

S T Q Q S S D

$$10 \rightarrow d) g(n) = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{(n+1)(n+2)}$$

Resposta: $\begin{cases} g(0) = \frac{1}{2} \end{cases}$

$$\begin{cases} g(n) = g(n-1) + \frac{1}{(n+1)(n+2)} \quad \text{para } n \geq 0 \end{cases}$$

Assim, podemos escrever a seguinte soma:

$$\left(\frac{1}{1 \cdot 2} - \frac{1}{2 \cdot 3} \right) + \left(\frac{1}{2 \cdot 3} - \frac{1}{3 \cdot 4} \right) + \left(\frac{1}{3 \cdot 4} - \frac{1}{4 \cdot 5} \right) + \dots + \left(\frac{1}{n \cdot (n+1)} - \frac{1}{(n+1)(n+2)} \right)$$

Simplificando, temos que:

$$\left(\frac{1}{1 \cdot 2} - \frac{1}{2 \cdot 3} \right) + \left(\frac{1}{2 \cdot 3} - \frac{1}{3 \cdot 4} \right) + \left(\frac{1}{3 \cdot 4} - \frac{1}{4 \cdot 5} \right) + \dots + \left(\frac{1}{n \cdot (n+1)} - \frac{1}{(n+1)(n+2)} \right) =$$

$$\left(\frac{1}{1 \cdot 2} - \frac{1}{(n+1)(n+2)} \right) \Rightarrow \frac{1}{1 \cdot 2} - \frac{1}{(n+1)(n+2)} \Rightarrow \frac{(n+2) - 2}{2(n+1)(n+2)} \Rightarrow \frac{n}{2(n+1)(n+2)}$$

Podemos concluir que $X = \frac{n}{2(n+1)(n+2)}$

Temos agora que provar a validade da seguinte sequência:

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{(n+1)(n+2)} = \frac{n}{2(n+1)(n+2)}$$