S T Q Q S S D

Cripto - Lista 07

6Q → Se $n=1$, temos 3 moedas. Afinal, $3^1 = 3$

Agora nos resta escolher duas delas e colocar cada uma em um prato da balança. Se uma delas for mais leve, achamos a moeda adulterada. Se os pratos estiverem equilibrados, temos que a adulterada ficou de fora.

Com isso, podemos concluir que 1 pesagem é o suficiente para 3 moedas

Por indução, temos a hipótese de que K pesagens bastam para 3^K moedas. Digamos que temos 3^{K+1} moedas e iremos tentar provar que $K+1$ pesagens bastam neste caso.

Agora, iremos dividir as moedas em 3 grupos de 3^K moedas. Coloquemos dois destes na balança. Se um dos grupos é mais leve, temos que é lá onde estará a moeda adulterada. Se os pratos da balança estiverem equilibrados, a moeda mais leve estará no grupo que ficou de fora da balança.

Até o momento, com apenas uma pesagem, descobrimos em qual dos 3 grupos de 3^K moedas está a adulterada. Temos que entre 3^K moedas, a mais leve pode ser encontrada com K pesagens (hipótese sugerida mais acima).

Logo, com K pesagens, além da que já foi realizada, bastam para encontrar a moeda mais leve. Podemos concluir que temos um total de $K+1$ pesagens quando há 3^{K+1} moedas.