

实验 5 离散时间傅里叶变换

15352408 张镓伟

一、实验目的

- (1)加深对离散时间傅里叶变换的认识,掌握离散时间傅里叶变换的性质。
- (2)掌握 MATLAB 计算离散时间傅里叶变换的基本方法。

二、实验涉及的 MATLAB 子函数

1.pause

功能：暂停程序执行。

调用格式：

`pause（延长秒数）；`

`pause`

说明：不加参数,直接用 `pause` 的话，就是程序暂停，直至用户按任意一个按键。如果加参数，比如：`pause(1.5)`就是程序暂停 1.5 秒。

2.freqz

功能：滤波器频率响应函数

调用格式：

`[H,W]=freqz(b,a,n)`：返回 n 点复频响应矢量 H 和 n 点频域向量 w 。 b 和 a 为系统传递函数的分子和分母系数向量。

如果 n 没有指定，默认为 512。

`H = freqz（b，a，w）` 返回频率响应指定频率向量 w （通常

介于 0 和 π 下复频响应矢量。

三、实验原理

离散时间傅里叶变换满足很多有用的性质，这些性质在许多应用中都会用到。这些性质可以用 MATLAB 来证明，下面列出本练习中将会遇到的几个性质

1.时移性质：若 $G(e^{j\omega})$ 表示序列 $g[n]$ 的离散时间傅里叶变换，则时移序列 $g[n-n_0]$ 的离散时间傅里叶变换 $e^{-j\omega n_0} G(e^{j\omega})$ 。

2.频移性质：若 $G(e^{j\omega})$ 表示序列 $g[n]$ 的离散时间傅里叶变换，则序列 $e^{j\omega_0 n} g[n]$ 的离散时间傅里叶变换为 $G(e^{j(\omega-\omega_0)})$ 。

3.卷积性质：若 $G(e^{j\omega})$ 和 $H(e^{j\omega})$ 分别表示 $g[n]$ 和 $h[n]$ 的离散时间傅里叶变换，则序列卷积 $g[n] \otimes h[n]$ 的离散时间傅里叶变换为 $G(e^{j\omega})$ 和 $H(e^{j\omega})$

4.调制性质：若 $G(e^{j\omega})$ 和 $H(e^{j\omega})$ 分别表示 $g[n]$ 和 $h[n]$ 的离散时间傅里叶变换，则序列乘积 $g[n] h[n]$ 的离散时间傅里叶变换为

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} G(e^{j\theta}) H(e^{j(\omega-\theta)}) d\theta$$

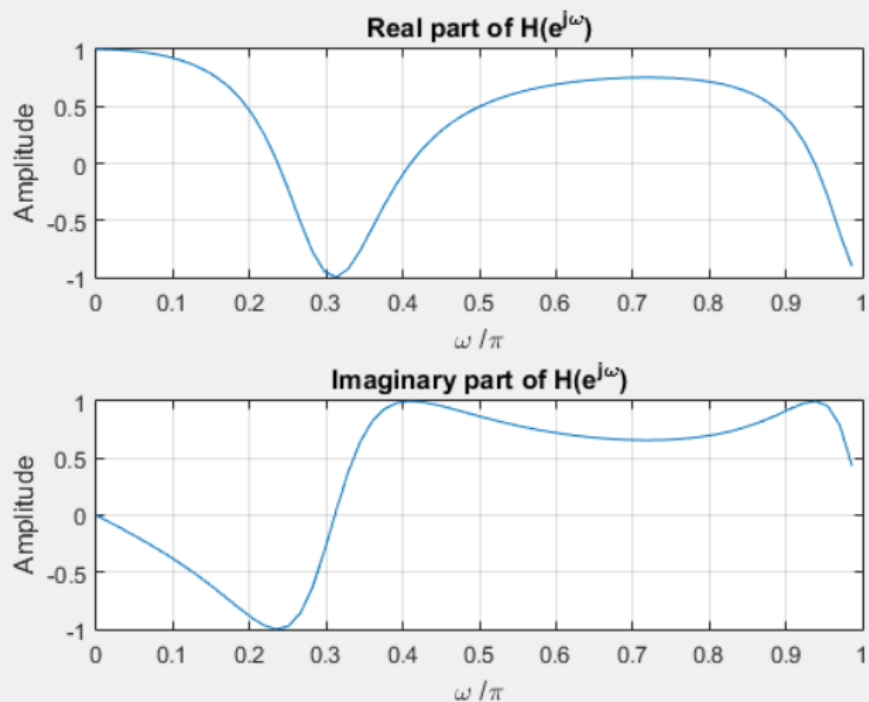
4.时间反转性质：若 $G(e^{j\omega})$ 表示序列 $g[n]$ 的离散时间傅里叶变换，则时间反转序列 $g[-n]$ 的离散时间傅里叶变换为 $G(e^{-j\omega})$

