实验 6 离散系统的冲激响应和阶跃响应

1518 班　15352408　张镓伟

一、实验目的

(1)加深对离散线性移不变(LSI)系统基本理论的理解，明确差分方程与系统函数之间的关系。

(2)初步了解用 MATLAB 语言进行离散时间系统研究的基本方法。

(3)掌握求解离散时间系统冲激响应和阶跃响应程序的编写方法，了解常用子函数。

(4)观察信号抽样与恢复的图形，掌握采样频率的确定方法和内插公式的编程方法。

二、实验涉及的 MATLAB 子函数

1.impz

功能：求解数字系统的冲激响应。

调用格式：

[h，t]=impz(b，a)；求解数字系统的冲激响应 h，取样点数为缺省值。

[h，t]=impz(b，a，n)；求解数字系统的冲激响应 h，取样点数由 n 确定。

impz(b，a)；在当前窗口用 stem(t，h)函数出图。

2.dstep

功能：求解数字系统的阶跃响应。

调用格式：

[h，t]＝dstep(b，a);求解数字系统的阶跃响应 h，取样点数为缺省值。

[h，t]＝dstep(b，a，n);求解数字系统的阶跃响应 h，取样点数由 n 确定。

dstep(b，a)；在当前窗口用 stairs(t，h)函数出图。

3.filter

功能：对数字系统的输入信号进行滤波处理。

调用格式：

y＝filter(b，a，x)；对于由矢量 a、b 定义的数字系统，当输入信号为 x 时，对 x 中的数据进行滤波，结果放于 y 中，长度取 max(na，nb)。

［y，zf］＝filter(b，a，x)；除得到结果矢量 y 外，还得到 x 的最终状态矢量 zf。

y＝filter(b，a，x，zi)；可在 zi 中指定 x 的初始状态

4.filtic

功能：为 filter 函数选择初始条件。

调用格式：

z＝filtic(b，a，y，x)；求给定输入 x 和 y 时的初始状态。

z＝filtic(b，a，y)；求 x＝0，给定输入 y 时的初始状态。

其中，矢量 x 和 y 分别表示过去的输入和输出：

x＝［x(－1)，x(－2)，…，x(－N)］

y＝［y(－1)，y(－2)，…，y(－N)］

说明：以上子函数中的 b 和 a，分别表示系统函数 H(z)中由对应的分子项和分母项系数所构成的数组。如式(5-2)所示，H(z)按 z^{-1}(或 z)的降幂排列。

在列写 b 和 a 系数向量时，两个系数的长度必须相等，它们的同次幂系数排在同样的位置上，缺项的系数赋值为 0。

在 MATLAB 信号处理工具箱中，许多用于多项式处理的函数，都采用以上的方法来处理分子项和分母项系数所构成的数组。在后面的实验中不再说明。

三、实验原理

1.离散 LSI 系统的响应与激励

由离散时间系统的时域和频域分析方法可知，一个线性移不变离散系统可以用线性常系数差分方程表示：

$$\sum_{k=0}^{N} a_k y(n-k) = \sum_{m=0}^{M} b_m x(n-m) \tag{5-1}$$

也可以用系统函数来表示：

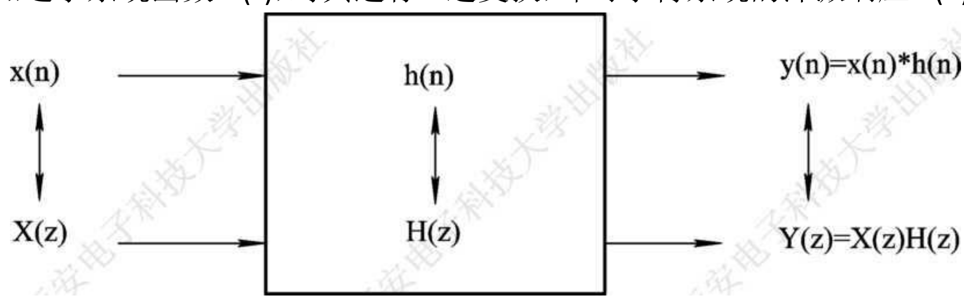
$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{b(z)}{a(z)} = \frac{\sum_{m=0}^{M} b_m z^{-m}}{\sum_{k=0}^{N} a_k z^{-k}}$$

$$= \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \cdots\cdots + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \cdots\cdots + a_k z^{-k}} \tag{5-2}$$

