

# 实验 14 IIR 滤波器的直接设计

1518 班 15352408 张镓伟

## 一、实验目的

- (1) 学习 MATLAB 直接设计 IIR 模拟滤波器和数字滤波器的方法。
- (2) 了解 MATLAB 有关直接设计 IIR 模拟和数字滤波器的子函数，明确设计模拟滤波器和数字滤波器的区别。
- (3) 初步了解采样频率的选择与数字滤波器实现的关系。

## 二、实验涉及的 MATLAB 子函数

### 1. butter

**功能：**巴特沃斯(Butterworth)模拟或数字滤波器设计。

**调用格式：**

$[b, a] = \text{butter}(n, wn)$ ; 设计截止频率为  $wn$  的  $n$  阶巴特沃斯数字滤波器，即

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{b(1) + b(2)z^{-1} + \dots + b(n+1)z^{-n}}{1 + a(2)z^{-1} + \dots + a(n+1)z^{-n}}$$

其中， $wn = \text{截止频率} \times 2 / \text{采样频率}$ 。 $wn \in [0, 1]$ ，1 对应  $0.5F_s$ (取样频率)。 $wn = [w1, w2]$  时，产生数字带通滤波器。

$[b, a] = \text{butter}(n, wn, 'ftype')$ ; 可设计高通和带阻数字滤波器。 $ftype = \text{high}$  时，设计高通滤波器； $ftype = \text{stop}$  时，设计带阻滤波器，此时  $wn = [w1, w2]$ 。

$[b, a] = \text{butter}(n, wn, 's')$ ; 设计截止频率为  $wn$  的  $n$  阶巴特沃斯模拟低通或带通滤波器，其中  $wn > 0$ 。即

$$H(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b(1)s^n + b(2)s^{n-1} + \dots + b(n+1)}{s^n + a(2)s^{n-1} + \dots + a(n+1)}$$

$[b, a] = \text{butter}(n, wn, 'ftype', 's')$ ; 设计截止频率为  $wn$  的  $n$  阶巴特沃斯模拟高通或带阻滤波器。

$[z, p, k] = \text{butter}(n, wn)$  和  $[z, p, k] = \text{butter}(n, wn, 'ftype')$  可得到巴特沃斯滤波器的零极点增益表示。

$[A, B, C] = \text{butter}(n, wn)$  和  $[A, B, C] = \text{butter}(n, wn, 'ftype')$  可得到巴特沃斯滤波器的状态空间表示。

### 2. cheby1

**功能：**切比雪夫 I 型滤波器设计(通带等波纹)。

**调用格式：**

$[b, a] = \text{cheby1}(n, Rp, Wn)$ ; 设计截止频率为  $wn$  的  $n$  阶切比雪夫 I 型数字低通和带通滤波器。

$[At, Bt, Ct, Dt] = \text{lp2hp}(A, B, C, D, W0)$ ; 将连续状态方程表示的低通滤波器原型变换成截止频率为  $W0$  的高通滤波器。

$[b, a] = \text{cheby1}(n, Rp, Wn, 'ftype')$ ; 设计截止频率为  $wn$  的  $n$  阶切比雪夫 I 型数字高通和带阻滤波器。

$[b, a] = \text{cheby1}(n, Rp, Wn, 's')$ ; 设计切比雪夫 I 型模拟低通和带

通滤波器。

$[b, a] = \text{cheby1}(n, R_p, W_n, 'ftype', 's')$ ; 设计模拟高通和带阻滤波器。

$[z, p, k] = \text{cheby1}(\dots)$ ; 可得到切比雪夫 I 型滤波器的零极点增益表示。

$[A, B, C, D] = \text{cheby1}(\dots)$ ; 可得到切比雪夫 I 型滤波器的状态空间表示。

说明: 切比雪夫 I 型滤波器其通带内为等波纹, 阻带内为单调。切比雪夫 I 型滤波器的下降斜率比 II 型大, 但其代价是在通带内的波纹较大。

与 `butter` 函数类似, `cheby1` 函数可设计数字域和模拟域的切比雪夫 I 型滤波器, 其通带内的波纹由  $R_p$ (分贝)确定。其它各公式的使用方法与 `butter` 函数相同, 可参考相应公式。

### 3. cheby2

**功能:** 切比雪夫 II 型滤波器设计(阻带等波纹)。

**调用格式:**

$[b, a] = \text{cheby2}(n, A_s, W_n)$ ; 设计截止频率为  $w_n$  的  $n$  阶切比雪夫 II 型数字低通和带通滤波器。

$[b, a] = \text{cheby2}(n, A_s, W_n, 'ftype')$ ; 设计截止频率为  $w_n$  的  $n$  阶切比雪夫 II 型数字高通和带阻滤波器。

$[b, a] = \text{cheby2}(n, A_s, W_n, 's')$ ; 设计切比雪夫 II 型模拟低通和带通滤波器。

$[b, a] = \text{cheby2}(n, A_s, W_n, 'ftype', 's')$ ; 设计模拟高通和带阻滤波器。

$[z, p, k] = \text{cheby2}(\dots)$ ; 可得到切比雪夫 II 型滤波器的零极点增益表示。

$[A, B, C, D] = \text{cheby2}(\dots)$ ; 可得到切比雪夫 II 型滤波器的状态空间表示。

说明: `cheby2` 函数其通带内为单调, 阻带内为等波纹, 因此, 由  $A_s$  确定阻带内的波纹。其它各公式的使用方法与 `butter` 函数相同, 可参考相应公式。

