

# 实验 12 模拟域频率变换法

1518 班 15352408 张铭伟

## 一、实验目的

- (1) 加深对模拟域频率变换法的了解。
- (2) 掌握使用模拟低通滤波器原型进行频率变换及设计低通、高通、带通、带阻滤波器的方法。
- (3) 了解 MATLAB 有关模拟域频率变换的子函数及其使用方法。

## 二、实验涉及的 MATLAB 子函数

### 1. lp2lp

**功能:** 低通到低通模拟滤波器变换。这种变换是使用 `butter`、`cheby1`、`cheby2`、`ellip` 函数设计数字低通滤波器的一个步骤。

**调用格式:**

$[bt, at] = lp2lp(b, a, W0)$ ; 将传递函数表示的截止频率为 1rad/s 的模拟低通滤波器原型变换成截止频率为  $W0$  的低通滤波器。

$[At, Bt, Ct, Dt] = lp2lp(A, B, C, D, W0)$ ; 将连续状态方程表示的低通滤波器原型变换成截止频率为  $W0$  的低通滤波器。

### 2. lp2hp

**功能:** 低通到高通模拟滤波器变换。这种变换是使用 `butter`、`cheby1`、`cheby2`、`ellip` 函数设计数字高通滤波器的一个步骤。

**调用格式:**

$[bt, at] = lp2hp(b, a, W0)$ ; 将传递函数表示的截止频率为 1rad/s 的模拟低通滤波器原型变换成截止频率为  $W0$  的高通滤波器。

$[At, Bt, Ct, Dt] = lp2hp(A, B, C, D, W0)$ ; 将连续状态方程表示的低通滤波器原型变换成截止频率为  $W0$  的高通滤波器。

### 3. lp2bp

**功能:** 低通到带通模拟滤波器变换。这种变换是使用 `butter`、`cheby1`、`cheby2`、`ellip` 函数设计数字带通滤波器的一个步骤。

**调用格式:**

$[bt, at] = lp2bp(b, a, W0, BW)$ ; 将传递函数表示的截止频率为 1rad/s 的模拟低通滤波器原型变换成中心频率为  $W0$ 、带宽为  $BW$  的带通滤波器。

$[At, Bt, Ct, Dt] = lp2bp(A, B, C, D, W0, BW)$ ; 将连续状态方程表示的低通滤波器原型变换成中心频率为  $W0$ 、带宽为  $BW$  的带通滤波器。

如果已知被设计的滤波器低端截止频率为  $W1$ ，高端截止频率为  $W2$ ，则可以计算出  $W0$  和  $BW$ ：

$$W0 = \sqrt{W1 \cdot W2}; \quad BW = W2 - W1;$$

### 4. lp2bs

**功能:** 低通到带阻模拟滤波器变换。这种变换是使用 `butter`、`cheby1`、`cheby2`、`ellip` 函数设计数字带阻滤波器的一个步骤。

**调用格式:**

$[bt, at] = lp2bs(b, a, W0, BW)$ ; 将传递函数表示的截止频率为 1rad/s 的模拟低通滤波器原型变换成中心频率为  $W0$ 、带宽为  $BW$  的带阻滤波器。

$[At, Bt, Ct, Dt] = lp2bs(A, B, C, D, W0, BW)$ ; 将连续状态方程表

示的低通滤波器原型变换成中心频率为  $\omega_0$ 、带宽为  $BW$  的带阻滤波器。

如果已知被设计的滤波器低端截止频率为  $\omega_1$ , 高端截止频率为  $\omega_2$ , 则可以计算出  $\omega_0$  和  $BW$ :

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}; \quad BW = \omega_2 - \omega_1;$$

## 5. set

功能: 设置图形对象属性。(本实验仅介绍设置坐标刻度的功能。)

调用格式:

`set(gca, 'XTick', xs, 'Ytick', ys);` 二维坐标刻度设置。

`set(gca, 'XTick', xs, 'Ytick', ys, 'Ztick', zs);` 三维坐标刻度设置。

`xs, ys, zs` 可以是任何合法的实数向量, 分别决定了  $x, y, z$  轴的刻度。

## 三、实验原理

### 1. 模拟域频率变换法

IIR 数字滤波器的设计, 通常采用模拟域频率变换法和数字域频率变换法来实现。本实验以模拟域频率变换法为主, 介绍 MATLAB 语言辅助设计的方法。

模拟域频率变换法的基本设计思想是: 先进行频率变换, 后进行数字化变换。即在模拟低通滤波器原型设计好以后, 通过频率变换, 将模拟低通滤波器原型变换成实际的模拟低通、高通、带通、带阻滤波器。再通过相应的变换方法, 将模拟滤波器变换成数字滤波器。

依靠 MATLAB 提供的相应子函数, 采用模拟域频率变换法进行 IIR 数字滤波器设计的具体步骤如图 19-1 所示。从图中我们可以明确本实验要学习的模拟域频率变换在 IIR 数字滤波器的设计中所处的位置。

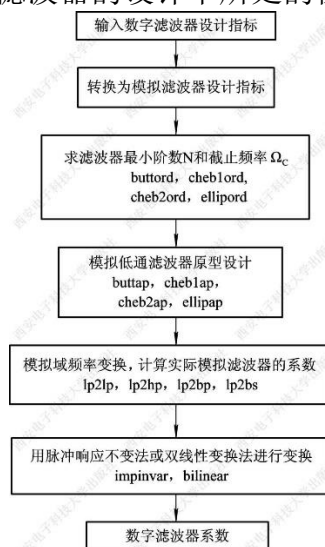


图 19-1 模拟域频率变换法设计 IIR 数字滤波器

### 2. 由模拟滤波器原型设计模拟低通滤波器

MATLAB 提供的 `lp2lp` 子函数可用于模拟滤波器原型到实际的模拟低通滤波器的转换。

**例 12-1** 用频率变换法设计一个巴特沃斯模拟低通滤波器, 要求: 通带截止频率  $f_p = 2$  kHz, 通带最大衰减  $R_p \leq 1$  dB, 阻带截止频率  $f_s = 5$  kHz, 阻带最小衰减  $A_s \geq 20$  dB。