系统函数 H(z)反映了系统响应与激励间的关系。一旦上式中的 b_m 和 a_k 的数据确定了，则系统的性质也就确定了。其中特别注意：a_0 必须进行归一化处理，即 $a_0=1$。

对于复杂信号激励下的线性系统，可以将激励信号在时域中分解为单位脉冲序列或单位阶跃序列，把这些单元激励信号分别加于系统求其响应，然后把这些响应叠加，即可得到复杂信号加于系统的零状态响应。因此，求解系统的冲激响应和阶跃响应尤为重要。由图 5-1 可以看出一个离散 LSI 系统响应与激励的关系。

同时，图 5-1 显示了系统时域分析方法和 z 变换域分析法的关系。如果已知系统的冲激响应 h(n)，则对它进行 z 变换即可求得系统函数 H(z)；反之，知道了系统函数 H(z)，对其进行 z 逆变换，即可求得系统的冲激响应 h(n)。



2.用 impz 和 dstep 子函数求解离散系统的单位冲激响应和阶跃响应

在 MATLAB 语言中，求解系统单位冲激响应和阶跃响应的最简单的方法是使用 MATLAB 提供的 impz 和 dstep 子函数。

下面举例说明使用 impz 和 dstep 子函数求解系统单位冲激响应和阶跃

响应的方法。

例 5-1 已知一个因果系统的差分方程为

6y(n)＋2y(n－2)＝x(n)＋3x(n－1)＋3x(n－2)＋x(n－3)

满足初始条件 y(－1)＝0，x(－1)＝0，求系统的单位冲激响应和阶跃响应。

解 将 y(n)项的系数 a_0 进行归一化，得到

$$y(n)+\frac{1}{3}y(n-2)$$

$$=\frac{1}{6}x(n)+\frac{1}{2}x(n-1)+\frac{1}{2}x(n-2)+\frac{1}{6}x(n-3)$$

分析上式可知，这是一个 3 阶系统，列出其 b_m 和 a_k 系数：

$$a_0=1,\quad a_1=0,\quad a_2=1/3,\quad a_3=0,$$

$$b_0=1/6,\quad b_1=1/2,\quad b_2=1/2,\quad b_3=1/6$$

编写 MATLAB 程序如下(取 N＝32 点作图)：

```
a＝［1，0，1/3，0]；
b＝［1/6，1/2，1/2，1/6]；
N＝32；
n＝0：N－1；
hn＝impz(b，a，n)；                    %求时域单位冲激响应
gn＝dstep(b，a，n)；        %求时域单位阶跃响应
subplot(1，2，1)，stem(n，hn，’k’)；%显示冲激响应曲线
title(‘系统的单位冲激响应’)；
ylabel(‘h(n)’)；xlabel(‘n’)；
axis(［0，N，－1.1*min(hn)，1.1*max(hn)］)；
subplot(1，2，2)，stem(n-1，gn，‘k’)；%显示阶跃响应曲线
title(‘系统的单位阶跃响应’)；
ylabel(‘g(n)’)；xlabel(‘n’)；
axis(［0，N，－1.1*min(gn)，1.1*max(gn)］)；
```

系统的单位冲激响应和阶跃响应如图 5-2 所示。

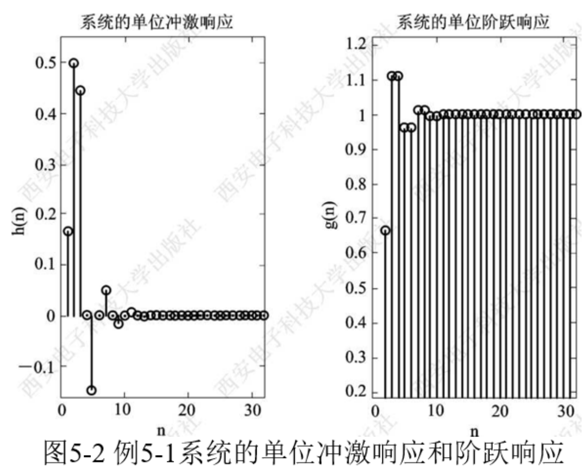


图5-2 例5-1系统的单位冲激响应和阶跃响应

3.用 filtic 和 filter 子函数求解离散系统的单位冲激响应

MATLAB 提供了两个子函数 filtic 和 filter 来求解离散系统的响应。当输入信号为单位冲激信号时，求得的响应即为系统的单位冲激响应；当输入信号为单位阶跃信号时，求得的响应即为系统的单位阶跃响应。