### 4. ellip

**功能:** 低通到带阻模拟滤波器变换。这种变换是使用 `butter`、`cheby1`、`cheby2`、`ellip` 函数设计数字带阻滤波器的一个步骤。

**调用格式:**

$[b, a] = \text{ellip}(n, R_p, A_s, W_n)$ ; 设计截止频率为  $w_n$  的  $n$  阶椭圆数字低通和带通滤波器。

$[b, a] = \text{ellip}(n, R_p, A_s, W_n, 'ftype')$ ; 设计截止频率为  $w_n$  的  $n$  阶椭圆数字高通和带阻滤波器。

$[b, a] = \text{ellip}(n, R_p, A_s, W_n, 's')$ ; 设计椭圆模拟低通和带通滤波器。

$[b, a] = \text{ellip}(n, R_p, A_s, W_n, 'ftype', 's')$ ; 设计模拟高通和带阻滤波器。

$[z, p, k] = \text{ellip}(\dots)$ ; 可得到椭圆滤波器的零极点增益表示。

$[A, B, C, D] = \text{ellip}(\dots)$ ; 可得到椭圆滤波器的状态空间表示。

Ellip 函数可得到下降斜度更大的滤波器，但在通带和阻带内均为等波动的。椭圆滤波器能以最低的阶数实现指定的性能。

### 三、实验原理

#### 1. 用直接法设计模拟和数字滤波器

在前面讨论 IIR 数字滤波器设计的实验中，我们采用先设计模拟低通原型滤波器，再变换成实际模拟滤波器的方法，如图 22-1 所示的方法 1。这个过程一般要使用以下几条程序：

```
[z0,p0,k0]=buttap(n);      %归一化原型设计
ba=k0*real(poly(z0));%求原型滤波器系数 b
aa=real(poly(p0));%求原型滤波器系数 a
[ba1,aa1]=lp2lp(ba,aa,Omgc);%变换为模拟低通滤波器系数 b, a
```

本实验介绍的设计模拟滤波器的方法——直接法，则采用图 14-1 所示的方法 2。只需用一条程序就可替代上面 4 行程序，即

```
[ba1, aa1] =butter(n, wc, 's');
```

这条程序执行后，将生成一组实际的模拟滤波器系数。这条程序中的's'是不能缺少的，如果不加's'，则设计的结果是数字滤波器，如

```
[bd, ad] =butter(n, wn);
```

