionar que hay que tener cuidado con las malas rachas largas. Una cadena considerable de pérdidas nos puede llevar al abismo financiero, por ello te recomendamos que te marques una cantidad máxima de dinero que vas a jugar en una ronda.

Hipótesis. Suponemos que, a partir de la información descripta anteriormente, utilizando la estrategia de Fibonacci en muchas tiradas, obtendremos un resultado positivo en el cual tendremos buenas ganancias.

2.2.2 Análisis de las gráficas y resultados.

Dinero finita. En principio se plantea el caso de tener un monto finito de dinero para jugar. Para este ejemplo se propone un monto inicial de $500 con el que contara el jugador para realizar las apuestas definidas por la sucesión de Fibonacci.
A continuación, se examinará a detalle que ocurre en la grafica cuando se realizan 100 tiradas considerando el valor inicial de las apuestas en $1. Cabe aclarar que, de realizarse esta apuesta inicial, el cuadro de apuestas tendrá los siguientes valores e ira incrementándose debido a que la sucesión es infinita.

1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	...

Table 3: Valor de apuesta segun la sucesión de Fibonacci

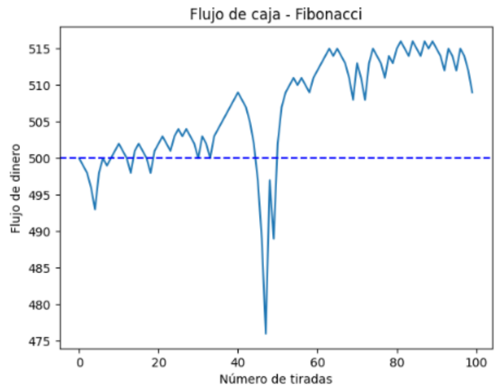

Figure 12: Corrida 1 de 100 tiradas.

Al analizar lo que nos arroja la gráfica 12 en un primer instante podemos notar que el flujo de caja es muy variado debido a las buenas y malas rachas que se obtienen. Incluso de puede observar una mala racha prolongada entre las tiras 40 y 47, donde se obtiene una pérdida de $-\$35$. Sin embargo, pese a esta mala racha prolongada, el jugador no solo pudo remontar, sino que, además, obtuvo una ganancia positiva de $\$10$.
Veamos que sucede si ahora se aumenta el numero de tiradas de 100 a 1000 manteniendo el mismo rango de apuestas que el ejemplo anterior.

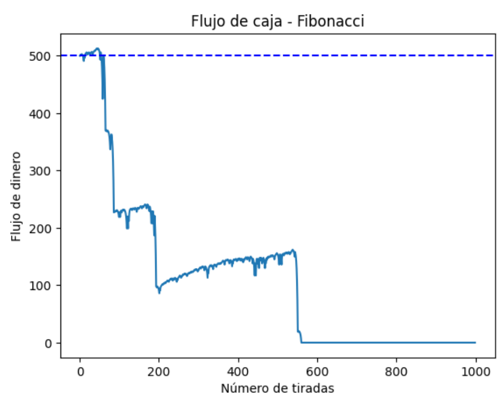

Figure 13: Corrida 1 de 1000 tiradas.

En la gráfica 13 se observa muy claramente lo que sucede cuando se tiene una mala racha prolongada. Como se menciono al principio, las apuestas siguen la sucesión de Fibonacci, por lo que, al tener una mala racha prolongada, genera que las apuestas sean cada vez mas grandes y llegado a tal punto, como se observa en la tirada 560, el jugador pierde su monto de apuesta inicial por completo.
Para ilustrar mejor los efectos de las buenas y malas rachas, proponemos el siguiente ejemplo donde el monto de las apuestas no varía, pero aumentamos de nuevo el numero de tiradas. Esta vez veamos que sucede cuando se realizan 10000 tiradas.

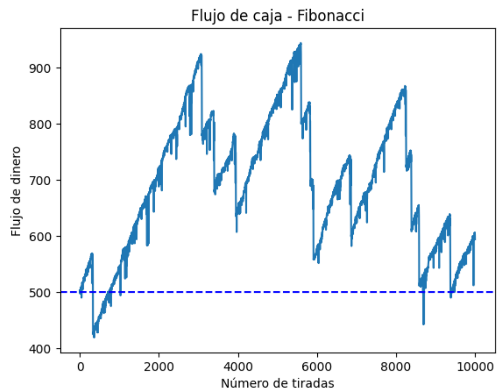

Figure 14: Corrida 1 de 10000 tiradas.

En la gráfica 14 se observa como en un principio nuestro monto aumenta por encima los $\$900$ pero llegado al final, nuestra ganancia total es cercana al monto inicial. Esto sucede debido a la variación de las rachas positivas y negativas, que modifican los valores de apuesta. En ella además se observa lo pronunciada que pueden ser las perdidas en tan solo algunas pocas tiradas.