解 MATLAB 程序如下:

```
fp=2000; Omgp=2*pi*fp; %输入实际滤波器的通带截止频率
fs=5000; Omgs=2*pi*fs; %输入实际滤波器的阻带截止频率
Rp=1; As=20; %输入滤波器的通阻带衰减指标
%计算滤波器的阶数和 3 dB 截止频率
[n, Omgc]=buttord(Omgp, Omgs, Rp, As, 's');
%计算 n 阶模拟低通原型, 得到左半平面零极点
[z0, p0, k0]=buttap(n);
b0=k0*real(poly(z0))%求归一化的滤波器系数 b0
a0=real(poly(p0))%求归一化的滤波器系数 a0
[H, Omg0]=freqs(b0, a0); %求归一化的滤波器频率特性
dbH=20*log10((abs(H)+eps)/max(abs(H))); %幅度化为分贝值
%变换为实际模拟低通滤波器
[ba, aa]=lp2lp(b0, a0, Omgc); %从归一化低通变换到实际低通
[Ha, Omga]=freqs(ba, aa); %求实际系统的频率特性
dbHa=20*log10((abs(Ha)+eps)/max(abs(Ha))); %幅度化为分贝值
%为作图准备数据
Omg0p=fp/Omgc; %通带截止频率归一化
Omg0c=Omgc/2/pi/Omgc; %3 dB 截止频率归一化
Omg0s=fs/Omgc; %阻带截止频率归一化
fc=floor(Omgc/2/pi); %3 dB 截止频率
%归一化模拟低通原型频率特性作图
subplot(2, 2, 1), plot(Omg0/2/pi, dbH);
axis([0, 1, -50, 1]); title('归一化模拟低通原型幅度');
ylabel('dB');
set(gca, 'Xtick', [0, Omg0p, Omg0c, Omg0s, 1]);
set(gca, 'Ytick', [-50, -20, -3, -1]); grid
subplot(2, 2, 2), plot(Omg0/2/pi, angle(H)/pi*180);
axis([0, 1, -200, 200]); title('归一化模拟低通原型相位');
ylabel('\phi');
set(gca, 'Xtick', [0, Omg0p, Omg0c, Omg0s, 1]);
set(gca, 'Ytick', [-180, -120, 0, 90, 180]); grid
%实际模拟低通频率特性作图
subplot(2, 2, 3), plot(Omga/2/pi, dbHa);
axis([0, 2*fs, -50, 1]); title('实际模拟低通幅度');
ylabel('dB'); xlabel('频率(Hz)');
set(gca, 'Xtick', [0, fp, fc, fs, 2*fs]);
set(gca, 'Ytick', [-50, -20, -3, -1]); grid
subplot(2, 2, 4), plot(Omga/2/pi, angle(Ha)/pi*180);
axis([0, 2*fs, -200, 200]); title('实际模拟低通相位');
set(gca, 'Xtick', [0, fp, fc, fs, 2*fs]);
set(gca, 'Ytick', [-180, -120, 0, 90, 180]); grid
ylabel('\phi'); xlabel('频率(Hz)');
```

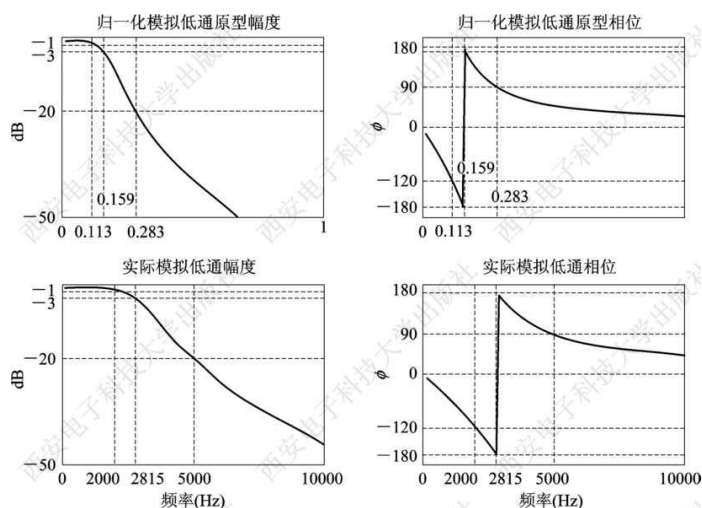


图 12-1 归一化低通原型滤波器和频率变换求得的实际滤波器频率特性

程序运行后，将显示如图 12-1 所示的频率特性。由归一化低通原型滤波器的频率特性及经频率变换求得的实际滤波器频率特性可以看出，归一化低通原型和实际滤波器频率特性是一致的。由频率特性曲线可知，该设计结果在通阻带截止频率处能满足  $R_p \leq 1$  dB、 $A_s \geq 20$  dB 的设计指标要求。

### 3. 由模拟滤波器原型设计模拟高通滤波器

MATLAB 提供的 `lp2hp` 子函数可用于模拟滤波器原型到模拟高通滤波器的转换。

**例 12-2** 用频率变换法设计一个巴特沃斯模拟高通滤波器，要求通带截止频率  $f_p = 5$  kHz，通带最大衰减  $R_p \leq 1$  dB，阻带截止频率  $f_s = 2$  kHz，阻带最小衰减  $A_s \geq 20$  dB。

**解** MATLAB 程序如下：

```
fp=5000; Omgp=2*pi*fp; %输入高通滤波器的通带截止频率
fs=2000; Omgs=2*pi*fs; %输入高通滤波器的阻带截止频率
Rp=1; As=20; %输入滤波器的通阻带衰减指标
%计算滤波器的阶数和 3 dB 截止频率
[n, Omgc]=buttord(Omgp, Omgs, Rp, As, 'cs');
%计算 n 阶模拟低通原型，得到左半平面零极点
[z0, p0, k0]=buttap(n);
b0=k0*real(poly(z0)); %求归一化的滤波器系数 b0
a0=real(poly(p0)); %求归一化的滤波器系数 a0
[H, Omg0]=freqs(b0, a0); %求归一化的滤波器频率特性
dbH=20*log10((abs(H)+eps)/max(abs(H))); %幅度化为分贝值
%变换为实际模拟高通滤波器
[ba, aa]=lp2hp(b0, a0, Omgc); %从归一化低通变换到实际高通
[Ha, Omga]=freqs(ba, aa); %求实际系统的频率特性
dbHa=20*log10(abs(Ha)/max(abs(Ha))); %幅度化为分贝值
```

程序作图部分省略，运行后将显示如图 12-2 所示的频率特性。由归一化低通原型滤波器的频率特性及经频率变换求得的模拟高通滤波器频率特性可以看出，归一化低通原型和实际高通滤波器频率特性图形是相反的。由频率特性曲线可知，该设计结果在通阻带截止频率处能满足  $R_p \leq 1$  dB、 $A_s \geq 20$  dB

的设计指标要求。

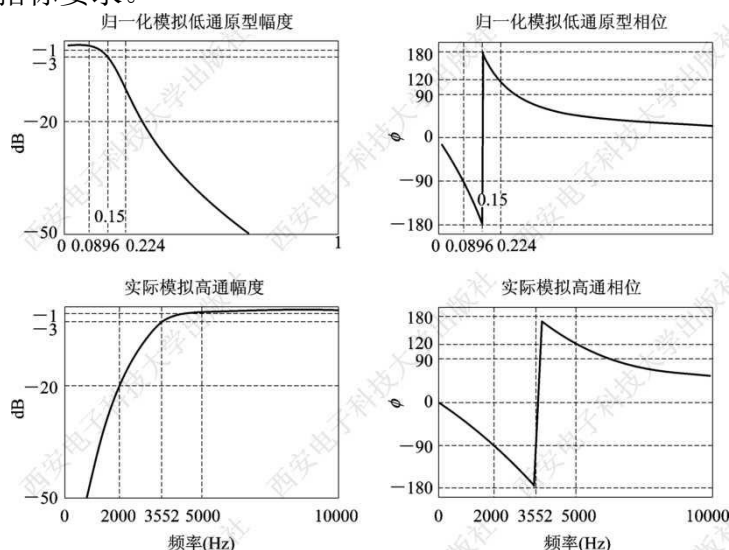


图 12-2 归一化低通滤波器原型和频率变换求得的模拟高通滤波器频率特性

#### 4. 由模拟滤波器原型设计模拟带通滤波器

由模拟低通滤波器原型设计实际的模拟带通滤波器，需要计算滤波器通带宽度和中心频率，通带宽度  $B = \omega_{p2} - \omega_{p1}$ ，中心频率  $\Omega_0 = \sqrt{\Omega_{p1} \Omega_{p2}}$ 。MATLAB 提供的 `lp2bp` 子函数可用于模拟滤波器原型到模拟带通滤波器的转换。

