

Logo:

$$\begin{aligned}x &\equiv a \pmod{p} \text{ e} \\x &\equiv b \pmod{q}\end{aligned}$$

Pois temos um múltiplo de p que é 0 e um múltiplo de q que é 0 .

Supondo que x_1 e x_2 sejam soluções, então:

$$x_1 - x_2 \equiv 0 \pmod{p} \quad (3)$$

Isso podemos observar que x_1 é congruente a $a \pmod{p}$ e x_2 é congruente a $a \pmod{p}$. Então, podemos subtrair-las e obter (3).

Além disso, temos que:

$$x_1 - x_2 \equiv 0 \pmod{q} \quad (4)$$

Isso nos diz que $(x_1 - x_2)$ é um múltiplo de p e q , de modo que:

$$p \mid x_1 - x_2 \quad \text{e} \quad q \mid x_1 - x_2$$

Temos que pela propriedade do mmc, temos que:

$$\text{mmc}(p, q) \mid x_1 - x_2$$

$$\text{Logo, } x_1 - x_2 \equiv 0 \pmod{\text{mmc}(p, q)}$$

E finalmente, isso nos diz que: $x_1 \equiv x_2 \pmod{\text{mmc}(p, q)}$

Assim, a afirmação está provada