Dinero infinito. Anteriormente analizamos lo que sucede cuando, desde un principio, se cuenta con un monto finito para las apuestas. Ahora examinemos que ocurre cuando no se cuenta con el mismo. Para ello partiremos de un ejemplo donde un jugador realiza 100 tiradas con una apuesta inicial de $\$1$.

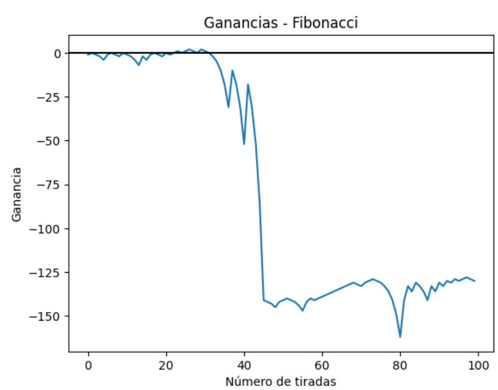

Figure 15: Corrida 1 de 100 tiradas.

Como puede observarse, la gráfica 15 nos indica que obtuvimos una mala racha prolongada donde nos genero una perdida en la tirada 45 cercana a los $-\$130$. Posteriormente finalizamos con una perdida total de $-\$127$. Se puede decir que fue una mala ronda para el jugador.
Procedemos a realizar el mismo ejemplo, pero aumentando el numero de tiradas de 100 a 1000 aunque el rango de apuestas seguirá siendo el mismo.

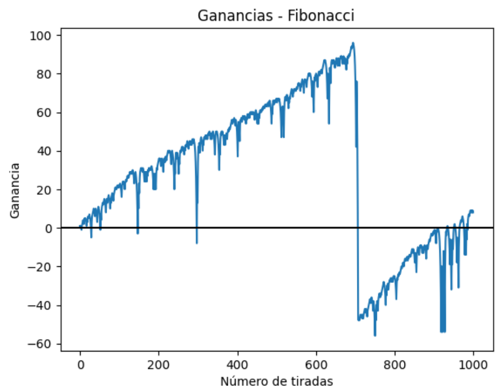

Figure 16: Corrida 1 de 1000 tiradas.

En este ejemplo se procede a hacer un análisis mas detallado sobre un suceso. De la tirada 0 a la 700 gozamos de una muy buena racha, lo que es proporcional a ganancias positivas, sin embargo, en tan solo 12 tira obtuvimos una perdida de $-\$146$. Esto conlleva a pensar que, si tan solo el jugador lograse retirarnos a tiempo, evitaríamos perder grandes cantidades de dinero.

Conclusion de Fibonacci Para realizar la conclusión del método de Fibonacci, se realizaron 50 simulaciones donde el numero de tiradas fue de 1000 y se utilizo la misma tabla de valores que en los ejemplos anteriores donde se comenzó con una apuesta inicial de $\$1$.