例 5-3 已知一个因果系统的差分方程为

6y(n)－2y(n－4)＝x(n)－3x(n－2)＋3x(n－4)－x(n－6)

满足初始条件 y(－1)＝0，x(－1)＝0，求系统的单位冲激响应和单位阶跃响应。时间轴上 N 取 32 点作图。

解 将 y(n)项的系数 a_0 进行归一化，得到

$$y(n)-\frac{1}{3}y(n-4)$$

$$=\frac{1}{6}x(n)-\frac{1}{2}x(n-2)+\frac{1}{2}x(n-4)-\frac{1}{6}x(n-6)$$

分析上式可知，这是一个 6 阶系统，直接用 MATLAB 语言列出其 b_m 和 a_k 系数：

a＝［1，0，0，0，－1/3，0，0]；

b＝［1/6，0，－1/2，0，1/2，0，－1/6]；

注意：原公式中存在着缺项，必须在相应的位置上补零。

编写 MATLAB 程序如下：

```
x01＝0；y01＝0；N＝32；        %赋初始条件和采样点数
a＝［1，0，0，0，－1/3，0，0]；%输入差分方程系数
b＝［1/6，0，－1/2，0，1/2，0，－1/6]；
xi＝filtic(b，a，0)；%求等效初始条件的输入序列
n＝0：N－1；%建立 N 点的时间序列
x1＝［n＝＝0]；%建立输入单位冲激信号 x1(n)
hn＝filter(b，a，x1，xi)；%对输入单位冲激信号进行滤波，求冲激
响应 x2＝［n>＝0]；%建立输入单位阶跃信号 x2(n)
 gn＝filter(b，a，x2，xi);%对输入单位阶跃信号进行滤波,求阶跃响应
 subplot(1，2，1)，stem(n，hn)；title(¢系统单位冲激响应¢)；
 subplot(1，2，2)，stem(n，gn)；title(‘系统单位阶跃响应’)；
```

