

$$6Q \rightarrow b) \begin{cases} X \equiv a_1 \pmod{p_1} \\ X \equiv a_2 \pmod{p_2} \\ \vdots \\ X \equiv a_K \pmod{p_K} \end{cases}$$

Pelo enunciado, temos que:

$$\text{mdc}(p_i, p_j) = 1 \text{ para todos } 1 \leq i < j \leq K$$

Prova: $N = p_1 p_2 \dots p_K$ e $N_i = \frac{N}{p_i}$

Agora, podemos afirmar que $\text{mdc}(p_i, N_i) = 1$.

Suponhamos que $d \mid p_i$ e $d \mid N_i$. Uma vez que todos os p_j são primos entre si, isso nos diz que d deve dividir um dos componentes de N_i .

Em outras palavras, temos que $d \mid p_j$ para $j \neq i$. Logo:

$$d \mid \text{mdc}(p_i, p_j) \text{ e } d = 1$$

Temos o seguinte fato: $\text{mdc}(p_i, N_i) = 1$

Seja X tal que: $N_i X_i \equiv 1 \pmod{p_i}$

Então:

$$N_i X_i \equiv 0 \pmod{p_i} \text{ para } i \neq j$$

Considerando que $X = X_1 N_1 b_1 + X_2 N_2 b_2 + \dots + X_K N_K b_K$,

$$\text{Temos que } X \equiv 0 + \dots + 0 + X_i N_i b_i + 0 + \dots + 0 \pmod{p_i}$$