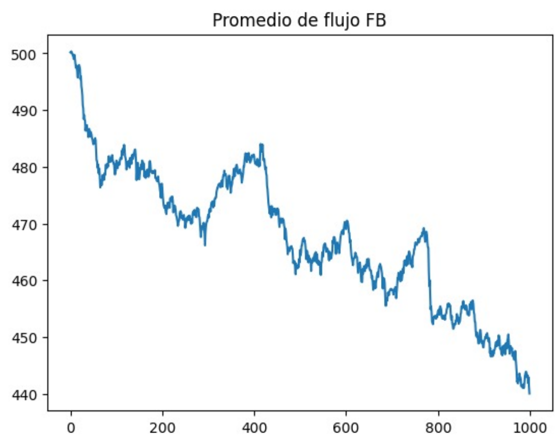

Figure 17: Promedio del monto finito

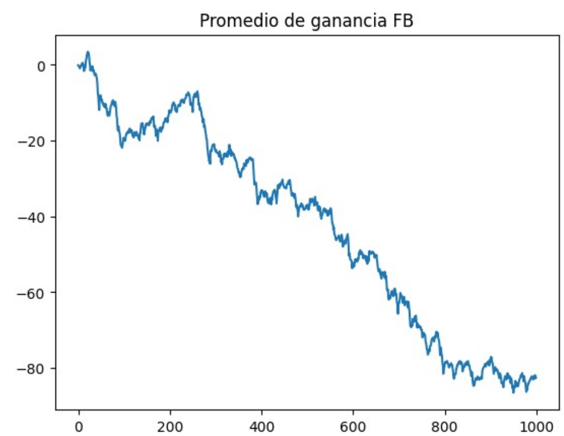

Figure 18: Promedio del monto infinito

Como puede observarse tanto para el caso de monto finito como infinito el comportamiento de las gráficas es similar y podría decirse que tiende a perdidas. Sin embargo, esto no quita que pueda obtener ganancias aplicando este método, aunque debemos ser cuidadosos con las malas rachas prolongadas.
Como pudo observarse en la gráfica 15 del ejemplo de monto infinito, en tan solo unas pocas tiradas puede obtener grandes pérdidas de dinero. Esto producto del comportamiento de las apuestas directamente proporcionales a la sucesión de Fibonacci, es decir, que entre más veces pierda, mayores son las apuestas que realiza.
Para que el método realmente genere ganancias el jugador debería saber cuando retirarse. Es decir, si el jugador nota que ha entrado a una racha negativa debe considerar si realmente vale la pena seguir apostando o retirarse antes de perder aún más. Esto es posible ya que el mismo conoce la sucesión de Fibonacci y el comportamiento de las apuestas anteriormente dicho. Finalmente, si el jugador comienza a perder, le tomara algunas apuestas más darse cuenta de que es momento de retirarse.
En conclusión, el método de Fibonacci no depende mucho de la cantidad de tiradas que se realicen sino de saber cuando el jugador debe retirarse para evitar perdidas grandes debido a las malas rachas prolongadas.

2.3 Estrategia de D'alembert

En el Siglo XIX, un reconocido matemático francés desarrolló un sistema para ganar en el juego de la Ruleta. Su nombre era Jean-Baptiste le Rond d'Alembert y el método que diseñó se ha llamado la "Ruleta de d'Alembert" en su honor.

El sistema d'Alembert tiene un funcionamiento realmente sencillo, la idea básica es realizar una apuesta con un monto determinado de dinero, las siguientes apuestas vendrán determinadas por los fallos o aciertos que se obtengan, apostando más cuando se va perdiendo y menos cuando se va ganando. Mientras que la Martingala se basa en doblar tras las pérdidas y volver a la unidad inicial al ganar, con Alembert tanto la subida como la vuelta a la calma serán mucho más tranquilas.

Como se puede ver estamos ante un sistema progresivo, en el cuál apostaremos más dinero conforme vayamos perdiendo y menos cuando vayamos ganando, con la estrategia final de minimizar las posibles pérdidas que se generen.

Antes empezar a usar el Sistema d'Alembert en la Ruleta, hay que decidir cuánto apostar. Se puede definir una apuesta mínima basándose en las imposiciones del casino y establecer una apuesta máxima con la que el apostador se sienta cómodo.

Es importante que asegurarse que la apuesta sea pequeña en comparación a las apuestas máximas permitidas por el establecimiento.

Ventajas. La mayor ventaja del Sistema de Ruleta d'Ambert es que te permite volverte más agresivo con cada apuesta que pierdes. Por esto, es menos probable que se pierdan grandes cantidades de dinero.

El principio detrás del Sistema de Ruleta d'Alembert es que se puede recuperar las pérdidas a medida que el juego avanza y doblas tus apuestas. Si se tiene una racha ganadora, se puede hacer mucho dinero con muy poco riesgo. Esto diferencia al Sistema de Ruleta d'Alembert del resto de los sistemas, que precisan progresiones lentas y dan ganancias limitadas.

Desventajas. Una de las desventajas del metodo es justamente la hipótesis descripta anteriormente, la verdad es que las chances de ganar son exactamente las mismas en cada giro. No hay nada que te asegure que la bola caerá en negro o rojo, en par o impar. Como resultado, a diferencia de lo que creía su creador, el Sistema de Ruleta d'Alembert no asegura ninguna ganancia.

Otro problema con el Sistema de Ruleta d'Alembert es que es completamente posible que las pérdidas se acumulen cuando tienes una mala racha.

Como no se aumenten considerablemente las apuestas cuando se pierde ni se reduzcan significativamente cuando ganas, tal vez nunca se recupere el dinero que se perdió si se tiene mala suerte durante mucho tiempo.

2.3.1 Planteo Analítico.

Con respecto al sistema de d'Alembert es importante que las jugadas se realicen en apuestas iguales, del 50% de opciones de ganar. Ello nos da la opción de ir a color, par/impar o 1-18/19-36. A su vez, definimos también la unidad base de apuesta. Pongamos que nuestro presupuesto es de $200, y que empezamos a jugar con $1 al rojo, o sea, el 0,5% de nuestro presupuesto.

Nº Apuesta	Apuesta	Color	Beneficio
1	$1	Rojo	$1
2	$1	Negro	-$1
3	$2	Negro	-$2
4	$3	Rojo	$3
5	$2	Rojo	$2
6	$1	Negro	-$1
7	$2	Negro	-$2
8	$3	Negro	-$3
9	$4	Rojo	$4
10	$3	Rojo	$3
		Beneficio total	$4

Table 4: Ejemplo de fluctuacion de beneficios con el método d'Alembert

.