**例 12-3** 用频率变换法设计一个切比雪夫 I 型模拟带通滤波器，要求通带截止频率  $f_{p1} = 3$  kHz， $f_{p2} = 5$  kHz，通带最大衰减  $R_p \leq 1$  dB；下阻带截止频率  $f_{s1} = 2$  kHz，上阻带截止频率  $f_{s2} = 6$  kHz，阻带最小衰减  $A_s \geq 30$  dB。

**解** MATLAB 程序如下：

```
fp1=3; Op1=2*pi*fp1; %输入带通滤波器的通带截止频率
fp2=5; Op2=2*pi*fp2; Omgp=[Op1, Op2];
fs1=2; Os1=2*pi*fs1; %输入带通滤波器的阻带截止频率
fs2=6; Os2=2*pi*fs2; Omgs=[Os1, Os2];
bw=Op2-Op1; w0=sqrt(Op1*Op2); %求通带宽度和中心频率
Rp=1; As=30; %输入滤波器的通阻带衰减指标
%计算滤波器的阶数和截止频率
[n, Omgc]=cheb1ord(Omgp, Omgs, Rp, As, 's');
%计算 n 阶模拟低通原型，得到左半平面零极点
[z0, p0, k0]=cheb1ap(n, Rp);
b0=k0*real(poly(z0)); %求归一化的滤波器系数 b0
a0=real(poly(p0)); %求归一化的滤波器系数 a0
[H, Omg0]=freqs(b0, a0); %求归一化的滤波器频率特性
dbH=20*log10((abs(H)+eps)/max(abs(H))); %幅度化为分贝值
%变换为实际模拟带通滤波器
[ba, aa]=lp2bp(b0, a0, w0, bw); %从归一化低通变换到模拟带通
[Ha, OmgA]=freqs(ba, aa); %求实际带通滤波器的频率特性
dbHa=20*log10(abs(Ha)/max(abs(Ha))); %幅度化为分贝值
```

程序作图部分省略，运行后将显示如图 12-4 所示的频率特性。由归一化低通原型滤波器的频率特性和经频率变换求得的模拟带通滤波器频率特性可以看出，模拟带通滤波器频率特性是将低通频率特性关于中心频率对称构成。由模拟带通滤波器频率特性曲线可知，该设计结果在通阻带截止频率处能满足  $R_p \leq 1$  dB、 $A_s \geq 30$  dB 的设计指标要求。

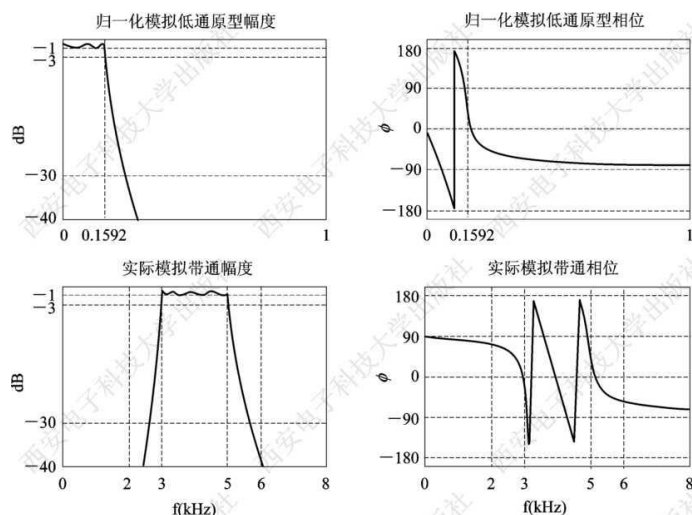


图 12-4 归一化低通滤波器原型和频率变换求得的模拟带通滤波器频率特性

## 5. 由模拟滤波器原型设计模拟带阻滤波器

由模拟低通滤波器原型设计实际的模拟带阻滤波器，需要计算滤波器阻带宽度和中心频率，阻带宽度  $B = W_{p2} - W_{p1}$ ，中心频率  $\Omega_0 = \sqrt{\Omega_{p1} \Omega_{p2}}$ 。MATLAB 提供的 lp2bs 子函数可用于模拟滤波器原型到模拟带阻滤波器的转换。

**例 12-4** 用频率变换法设计一个椭圆模拟带阻滤波器，要求下通带截止频率  $f_{p1} = 2$  kHz，上通带截止频率  $f_{p2} = 6$  kHz，通带最大衰减  $R_p \leq 1$  dB；阻带下截止频率  $f_{s1} = 3$  kHz，阻带上截止频率  $f_{s2} = 5$  kHz，阻带最小衰减  $A_s \geq 30$  dB。

**解** 程序如下：

```
fp1=2; Op1=2*pi*fp1; %输入带阻滤波器的通带截止频率
fp2=6; Op2=2*pi*fp2;
fs1=3; Os1=2*pi*fs1; %输入带阻滤波器的阻带截止频率
fs2=5; Os2=2*pi*fs2;
Omgp=[Op1, Op2]; OmgS=[Os1, Os2];
bw=Op2-Op1; w0=sqrt(Op1*Op2); %求阻带宽度和中心频率
Rp=1; As=30; %输入滤波器的通阻带衰减指标
%计算滤波器的阶数和 3 dB 截止频率
[n, Omgc]=ellipord(Omgp, OmgS, Rp, As, 's');
%计算 n 阶模拟低通原型，得到左半平面零极点
[z0, p0, k0]=ellipap(n, Rp, As);
b0=k0*real(poly(z0)); %求归一化的滤波器系数 b0
a0=real(poly(p0)); %求归一化的滤波器系数 a0
[H, Omg0]=freqs(b0, a0); %求归一化的滤波器频率特性
dbH=20*log10((abs(H)+eps)/max(abs(H))); %幅度化为分贝值
```

%变换为实际模拟带阻滤波器

[ba, aa] = lp2bs(b0, a0, w0, bw); %从归一化低通变换到模拟带阻

[Ha, Omga] = freqs(ba, aa); %求实际带阻滤波器的频率特性

dbHa = 20\*log10(abs(Ha)/max(abs(Ha))); %幅度化为分贝值

程序作图部分省略,运行后将显示如图 12-5 所示的频率特性,可以看出模拟带阻滤波器频率特性和归一化低通原型滤波器频率特性的关系。由模拟带阻滤波器频率特性曲线可知,该设计结果在通阻带截止频率处基本能满足  $R_p \leq 1$  dB、 $A_s \geq 30$  dB 的设计指标要求。