系统的单位冲激响应和单位阶跃响应如图 5-4 所示。

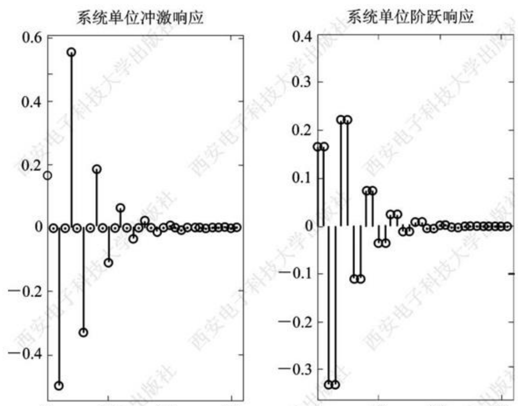


图5-4 用filter子函数求解例5-3系统的响应

四、实验任务

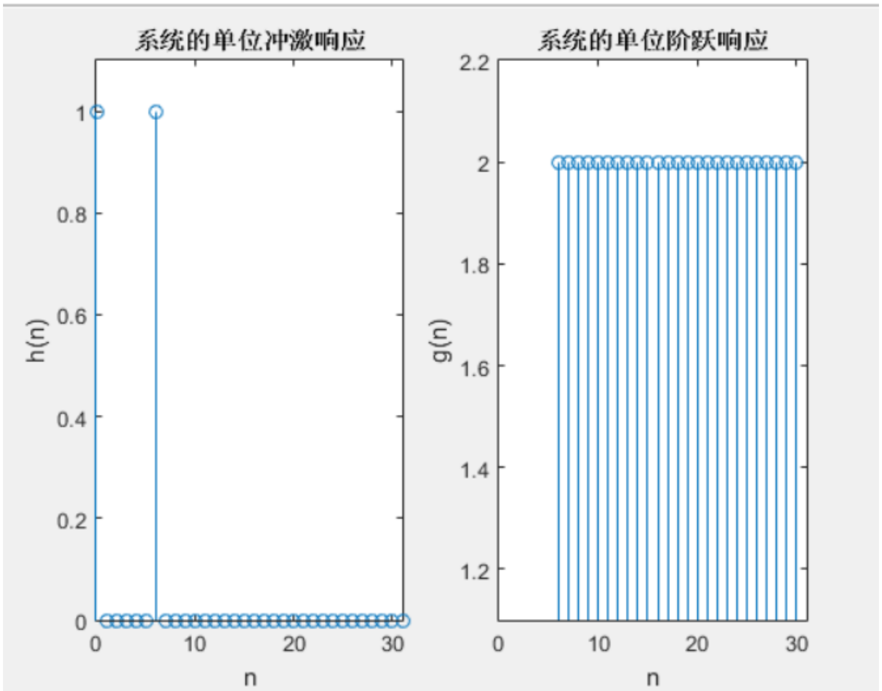
(1)已知离散线性时不变系统的差分方程，请分别用 impz 和 dstep 子函数、filtic 和 filter 子函数两种方法求解系统的冲激响应和阶跃响应。

①x(n)＋x(n－6)＝y(n)

用 impz 和 dstep:

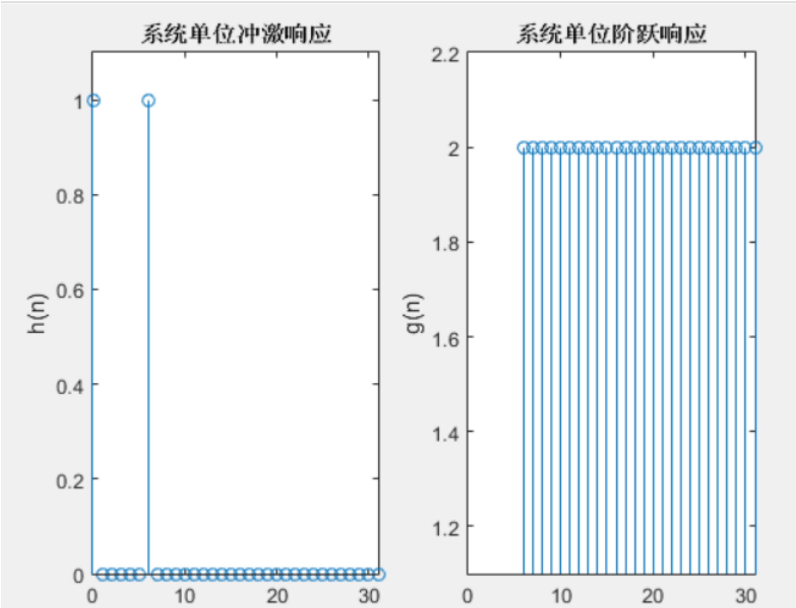
这里发现用 dstep 求出来之后只有 N-2 项。

```
clc
clear all
a=[1,0,0,0,0,0,0];
b=[1,0,0,0,0,0,1];
N=32;
n=0:N-1;
hn=impz(b,a,n);%求时域单位冲激响应
length(n)
gn=dstep(b,a,n);%求时域单位阶跃响应
subplot(1,2,1),stem(n,hn);%显示冲激响应曲线
title('系统的单位冲激响应');
ylabel('h(n)');xlabel('n');
axis([0,N-1,1.1*min(hn),1.1*max(hn)]);
n=0:N-2;
subplot(1,2,2),stem(n,gn);%显示阶跃响应曲线
title('系统的单位阶跃响应');
ylabel('g(n)');xlabel('n');
axis([0,N-1,1.1*min(gn),1.1*max(gn)]);
```