Con el ejemplo de la tabla anterior, hemos ganado $4 en un total de 10 tiradas. ¿Puede no ser mucho? Pero es que en las 10 tiradas se han ganado a 50/50. Con una proporción algo mejor, los beneficios podrían ser ligeramente superiores, mientras que, con una mala racha, se reducirían más las pérdidas que con una Martingala pura. Si se esta jugando con el verdadero Sistema de Ruleta d'Ambert, se debe continuar aumentando la apuesta hasta que se alcance el máximo de la mesa. Sin embargo, la mayoría de las personas prefiere establecer su propio límite máximo en una cantidad con la que se sientan cómodos.

Hipótesis. El Sistema de Ruleta d'Alembert asume que las probabilidades de ganar en la Ruleta aumentan cada vez que gira la rueda, como si ésta tuviese una especie de memoria estadística, y que, eventualmente, ganar es una certeza.

Ademas, a partir del ejemplo de fluctuacion de beneficios con el metodo de d'Alembert en la tabla 3 podemos observar que la hipótesis del metodo es que siempre se obtendra beneficio.

2.3.2 Análisis de las gráficas y resultados.

Dinero finito. Comenzamos estudiando las gráficas en el caso de que el valor inicial de caja fuera $500 y fueron realizadas, para comenzar, 100 tiradas y la apuesta inicial fue de $1.

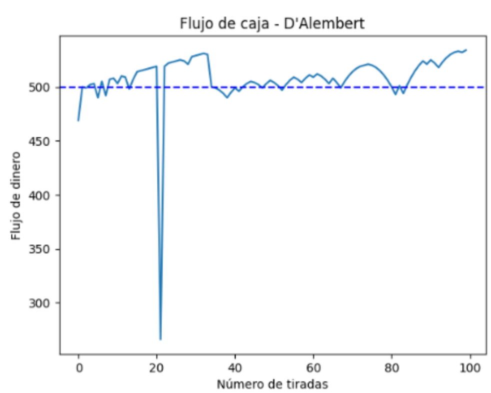

Figure 19: Corrida 1 de 100 tiradas.

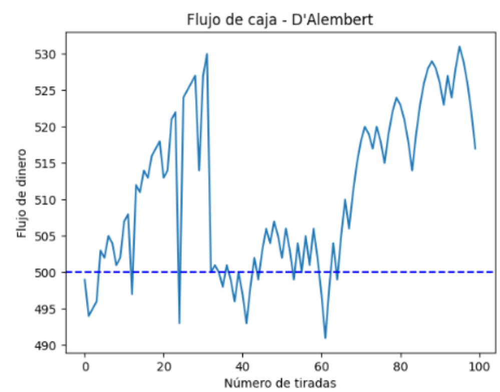

Figure 20: Corrida 2 de 100 tiradas.

Analizamos primero el flujo de caja de la figura 19, que en caso de 100 tiradas se ha obtenido una pequeña ganancia, pero no dejar de lado esa sucesión de malas rachas que casi termina con el dinero con el que él apostador contaba, momento en el cual el dinero en caja del apostador es menor a $300. Luego en la figura 20 se puede observar de que la ganancia fue mucho mayor con altibajos pero nunca estuvo en riesgo todo el capital que el apostador tenia para jugar.

Al ver que el dinero le alcanzaba al apostador para seguir realizando tiradas se decidió aumentar el número de tiradas, por ende, fueron simuladas 1000 tiradas, manteniendo las apuestas en el valor $1.

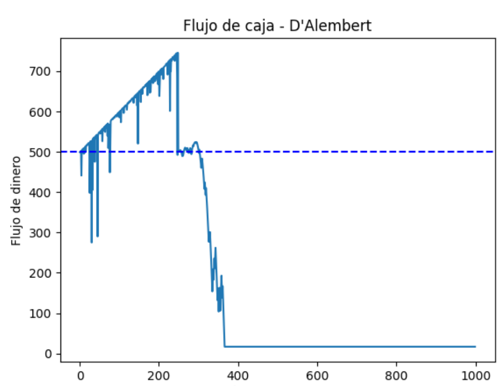

Figure 21: Flujo de Caja con la Estrategia d'Alembert en 1000 tiradas con apuesta inicial de $1

Podemos ver que el flujo de caja antes de llegar a la tirada 400 llego a casi 0, por lo que no se pudo seguir apostando, en este caso, la estrategia de d'Alembert tiene su pico, observando la gráfica cerca de la tirada 250, donde llega a su pico máximo.

Entonces, con las figuras vistas anteriormente y con el grafico en el que se realizaron 1000 tiradas. ¿podríamos concluir de que el grafico anterior muestra el comportamiento de la estrategia de d'Alembert?. La realidad es que no es posible porque solo tenemos en cuenta una corrida. / Al realizar un gran numero corridas con estos valores, se ha observado que no siempre el flujo de caja tiene el mismo comportamiento, por lo que no es posible basarse en una sola corrida para asegurar de que el método utilizado es efectivo y hasta que numero de tiradas lo es. Entonces fueron realizadas 1000 tiradas, con el mismo valor de apuesta inicial \$1 pero en este caso se puede observar la grafica compuesta por el promedio de 50 corridas de esas 1000 tiradas.

