S T Q Q S S D — __/__/__

3Q→ $\frac{1}{1,2}+\frac{1}{2,3}+\ldots+\frac{1}{(N+1)(N+2)}=X$

Temos que frações do tipo $\frac{1}{(N+1)(N+2)}$ podem ser reescritas como a diferença de duas frações. Logo:

$$\frac{1}{(N+1)(N+2)}=\frac{1}{(N+1)}-\frac{1}{(N+2)}$$

Assim, podemos reescrever a sequência como:

$$\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\ldots+\left(\frac{1}{(N+1)}-\frac{1}{(N+2)}\right)$$

Simplificando, temos que:

$$\left(\frac{1}{1}-\cancel{\frac{1}{2}}\right)+\left(\cancel{\frac{1}{2}}-\cancel{\frac{1}{3}}\right)+\left(\cancel{\frac{1}{3}}-\cancel{\frac{1}{4}}\right)+\ldots+\left(\cancel{\frac{1}{(N+1)}}-\frac{1}{(N+2)}\right)\Rightarrow$$

$$\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{(N+2)}\right)\Rightarrow\frac{1.(N+2)}{(N+2)}-\frac{1}{(N+2)}\Rightarrow\frac{(N+2)-1}{(N+2)}\Rightarrow\boxed{\frac{N+1}{N+2}}$$

Podemos concluir que $X=\frac{N+1}{N+2}$

Temos agora que provar a validade da seguinte sequência:

$$\frac{1}{1,2}+\frac{1}{2,3}+\frac{1}{3,4}+\ldots+\frac{1}{(N+1)(N+2)}=\frac{(N+1)}{(N+2)}$$