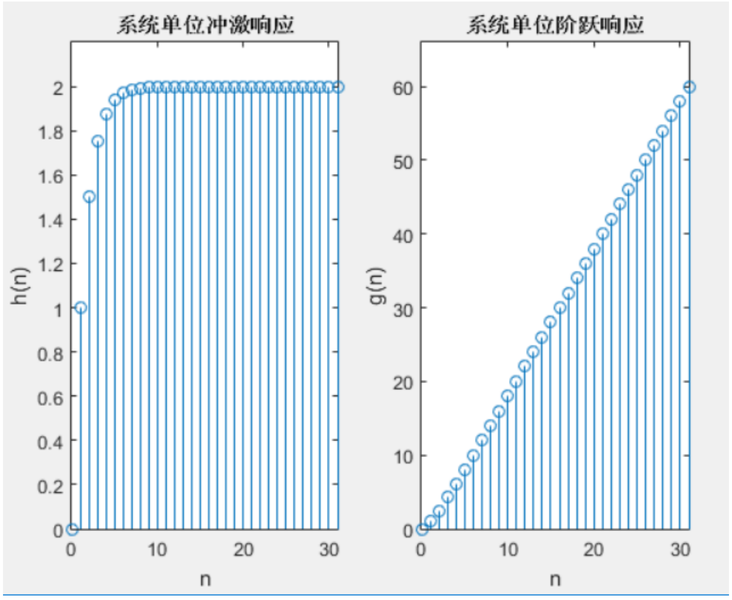
用 filtic 和 filter：

```
a=[1,0,0,0,0,0,0];
b=[1,0,0,0,0,0,1];
x01=0;y01=0;N=32;
xi=filtic(b,a,0);%求等效初始条件的输入序列
n=0:N-1;     %建立N点的时间序列
x1=[n==0];    %建立输入单位冲激信号x1(n)
hn=filter(b,a,x1,xi);%对输入单位冲激信号进行滤波，求冲激响应
x2=[n>=0];%建立输入单位阶跃信号x2(n)
gn=filter(b,a,x2,xi);%对输入单位阶跃信号进行滤波，求阶跃响应
subplot(1,2,1),stem(n,hn);
title('系统单位冲激响应');
ylabel('h(n)');xlabel('n');
axis([0,N-1,1.1*min(hn),1.1*max(hn)]);
subplot(1,2,2),stem(n,gn);
title('系统单位阶跃响应');
ylabel('g(n)');xlabel('n');
axis([0,N-1,1.1*min(gn),1.1*max(gn)]);
```



用 filtic 和 filter：

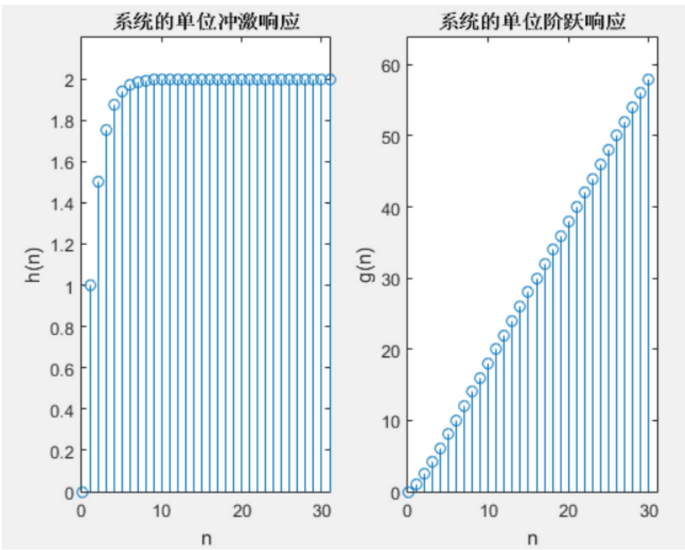
```
a=[1,-3/2,1/2];
b=[0,1,0];
x01=0;y01=0;N=32;
xi=filtic(b,a,0);%求等效初始条件的输入序列
n=0:N-1;     %建立N点的时间序列
x1=[n==0];    %建立输入单位冲激信号x1(n)
hn=filter(b,a,x1,xi);%对输入单位冲激信号进行滤波，求冲激响应
x2=[n>=0];%建立输入单位阶跃信号x2(n)
gn=filter(b,a,x2,xi);%对输入单位阶跃信号进行滤波，求阶跃响应
subplot(1,2,1),stem(n,hn);
title('系统单位冲激响应');
ylabel('h(n)');xlabel('n');
axis([0,N-1,1.1*min(hn),1.1*max(hn)]);
subplot(1,2,2),stem(n,gn);
title('系统单位阶跃响应');
ylabel('g(n)');xlabel('n');
axis([0,N-1,1.1*min(gn),1.1*max(gn)]);
```