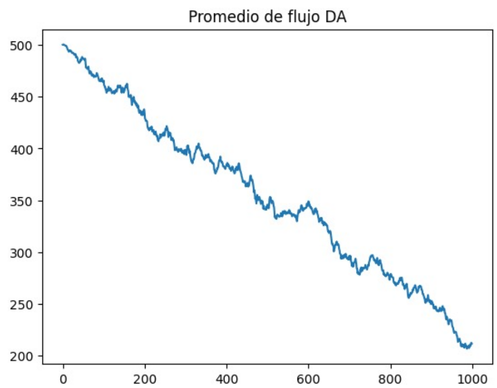

Figure 22: Promedio del flujo de Caja con la Estrategia d'Alembert en 50 corridas de 1000 tiradas con apuesta inicial de \$1

Analizando esta grafica se puede realizar una conclusión más coherente, porque ya no se trata de una corrida aislada, sino el promedio de 50 de ellas, y se observa claramente como, en promedio, el flujo de caja, o sea el dinero del apostador, disminuye de manera significativa al aumentar las tiradas, si bien se pueden apreciar pequeños incrementos esta muy lejos de poder recuperar siquiera el dinero con el que comenzó apostado.

Ahora simulemos en el caso de que la tirada sea aún mayor, en este caso 10000 para poder observar donde es la tirada, en promedio en el que se queda sin dinero el apostador.

Ademas con esta ultima grafica podemos demostrar que la hipotesis de d'Alembert no es correcta, ya que contrario a lo que dice la hipotesis, a medida que se hacen mas tiradas la probabilidad de ganar no aumenta, de hecho, se puede comprobar que se pierde dinero utilizando esta estrategia.

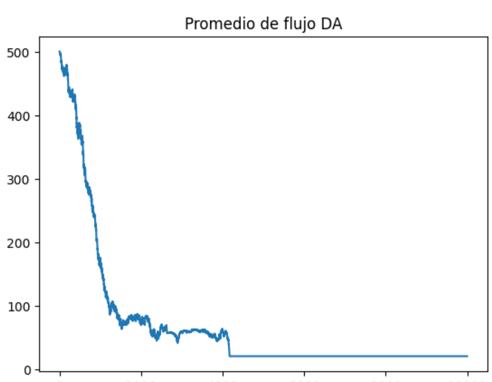

Figure 23: Promedio de 50 corridas de 10000 tiradas

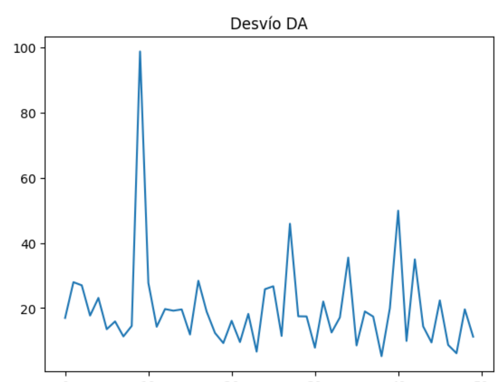

Figure 24: Desvio del promedio de las 50 corridas

Se puede observar que, pasando la tirada 4000, en promedio, el apostador se queda sin dinero.

A su lado, se muestra la grafica del desvio del promedio de las 50 corridas, pero se puede analizar que, el desvio es bastante grande en comparación con la cantidad inicial de dinero con el que cuenta el apostador, por ende, puede variar enormemente el promedio, pero, sin embargo, d'Alembert no demostró ser una estrategia recomendable.

Pero ¿Qué sucede con la caja si la apuesta inicial es un poco más?

En este caso se simuló con un valor de apuesta de 5, o sea, un 1% del dinero con el que el apostador cuenta y estos fueron los resultados sobre el flujo de dinero del apostador

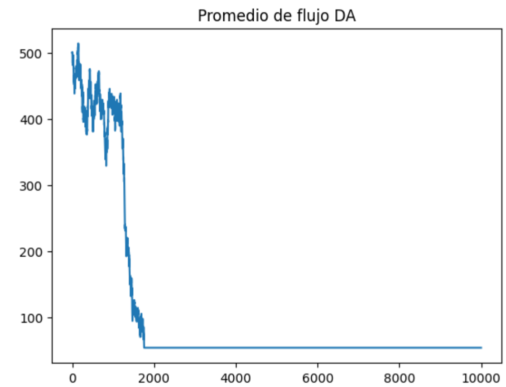

Figure 25: Promedio del flujo de Caja con la Estrategia d'Alembert en 50 corridas de 10000 tiradas con apuesta inicial de $5

El promedio con una apuesta mayor es menos alentador aún, si bien se observa que se obtiene ganancia al principio, luego decae completamente y el dinero se termina incluso más rápido que apostando menos dinero

Analizando los datos extraídos podemos concluir que no es una estrategia para nada recomendable, no se observo casi tirada en la que se consiguió una ganancia y la perdida de dinero fue acelerándose al aumentar la apuesta.