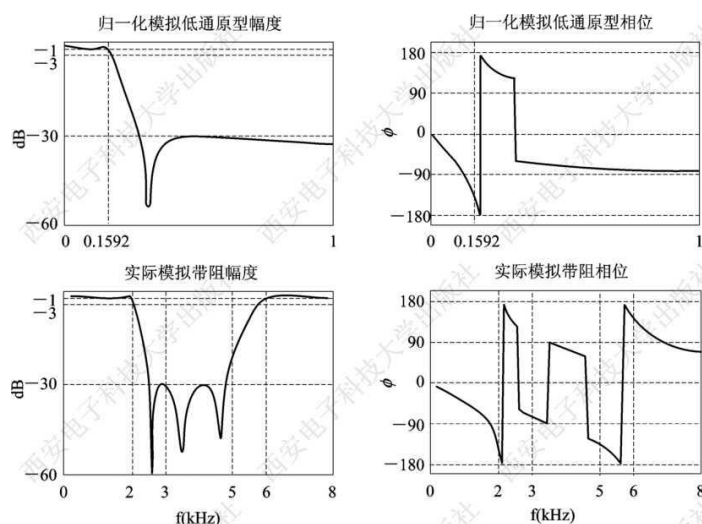


图 12-5 归一化低通滤波器原型和频率变换求得的模拟带阻滤波器频率特性

#### 四、实验任务

(1) 阅读并输入实验原理中介绍的例题程序,观察输出的数据和图形,结合基本原理理解每一条语句的含义。

以例 12-1 为例,题目详见实验原理 2

解: Matlab 代码及注释如下:

```
clear
clear all;
fp=2000;Omgp=2*pi*fp; %输入实际滤波器的通带截止频率
fs=5000;OmgS=2*pi*fs; %输入实际滤波器的阻带截止频率
Rp=1;As=20; %输入滤波器的通阻带衰减指标
%buttord 函数计算巴特沃斯数字滤波器的阶数n和3 dB截止频率Omgc
[n,Omgc]=buttord(Omgp,OmgS,Rp,As,'s')

%计算n阶模拟低通原型,得到左半平面零极点
% buttap用于计算n阶巴特沃斯归一化(3dB截止频率Ωc=1)
% 模拟低通原型滤波器系统函数的零、极点和增益因子。
[z0,p0,k0] = buttap(n);
b0 = k0*real(poly(z0)) %求归一化的滤波器系数b0
a0 = real(poly(p0)) %求归一化的滤波器系数a0
[H,Omg0]=freqs(b0,a0); %求归一化的滤波器频率特性
dbH = 20*log10((abs(H)+eps)/max(abs(H))); %幅度化为分贝值

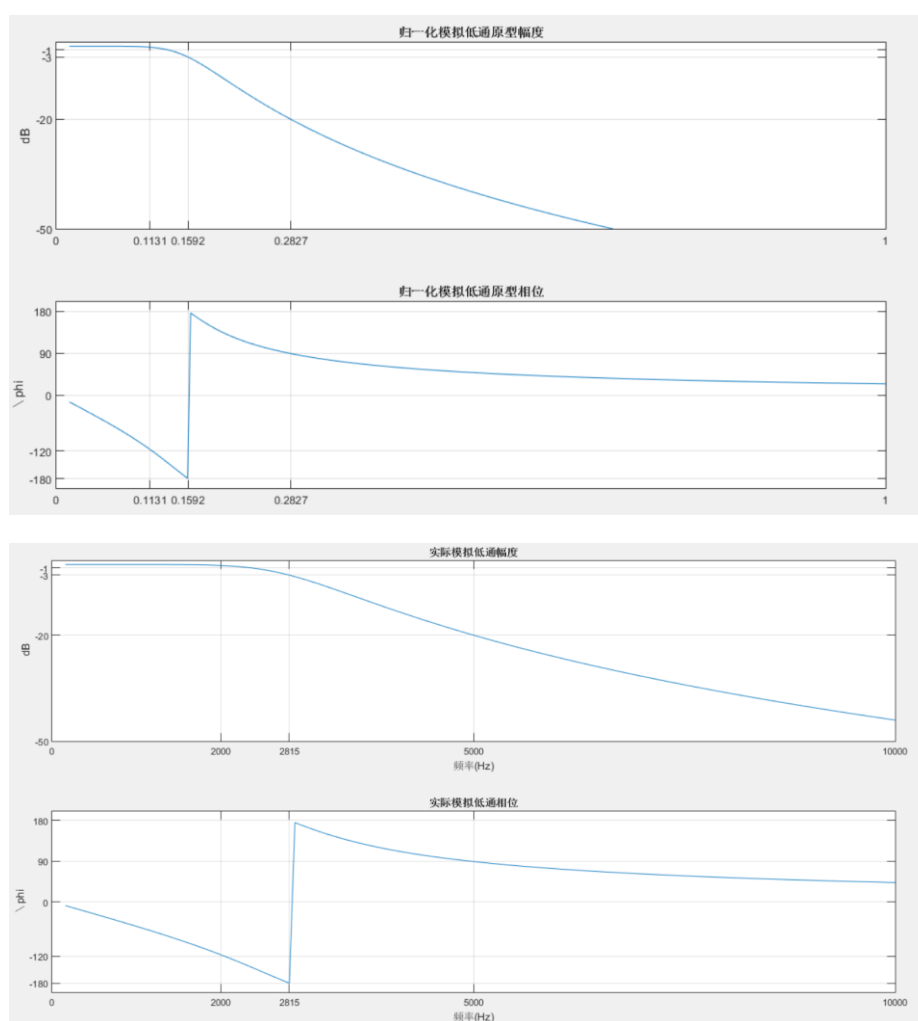
%变换为实际模拟低通滤波器
[ba,aa]=lp2lp(b0,a0,Omgc);%从归一化低通变换到实际低通
[Ha,Omga]=freqs(ba,aa);%求实际系统的频率特性
dbHa=20*log10((abs(Ha)+eps)/max(abs(Ha))); %幅度化为分贝值

%作图准备数据
Omg0p=fp/Omgc;%通带截止频率归一化
Omg0c=Omgc/2/pi/Omgc;%3 dB截止频率归一化
Omg0s=fs/Omgc;%阻带截止频率归一化
fc=floor(Omgc/2/pi);%3 dB截止频率

%归一化模拟低通原型频率特性作图
subplot(2,2,1),plot(Omg0/2/pi,dbH);
axis([0,1,-50,1]);title('归一化模拟低通原型幅度');
ylabel('dB');
set(gca,'Xtick',[0,Omg0p,Omg0c,Omg0s,1]);
set(gca,'Ytick',[-50,-20,-3,-1]);grid
subplot(2,2,2),plot(Omg0/2/pi,angle(H)/pi*180);
axis([0,1,-200,200]);title('归一化模拟低通原型相位');
ylabel('\phi');
set(gca,'Xtick',[0,Omg0p,Omg0c,Omg0s,1]);
set(gca,'Ytick',[-180,-120,0,90,180]);grid

%实际模拟低通频率特性作图
subplot(2,2,3),plot(Omga/2/pi,dbHa);
axis([0,2*fs,-50,1]);title('实际模拟低通幅度');
ylabel('dB');xlabel('频率(Hz)');
set(gca,'Xtick',[0,fp,fc,fs,2*fs]);
set(gca,'Ytick',[-50,-20,-3,-1]);grid
subplot(2,2,4),plot(Omga/2/pi,angle(Ha)/pi*180);
axis([0,2*fs,-200,200]);title('实际模拟低通相位');
set(gca,'Xtick',[0,fp,fc,fs,2*fs]);
set(gca,'Ytick',[-180,-120,0,90,180]);grid
ylabel('\phi');xlabel('频率(Hz)');
```

归一化低通原型滤波器和频率变换求得的实际滤波器频率特性如下：



由归一化低通原型滤波器的频率特性及经频率变换求得的实际滤波器频率特性可以看出，归一化低通原型和实际滤波器频率特性是一致的。由频率特性曲线可知，该设计结果在通阻带截止频率处能满足  $R_p \leq 1$  dB、 $A_s \geq 20$  dB 的设计指标要求。