这条程序执行后，整个设计已经进行到图 14-1 所示的最后一步。

下面分别介绍各类实际模拟滤波器和数字滤波器的设计。。

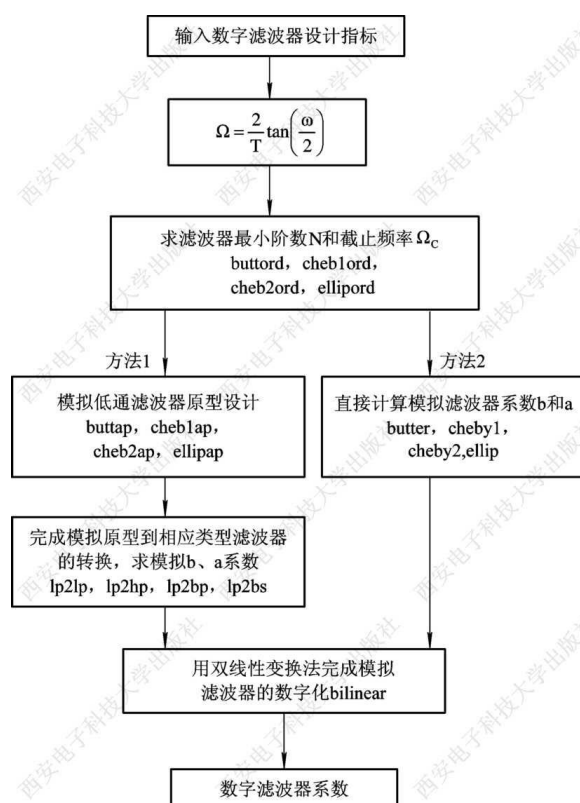


图 14-1 IIR 数字滤波器的设计步骤

#### 2. IIR 数字滤波器设计方法的比较

MATLAB 提供的 lp2lp 子函数可用于模拟滤波器原型到实际的模拟低通滤波器的转换。

**例 14-1** 设计一个巴特沃斯数字低通滤波器，要求通带  $f_p=150$  Hz， $R_p=3$  dB；阻带  $f_s=250$  Hz， $A_s=20$  dB，滤波器采样频率  $F_s=800$  Hz。

**解** 用图 14-1 所示的方法 1、方法 2 及数字滤波器直接法求解，程序如下：

```
%数字滤波器指标
fp=150;fs=250;Fs=800;T=1/Fs;
wp=fp/Fs*2*pi;          %数字滤波器的通带截止频率
ws=fs/Fs*2*pi;          %数字滤波器的阻带截止频率
Rp=3;As=20;%输入滤波器的通阻带衰减指标
%转换为模拟滤波器指标
Omgp=(2/T)*tan(wp/2);
Omgs=(2/T)*tan(ws/2);
[n,Omgc]=buttord(Omgp,Omgs,Rp,As,'s') %计算阶数 n 和截止频率
%方法 1：模拟原型滤波器计算
[z0,p0,k0]=buttap(n);%归一化巴特沃斯原型设计
ba=k0*real(poly(z0));%求原型滤波器系数 b
aa=real(poly(p0));%求原型滤波器系数 a
[ba1,aa1]=lp2lp(ba,aa,Omgc);%变换为模拟低通滤波器
[bd1,ad1]=bilinear(ba1,aa1,Fs)%双线性变换
[H1,w1]=freqz(bd1,ad1);
dbH1=20*log10(abs(H1)/max(abs(H1))); %化为分贝值
%方法 2：直接求模拟滤波器系数
[ba2,aa2]=butter(n,Omgc,'s');
%用双线性变换法计算数字滤波器系数
[bd2,ad2]=bilinear(ba2,aa2,Fs) %双线性变换
[H2,w2]=freqz(bd2,ad2);
dbH2=20*log10(abs(H2)/max(abs(H2))); %化为分贝值
%方法 3：直接求数字滤波器系数
[n3,wc3]=buttord(wp/pi,ws/pi,Rp,As);
[bd3,ad3]=butter(n3,wc3)
[H3,w3]=freqz(bd3,ad3);
dbH3=20*log10(abs(H3)/max(abs(H3))); %化为分贝值
subplot(3,2,1),plot(w1/2/pi*Fs,dbH1,'k');
title('方法 1 幅度响应( dB)');axis([0,Fs/2,-40,5]);
ylabel('dB');
set(gca,'XTickMode','manual','XTick',[0,fp,fs,Fs/2]);
set(gca,'YTickMode','manual','YTick',[-50,-20,-3,0]);grid
subplot(3,2,2),plot(w1/2/pi*Fs,angle(H1)/pi*180,'k');
title('相位响应');axis([0,Fs/2,-180,180]);
ylabel('\phi');
set(gca,'XTickMode','manual','XTick',[0,fp,fs,Fs/2]);
set(gca,'YTickMode','manual','YTick',[-180,0,180]);grid
```

作图部分只给出了方法 1 的程序，其余两种方法的作图程序基本与方法 1 相同。

程序运行结果如下：

```
n= 3
Omgc=1.1133e+003
bd1=0.0911 0.2734 0.2734 0.0911
ad1=1.0000 -0.6526 0.4465 -0.0649
bd2=0.0911 0.2734 0.2734 0.0911
ad2=1.0000 -0.6526 0.4465 -0.0649
bd3=0.0911 0.2734 0.2734 0.0911
ad3=1.0000 -0.6526 0.4465 -0.0649
```

频率响应特性曲线如图 14-2 所示。

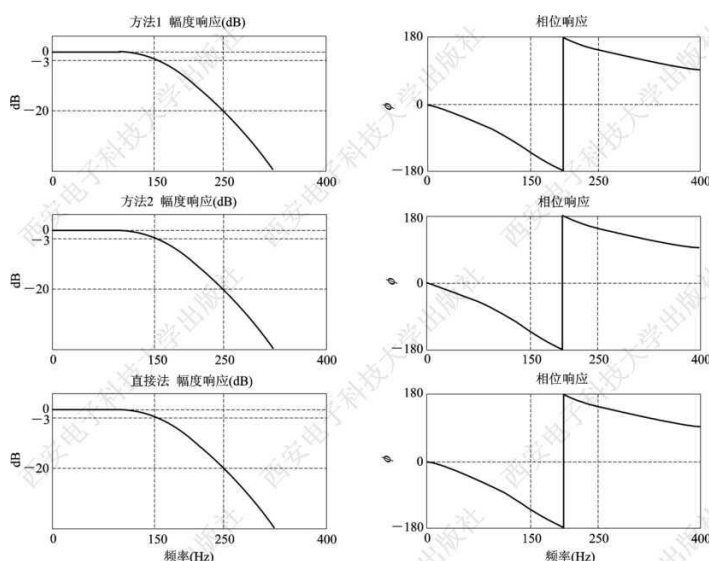


图 14-2 三种方法设计的 IIR 数字滤波器的频率响应

由上述三种方法设计数字滤波器的结果看，三组数据和图形完全相同；从程序结构上看，直接法比其它两种方法简单得多。

另外，由于大规模集成电路和计算机技术的迅速发展，模拟滤波器的设计只是为了最终设计数字滤波器进行的前期准备，因此，下面的讨论以数字滤波器的设计为主，不再讨论模拟滤波器的设计。

### 3. 用 MATLAB 直接法设计 IIR 数字滤波器

**例 14-2** 采用 MATLAB 直接法设计一个巴特沃斯数字高通滤波器，要求： $w_p=0.25\pi$ ， $R_p=1$  dB； $w_s=0.4\pi$ ， $A_s=20$  dB，滤波器采样频率  $F_s=200$  Hz。要求描绘其幅频特性和相频特性曲线，列写系统传递函数表达式。

**解** 程序如下：

```
ws=0.25; %数字滤波器的阻带截止频率
wp=0.4; %数字滤波器的通带截止频率
Rp=1;As=20; %输入滤波器的通阻带衰减指标
Fs=200;
[n, wc] = buttord(wp, ws, Rp, As)%计算阶数 n 和截止频率
[b, a] = butter(n, wc, 'high') %直接求数字高通滤波器系数
freqz(b, a); %求数字系统的频率特性
```