Dinero infinito. Ya sabemos que comportamiento tiene d'Alembert cuando el dinero es un limitante, pero, ¿y si el dinero ya no nos limita?

En la siguiente grafica se observa, en promedio la "ganancia" de la estrategia al realizar 1000 tiradas con una apuesta de $1 y 50 corridas y este fue el resultado.

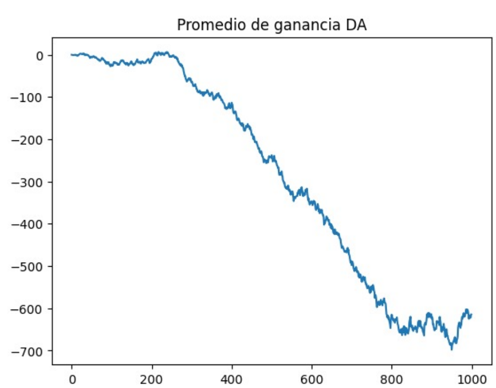

Figure 26: Promedio ganancia de 50 corridas de 10000 tiradas

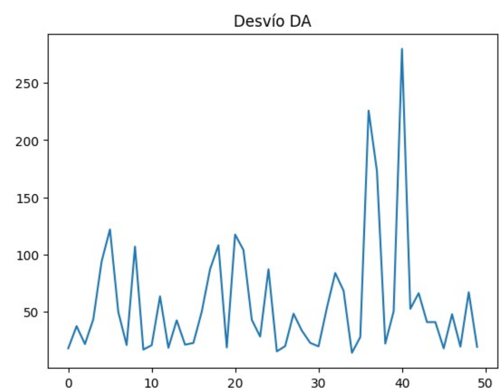

Figure 27: Desvio del promedio de ganancias de las 50 corridas

En este caso se observa que las pérdidas fueron aún más rápidas que en la simulación con dinero finito, pero esto tiene una explicación.

Analizando el desvio del promedio por corrida, se observa que es muy grande y por eso puede variar mucho el promedio entre 1000 y 50 corridas.

Con toda la información extraída, podemos concluir que aumentar las tiradas solo hará que la perdida de dinero sea aun mayor, nunca se recuperará ni siquiera la inversión inicial.

2.4 Cálculos realizados.

A continuación se presentan las fórmulas utilizadas en la simulación:

1. Frecuencia relativa:

$$FR_j = \frac{FA_j}{n} \tag{5}$$

Donde FR_j es la frecuencia relativa del j-ésimo resultado, FA_j es la frecuencia absoluta acumulada de los resultados anteriores a j, y n es el número total de tiradas.

2. Estrategia de Martingala:

$$G_i = G_{i-1} - a_i \tag{6}$$

$$a_i = \begin{cases} a & \text{si gana en la i-ésima tirada} \\ 2a & \text{si pierde en la i-ésima tirada} \end{cases} \tag{7}$$

Donde G_i es la ganancia acumulada en la i-ésima tirada, a_i es la apuesta en la i-ésima tirada, a es la apuesta inicial, y r_i es el resultado de la i-ésima tirada.

3. Estrategia de D'Alembert:

$$G_i = G_{i-1} - a_i \tag{8}$$

$$a_i = \begin{cases} a-1 & \text{si pierde en la i-ésima tirada} \\ a+1 & \text{si gana en la i-ésima tirada} \end{cases} \tag{9}$$

Donde G_i es la ganancia acumulada en la i-ésima tirada, a_i es la apuesta en la i-ésima tirada, a es la apuesta inicial, y r_i es el resultado de la i-ésima tirada.

4. Secuencia de Fibonacci:

$$f_n = \begin{cases} 1 & \text{si} n = 0 \\ 1 & \text{si} n = 1 \\ f_{n-1} + f_{n-2} & \text{si} n > 1 \end{cases} \tag{10}$$

Donde f_n es el n-ésimo término de la secuencia de Fibonacci.

5. Promedio:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \tag{11}$$

Donde $\bar{x}$ es el promedio de una lista de n elementos x_i.

6. Varianza:

$$s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \tag{12}$$

Donde s^2 es la varianza de una lista de n elementos x_i, y $\bar{x}$ es el promedio de la lista.

7. Desviación estándar:

$$s = \sqrt{s^2} \tag{13}$$

Donde s es la desviación estándar de una lista de elementos.

3 Conclusión

A modo de concluir el informe y proporcionadas las informaciones correspondientes a cada metodo, examinaremos a continuacion, distintas graficas donde podremos observar el comportamiento de cada una de ellas en diferentes aspectos.

