تاریخ : 1404/9/30

پاسخ سوال برنامه نویسی

دوره استادی هوش مصنوعی

آمار و احتمالات برای هوش مصنوعی

دانشجو : رامتین ابراهیمی

تمرین 1 : سکه ای را 10 بار پرتاب کنید. اگر حداقل 7 بار شیر ببینید، برنده بازی هستید، در غیر این صورت شما بازنده هستید.

الف) مقدار احتمال برنده شدن خودتان را محاسبه نمایید.

هر بار پرتاب سکه، احتمال آمدن شیر برابر $\frac{1}{2}$است. اگر X تعداد شیرها در ۱۰ بار پرتاب باشد، آنگاه: $X\sim \text{Binomial}(n=10,p=\frac{1}{2})$

فرمول توزیع دو جمله‌ای: $P(X=x)=\binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$

زمانی برنده میشویم که حداقل ۷ بار شیر بیاید، یعنی: $P(X\geq7)=P(X=7)+P(X=8)+P(X=9)+P(X=10)$ <= احتمال برنده شدن

$$P(X=x)=\binom{10}{x} \left(\frac{1}{2}\right)^x \left(\frac{1}{2}\right)^{10-x}=\frac{\binom{10}{x}}{2^{10}}$$

$$P(\text{برد})=\frac{\binom{10}{7}+\binom{10}{8}+\binom{10}{9}+\binom{10}{10}}{2^{10}}=\frac{120+45+10+1}{1024}=\frac{176}{1024}=\frac{11}{64}\approx\boxed{0.171875}$$

ب) برنامه ای بنویسید که این احتمال را محاسبه نماید:

"\exercise 1_binom.py"

تمرین 2 : یک موسسه بیمه، بیمه نامه های عمر را به 5 نفر می فروشد. احتمال اینکه یک فرد 30 سال یا بیشتر عمر کند، 2/3 است.

الف) احتمال اینکه بعد از 30 سال هر پنج نفر هنوز زنده باشند.

این مسئله با «توزیع دوجمله‌ای» حل می‌شود. چون برای هر نفر یک آزمایش مستقل با دو حالت وجود دارد (زنده می‌ماند یا نمی‌ماند)

دراین تمرین $X\sim \text{Binomial}(n=5,\ p=\frac{2}{3})$ است و باید $P(X=5)$ را برای حالت **الف** محاسبه کنم.

$$P(X=x)=\binom{n}{x} p^{x}(1-p)^{n-x} \rightarrow P(X=5)=\binom{5}{5}\left(\frac{2}{3}\right)^{5}\left(\frac{1}{3}\right)^{5-5} \rightarrow P(X=5)=1\left(\frac{2}{3}\right)^{5}1=\frac{32}{243}$$

$$\boxed{P(X=5)=\frac{32}{243}\approx 0.131687}$$

ب) احتمال اینکه حداقل سه نفر هنوز زنده باشند.

$$P(X\geq 3)=P(X=3)+P(X=4)+P(X=5)$$

$$P(X\geq 3)=\binom{5}{3}\left(\frac{2}{3}\right)^{3}\left(\frac{1}{3}\right)^{5-3}+\binom{5}{4}\left(\frac{2}{3}\right)^{4}\left(\frac{1}{3}\right)^{5-4}+\binom{5}{5}\left(\frac{2}{3}\right)^{5}\left(\frac{1}{3}\right)^{5-5}=\frac{80}{243}+\frac{80}{243}+\frac{32}{243}=\frac{192}{243}$$

$$\boxed{P(X\geq 3)=\frac{192}{243}=\frac{64}{81}\approx 0.7901}$$

ج) احتمال اینکه دقیقاً دو نفر هنوز زنده باشند.

$$\boxed{P(X=2)=\binom{5}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^{2}\left(\frac{1}{3}\right)^{5-2}=\frac{40}{243}\approx 0.1646}$$

د) برنامه ای بنویسید که این احتمالات بالا را محاسبه نماید:

"\exercise 2_binom.py"

تمرین 3 : فرض کنید صاحب یک شرکت تولید لامپ تشخیص می دهد که از هر 75 لامپ 3 لامپ معیوب است.

الف) احتمال اینکه اولین لامپ معیوب را در ششمین لامپ که آزمایش کرده است پیدا کند چقدر است؟

احتمال معیوب بودن یک لامپ: $\longrightarrow$ $P=\frac{3}{75}=\frac{1}{25}=0.04$

احتمال سالم بودن یک لامپ: $\longrightarrow$ $q=1-P=1-\frac{1}{25}=\frac{24}{25}=0.96$

فرمول توزیع هندسی: $\longrightarrow$ $P(X=x)=p^{x}(1-p)^{n-1}$

$$P(X=6)=0.04\,(1-0.04)^{6-1} \Rightarrow \boxed{P(X=6)=0.04\,(0.96)^{5} \approx 0.0326}$$

ب) برنامهای بنویسید که این احتمال را محاسبه نماید:

"\exercise 3_geom.py"

تمرین 4 : کامپیوتر من به طور متوسط هر 4 ماه یک بار خراب می شود.

$\lambda = 1$

$$P(X = x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}$$

الف) احتمال خراب نشدن آن در مدت 4 ماه چقدر است؟

$$\boxed{P(X = 0) = \frac{2.718^{-1}\ 1^{0}}{0!} \approx 0.3678}$$

$0! = 1$

$1^{0} = 1$

ب) احتمال اینکه در یک دوره 4 ماهه یک بار خراب شود چقدر است؟

$$\boxed{P(X = 1) = \frac{2.718^{-1}\ 1^{1}}{1!} \approx 0.3678}$$

ج) احتمال اینکه در مدت 4 ماه دو بار خراب شود چقدر است؟

$$\boxed{P(X = 2) = \frac{2.718^{-1}\ 1^{2}}{2!} \approx 0.1839}$$

د) احتمال اینکه در مدت 4 ماه سه بار خراب شود چقدر است؟

$$\boxed{P(X = 3) = \frac{2.718^{-1}\ 1^{3}}{3!} \approx 0.0613}$$

فایل کد تمرین 4 : "\exercise 4_poisson.py"