(2) 用频率变换法设计一个切比雪夫 II 型模拟低通滤波器，要求通带截止频率  $f_p = 3.5$  kHz，通带最大衰减  $R_p \leq 1$  dB，阻带截止频率  $f_s = 6$  kHz，阻带最小衰减  $A_s \geq 40$  dB。绘制归一化的模拟滤波器原型和实际的模拟低通滤波器的频率特性。

解： Matlab 代码及注释如下：

```
1 - clc
2 - clear all;
3 - fp=3500; wp=2*pi*fp; %输入实际滤波器的通带截止频率
4 - fs=6000; ws=2*pi*fs; %输入实际滤波器的阻带截止频率
5 - Rp=1; As=40; %输入滤波器的通阻带衰减指标
6 - %cheb2ord 函数计算切比雪夫 II 型数字滤波器的阶数 n 和截止频率 wc
7 - [n, wc]=cheb2ord(wp, ws, Rp, As, 's')
8
9 - %计算 n 阶模拟低通原型，得到左半平面零点
10 - [z0, p0, k0]=cheb2ap(n, As)
11 - b0=k0*real(poly(z0)); %求归一化的滤波器系数 b0
12 - a0=real(poly(p0)); %求归一化的滤波器系数 a0
13 - [H, w0]=freqs(b0, a0); %求归一化的滤波器频率特性
14 - dbH=20*log10(abs(H)+eps/max(abs(H))); %幅度为分贝值
15
16 - %变换为实际模拟带通滤波器
17 - [b1, a1]=lp2lp(b0, a0, wc); %从归一化低通变换到实际低通
18 - [Ha, wa]=freqs(b1, a1); %求实际低通滤波器的频率特性
19 - dbHa=20*log10(abs(Ha)+eps/max(abs(Ha))); %幅度化为分贝值
20
21 - %为作图准备数据
22 - wp0=fp/wc; %通带截止频率归一化
23 - wc0=wc/2/pi/wc; %截止频率归一化
24 - ws0=fs/wc; %阻带截止频率归一化
25 - fc=floor(wc/2/pi); %截止频率
```



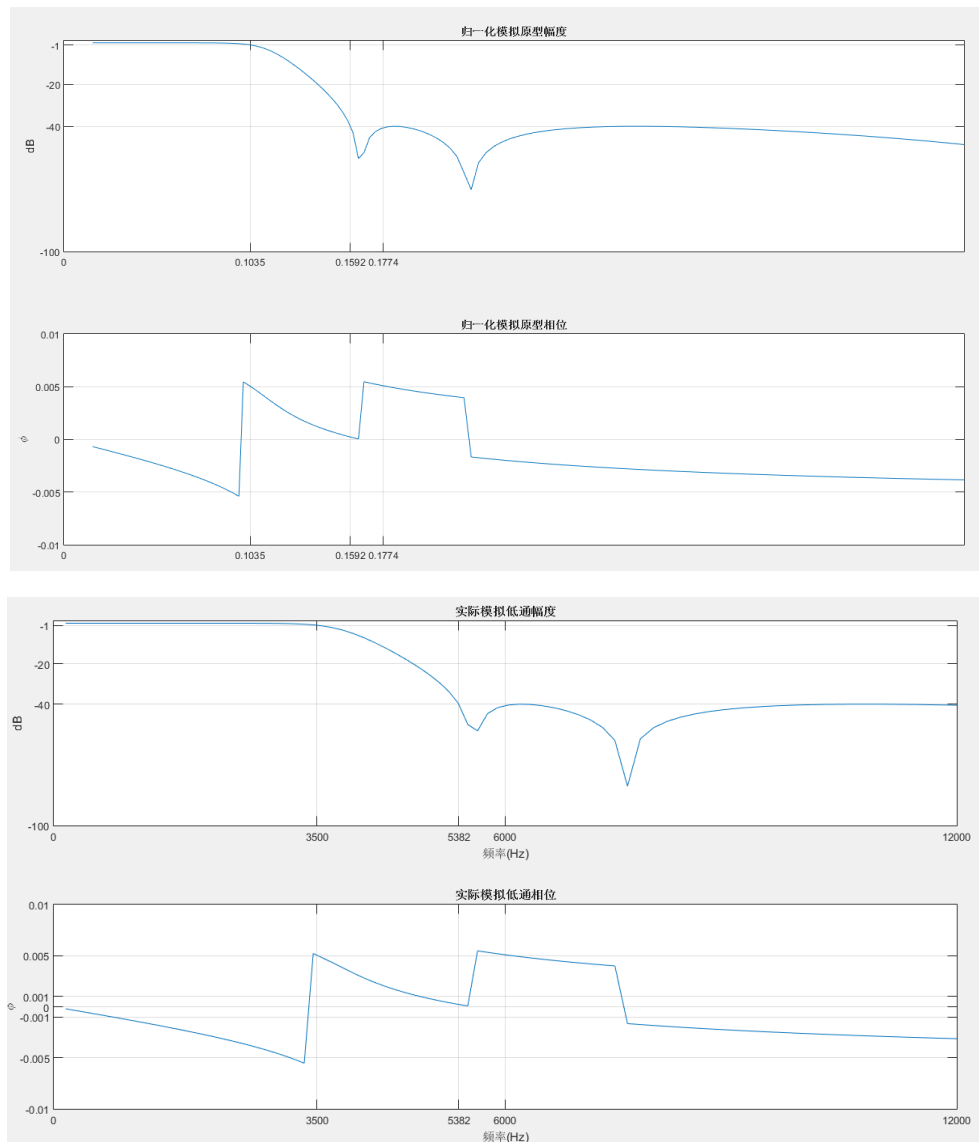
```

27 %归一化模拟低通原型频率特性作图
28 subplot(2,1,1),plot(w0/(2*pi),dbH);
29 title('归一化模拟原型幅度');ylabel('dB');
30 axis([0,0.5,-100,1]);grid;
31 set(gca,'Xtick',[0,wp0,wc0,ws0,1]);
32 set(gca,'Ytick',[-100,-40,-20,-1]);
33 subplot(2,1,2),plot(w0/(2*pi),angle(H)/(pi*180));
34 title('归一化模拟原型相位');ylabel('\phi');
35 axis([0,0.5,-0.01,0.01]);grid;
36 set(gca,'Xtick',[0,wp0,wc0,ws0,1]);
37 set(gca,'Ytick',[-0.01,-0.005,0,0.005,0.01]);

38 %实际模拟低通频率特性作图
39 figure;
40 subplot(2,1,1),plot(wa/(2*pi),dbHa);grid
41 title('实际模拟低通幅度');ylabel('dB');xlabel('频率(Hz)');
42 set(gca,'Xtick',[0,fp,fc,fs,2*fs]);
43 set(gca,'Ytick',[-100,-40,-20,-1]);
44 axis([0,2*fs,-100,1]);
45 subplot(2,1,2),plot(wa/(2*pi),angle(Ha)/(pi*180));grid
46 title('实际模拟低通相位');ylabel('\phi');xlabel('频率(Hz)');
47 set(gca,'Xtick',[0,fp,fc,fs,2*fs]);
48 set(gca,'Ytick',[-0.01,-0.005,-0.001,0,0.001,0.005,0.01]);
49 axis([0,2*fs,-0.01,0.01]);
50

