S T Q Q S S D

4Q) a) $x \equiv y \pmod{p_0 p_1 \dots p_{N-1}} \longleftrightarrow$ para todo $i < N$ temos $x \equiv y \pmod{p_i}$

Considerando como $P(N)$ a afirmação acima, podemos provar que P é verdadeira através da indução. Temos que:

Base: $N = 1$ $\quad x \equiv y \pmod{p_1} \longleftrightarrow \forall i \in N, i < 1 \longrightarrow x \equiv y \pmod{p_i}$ $(*)$

Como podemos perceber, a afirmação $(*)$ é obviamente verdade. Através de $(*)$, temos que $x - y = q_1 p_1$. Continuando o desenvolvimento desse processo, podemos considerar que a equivalência também será válida para o módulo p_2. Logo:

$$x \equiv y \pmod{p_2}$$

Extendendo a ideia, temos que $x - y = q_2 p_2$. Assim, podemos concluir que $q_1 p_1 = q_2 p_2$.

Se fazendo uso da Propriedade Fundamental dos Primos, temos que $p_2 | q_1$ e que $p_1 | q_2$, do mesmo modo que, $x = a p_1 p_2 + y$. Assim:

$$x \equiv a p_1 p_2 + y \equiv y \pmod{p_1 p_2}$$

Logo, podemos concluir que $P(2)$ também será válido.

Hipótese indutiva: $\quad x \equiv y \pmod{p_1 p_2 \dots p_k}$

e

$$\forall i \in N, i < N \longrightarrow x \equiv y \pmod{p_i}$$

spiral