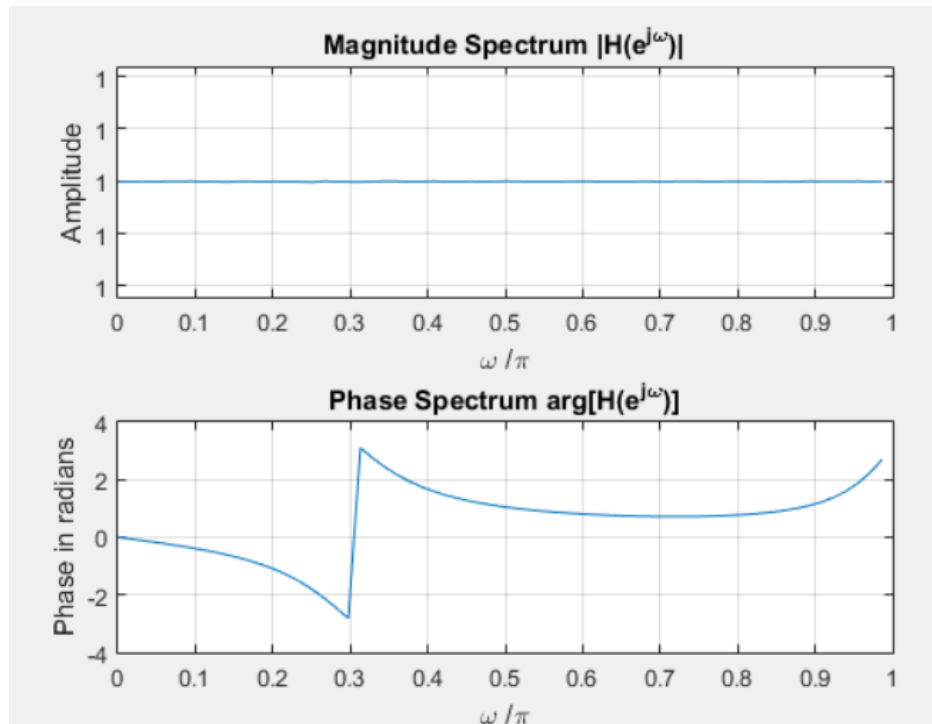
四、实验内容

(1) 在范围 $0 \leq \omega \leq \pi$ 内计算如下序列的离散时间傅里叶变换：

$$U(e^{jw}) = \frac{0.7 - 0.5e^{-jw} + 0.3e^{-j2w} + e^{-j3w}}{1 + 0.3e^{-jw} - 0.5e^{-j2w} + 0.7e^{-j3w}}$$

```
w = 0:8*pi/511:pi;
num = [0.7 -0.5 0.3 1];den = [1, 0.3, -0.5, 0.7];
h = freqz(num, den, w);
% Plot the DFT
subplot(2,1,1)
plot(w/pi,real(h));grid
title('Real part of H(e^{j\omega})')
xlabel('\omega /\pi');
ylabel('Amplitude');
subplot(2,1,2)
plot(w/pi,imag(h));grid
title('Imaginary part of H(e^{j\omega})')
xlabel('\omega /\pi');
ylabel('Amplitude');
figure;
subplot(2,1,1)
plot(w/pi,abs(h));grid
title('Magnitude Spectrum |H(e^{j\omega})|')
xlabel('\omega /\pi');
ylabel('Amplitude');
subplot(2,1,2)
plot(w/pi,angle(h));grid
title('Phase Spectrum arg[H(e^{j\omega})]')
xlabel('\omega /\pi');
ylabel('Phase in radians');
```

