21- A reta real é uma linha infinita que estabelece uma correspondência biunívoca (um-para-um) com o conjunto dos números reais. Nela, todo número real corresponde a um único ponto na reta, e todo ponto na reta corresponde a um único número real.
Entre quaisquer dois inteiros, podemos localizar os números racionais, e ainda assim, para completar a reta, é necessário preencher os espaços que sobram com números irracionais, garantindo que a reta seja um contínuo perfeito, sem furos ou saltos.
A densidade é um conceito preciso. Um conjunto S é considerado denso no conjunto dos números reais (IR) se, entre quaisquer dois números reais distintos a e b, sempre existe um elemento s pertencente a S.
O conjunto dos números racionais (Q), é denso em R. Isso significa que, por mais próximos que dois números reais estejam, sempre conseguimos encontrar um número racional entre eles. Por exemplo: entre 3,14159 e 3,14160 (duas aproximações de π), podemos encontrar infinitos números racionais, como 3,141591, 3,141592, etc.
O conjunto dos números reais (IR), também é denso em si mesmo. No entanto, a propriedade que o distingue fundamentalmente dos racionais é a completude, que garante que não existam lacunas na reta real. De maneira geral, se tivermos uma sequência de pontos na que aproxima cada vez mais de um ponto limite, a completude garante que esse ponto limite existe, e também pertence à reta real.

22. a - 0 é um número natural, pois ele precisa ser um número natural para representar a quantidade de elementos do conjunto vazio.

b - -12 é inteiro (Z), pois o conjunto que agrupa os negativos é o conjuntos dos inteiros.

c - 2/7 é racional (Q), que é o conjunto que agrupa os fracionários

d - $\sqrt{81}$ é racional (R), pois o resultado da raiz pode ser expresso como uma fração, onde tanto o numerador quanto o denominador são inteiros.

e - 3,141592... é irracional (I), pois não pode ser expresso como uma fração de dois números inteiros, e sua representação decimal é infinita e não-periódica.

23 - a - 0,3333... = Racional, representado por 1/3.

b - 2,5 = Racional, é um decimal finito, com forma fracionária de dois inteiros (5/2).

c - $\sqrt{50}$ = Irracional, sua decimal é infinita ($5\sqrt{2} = 5 \times 1,4142356...$)

d - $\sqrt{4}$ = Racional, pois é um quadrado perfeito ($2^2 = 4$)

e - π^2 = Irracional, pois por ser transcendental, sua representação decimal continua infinita sem repetir padrão, e mesmo elevando ao quadrado, sua complexidade não desaparece, apenas muda de forma.

24 - $\mathbb{Z}$: $3x - 7$ é par = $\{-9, -7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7, 9\}$
$-10 \leq x \leq 10$

25 - $A = \{m \in \mathbb{N} \mid 1 \leq m \leq 12$ e m é múltiplo de $3\} = \{3, 6, 9, 12\}$
$B = \{m \in \mathbb{N} \mid 1 \leq m \leq 12$ e m é divisor de $12\} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

a - $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12\}$

b- $A \cap B = \{3, 6, 12\}$

c- $A - B = \{9\}$

d- $B - A = \{1, 2, 4\}$

26_a- Verdadeira, pois é a propriedade de densidade do conjunto dos números racionais (Q).

b- Verdadeiro, pois o conjunto dos racionais também é denso.

c- Falso, pois existem irrações. $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$, e 0 é racional (0/1).

d- Falsa, pois qualquer número multiplicado por zero é zero.

27_ Turma = 120 alunos

$|A| = 70$

$|B| = 55$

$|C| = 40$

$|A \cap B| = 30 - 8 = 22$

$|A \cap C| = 20 - 8 = 12$

$|B \cap C| = 15 - 8 = 7$

$|A \cap B \cap C| = 8$

$A = 70 - 22 - 12 - 8 = 28$

$B = 55 - 22 - 7 - 8 = 18$

$C = 40 - 12 - 7 - 8 = 13$

$120 - 28 - 18 - 13 - 22 - 12 - 7 - 8 =$

12

15 alunos não gostam de nenhuma.

28_ $U = 200$

$|A| = 90$

$|B| = 80$

$|C| = 70$

$|A \cap B| = 40 - 10 = 30$

$|A \cap C| = 35 - 10 = 25$

$|B \cap C| = 30 - 10 = 20$

$|A \cap B \cap C| = 10$

$A = 90 - 30 - 25 - 10$

25

25 pessoas gostam exclusivamente de A.

29- $U = 500$

$|A| = 180$

$|B| = 150$

$|C| = 130$

$|D| = 120$

$|A \cap B| + |A \cap C| + \dots |C \cap D| = 260$

$|A \cap B \cap C| + \dots = 90$

$|A \cap B \cap C \cap D| = 20$

$180 + 150 + 130 + 120 = 580$

$+580 - 260 + 90 - 20$

390

390 produtos tem pelo menos um defeito

30- $U = 400$

$|A| = 260$

$|B| = 180$

$|C| = 120$

$|A \cap B| = 90 - 30 = 60$

$|A \cap C| = 70 - 30 = 40$

$|B \cap C| = 50 - 30 = 20$

$|A \cap B \cap C| = 30$

$A = 260 - 60 - 40 - 30 = 130$

$B = 180 - 60 - 20 - 30 = 70$

$C = 120 - 40 - 20 - 30 = 30$

$130 + 30 + 40 = 200$

$\frac{200}{400} = \frac{1}{2} = 50\%$

31- $U = 90$

$x = 18$

$y = 12$

$z = 10$

$x \cap y = 8$

$x \cap z = 6$

$y \cap z = 4$

$x \cap y \cap z = ?$

$x \cup y \cup z = 72$

$18 + 12 + 10 + 8 + 6 + 4 = 58$

$|x \cap y \cap z| = 72 - 58$

$= 14$

$x \cap y \cap z = 14$