

5Q → n) **Se $a^2 - 2a + 7$ é par, então a é ímpar:**

Para provar essa afirmação, desmembrarei a equação em três partes:

$$X \Rightarrow a^2$$

$$Y \Rightarrow X - 2a$$

$$Z \Rightarrow Y + 7$$

Temos que a^2 é uma outra forma de representar $(a \cdot a)$. Sendo a um número ímpar, podemos nos basear em uma propriedade do conjunto dos números ímpares, onde qualquer número ímpar multiplicado por outro número ímpar resultará em outro número ímpar. Isso ocorre pois os números ímpares são definidos como $2k + 1$, sendo k pertencendo a \mathbb{N} (conjunto dos números naturais). Logo:

$$(2k + 1) * (2k + 1) = 4k^2 + 4k + 1$$

Como, existe a parcela “+1”, acaba configurando o número como ímpar. Com isso, podemos concluir que X é ímpar.

A expressão $2a$ resultará em um número par. Isso ocorre porque qualquer número multiplicado por um número par, nesse caso o 2, resultará em outro número par. Isso ocorre pois qualquer número ímpar multiplicado por um número par, resultará em outro número par. Logo:

$$(2k) * (2k + 1) = 4k^2 + 2k = 2(2k^2 + 1)$$

Como já concluímos que a^2 é ímpar e que $2a$ é par, temos então um número ímpar subtraindo um número par. Exercendo uma das propriedades do conjunto dos números naturais, temos que o resultado dessa expressão será um número ímpar. Pois:

$$(2k + 1) - (2k) = 1$$

Com isso, podemos concluir que Y é ímpar.

Para finalizar, temos que Z será o resultado da soma de dois números ímpares, isto é, Y e 7. Mais uma vez, utilizando uma das propriedades do conjunto de números naturais, temos que a soma de dois números ímpares resultará em um número par. Pois:

$$(2k + 1) + (2k + 1) = 2(2k + 1)$$

Logo, a afirmação é verdadeira.