```

归一化低通原型滤波器和频率变换求得的实际滤波器频率特性如下



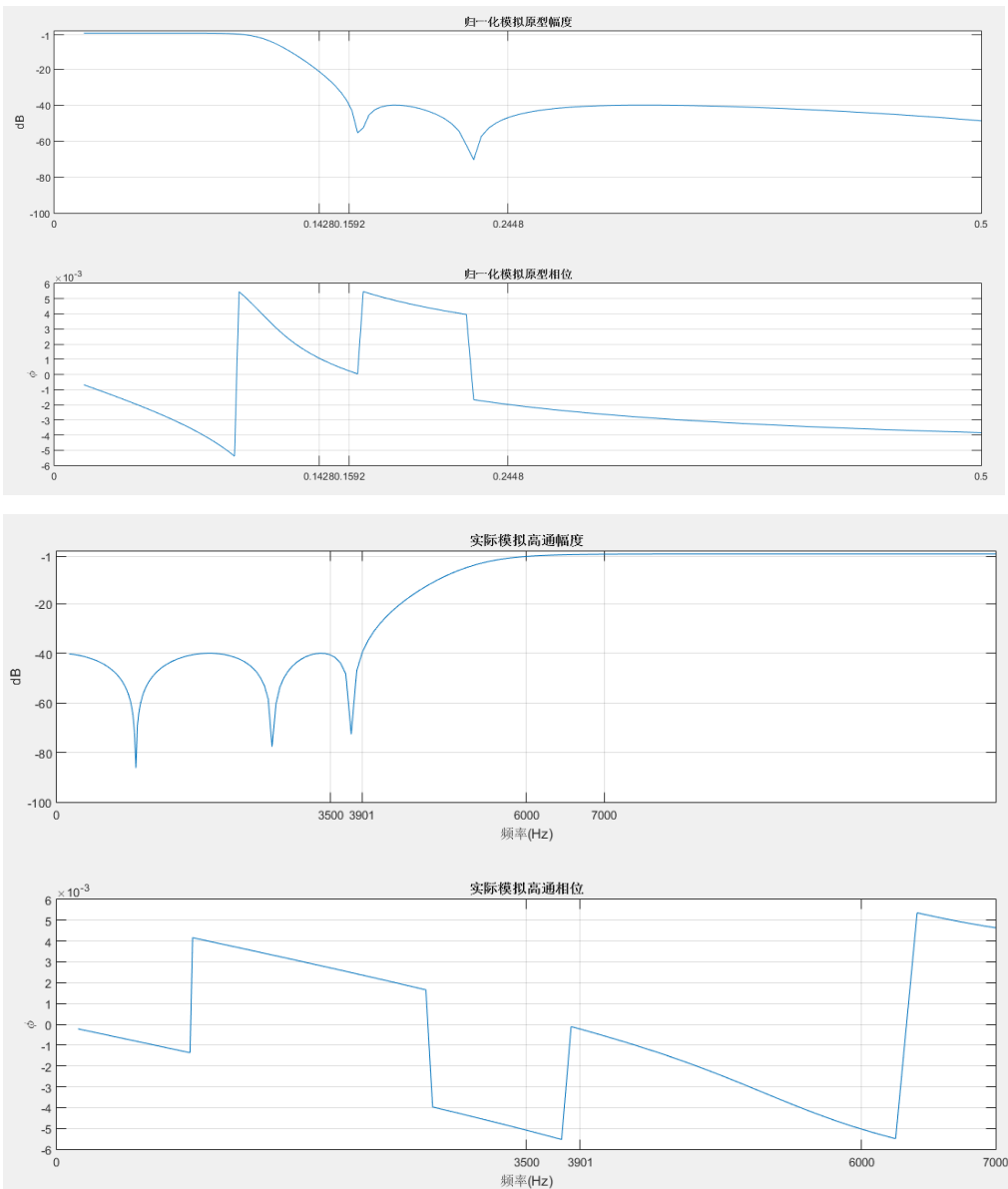
由归一化低通原型滤波器的频率特性及经频率变换求得的实际滤波器频率特性可以看出，归一化低通原型和实际滤波器频率特性是一致的。由频率特性曲线可知，该设计结果在通阻带截止频率处能满足  $R_p \leq 1$  dB、 $A_s \geq 40$  dB 的设计指标要求。

(3)用频率变换法设计一个切比雪夫 II 型模拟高通滤波器，要求通带截止频率  $f_p = 6$  kHz，通带最大衰减  $R_p \leq 1$  dB，阻带截止频率  $f_s = 3.5$  kHz，阻带最小衰减  $A_s \geq 40$  dB。绘制归一化的模拟滤波器原型和实际的模拟高通滤波器的频率特性。

解： Matlab 代码及注释如下：

```
1 clc
2 clear all;
3 fp=6000;wp=2*pi*fp; %输入高通滤波器的通带截止频率
4 fs=3500;ws=2*pi*fs; %输入高通滤波器的阻带截止频率
5 Rp=1;As=40; %输入滤波器的通阻带衰减指标
6 %cheb2ord 函数计算切比雪夫II型数字滤波器的阶数n和截止频率wc
7 [n,wc]=cheb2ord(wp,ws,Rp,As,'s')
8
9 %计算n阶模拟低通原型，得到左半平面零点
10 [z0,p0,k0]=cheb2ap(n,As)
11 b0=k0*real(poly(z0)); %求归一化的滤波器系数b0
12 a0=real(poly(p0)); %求归一化的滤波器系数a0
13 [H,w0]=freqs(b0,a0); %求归一化的滤波器频率特性
14 dbH=20*log10(abs(H)+eps/max(abs(H))):%幅度为分贝值
15
16
17 %变换为实际模拟带通滤波器
18 [b1,a1]=lp2hp(b0,a0,wc); %从归一化低通变换到实际高通
19 [Ha,wa]=freqs(b1,a1); %求实际高通滤波器的频率特性
20 dbHa=20*log10(abs(Ha)+eps/max(abs(Ha))):%幅度化为分贝值
21
22 %为作图准备数据
23 wp0=fp/wc %通带截止频率归一化
24 wc0=wc/2/pi/wc %截止频率归一化
25 ws0=fs/wc %阻带截止频率归一化
26 fc=floor(wc/2/pi); %截止频率
27
28 %归一化模拟低通原型频率特性作图
29 subplot(2,1,1),plot(w0/(2*pi),dbH);
30 title('归一化模拟原型幅度');ylabel('dB');
31 axis([0,0.5,-100,1]);grid;
32 set(gca,'Xtick',[0,ws0,wc0,wp0,0.5]);
33 set(gca,'Ytick',[-100,-80,-60,-40,-20,-1]);
34 subplot(2,1,2),plot(w0/(2*pi),angle(H)/(pi*180));
35 title('归一化模拟原型相位');ylabel('\phi');
36 axis([0,0.5,-0.006,0.006]);grid;
37 set(gca,'Xtick',[0,ws0,wc0,wp0,0.5]);
38 set(gca,'Ytick',[-0.006,0.001:0.006]);
39
40 %实际模拟高通频率特性作图
41 figure;
42 subplot(2,1,1),plot(wa/(2*pi),dbHa);grid
43 title('实际模拟高通幅度');ylabel('dB');xlabel('频率(Hz)');
44 set(gca,'Xtick',[0,fs,fc,fp,2*fs]);
45 set(gca,'Ytick',[-100,-80,-60,-40,-20,-1]);
46 axis([0,2*fp,-100,1]);
47 subplot(2,1,2),plot(wa/(2*pi),angle(Ha)/(pi*180));grid
48 title('实际模拟高通相位');ylabel('\phi');xlabel('频率(Hz)');
49 set(gca,'Xtick',[0,fs,fc,fp,2*fs]);
50 set(gca,'Ytick',[-0.006,0.001:0.006]);
51 axis([0,2*fs,-0.006,0.006]);
```