程序执行结果如图 14-3(a)所示。从图中可见，横轴是归一化的频率坐标，其单位是  $\pi$ ，长度对应采样频率的一半。如果要显示实际的频率数值，则应

输入下一条程序：

```
freqz(b, a, 512, Fs); %求数字系统的频率特性
```

此时执行的结果如图 14-3(b)所示。从图中可见，横轴是实际的频率坐标，其单位为 Hz，长度对应采样频率的一半。两个图形是完全一致的，差别仅在于频率轴的标注。

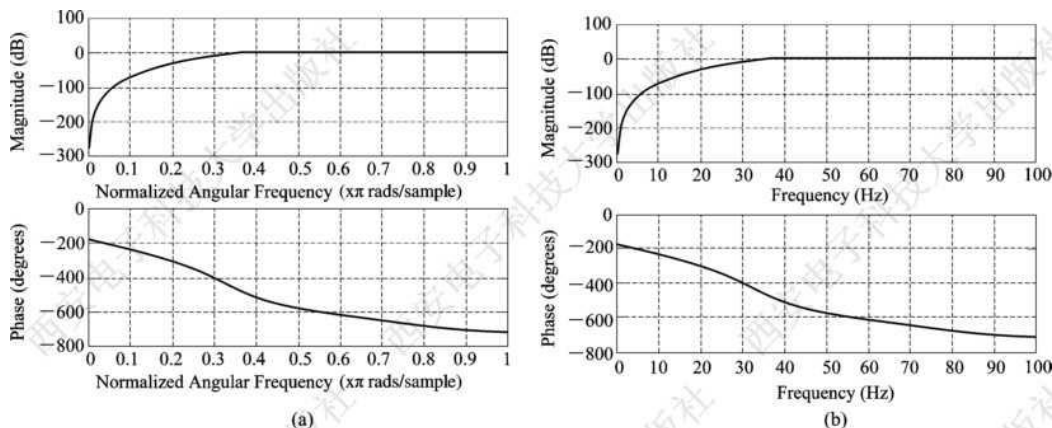


图 14-3 用直接法设计的巴特沃斯数字高通滤波器特性

程序执行结果如下：

```
n= 6
```

```
wc=0.3475
```

```
b=0.1049 -0.6291 1.5728 -2.0971 1.5728 -0.6291 0.1049
```

```
a=1.0000 -1.8123 2.0099 -1.2627 0.5030 -0.1116 0.0110
```

该系统的传递函数应为

$$H(z) = \frac{0.1049 - 0.6291z^{-1} + 1.5728z^{-2} - 2.0971z^{-3} + 1.5728z^{-4} - 0.6291z^{-5} + 0.1049z^{-6}}{1 - 1.8123z^{-1} + 2.0099z^{-2} - 1.2627z^{-3} + 0.503z^{-4} - 0.1116z^{-5} + 0.011z^{-6}}$$

#### 4. 采样频率对数字滤波器传递函数系数的影响

在前面的 IIR 数字滤波器设计中，从设计指标到频率响应曲线、零极点分布图都满足要求，是否实际的系统就一定能实现呢？回答是否定的。原因在于：MATLAB 与 DSP 硬件系统在运算精度、动态范围上是不同的。MATLAB 计算的精度往往高于硬件系统能够达到的精度。在 DSP 上使用 C 或汇编语言进行运算，一般采用单精度的浮点数或定点数。另外，A/D、D/A 转换使用的芯片，其位数通常也比较低。这些都将造成一定的误差。

例如，DSP 采用定点运算，首先需要对 IIR 数字滤波器设计的一组传递函数系数进行归一化处理，然后再转换为一组定点数，即化为一组 -32768~32767 之间的整数。下面我们来观察不同采样频率对经处理后的数字滤波器系数的影响。

**例 14-5** 按与例 14-1 相同的指标，设计一个巴特沃斯数字低通滤波器，要求通带  $f_p=150$  Hz， $R_p=3$  dB；阻带  $f_s=250$  Hz， $A_s=20$  dB。改变滤波器采样频率  $F_s$ ，观察不同采样频率对经处理后的数字滤波器系数的影响。

**解** 编写下列程序：

```
%采样频率对数字滤波器传递函数系数的影响
```

```
Fs=600; %输入数字滤波器采样频率
```

```
fp=150; wp=fp/Fs*2; %输入数字滤波器设计指标
```

```

fs=250; ws=fs/Fs*2;
Rp=1; As=20; %输入滤波器的通阻带衰减指标
[n, wc]=buttord(wp, ws, Rp, As); %计算阶数 n
和截止频率
[b, a]=butter(n, wc)%直接求数字低通滤波器系数
%进行归一化, 转换成-32768 到 32767 之间的整数
c=max(abs(b)); d=max(abs(a));
maxba=max(c, d); %寻找系数中最大的数
bd=round(b/maxba*32767)%进行系数处理
ad=round(a/maxba*32767)
zplane(b, a);

```

根据提示, 在 MATLAB 命令窗输入采样频率  $F_s$  的数据, 将显示如下结果:

```

Fs= 600
b=0.3324 0.9972 0.9972 0.3324
a=1.0000 0.9687 0.5842 0.1064
bd=10892 32676 32676 10892
ad=32767 31741 19141 3488