②$2y(n)-3y(n-1)+y(n-2)=x(n-1)$

用 impz 和 dstep:

```
clc
clear all
a=[1,-3/2,1/2];
b=[0,1,0];
N=32;
n=0:N-1;
hn=impz(b,a,n);%求时域单位冲激响应
length(n)
gn=dstep(b,a,n);%求时域单位阶跃响应
subplot(1,2,1),stem(n,hn);%显示冲激响应曲线
title('系统的单位冲激响应');
ylabel('h(n)');xlabel('n');
axis([0,N-1,1.1*min(hn),1.1*max(hn)]);
n=0:N-2;
subplot(1,2,2),stem(n,gn);%显示阶跃响应曲线
title('系统的单位阶跃响应');
ylabel('g(n)');xlabel('n');
axis([0,N-1,1.1*min(gn),1.1*max(gn)]);
```

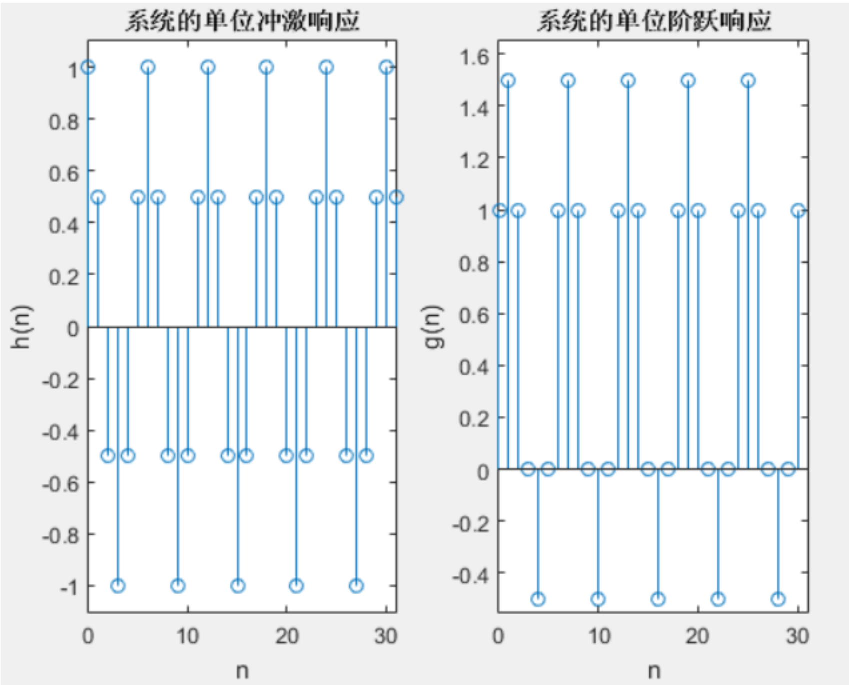


(2)已知离散线性时不变系统的系统函数，请分别用 impz 和 dstep 子函数、filtic 和 filter 子函数两种方法求解系统的冲激响应和阶跃响应。

①
$$H(z)=\frac{1-0.5z^{-1}}{1-z^{-1}+z^{-2}}$$

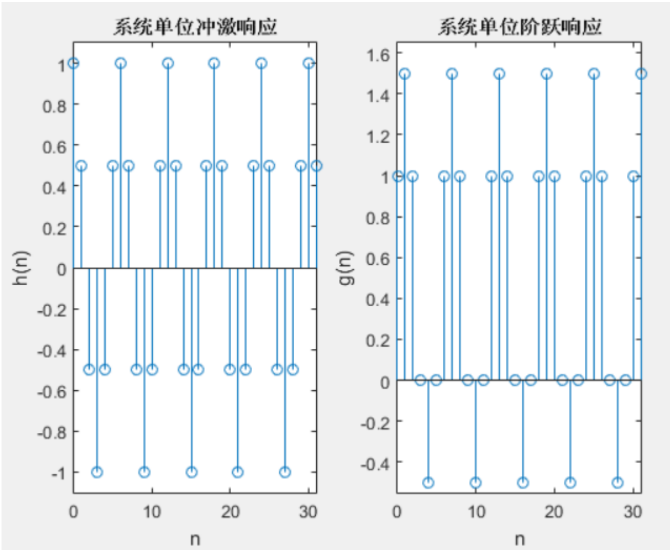
用 impz 和 dstep:

```
clc
clear all
a=[1,-1,1];
b=[1,-0.5,0];
N=32;
n=0:N-1;
hn=impz(b,a,n);%求时域单位冲激响应
gn=dstep(b,a,n);%求时域单位阶跃响应
subplot(1,2,1),stem(n,hn);%显示冲激响应曲线
title('系统的单位冲激响应');
ylabel('h(n)');xlabel('n');
axis([0,N-1,1.1*min(hn),1.1*max(hn)]);
n=0:N-2;
subplot(1,2,2),stem(n,gn);%显示阶跃响应曲线
title('系统的单位阶跃响应');
ylabel('g(n)');xlabel('n');
axis([0,N-1,1.1*min(gn),1.1*max(gn)]);
```



