MATEMÁTICA COMPUTACIONAL CONJUNTOS (TEORIA E ÁLGEBRA)

Reginaldo Morais de Macedo, M.Sc., D.Sc.

- Bacharel em Administração e Matemática.
- Doutor em Administração.
- Mestre em Desenvolvimento Social.
- Especialista em Ciência de Dados; Sistema Financeiro e Mercado de Capitais; Saúde Pública; Educação a Distância; Engenharia de Produção; e Administração de Sistemas de Informação.
  MBA em Gestão de Projetos e Gestão Pública.

Conjuntos (Conceito)

- É uma noção primitiva.

- Qualquer coleção de itens, conhecidos como elementos, construída sobre a ideia de pertencimento, a partir da aplicação de algum tipo de critério considerado válido.

- "***É uma coleção não ordenada de objetos***" (Rosen, 2010, p. 111)

CONJUNTOS (REPRESENTAÇÃO)

- **Conjuntos**: representados por letras maiúsculas.
- **Elementos**: representados por letras minúsculas.
- Se o objeto x pertence ao conjunto A, ou seja, se x é elemento de A, diz-se que: $x \in A$.
- Se o objeto x não é elemento de A, diz-se que: $x \notin A$.

- $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ou $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x \leq 5\}$
- $B = \{RJ, SP, MG, ES\}$ ou $B = \{x \mid x$ é unidade federativa do Sudeste$\}$

Conjuntos Numéricos (Rosen, 2010)

- $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$, o conjunto dos números naturais.
- $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$, o conjunto dos números inteiros.
- $\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$, o conjunto dos números inteiros positivos.
- $\mathbb{Q} = \left\{\frac{p}{q} \mid p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{Z} \; e \; q \neq 0\right\}$, o conjunto dos números racionais.
- $\mathbb{R}$ é o conjunto dos números reais.

CONJUNTOS (CARACTERÍSTICAS)

- **Igualdade**: dois conjuntos são iguais se, e somente se, têm os mesmos elementos.
- $A = \{1, 3, 5\}$ e $B = \{5, 3, 1\}$, logo $A = B$
- $A = \{1, 1, 3, 3, 5, 5, 5\}$ e $B = \{3, 5, 1\}$, logo $A = B$
- ***"[...] ou seja, se A e B são conjuntos, então A e B são iguais se e somente se*** $\forall x(x \in A \leftrightarrow x \in B)$***".*** ***(***Rosen, 2010, p. 113)

Cardinalidade

- *Considere um conjunto A. Se há exatamente **n** elementos distintos em S, em que **n** é um número inteiro não negativo, dizemos que S é um conjunto finito e **n** é o cardinal de S.* (Rosen, 2010)

- Representações:
- $A = \{4, 6, 7, 8, 11\}$, então $n(A) = 5$, $|A|=5$, $\#A=5$
- $B = \{1, 1, 3, 3, 5, 5, 5\}$, então $n(B) = 3$, $|B|=3$, $\#B=3$.
- $C = \{ \varnothing \}$, então $n(C) = 0$, $|C|=0$, $\#C=0$