```

此时, 由图 14-6(a)所示的零极点分布图上可以看见, 这是一个稳定的系统。当  $F_s=600$  Hz 时, 既满足  $F_s \geq 2f_s$ , 又不是远大于  $2f_s$  时设计出的数字滤波器系数在数量级上比较一致, 且没有出现大于 1 的系数, 不会由于进行定点数的处理而损失某些数据。

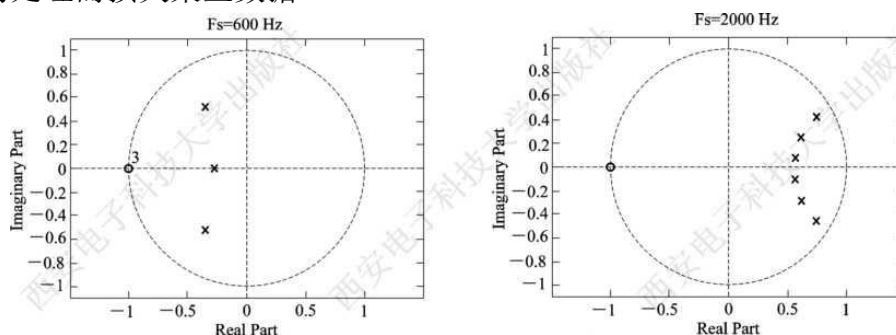


图 14-6 输入不同采样频率时得到的零极点分布图

将  $F_s$  加大到 2000Hz, 观察下列数据:

```

Fs=2000
b=0.0002 0.0010 0.0026 0.0034 0.0026 0.0010 0.0002
a=1.0000 -3.8778 6.5266 -6.0382 3.2201 -0.9349 0.1151

```

出现系数除  $a_0$  外大于 1 的情况。由于  $a_0$  必须为 1, 对应定点处理后为 32767, 因此其它大于 1 的数将区别正、负系数, 分别进行归一化处理。得到:

```

bd= 6 34 85 113 85 34 6
ad=32767 -32768 -32768 -32768 -32768 -30632 3771

```

此时, 由图 14-6(b)所示的零极点分布图上可以看见, 这是一个稳定的系统。但由于原大于 1 的系数被归一, 损失了部分信息, 因此再把这些数据输入 DSP 等硬件系统进行处理时, 这个数字滤波器就会出现很大误差, 甚至不能实现。

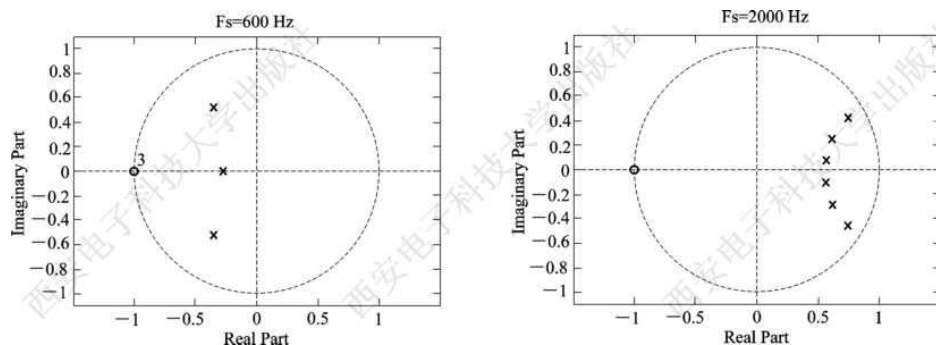


图 14-6 输入不同采样频率时得到的零极点分布图

#### 四、实验任务

(1) 用 MATLAB 直接法设计切比雪夫 II 型数字低通滤波器，要求：通带  $\omega_p = 0.2\pi$ ， $R_p = 1$  dB；阻带  $\omega_s = 0.3\pi$ ， $A_s = 20$  dB。请描绘滤波器归一化的绝对和相对幅频特性、相频特性、零极点分布图，列出系统传递函数式。

解：Matlab 代码及注释如下：

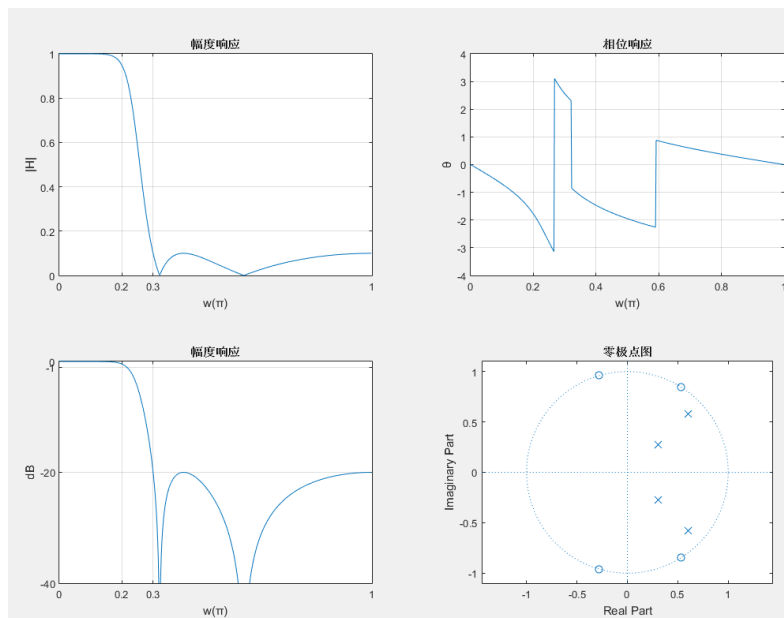
```
clc
clear all;
wp=0.2; %滤波器通带截止频率
ws=0.3; %滤波器阻带截止频率
Rp=1;As=20; %输入滤波器通带衰减指标

[n,wc]=cheb2ord(wp,ws,Rp,As); %计算阶数n和截止频率
[b,a]=cheby2(n,As,wc) %直接求数字低通滤波器系数

[H,w]=freqz(b,a); %求数字系统的频率特性
dbH=20*log10((abs(H)+eps)/max(abs(H))); %化为分贝值

subplot(2,2,1),plot(w/pi,abs(H));
title('幅度响应');grid;
xlabel('w(π)');ylabel('|H|');
set(gca,'Xtick',[0,wp,ws,1]);
subplot(2,2,2),plot(w/pi,angle(H));
title('相位响应');grid;
xlabel('w(π)');ylabel('θ');
subplot(2,2,3),plot(w/pi,dbH);
title('幅度响应');grid;
xlabel('w(π)');ylabel('dB');
axis([0,1,-40,0]);
set(gca,'Xtick',[0,wp,ws,1]);
set(gca,'Ytick',[-40,-20,-1,0]);
subplot(2,2,4),zplane(b,a);grid;
title('零极点图');grid;
xlabel('Real Part');ylabel('Imaginary Part');
```