用 filtic 和 filter：

```
a=[1,-1,1];
b=[1,-0.5,0];
x01=0;y01=0;N=32;
xi=filtic(b,a,0);%求等效初始条件的输入序列
n=0:N-1;    %建立N点的时间序列
x1=[n==0];   %建立输入单位冲激信号x1(n)
hn=filter(b,a,x1,xi);%对输入单位冲激信号进行滤波，求冲激响应
x2=[n>=0];%建立输入单位阶跃信号x2(n)
gn=filter(b,a,x2,xi);%对输入单位阶跃信号进行滤波，求阶跃响应
figure
subplot(1,2,1),stem(n,hn);
title('系统单位冲激响应');
ylabel('h(n)');xlabel('n');
axis([0,N-1,1.1*min(hn),1.1*max(hn)]);
subplot(1,2,2),stem(n,gn);
title('系统单位阶跃响应');
ylabel('g(n)');xlabel('n');
axis([0,N-1,1.1*min(gn),1.1*max(gn)]);
```

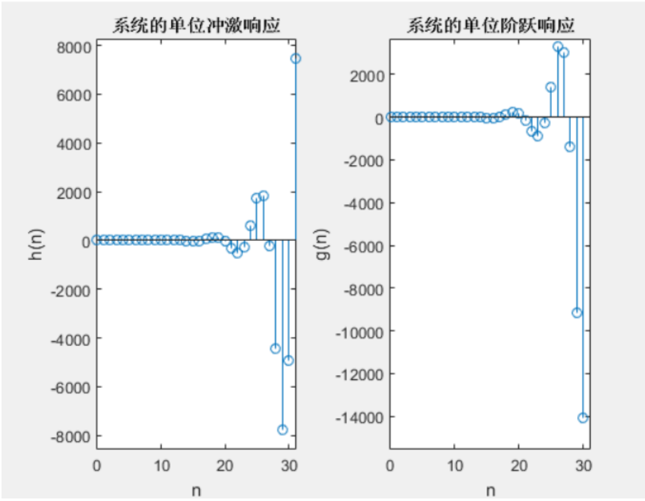


② $H(z)=1+0.5z^{-1}-0.5z^{-2}-z^{-3}-0.5z-4+z-5$

这题要注意先用 mapminmax 函数对系数向量做归一化处理。

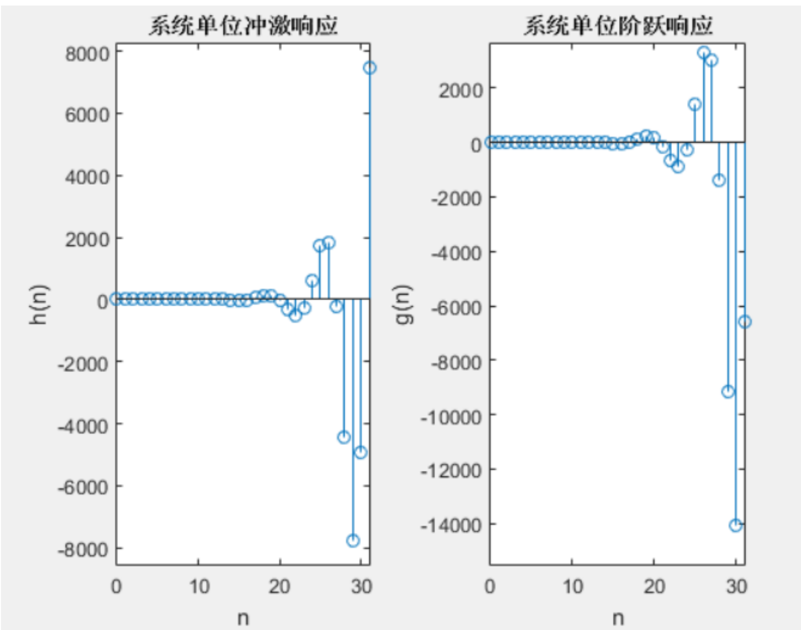
用 impz 和 dstep:

```
clc
clear all
m=[0,1,0,0,0;0.5,-8,0.5,-0.5,-1]
m=mapminmax(m)   %归一化处理
a=m(1:1,1:5).*(1/m(1,1))
b=m(2:2,1:5).*(1/m(1,1))
N=32;
n=0:N-1;
hn=impz(b,a,n);%求时域单位冲激响应
gn=dstep(b,a,n);%求时域单位阶跃响应
figure;
subplot(1,2,1),stem(n,hn);%显示冲激响应曲线
title('系统的单位冲激响应');
ylabel('h(n)');xlabel('n');
axis([0,N-1,1.1*min(hn),1.1*max(hn)]);
n=0:N-2;
subplot(1,2,2),stem(n,gn);%显示阶跃响应曲线
title('系统的单位阶跃响应');
ylabel('g(n)');xlabel('n');
axis([0,N-1,1.1*min(gn),1.1*max(gn)]);
```



用 filtic 和 filter：

```
m=[0,1,0,0,0;0.5,-8,0.5,-0.5,-1]
m=mapminmax(m)       %归一化处理