归一化低通原型滤波器和频率变换求得的模拟高通滤波器频率特性如下



由归一化低通原型滤波器的频率特性及经频率变换求得的模拟高通滤波器频率特性可以看出，归一化低通原型和实际高通滤波器频率特性图形是相反的。由频率特性曲线可知，该设计结果在通阻带截止频率处能满足  $R_p \leq 1 \text{ dB}$ 、 $A_s \geq 40 \text{ dB}$  的设计指标要求。

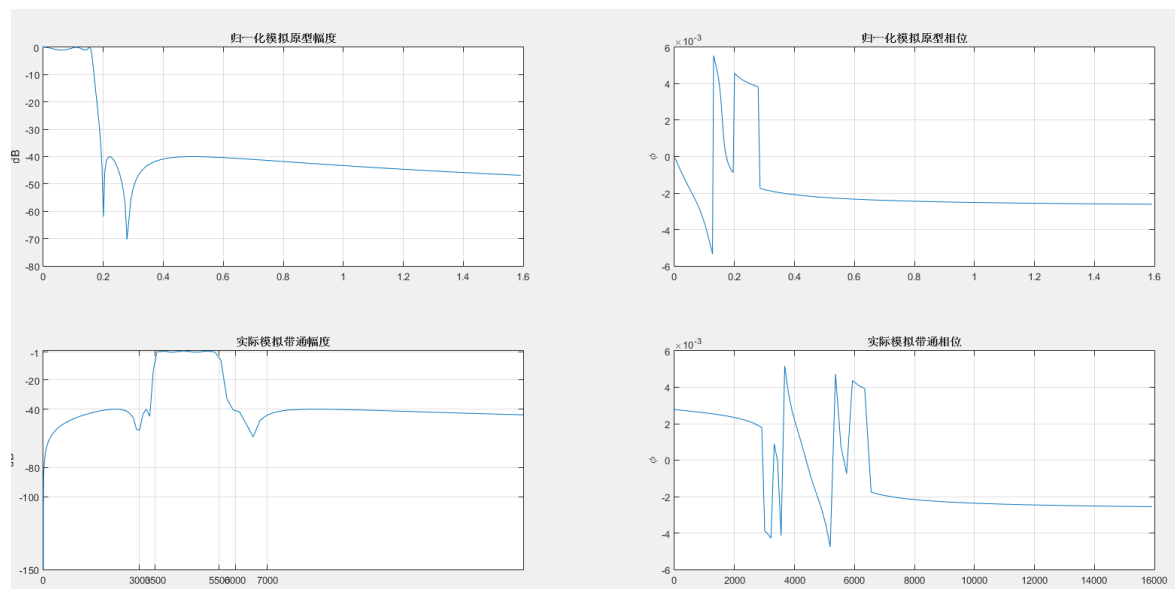
(4)用频率变换法设计一个椭圆模拟带通滤波器，要求通带截止频率  $f_{p1}=3.5 \text{ kHz}$ ， $f_{p2}=5.5 \text{ kHz}$ ，通带最大衰减  $R_p \leq 1 \text{ dB}$ ；阻带下载截止频率  $f_{s1}=3 \text{ kHz}$ ，阻带上截止频率  $f_{s2}=6 \text{ kHz}$ ，阻带最小衰减  $A_s \geq 40 \text{ dB}$ 。绘制归一化的模拟滤波器原型和实际的模拟带通滤波器的频率特性。

解： Matlab 代码及注释如下：

```
1 - clc
2 - clear all;
3 - fp1=3500;wp1=2*pi*fp1;%输入带通滤波器的通带截止频率
4 - fp2=5500;wp2=2*pi*fp2;
5 - wp=[wp1,wp2];
6 - fs1=3000;ws1=2*pi*fs1;%输入带通滤波器的阻带截止频率
7 - fs2=6000;ws2=2*pi*fs2;
8 - ws=[ws1,ws2]
9 - As=40;Rp=1;%输入滤波器的通阻带衰减指标
10 - bw=wp2-wp1;w=sqrt(wp1*wp2);%求通带宽度和中心频率
11 - %计算滤波器的阶数和截止频率
12 - [n,wn]=ellipord(wp,ws,Rp,As,'s')
13 - %计算n阶模拟低通原型，得到左半平面零点
14 - [z0,p0,k0]=ellipap(n,Rp,As)
15 - b0=k0*real(poly(z0));%求归一化的滤波器系数b0
16 - a0=real(poly(p0));%求归一化的滤波器系数a0
17 - [H,w0]=freqs(b0,a0);%求归一化的滤波器频率特性
18 - dBH=20*log10(abs(H)+eps/max(abs(H)));%幅度化为分贝值
19 - %变换为实际模拟带通滤波器
20 - [b1,a1]=lp2bp(b0,a0,w,bw);%从归一化低通变换到模拟带通
21 - [Ha,wa]=freqs(b1,a1);%求实际带通滤波器的频率特性
22 - dBHa=20*log10(abs(Ha)+eps/max(abs(Ha)));%幅度化为分贝值

24 - %归一化模拟低通原型频率特性作图
25 - subplot(2,2,1),plot(w0/(2*pi),dBH);grid
26 - title('归一化模拟原型幅度');ylabel('dB');
27 - subplot(2,2,2),plot(w0/(2*pi),angle(H)/(pi*180));grid;
28 - title('归一化模拟原型相位');ylabel('\phi');
29
30 - %实际模拟带通频率特性作图
31 - subplot(2,2,3),plot(wa/(2*pi),dBHa);grid
32 - title('实际模拟带通幅度');ylabel('dB');xlabel('频率(Hz)');
33 - axis([0,15000,-150,0]);
34 - set(gca,'Xtick',[0,fs1,fp1,fp2,fs2,2*fp1]);
35 - set(gca,'Ytick',[-150,-100,-80,-40,-20,-1]);
36 - subplot(2,2,4),plot(wa/(2*pi),angle(Ha)/(pi*180));grid
37 - title('实际模拟带通相位');ylabel('\phi');xlabel('频率(Hz)');
```