3.1 Frecuencia relativa de obtener resultados favorables

Descripcion:
La frecuencia relativa es un cociente que indica la porción que cada una de las frecuencias absolutas representa del total de datos. En este caso, representa la frecuencia de cortar una mala racha a lo largo de las N tiradas.

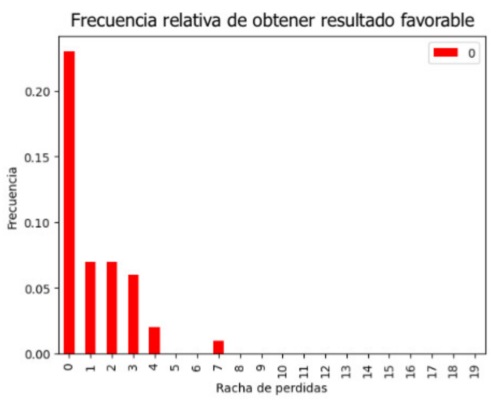

Figure 28: Frecuencia relativa de 100 tiradas de apuesta $1

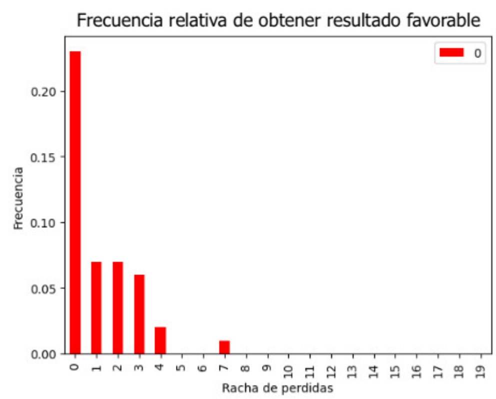

Figure 29: Frecuencia relativa de 100 tiradas de apuesta $1

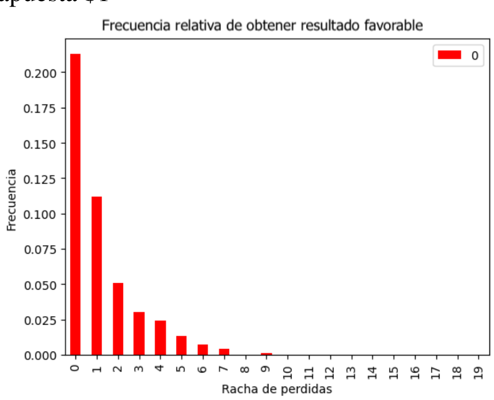

Figure 30: Monto Infinito. Frecuencia relativa de 1000 tiradas de apuesta $1

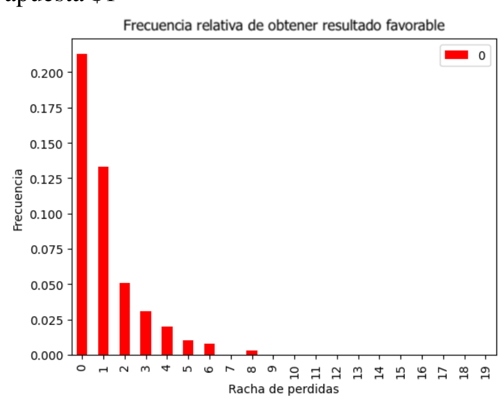

Figure 31: Monto Infinito. Frecuencia relativa de 1000 tiradas de apuesta $1

Analisis grafico:
En las graficas anteriores se representa, indistintamente si el monto es finito o infinito, la cantidad de tiradas que tuvieron que ocurrir para obtener un resultado favorable.
Vale aclarar que en más del 20% de las tiradas el resultado favorable se repite, al menos, 1 vez.

3.2 Promedio

Para examinar de forma mas clara y realizar un análisis efectivo de las estrategias utilizadas en este informe en cuanto al flujo de dinero del apostador, a continuación se presenta la comparación de cada uno de los métodos en una misma grafica.
Aclaramos que se realizaron 50 simulaciones conformadas cada una por 1000 tiradas,y se calculó el promedio para poder tener una medición mas fehaciente del método utilizado.

