S T Q Q S S D

__/__/__

Para provar a transitividade, temos que:

$(a,b) \leq lex\ (c,d)$ e $(c,d) \leq lex\ (e,f)$

Para tal, temos que provar que $(a,b) \leq lex\ (e,f)$

Segue a prova:

$$\left|\underset{V}{(a,b) \leq lex\ (c,d)}\right| \underset{V}{\longleftrightarrow} \left|\underset{V}{(a<c)}\right| \underset{V}{\vee} \left|\underset{F}{(a=c}\right| \underset{F}{\wedge} \left|\underset{V}{b \leq d)}\right|$$

$$\left|\underset{V}{(c,d) \leq lex\ (e,f)}\right| \underset{V}{\longleftrightarrow} \left|\underset{V}{(c<e)}\right| \underset{V}{\vee} \left|\underset{F}{(c=e}\right| \underset{F}{\wedge} \left|\underset{V}{d \leq f)}\right|$$

$$\left|\underset{V}{(a,b) \leq lex\ (e,f)}\right| \underset{V}{\longleftrightarrow} \left|\underset{V}{(a<e)}\right| \underset{V}{\vee} \left|\underset{F}{(a=e}\right| \underset{F}{\wedge} \left|\underset{V}{b \leq f)}\right|$$

Além de estar demonstrado através da tabela da verdade, temos que a transitividade é uma propriedade do "menor ou igual" no conjunto dos inteiros. Temos que:

Se: $(a \leq b) \wedge (b \leq c)$ — Logo, $(a \leq c)$

spiral