

6Q → Uma relação de ordem parcial é quando a relação é reflexiva, antissimétrica e transitiva.

Para a relação ser reflexiva na ordem lexicográfica, temos que provar que para todo par de inteiros, esse par de inteiros é menor ou igual a ele mesmo. Para provarmos, temos que:

$$|(a, b) \leq_{\text{lex}} (a, b)| \longleftrightarrow |(a \leq a) \vee (a = a \wedge b \leq b)|$$

$\checkmark$ 
 $\checkmark$ 
 $F$ 
 $\vee$ 
 $\vee$ 
 $\vee$ 
 $\vee$

Como podemos notar, a prova é verdadeira.

Para a relação ser antissimétrica na ordem lexicográfica, temos que provar que os pares  $(a, b)$  estão relacionados com  $(b, a)$  e que  $b = a$ . Para provarmos, temos que:

$$\text{Se: } ((a, b) \leq_{\text{lex}} (b, a) \wedge ((b, a) \leq_{\text{lex}} (a, b))) \quad \text{Logo, } a = b$$

Isso ocorre porque quando pegamos a relação de "menor ou igual" no conjunto dos inteiros, ela será antissimétrica. Temos que:

A única forma de  $(a \leq b) \wedge (b \leq a)$  ser verdade, é implicando que  $a = b$ . Pois,  $(a < b) \wedge (b < a)$  é algo impossível de ocorrer.