特性曲线如图：



由上图可知频率响应基本满足通阻带的设计指标，该系统的输出如下：

$b = 0.1160 \quad -0.0591 \quad 0.1630 \quad -0.0591 \quad 0.1160$   
 $a = 1.0000 \quad -1.8076 \quad 1.5891 \quad -0.6201 \quad 0.1153$



可得系统传递函数为：

$$H(z) = \frac{0.1160 - 0.0591z^{-1} + 0.1630z^{-2} - 0.0591z^{-3} + 0.1160z^{-4}}{1 - 1.8076z^{-1} + 1.5891z^{-2} - 0.6201z^{-3} + 0.1153z^{-4}}$$

(2) 用 MATLAB 直接法设计椭圆型数字高通滤波器，要求：通带  $w_p=0.3\pi$ ,  $R_p=1$  dB；阻带  $w_s=0.2\pi$ ,  $A_s=20$  dB。请描绘滤波器的绝对和相对幅频特性、相频特性、零极点分布图，列出系统传递函数式。

解：Matlab 代码及注释如下：

```
clc
clear all;
wp=0.3; %滤波器通带截止频率
ws=0.2; %滤波器阻带截止频率
Rp=1;As=20; %输入滤波器通阻带衰减指标

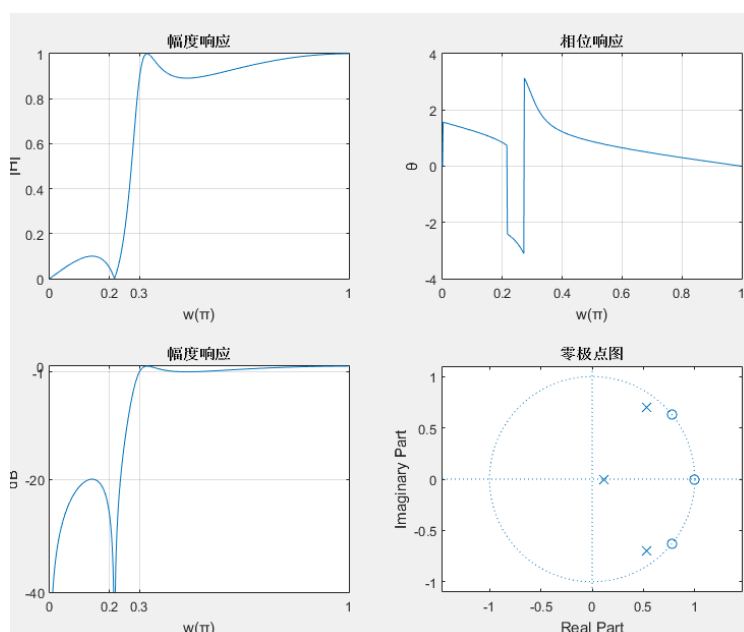
[n,wc]=ellipord(wp,ws,Rp,As,'high') %计算阶数n和截止频率

[b,a]=ellipz(n,Rp,As,wc,'high') %直接求数字高通滤波器系数

[H,w]=freqz(b,a); %求数字系统的频率特性
dbH=20*log10((abs(H)+eps)/max(abs(H))): %化为分贝值

subplot(2,2,1),plot(w/pi,abs(H));
title('幅度响应');grid;
xlabel('w(π)');ylabel('|H|');
set(gca,'Xtick',[0,ws,wp,1]);
subplot(2,2,2),plot(w/pi,angle(H));
title('相位响应');grid;
xlabel('w(π)');ylabel('θ');
subplot(2,2,3),plot(w/pi,dbH);
title('幅度响应');grid;
xlabel('w(π)');ylabel('dB');
axis([0,1,-40,0]);
set(gca,'Xtick',[0,ws,wp,1]);
set(gca,'Ytick',[-40,-20,-1,0]);
subplot(2,2,4),zplane(b,a);grid;
title('零极点图');grid;
xlabel('Real Part');ylabel('Imaginary Part');
```

特性曲线如图：



由上图可知频率响应基本满足通阻带的设计指标，该系统的输出如下：

```
b =
    0.4452   -1.1373    1.1373   -0.4452

a =
    1.0000   -1.1776    0.8975   -0.0900
```

