Lista 06

2Q → a) Usando redução ao absurdo:

Temos que $N^{\#}+1$ é divisível por um número primo p e $p \leq N$. Logo, existe um natural x tal que $N^{\#}+1 = p.X$. Assim:

$$p.X = N^{\#}+1 \qquad p\left(X - \frac{N^{\#}}{p}\right) = 1 \rightarrow X - \frac{N^{\#}}{p} = \frac{1}{p}$$
$$p.X - N^{\#} = 1$$

Já que $p \leq N$, podemos concluir que p é um fator de $N^{\#}$. Assim, p irá dividir os dois lados da equação acima. Então, podemos concluir que p divide 1, isto é, $p = 1$. Como sabemos, isso não é possível, já que p é primo.

Logo, mesmo quando $N^{\#}+1$ é composto, o seu menor fator primo tem que ser maior que N