ATIVIDADE 1 (CONJUNTOS)

1. Esta atividade deve ser realizada em grupos de, até, 3 acadêmicos.
2. Sugere-se que todos os participantes da equipe tenham as resoluções devidamente registradas em material próprio.
3. Apenas um acadêmico deve entregar o material com as resoluções detalhadas pela plataforma Google Classroom, na sala da disciplina, com a indicação, em ordem alfabética, de todos os participantes da equipe.

Questão 1. Calcule o produto cartesiano dos conjuntos C = {1, 3, 6}, A = {2, 4, 18} e B = {3, 5, 8} e indique sua cardinalidade.

Questão 2. Para cada um dos seguintes conjuntos: represente-os e indique a respectiva cardinalidade:

A = {x ∈ N | 11 ≤ x ≤ 36 e x é ímpar}
B = {x | x é capital da Região Geográfica Nordeste do Brasil}
C = {x ∈ N | x < 0}
D = {x ∈ N | x é quadrado perfeito entre 0 e 101}
E = {x | x é consoante constritiva fricativa em Português}
F = {x | x é primo entre 1 e 100}

Questão 3. Dados os conjuntos A = {0, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55}, B = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 33}, C = {2, 3, 5, 13} e U = {x | x é número primo entre 2 e 40 ou x pertence à sequência de Fibonacci até o número 150}, represente graficamente e determine:

a) $A \cap B$
b) $A \cup B$
c) $A \cap C$
d) $C - A$
e) $B \cup A$
f) $B - C$
g) $A \cap B \cap C$
h) $A \cup B \cup C$
i) $A \cap (B \cup C)$
j) $(A \cap B) \cup (B - A)$
k) $(A - B) \cap (C - A)$
l) $(A \cap B) \cap (B \cup C)$
m) $(A - B) \cap (B \cup C)$
n) $(B - C) \cup (A - C) \cup (B - A)$
o) $(A \Delta B) \cap (A \Delta C) \cap (B \Delta C)$
p) $(A \Delta B) \cup (A \Delta C) \cup (B \Delta C)$

q) $U - (A \cap B \cap C)$
r) $U - (A \cup B \cup C)$
s) $U - ((A \Delta B) \cap (A \Delta C) \cap (B \Delta C))$
t) $U - ((C - B) \cup (A - B))$

Questão 4. Dados os conjuntos $A = \{x \in N \mid x \text{ é ímpar}\}$, $B = \{x \in N \mid x \text{ é par}\}$ e $C = \{x \in N \mid x \text{ é múltiplo de } 3\}$, determine se as afirmativas a seguir são verdadeiras, justificando:

a. $3 \in A$
b. $-3 \in B$
c. $-12 \in C$
d. $15 \notin C$
e. $A \not\subset B$
f. $A \not\subset C$
g. $B \cap A = \varnothing$
h. $(A \cap C) \cap B = \varnothing$
i. $A \cup B = N$

Questão 5. Dados os conjuntos $A = \{-2, 0, 2, 4\}$, $B = \{-2, 2, 4, 5\}$, $C = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ e $D = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 11\}$, determine $X = (A' \cap B) \cap (C \cap D')$. Em seguida, apresente o conjunto das partes do conjunto X e sua cardinalidade.

Questão 6. Dados os conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $B = \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$, $C = \{3, 6, 7, 11, 12, 13\}$ e $U=\{x \in N \mid 1 \le x \le 15\}$ determine:

a. $A \cap B \cap C$
b. $(A \cap B \cap C)'$
c. $(A' \cup B) \cup C'$
d. $(A \cap B)' \cup (A \cap C) \cup (B \cap C)'$
e. $(U - A) - (U - B) - (U - C)$
f. $(A \Delta B) \cup (A \Delta C) \cup (B \Delta C)$
g. $(A \cap B \cap C) \cup (A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C)$

Questão 7. Se dois conjuntos $A = \{2, 3\}$ e $B = \{3, 4, 5\}$, determine o conjunto C, tal que $A \cap C = \{2\}$, $B \cap C = \{4\}$ e $A \cup B \cup C = \{2, 3, 4, 5, 6\}$.

Questão 8. Um curso possui 40 estudantes dos quais: 13 estudam física; 30, matemática; e 10, as duas disciplinas. Quantos não estudam nem física nem matemática?