可得系统传递函数为：

$$H(z) = \frac{0.4452 - 1.1373z^{-1} + 1.1373z^{-2} - 0.4452z^{-3}}{1 - 1.1776z^{-1} + 0.8975z^{-2} - 0.0900z^{-3}}$$

(3) 用 MATLAB 直接法设计巴特沃斯型数字带通滤波器，要求： $f_{p1}=3.5$  kHz， $f_{p2}=6.5$  kHz， $R_p=3$  dB； $f_{s1}=2.5$  kHz， $f_{s2}=7.5$  kHz， $A_s=15$  dB，滤波器采样频率  $F_s=20$  kHz。请描绘滤波器绝对和相对幅频特性、相频特性、零极点分布图，列出系统传递函数式。

解：Matlab 代码及注释如下：

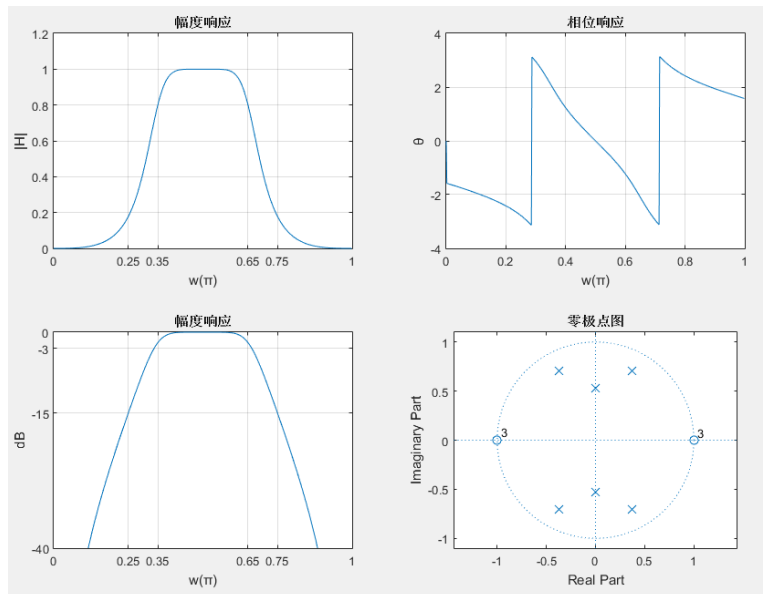
```
clc
clear all;
Fs = 20;
fp1=3.5;fp2=6.5; %滤波器通带截止频率
wp1=2*fp1/Fs;wp2=2*fp2/Fs;
wp=[wp1,wp2];
fs1=2.5;fs2=7.5; %滤波器阻带截止频率
ws1=2*fs1/Fs;ws2=2*fs2/Fs;
ws=[ws1,ws2];
Rp=3;As=15; %输入滤波器通阻带衰减指标

[n,wc]=buttord(wp,ws,Rp,As)%计算阶数n和截止频率
[b,a]=butter(n,wc) %直接求数字带通滤波器系数

[H,w]=freqz(b,a);%求数字系统的频率特性
dBH=20*log10((abs(H)+eps)/max(abs(H))); %化为分贝值

subplot(2,2,1),plot(w/pi,abs(H));
title('幅度响应');grid;
xlabel('w(π)');ylabel('|H|');
set(gca,'Xtick',[0,ws1/wp1,wp2/ws2,1]);
subplot(2,2,2),plot(w/pi,angle(H));
title('相位响应');grid;
xlabel('w(π)');ylabel('θ');
subplot(2,2,3),plot(w/pi,dBH);
title('幅度响应');grid;
xlabel('w(π)');ylabel('dB');
axis([0,1,-40,0]);
set(gca,'Xtick',[0,ws1/wp1,wp2/ws2,1]);
set(gca,'Ytick',[-40,-15,-3,0]);
subplot(2,2,4),zplane(b,a);grid;
title('零极点图');grid;
xlabel('Real Part');ylabel('Imaginary Part');
```

特性曲线如图：



由上图可知频率响应基本满足通阻带的设计指标，该系统的输出如下：

```
b =
    0.0612         0   -0.1837         0    0.1837         0   -0.0612

a =
    1.0000         0    0.9995    0.0000    0.6006         0    0.1111
```

可得系统传递函数为：

$$H(z) = \frac{0.0612 - 0.1837z^{-2} + 0.1837z^{-4} - 0.0612z^{-6}}{1 + 0.9995z^{-2} + 0.6006z^{-4} - 0.1111z^{-6}}$$

(4) 用 MATLAB 直接法设计切比雪夫 I 型数字带阻滤波器，要求： $f_{p1}=1$  kHz， $f_{p2}=4.5$  kHz， $R_p=1$  dB； $f_{s1}=2$  kHz， $f_{s2}=3.5$  kHz， $A_s=20$  dB，滤波器采样频率