a=m(1:1,1:5).*(1/m(1,1))
b=m(2:2,1:5).*(1/m(1,1))
x01=0;y01=0;N=32;
xi=filtic(b,a,0);%求等效初始条件的输入序列
n=0:N-1;     %建立N点的时间序列
x1=[n==0];    %建立输入单位冲激信号x1(n)
hn=filter(b,a,x1,xi);%对输入单位冲激信号进行滤波，求冲激响应
x2=[n>=0];%建立输入单位阶跃信号x2(n)
gn=filter(b,a,x2,xi);%对输入单位阶跃信号进行滤波，求阶跃响应
figure
subplot(1,2,1),stem(n,hn);
title('系统单位冲激响应');
ylabel('h(n)');xlabel('n');
axis([0,N-1,1.1*min(hn),1.1*max(hn)]);
subplot(1,2,2),stem(n,gn);
title('系统单位阶跃响应');
ylabel('g(n)');xlabel('n');
axis([0,N-1,1.1*min(gn),1.1*max(gn)]);
```



(3)思考题

①离散 LSI 系统的差分方程和系统函数有何联系？公式中的 b_m 和 a_k 系数在编写程序时须注意什么问题？

答：由差分方程和系统函数可以相互导出。

若差分方程为：$\sum_{k=0}^{N} a_k y(n-k) = \sum_{m=0}^{M} b_m x(n-m)$

则系统函数为:

$$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{b(z)}{a(z)}=\frac{\sum_{m=0}^{M} b_m z^{-m}}{\sum_{k=0}^{N} a_k z^{-k}} \qquad (5-2)$$

$$=\frac{b_0+b_1 z^{-1}+b_2 z^{-2}+\cdots\cdots+b_m z^{-m}}{1+a_1 z^{-1}+a_2 z^{-2}+\cdots\cdots+a_k z^{-k}}$$

反之亦可。要注意公式中的 bm 和 ak 系数在编写程序时两个系数向量的长度必须相等，按降幂排序，它们的同次幂系数排在同样的位置上，缺项的系数赋值为 0。其中特别注意：a_0 必须进行归一化处理，即 $a_0=1$

②简述用子函数 filter 求解离散系统的单位冲激响应和单位阶跃响应的基本思路。

答：先用 Zi=filtic(b,a,0)求在零初始条件下的滤波系数为 b/a 时的输入序列。然后用 Y=filter(b,a,x,Zi)求解滤波系数为 b/a，输入序列为 x，x 的初始状态为 Zi 时的滤波序列 Y。当 x 为单位冲激信号时，求得的响应即为系统的单位冲激响应；当 x 为单位阶跃信号时，求得的响应即为系统的单位阶跃响应