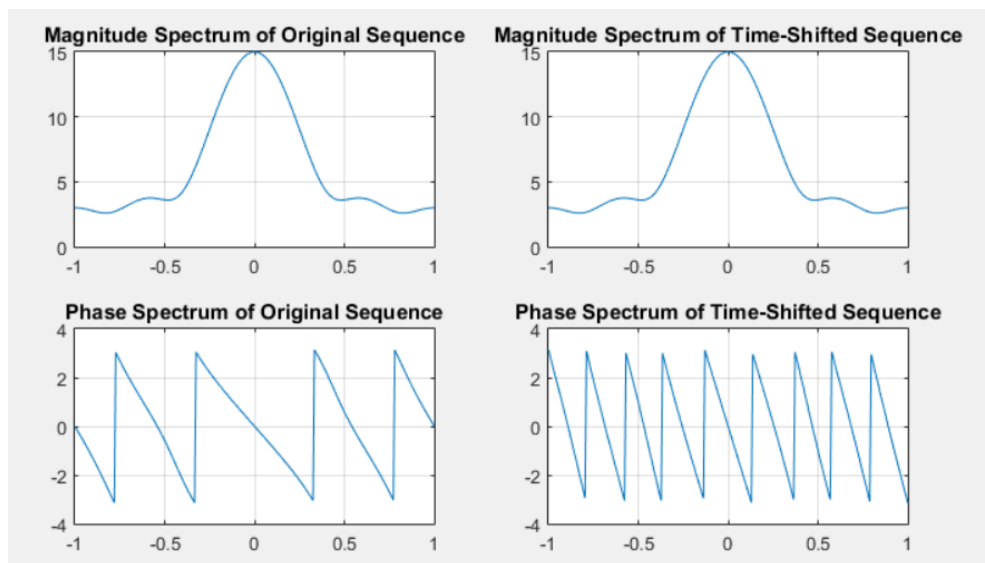




(2)选取一个改变了长度的序列以及一个不同的时移值，重做例题 7-2.

序列改为 $g[n]=x[n]+2x[n-1]+3x[n-2]+4[n-3]+5x[n-4]$,时移 n_0 改为 5。

```
% Program P3_2  % Time-Shifting Properties of DFT
clf;
w = -pi:2*pi/255:pi;
wo = 0.4*pi;
D = 5;
num = [1 2 3 4 5];
h1 = freqz(num, 1, w);
h2 = freqz([zeros(1,D) num], 1, w);
subplot(2,2,1) plot(w/pi,abs(h1)):grid
title('Magnitude Spectrum of Original Sequence')
subplot(2,2,2) plot(w/pi,abs(h2)):grid
title('Magnitude Spectrum of Time-Shifted Sequence')
subplot(2,2,3) plot(w/pi,angle(h1)):grid
title('Phase Spectrum of Original Sequence')
subplot(2,2,4) plot(w/pi,angle(h2)):grid
title('Phase Spectrum of Time-Shifted Sequence')
```