$F_s=10\text{ kHz}$ 。

请描绘滤波器绝对和相对幅频特性、相频特性、零极点分布图，列出系统传递函数式。

解：Matlab 代码及注释如下：

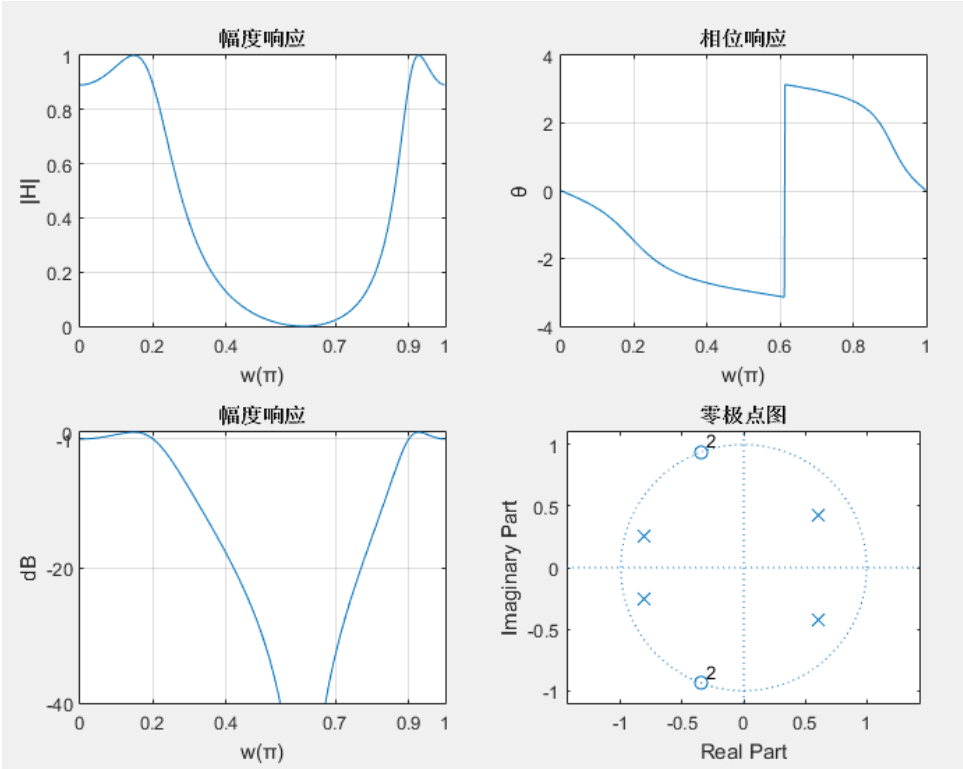
```
clc
clear all;
Fs = 10;
fp1=1;fp2=4.5; %滤波器通带截止频率
wp1=2*fp1/Fs;wp2=2*fp2/Fs;
wp=[wp1, wp2];
fs1=2;fs2=3.5; %滤波器阻带截止频率
ws1=2*fs1/Fs;ws2=2*fs2/Fs;
ws=[ws1, ws2];
Rp=1;As=20; %输入滤波器通带衰减指标

[n,wc]=cheb1ord(wp,ws,Rp,As)%计算阶数n和截止频率

[b,a]=cheby1(n,Rp,wc,'stop') %直接求数字带通滤波器系数

subplot(2,2,1),plot(w/pi,abs(H));
title('幅度响应');grid;
xlabel('w(π)');ylabel(' |H| ');
set(gca,'Xtick',[0,wp1,ws1,ws2,wp2,1]);
subplot(2,2,2),plot(w/pi,angle(H));
title('相位响应');grid;
xlabel('w(π)');ylabel(' θ ');
subplot(2,2,3),plot(w/pi,dbH);
title('幅度响应');grid;
xlabel('w(π)');ylabel(' dB ');
axis([0,1,-40,0]);
set(gca,'Xtick',[0,wp1,ws1,ws2,wp2,1]);
set(gca,'Ytick',[-40,-20,-1,0]);
subplot(2,2,4),zplane(b,a);grid;
title('零极点图');grid;
xlabel('Real Part');ylabel(' Imaginary Part');
```

特性曲线如图：



由上图可知频率响应基本满足通阻带的设计指标，该系统的输出如下：

```
b =
    0.1382    0.1905    0.3421    0.1905    0.1382

a =
    1.0000    0.4226   -0.6998    0.0049    0.3939
```

可得系统传递函数为：

$$H(z) = \frac{0.1382 + 0.1905z^{-1} + 0.3421z^{-2} + 0.1905z^{-3} + 0.1382z^{-4}}{1 + 0.4226z^{-1} - 0.6998z^{-2} + 0.0049z^{-3} + 0.3939z^{-4}}$$

(5) 思考题：

①预习思考题：使用 MATLAB 直接法设计数字滤波器有哪些基本步骤？

答：1.输入滤波器设计指标

2.求滤波器最小阶数  $N$  和截止频率  $\omega_c$

3.使用相应函数直接计算滤波器系数  $b$  和  $a$

②使用 `buttord` 和 `butter` 子函数在设计模拟滤波器与数字滤波器时有何不同？

数字滤波器的  $\omega_p$ 、 $\omega_s$  和  $\omega_n$  的数据在什么范围？如何取值？

答：模拟滤波器：`buttord( $\omega_p, \omega_s, R_p, A_s, 's'$ )`

`butter( $n, \omega_c, 's'$ )` 或 `butter( $n, \omega_c, 'ftype', 's'$ )`

数字滤波器：`buttord( $\omega_p, \omega_s, R_p, A_s$ )`

`butter( $n, \omega_c$ )` 或 `butter( $n, \omega_c, 'ftype'$ )`

数字滤波器的各种频率采用的是标准化频率，所以取值范围在  $0 \sim 1$  之间。