归一化低通原型滤波器和频率变换求得的模拟带通滤波器频率特性如下



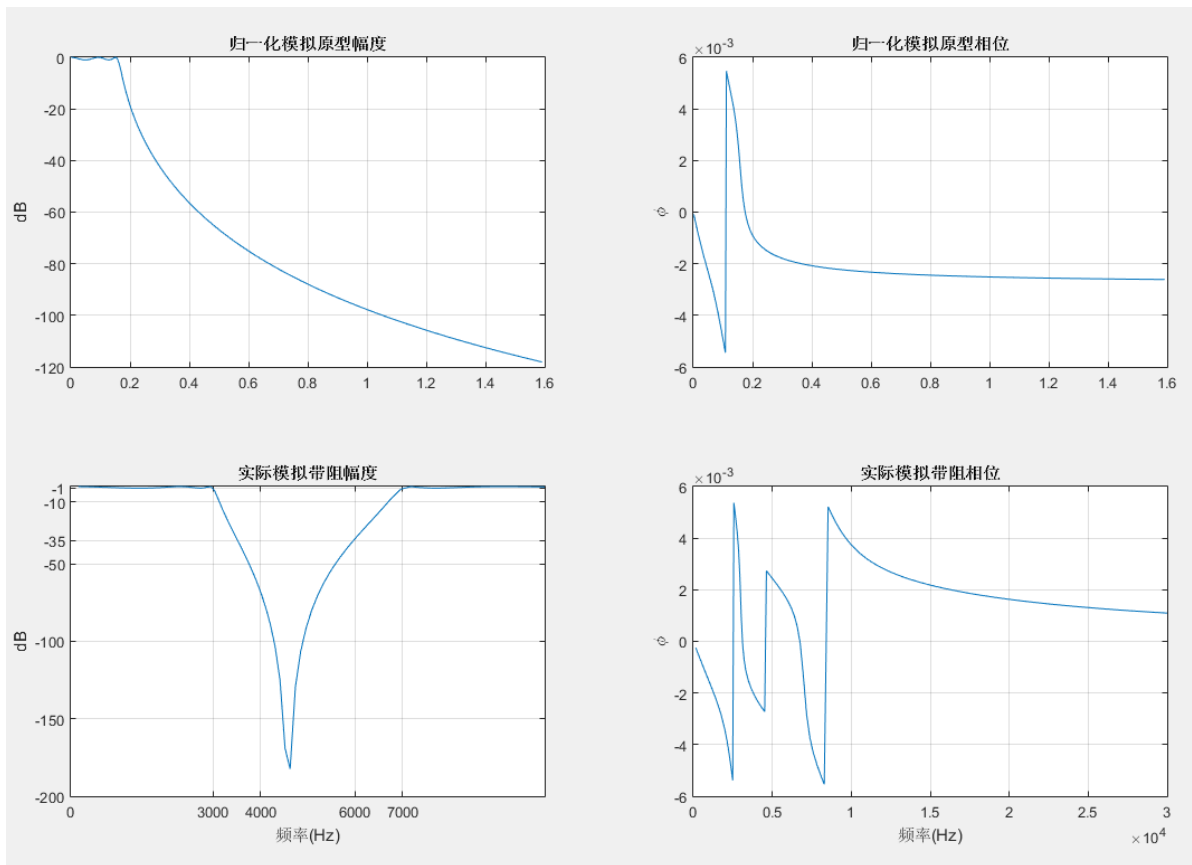
由归一化低通原型滤波器的频率特性和经频率变换求得的模拟带通滤波器频率特性可以看出，模拟带通滤波器频率特性是将低通频率特性关于中心频率对称构成。由模拟带通滤波器频率特性曲线可知，该设计结果在通阻带截止频率处能满足  $R_p \leq 1 \text{ dB}$ 、 $A_s \geq 40 \text{ dB}$  的设计指标要求。

(5)用频率变换法设计一个切比雪夫 I 型模拟带阻滤波器，要求下通带截止频率  $f_{p1}=3\text{ kHz}$ ，上通带截止频率  $f_{p2}=7\text{ kHz}$ ，通带最大衰减  $R_p\leq 1\text{ dB}$ ；阻带下截止频率  $f_{s1}=4\text{ kHz}$ ，阻带上截止频率  $f_{s2}=6\text{ kHz}$ ，阻带最小衰减  $A_s\geq 35\text{ dB}$ 。绘制归一化的模拟滤波器原型和实际的模拟带阻滤波器的频率特性。

解： Matlab 代码及注释如下：

```
1 - clc
2 - clear all;
3 - fp1=3000;wp1=2*pi*fp1;%输入带阻滤波器的通带截止频率
4 - fp2=7000;wp2=2*pi*fp2;
5 - fs1=4000;ws1=2*pi*fs1;%输入带阻滤波器的阻带截止频率
6 - fs2=6000;ws2=2*pi*fs2;
7 - wp=[wp1,wp2];ws=[ws1,ws2];
8 - As=35;Rp=1;%输入滤波器的通带衰减指标
9 - bw=wp2-wp1;w=sqrt(wp1*wp2);%求阻带宽度和中心频率
10 - %计算滤波器的阶数和3 dB截止频率
11 - [n,wc]=cheblord(wp,ws,Rp,As,'s')
12 - %计算n阶模拟低通原型，得到左半平面零点
13 - [z0,p0,k0]=cheblap(n,Rp)
14 - b0=k0*real(poly(z0)); %求归一化的滤波器系数b0
15 - a0=real(poly(p0)); %求归一化的滤波器系数a0
16 - [H,w0]=freqs(b0,a0); %求归一化的滤波器频率特性
17 - dBH=20*log10(abs(H)+eps/max(abs(H))); %幅度化为分贝值
18 - %变换为实际模拟带阻滤波器
19 - [b1,a1]=lp2bs(b0,a0,w,bw); %从归一化低通变换到模拟带阻
20 - [Ha,wa]=freqs(b1,a1); %求实际带阻滤波器的频率特性
21 - dBHa=20*log10(abs(Ha)+eps/max(abs(Ha))); %幅度化为分贝值

23 - %归一化模拟低通原型频率特性作图
24 - subplot(2,2,1),plot(w0/(2*pi),dBH).grid
25 - title('归一化模拟原型幅度');ylabel('dB');
26 - subplot(2,2,2),plot(w0/(2*pi),angle(H)/(pi*180)).grid;
27 - title('归一化模拟原型相位');ylabel('\phi');
28
29 - %实际模拟带阻频率特性作图
30 - subplot(2,2,3),plot(wa/(2*pi),dBHa).grid
31 - title('实际模拟带阻幅度');ylabel('dB');xlabel('频率(Hz)');
32 - axis([0,10000,-200,0]);
33 - set(gca,'Xtick',[0,fp1,fs1,fs2,fp2]);
34 - set(gca,'Ytick',[-200,-150,-100,-50,-35,-10,-1]);
35 - subplot(2,2,4),plot(wa/(2*pi),angle(Ha)/(pi*180)).grid
36 - title('实际模拟带阻相位');ylabel('\phi');xlabel('频率(Hz)');
37 - axis([0,30000,-0.006,0.006]);
```



可以看出模拟带阻滤波器频率特性和归一化低通原型滤波器频率特性关于中心频率折叠对称构成。由模拟带阻滤波器频率特性曲线可知，该设计结果在通阻带截止频率处基本能满足  $R_p\leq 1\text{ dB}$ 、 $A_s\geq 35\text{ dB}$  的设计指标要求。

(6) 思考题：

①预习思考题:模拟域的频率变换法在 IIR 数字滤波器设计中起到怎样的作用？

答：我们在设计 IIR 数字滤波器时，是先设计好滤波器原型，然后通过频率变换，将模拟低通滤波器原型变换成实际的各种滤波器，再通过相应变换变成数字滤波器。

②用 MATLAB 提供的子函数进行 IIR 滤波器设计时，模拟域的频率变换法设计低通、高通与设计带通、带阻有何不同？设计中需注意哪些问题？

答：低通、高通滤波器的通带和阻带截止频率只有一个，而带通、带阻滤波器的阻带截止频率都有两个，需要求中心频率或阻带宽度。