

2Q d)  $N^2 < 2^N$  Continuação

Logo:

$$1 < K^2 - 2K$$

$$2 < K^2 - 2K + 1$$

Portanto:

$$(K-1)^2 > 2$$

Concluindo:

$$K^2 - 2K + 1 > 2$$

$$K^2 - 2K - 1 > 0$$

$$2K^2 - 2K - 1 > K^2$$

Mudando os lados:

$$2K^2 > K^2 + 2K + 1 = (K+1)^2$$

Juntando tudo, temos:

$$(K+1)^2 = K^2 + 2K + 1 < 2K^2 < 2^{K+1}$$

Pelo transitividade da relação  $<$  (menor que), temos que:

$$(K+1)^2 < 2^{K+1}$$

Como podemos perceber, essa é exatamente a nossa fórmula, desde que usemos  $(K+1)$  no lugar de  $N$

$$\text{ Sendo } N = (K+1) : N^2 < 2^N \Rightarrow (K+1)^2 < 2^{K+1}$$

Logo, a afirmação está-provada