Questão 9. Em uma escola ensinam-se Inglês e Alemão. Sabe-se que cem alunos estudam as duas línguas; 130, só Inglês; e 170, só Alemão. Quantos alunos estudam Inglês? E quantos alunos há na escola?

Questão 10. Uma empresa realizou estudo de mercado com o intuito de compreender o comportamento dos consumidores em relação aos seus produtos (A, B e C). Os resultados apontaram que: 33 entrevistados consomem o produto A e 18 consomem apenas este produto; 71 consomem o produto B; 33 consomem o produto C; 19 consomem simultaneamente A ou B ou C; 7 consomem simultaneamente A e B; 5 consomem os três produtos; 4 consomem simultaneamente B e C; 55 preferem o produto B. Considerando que foram entrevistados 173 consumidores, responda:

a. quantos entrevistados consomem apenas o produto B?
b. quantos entrevistados consomem apenas o produto C?
c. quantos entrevistados não consomem qualquer um dos produtos?

Questão 11. Considerando os conjuntos A = {1, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 13}, B = { 2, 2, 5, 6 , 7, 8, 10, 14}, C = {1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 11, 15} e D = {3, 4, 5, 6, 7, 10, 12, 16} determine:

a. $A' \cap B' \cap C' \cap D'$
b. $A \cap B \cap C \cap D$
c. $(A - (B \cup C)) \Delta D$
d. $(A - B) \cup (C - D)$

Questão 12. Uma urna contém nove bolas de cores distintas. Determine o número de conjuntos distintos, não vazios, que podem ser formados com as bolas da urna.

Questão 13. Em uma cidade há 1.000 famílias, das quais 470 assinam o jornal A; 420, o jornal B; 315, o jornal C; 140, B e C; 220, A e C; 110 A e B; e 75 assinam os três jornais. Determine quantas famílias:

a. não assinam jornais;
b. assinam apenas um dos jornais;
c. assinam apenas dois jornais;
d. assinam pelo menos dois jornais
e. assinam no máximo dois jornais.

Questão 14. Dados os seguintes conjuntos E = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 9}, D = {2, 5, 7, 9, 10, 12, 15}, B = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}, C = {2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10} e A = {3, 4, 5, 7, 8, 9, 10} monte o diagrama de Euler-Venn (se possível) e, em seguida, determine:

a. $(A \cup B \cap C) \cup (D \cap E)$
b. $(A \cap B) \cap ((C \cap D) \cap E)$
c. $(A \cup B) \cap (C \cup D) \cap E$
d. $(A \cup B) \Delta (C \cup D) \Delta E$
e. $(C - C') \cup (A - B) \cap (E - E')$

Questão 15. Considere os conjuntos A com 4 elementos, B com 6 elementos, C com 4 elementos e D com 5 elementos. Qual a cardinalidade dos respectivos conjuntos das partes dos conjuntos A, B, C e D?

Questão 16. Dados 4 conjuntos A (com 32 subconjuntos), B (com 25 subconjuntos), C (com 225 subconjuntos) e D (com 1000 subconjuntos). Determine o número de elementos de A, de B, de C e de D. Para os conjuntos viáveis, apresente um conjunto com exemplos.

Questão 17. Explique, com base em fontes acadêmicas e históricas, o motivo pelo qual o conjunto dos números naturais ($\mathbb{N}$) nem sempre inclui o zero em algumas definições, enquanto em outras inclui. Dê exemplos de áreas que adotam cada convenção.

Questão 18. Diferencie, com exemplos, o conjunto dos números racionais ($\mathbb{Q}$) e o conjunto dos números irracionais ($\mathbb{R}\backslash\mathbb{Q}$), abordando: Representação decimal ; Forma de fração ; Origem histórica de cada tipo

Questão 19. Pesquise e explique por que certos números irracionais, como π e e, são chamados de transcendentais, enquanto outros, como $\sqrt{2}$, não são. Inclua definições formais.

Questão 20. Investigue a relação entre números reais ($\mathbb{R}$) e números complexos ($\mathbb{C}$), destacando por que $\mathbb{R}$ é considerado subconjunto de $\mathbb{C}$.
Inclua explicação de como um número real é representado no plano complexo.