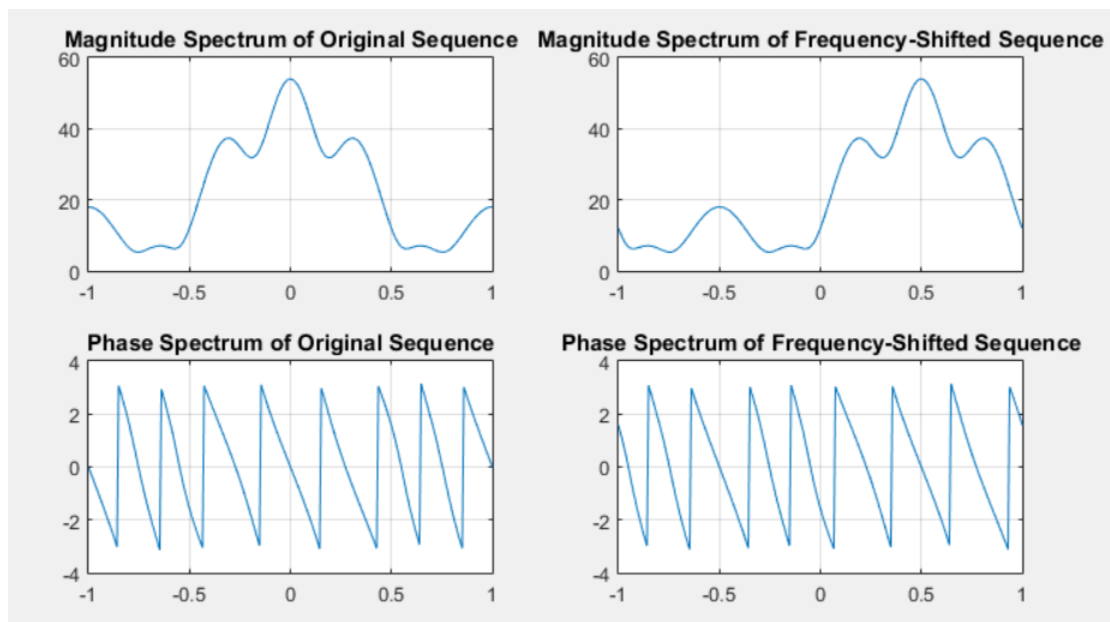
(3)选取一个改变了长度的序列以及一个不同的频移值,重做例题7-3。

原序列删去 $x[n-3], x[n-4], x[n-5]$, 频移值改为 0.5π 。

```

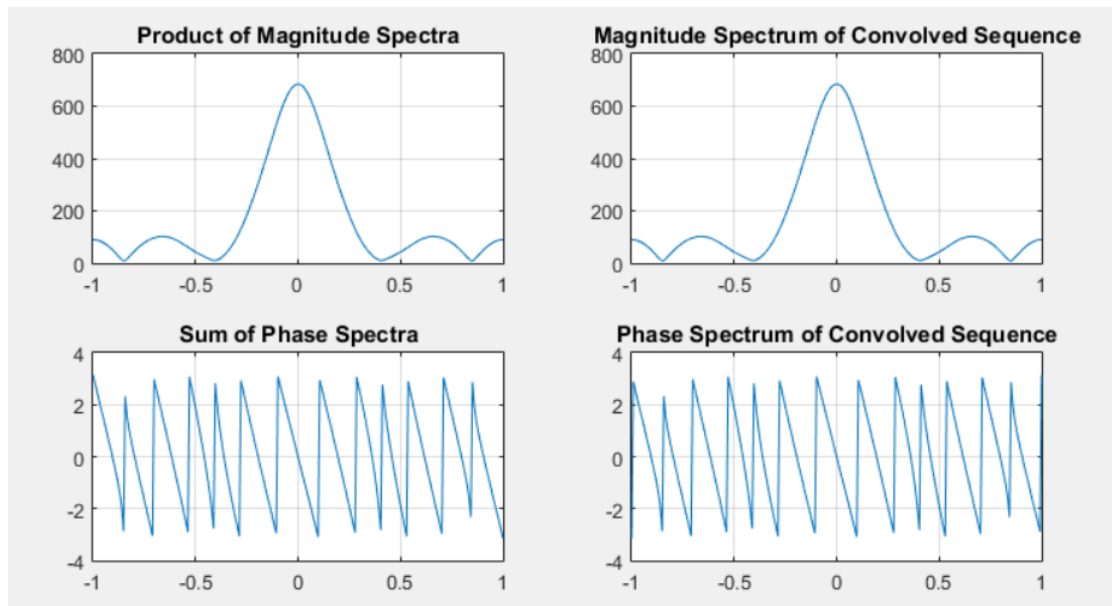
3 -   clf;
4 -   w = -pi:2*pi/255:pi; wo = 0.5*pi;
5 -   num1 = [1 3 5 0 0 0 13 15 17];
6 -   L = length(num1);
7 -   h1 = freqz(num1, 1, w);
8 -   n = 0:L-1;
9 -   num2 = exp(wo*i*n).*num1;
10 -  h2 = freqz(num2, 1, w);
11 -  subplot(2,2,1)
12 -  plot(w/pi, abs(h1));grid
13 -  title('Magnitude Spectrum of Original Sequence')
14 -  subplot(2,2,2)
15 -  plot(w/pi, abs(h2));grid
16 -  title('Magnitude Spectrum of Frequency-Shifted Sequence')
17 -  subplot(2,2,3)
18 -  plot(w/pi, angle(h1));grid
19 -  title('Phase Spectrum of Original Sequence')
20 -  subplot(2,2,4)
21 -  plot(w/pi, angle(h2));grid
22 -  title('Phase Spectrum of Frequency-Shifted Sequence')

