S T Q Q S S D

__/__/__

Lista 02 → Cripto

1Q → $\neg[\forall x \in X(\ell(x))] \longleftrightarrow \exists x \in X(\neg \ell(x))$

Nessa afirmação, podemos notar a presença do Se... Somente se ($\longleftrightarrow$). Logo, o antecedente (1º parte) é igual ao consequente (2º parte).

Com isso, podemos pegar a 1º parte para iniciar a resolução da questão:

$$\neg[\forall x \in X(\ell(x))] \Rightarrow$$
$$\neg[\forall x(x \in X \longrightarrow \ell(x))]$$

Agora, o objetivo principal se torna empurrar o não ($\neg$) o mais para dentro possível:

$$\exists x(\underbrace{x \in X}_{p} \wedge \underbrace{\neg \ell(x)}_{q})$$

Isso ocorre, pois ao negarmos o $\forall$ (para todos), ele se torna um $\exists$ (existe). Além disso, temos que:

$$\neg(p \longrightarrow q) \longleftrightarrow p \wedge \neg q$$

Agora, uma outra forma de se escrever a 2º parte é:

$$\exists x(x \in X \wedge \ell(x))$$

Com isso, provamos a afirmação. Pois, a 1º parte será igual a 2º parte

$$\exists x(x \in X \wedge \neg(\ell(x)) \longleftrightarrow \exists x(x \in X \wedge \ell(x))$$