CONJUNTOS ESPECIAIS

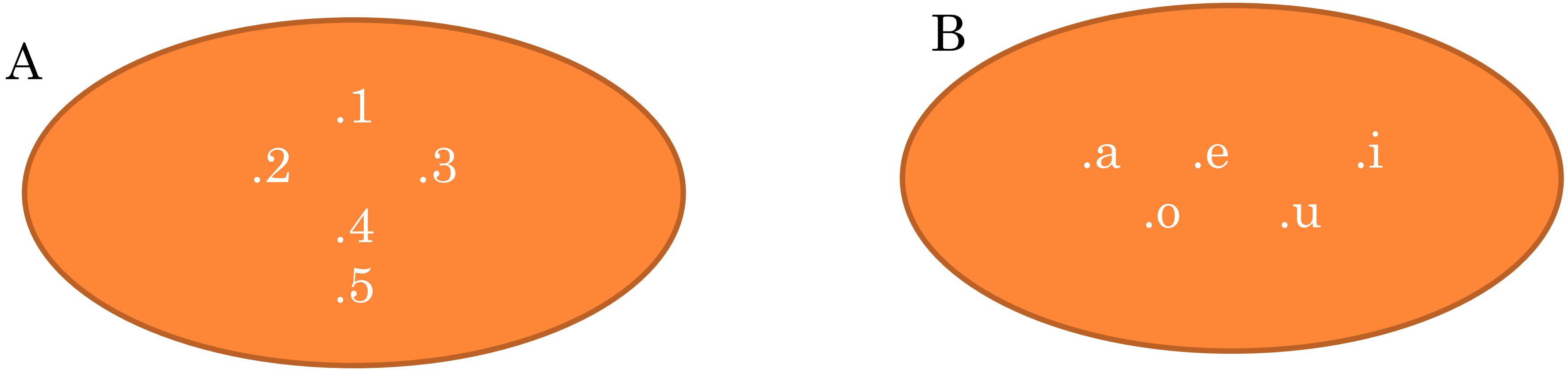
- **Unitário**: possui apenas um elemento. Ex: A = {x | x é par entre 11 e 13} = {12}

- **Vazio**: conjunto sem elementos. Ex: A = {x | x é cubo perfeito entre 10 e 26} = { } ou ∅

- **Universo**: contém todos os elementos para um determinado problema, incluindo aqueles que NÃO pertencem aos conjuntos analisados.

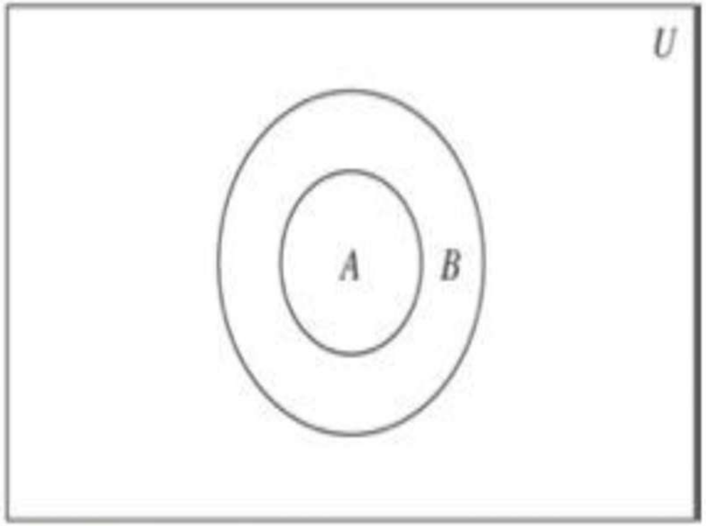
Conjuntos (Diagrama de Euler-Venn)

- $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- $B = \{a, e, i, o, u\}$



SUBCONJUNTOS (CARACTERÍSTICAS) ROSEN (2010)

- O conjunto A é um subconjunto de B se e somente se todo elemento de A for também um elemento de B.
- *Notações:*
- $A \subseteq B$ significa que A é um subconjunto de B.
- $A \subset B$ (A está contido em B)
- $B \supset A$ (B contém A)



SUBCONJUNTOS (REPRESENTAÇÃO)

- Se o conjunto A não for subconjunto de B, então, $A \not\subset B$ (A não está contido em B).

- Todo conjunto é subconjunto dele mesmo ($A \subset A$)

- $\emptyset$ é subconjunto de qualquer conjunto ($\emptyset \subset A$)

- $A \subset B$ e $B \subset A$ se, e somente se, $A = B$

Conjunto das Partes

- Conjunto P formado por todos os subconjuntos dos elementos de A, sem repetição, em que $n(P) = 2^{n(A)}$

- Seja A = {1, 2, 3}, então, P(A) = { ∅, {1}, {2}, {3}, {1, 2}, {1, 3}, {2, 3}, {1, 2, 3} }
- Seja B = {a, b, c, d}, então, P(B) = { ∅, {a}, {b}, {c}, {d}, {a, b}, {a, c}, {a, d}, {b, c}, {b, d}, {c, d}, {a, b, c}, {a, b, d}, {a, c, d}, {b, c, d}, {a, b, c, d} }
- Seja C = { ∅ }, então, P(C) = { ∅, {∅} } (Rosen, 2010)