```



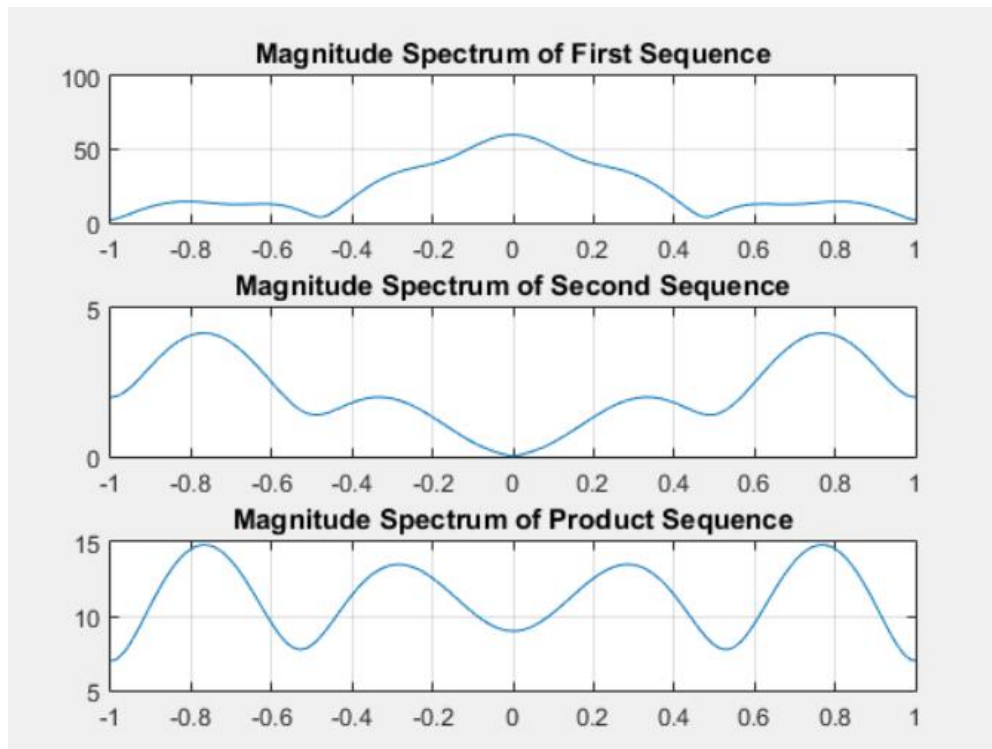
(4)选取一个改变了长度的序列，重做例题 7-4

```
clf;
w = -pi:2*pi/255:pi;
x1 = [1 3 5 7 9 11];
x2 = [1 -2 3 -2 1, 5, 4, 1, 8];
y = conv(x1,x2);
h1 = freqz(x1, 1, w);
h2 = freqz(x2, 1, w);
hp = h1.*h2;
h3 = freqz(y,1,w);
subplot(2,2,1)
plot(w/pi,abs(hp)):grid
title('Product of Magnitude Spectra')
subplot(2,2,2) plot(w/pi,abs(h3)):grid
title('Magnitude Spectrum of Convolved Sequence')
subplot(2,2,3) plot(w/pi,angle(hp)):grid
title('Sum of Phase Spectra')
subplot(2,2,4) plot(w/pi,angle(h3)):grid
title('Phase Spectrum of Convolved Sequence')
```



(5)选取一个改变了长度的序列，重做例题 7-5

```
% Program P3_5
% Modulation Property of DFT
clf;
w = -pi:2*pi/255:pi;
x1 = [1 3 0 0 0 11 13 15 17]; %变化后的序列1
x2 = [1 -1 1 -1 -1 1]; %变化后的序列2
y = x1.*x2;
h1 = freqz(x1, 1, w);
h2 = freqz(x2, 1, w);
h3 = freqz(y, 1, w);
subplot(3,1,1)
plot(w/pi, abs(h1));grid
title('Magnitude Spectrum of First Sequence')
subplot(3,1,2)
plot(w/pi, abs(h2));grid
title('Magnitude Spectrum of Second Sequence')
subplot(3,1,3) plot(w/pi, abs(h3));grid
title('Magnitude Spectrum of Product Sequence')
```



(6)回答预习思考题

- 运行程序 7-1，求离散时间傅里叶变换的实部、虚部以及幅度和相位谱。离散时间傅里叶变换是 ω 的周期函数吗？若是周期是多少？描述这四个图形的对称性。

答：离散时间傅里叶变换是 ω 的周期函数，周期是 2π 。

该傅里叶变换的实部关于 y 轴对称，虚部关于原点对称，

振幅谱关于 y 轴对称，相位谱关于原点对称

- 对于程序 7-2，哪个参数控制时移量？

答：变量 D 控制时移量。

- 对于程序 7-3，哪个参数控制频移量？

答：变量 ω_0 控制频移量。

- 尝试一下验证离散傅里叶变换的时间反转性质。


```

clf;
n=-10:10; %原序列对应下标
x=rand(1,length(n));%原序列
k=-100:100;
w=(pi/100)*k;
X=x*(exp(-j*pi/100)).^(n'*k);%原序列傅里叶变换
y=fliplr(x);m=-fliplr(n);%反转原序列
Y=y*(exp(-j*pi/100)).^(m'*k);%反转后的傅里叶变换
max(abs(Y-fliplr(X))) %输出原序列傅里叶变换反转后
                        %与反转后的傅里叶变换的最大误差

```

```

ans =

    1.7902e-15

```

可以发现，最大误差非常小，可以认为两者相等，傅里叶变换的时间反转性质得到验证。