Questão 21. Consulte fontes confiáveis e descreva como a reta real é utilizada para representar todos os números reais ($\mathbb{R}$), discutindo o papel das densidades dos conjuntos $\mathbb{Q}$ e $\mathbb{R}$ no contexto da análise matemática.

Questão 22. Determine se cada número a seguir é natural, inteiro, racional ou irracional, justificando:
a) 0
b) -12
c) 2/7
d) $\sqrt{81}$
e) 3,141592...

Questão 23. Classifique como racional ou irracional e demonstre:
a) 0,333...
b) 2,5
c) $\sqrt{50}$
d) $\sqrt{4}$
e) π^2

Questão 24. Sabendo que $x \in \mathbb{Z}$ e que $3x - 7$ é par, determine todos os possíveis valores de x no intervalo $-10 \leq x \leq 10$.

Questão 25. Sejam $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 12 \text{ e } n \text{ é múltiplo de } 3\}$ e $B = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 12 \text{ e } n \text{ é divisor de } 12\}$.
Determine:
a) $A \cup B$
b) $A \cap B$
c) $A - B$
d) $B - A$

Questão 26. Verifique se cada uma das afirmações é verdadeira ou falsa, justificando:
a) Entre dois números racionais diferentes sempre existe outro racional.
b) Entre dois números irracionais sempre existe outro irracional.
c) A soma de dois números irracionais é sempre irracional.
d) O produto de um número irracional por zero é irracional.

Questão 27. Numa turma de 120 alunos, pesquisou-se o interesse por três disciplinas: A (Algoritmos), B (Banco de Dados) e C (Computação Gráfica). Os resultados foram:
$|A| = 70$, $|B| = 55$, $|C| = 40$.
$|A \cap B| = 30$, $|A \cap C| = 20$, $|B \cap C| = 15$.
$|A \cap B \cap C| = 8$.

Pergunta: Quantos alunos não gostam de nenhuma das três disciplinas?

Questão 28. Num conjunto universal U de 200 pessoas, foram registrados os seguintes dados sobre filmes:
$|A| = 90$ (gostam de ação), $|B| = 80$ (gostam de comédia), $|C| = 70$ (gostam de drama).
$|A \cap B| = 40$, $|A \cap C| = 35$, $|B \cap C| = 30$.
$|A \cap B \cap C| = 10$.

Pergunta: Quantas pessoas gostam exclusivamente de ação (apenas A, sem B nem C)?

Questão 29. Num universo de 500 itens, quatro categorias de defeitos são registradas: A, B, C e D. Sabe-se:
$|A| = 180$, $|B| = 150$, $|C| = 130$, $|D| = 120$.
Somatório das interseções de pares (isto é, $|A \cap B| + |A \cap C| + \ldots + |C \cap D|) = 260$.
Somatório das interseções triplas ($|A \cap B \cap C| + \ldots) = 90$.
$|A \cap B \cap C \cap D| = 20$.

Pergunta: Quantos itens têm pelo menos um defeito? ($|A \cup B \cup C \cup D|$)

Questão 30. Em uma base de 400 clientes, A = compra online, B = compra em loja física, C = usa cupom. Registros:

$|A| = 260$, $|B| = 180$, $|C| = 120$.
$|A \cap B| = 90$, $|A \cap C| = 70$, $|B \cap C| = 50$.
$|A \cap B \cap C| = 30$.

Pergunta: Qual a probabilidade de um cliente, escolhido ao acaso, ter comprado online ou ter usado cupom, mas não ter comprado na loja física?

Num diagrama de Euler–Venn com três conjuntos X, Y, Z (universo U com 90 elementos) sabe-se:

Só X (apenas X) tem 18 elementos.
Só Y tem 12 elementos.
Só Z tem 10 elementos.
$X \cap Y$, excluindo a interseção tripla, tem 8 elementos. (isto é, $|(X \cap Y) \setminus Z| = 8$)
$X \cap Z$, excluindo tripla, tem 6 elementos.
$Y \cap Z$, excluindo tripla, tem 4 elementos.

Pergunta: Quantos elementos estão na interseção tripla $X \cap Y \cap Z$, sabendo que o total $|X \cup Y \cup Z| = 72$?