PRODUTO CARTESIANO
ROSEN (2010, P. 118)

- ***Considere A e B como conjuntos. O produto cartesiano de A e B, indicado por A x B, é o conjunto de todos os pares ordenados (a, b), em que $a \in A$ e $b \in B$.***

- ***Assim, $A \times B = \{ (a, b) \mid a \in A \wedge b \in B \}$***

Produto Cartesiano Rosen (2010)

- Sejam $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{a, b, c\}$ e $C = \{1\}$, determine:

- A x B = { (1, a), (1, b), (1, c), (2, a), (2, b), (2, c), (3, a), (3, b), (3, c) }
- B x A = { (a, 1), (a, 2), (a, 3), (b, 1), (b, 2), (b, 3), (c, 1), (c, 2), (c, 3) }
- A x B x C = { (1, a, 1), (1, b, 1), (1, c, 1), (2, a, 1), (2, b, 1), (2, c, 1), (3, a, 1), (3, b, 1), (3, c, 1) }

Operações com Conjuntos: União

- O conjunto P é a união de A e B, se todos os elementos de A e de B estiverem em P, não havendo outros elementos além destes.
- $P = A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$
- Se $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{3, 5, 7\}$,

então $A \cup B = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 7\}$

Operações com Conjuntos: Intersecão

- O conjunto P é a interseção de A e B, se P possuir apenas os elementos comuns entre A e B
- $P = A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$

- Se $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{3, 5, 7\}$

então $A \cap B = \{ 3 \}$

Operações com Conjuntos: Diferença

- P é o conjunto diferença se for composto pelos elementos de A que não são elementos de B.
- $P = A - B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$
- Se $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{3, 5, 7\}$,

então: $A - B = \{1, 2, 4\}$

- $B - A = \{5, 7\}$

Operações com Conjuntos
Diferença Simétrica

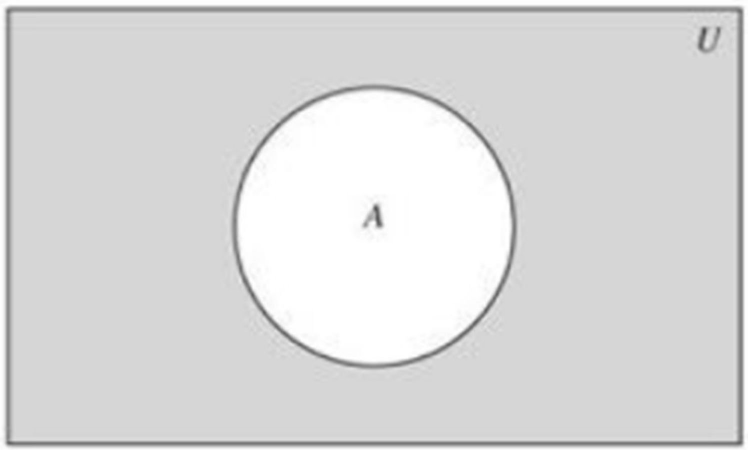
- Se $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{3, 5, 7\}$, então:

- Diferença simétrica:
- $A \Delta B = (A - B) \cup (B - A) = \{1, 2, 4, 5, 7\}$

Operações com Conjuntos Complemento

- Considere U como o conjunto universo. O complemento do conjunto A, indicado por A' ou A^c é o complemento de A em relação a U. Em outras palavras, o complemento de A é $U - A$.

- $A^c = \{ x \mid x \notin A \}$
- A^c está sombreado!



ALGUMAS PROPRIEDADES

- $A \cup A = A$
- $A \cup \varnothing = A$
- $A \cup B = B \cup A$
- $A \cup U = U$
- $A \cap A = A$
- $A \cap \varnothing = \varnothing$
- $A \cap B = B \cap A$
- $A \cap U = A$

- $A - A = \varnothing$
- $A - \varnothing = A$
- $A - B \neq B - A$, *em geral*
- $U - A' = A$
- $(A')' = A$
- $\varnothing' = U \leftrightarrow U' = \varnothing$
- $(A \cup B)' = A' \cap B'$
- $(A \cap B)' = A' \cup B'$