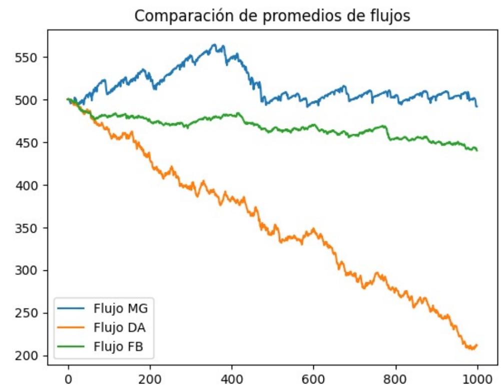

Figure 32: Promedio de Ganancias 1000 tiradas de apuesta $1

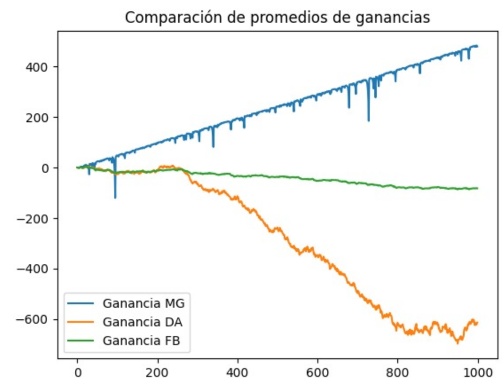

Figure 33: Monto Infinito. Promedio de Ganancias 1000 tiradas de apuesta $1

En las gráficas anteriores puede observarse que, tanto para el caso del monto finito o infinito, la estrategia de Martingala brinda un beneficio para al apostador pese a lo arriesgado de su apuesta, mientras que la estrategia de Fibonacci y D'Alembert, en mayor medida, generan perdidas grandes al aumentar el número de tiradas.

3.3 Desvío

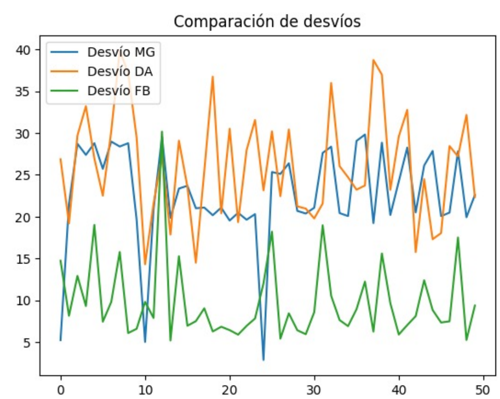

Figure 34: Monto Finito. Desvío del Promedio de Ganancias realizando 50 corridas de 1000 tiradas de apuesta $1

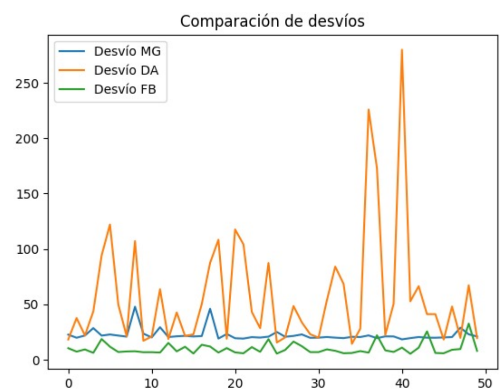

Figure 35: Monto Infinito. Desvío del Promedio de Ganancias realizando 50 corridas de 1000 tiradas de apuesta $1

Tomando en cuenta las figura 34 de desvio en caso del monto finito podemos llegar a la conclusion que, el desvio de la martingala y de d'Alembert, en algunas corridas es similar, si bien este ultimo en algunas corridas lo supera ampliamente, y, el desvio de Fibonacci es el mejor, por lo que se podria concluir de que la gráfica de fibonacci de la comparación anterior es la mas precisa de las tres, ya que su desvio respecto al promedio es menor, y d'Alembert es la que, en la grán cantidad de corridas es la que presenta mayor desvio, por ende, la grafica de la comapración anterior no es demasiada precisa ya que podria variar a corde al rango del desvio.

Para finalizar analicemos la figura 35, para el caso del monto infinito podemos ver como Fibonacci sigue siendo la que menor desvio presenta, la martingala, si bien parece tener algunos picos, o sea, algunas corridas en la que su desvio fue casi de 50 no se puede comparar con la estrategia de d'Alembert, ya que en este caso, esta ultima tuvo corridas que superaron el desvio de 250, por ende, la figura 33 no es para nada precisa respecto a este método, ya que su variacion respecto al promedio puede ser muy grande para alguanas corridas.

En definitiva, si tuvieramos que elegir una estrategia, a partir de lo analizado, podriamos concluir que ninguna estrategia de juego te asegura ganancia y que, por lo tanto, la Casa siempre termina ganando. En el caso hipotético de tener un pozo infinito, las chances de obtener ganancias es posible con la estrategia Martingala. Sin embargo, el caso de tener un pozo infinito no es real.

4 Bibliografía

Martingala, Fibonacci y otras estrategias para ruleta que no funcionan. (2023, April 16). https://es.casino.guru/estrategias-timos-ruleta

Las 3 estrategias de ruleta definitivas. (n.d.). Retrieved April 16, 2023, from https://blog.sportium.es/3-simples-estrategias-para-ganar-en-la-ruleta-que-cualquiera-puede-intentar/

Martingala: conoce esta estrategia para jugar en la ruleta. (n.d.). Retrieved April 16, 2023, from https://www.betfair.com.co/casino-estrategia/sistema-martingala-de-ruleta/

Sistema D'Alembert - ¿Qué tan seguro es este sistema de ruleta?. Retrieved April 16, 2023, from https://www.bettingexpert.com/es/casino/ruleta/estrategia-ruleta/dalembert