



Deuxième année Département Sciences du Numérique Options  
Télécommunications et Réseaux

---

## TP Conception de Recepteur

---

*Auteur :*

M. BTEICH RAMY

*Encadrant :*

Dr. BOUCHERET

MARIE-LAURE

28 mars 2024

# Introduction

Dans le cadre de ce projet, nous explorons les mécanismes de synchronisation dans les systèmes de communication. La boucle à phase fermée, ou boucle à verrouillage de phase (PLL). Cette étude se divise en deux grandes parties : une exploration initiale de la boucle ouverte, suivie d'une analyse approfondie de la boucle à phase fermée. Nous mettons un accent particulier sur l'acquisition et le suivi de la phase, en particulier en présence d'erreurs de phase importantes susceptibles de provoquer le décrochage de la boucle. À travers ce travail, nous cherchons à comprendre comment la gigue de phase, un indicateur de la variabilité de la phase du signal reçu par rapport à sa valeur estimée, est influencée par différents paramètres, notamment la bande de bruit de la boucle (BIT) et le rapport signal sur bruit par bit ( $E_b/N_0$ )

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Etude en boucle ouverte</b>	<b>6</b>
<b>2</b>	<b>Etude en boucle fermée</b>	<b>9</b>
2.1	Mode Acquisition . . . . .	10
2.2	Mode Poursuite . . . . .	11
2.3	Gigue de phase en fonction de la bande de bruit de la boucle . . . . .	12
2.4	Gigue de phase en fonction du $E_b/N_0$ . . . . .	13
	<b>Conclusion</b>	<b>14</b>

# Table des figures

1.1	Boucle Ouverte . . . . .	6
1.2	Courbe en S pour une erreur de phase . . . . .	8
2.1	Boucle fermée . . . . .	9
2.2	Sortie du detecteur . . . . .	10
2.3	Reponse du filtre . . . . .	10
2.4	Erreur de frequence . . . . .	10
2.5	Schema equivalent en phase . . . . .	11
2.6	Sortie du detecteur . . . . .	11
2.7	Reponse du filtre de boucle . . . . .	11
2.8	Erreur de Frequence . . . . .	11
2.9	Gigue de phase en fonction de la bande de bruit de la boucle . . . . .	12
2.10	Gigue de phase en fonction du $E_b/N_0$ . . . . .	13

# Liste des sigles et acronymes

<b>BLT</b>	<i>Loop Noise Bandwidth</i>
<b>PLL</b>	<i>Phase-Locked Loop</i>

# Exercise 1

## Etude en boucle ouverte

Dans cette première section, nous examinons une boucle ouverte de phase. Le signal émis sera modulé en QPSK, avec l'ajout de bruit provenant du canal de transmission.

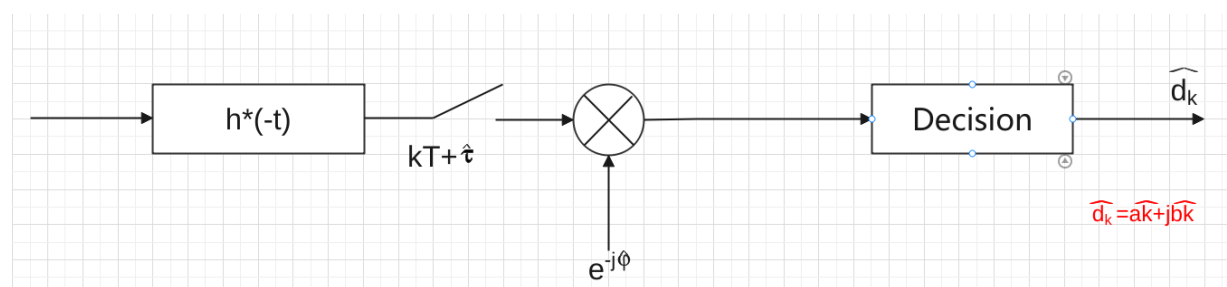


FIGURE 1.1 – Boucle Ouverte

Le modèle de réception est donné par :

$$r(t) = A (\sum_m d_m h(t - mT - \tau)) e^{j2\pi f_0 t + j\phi} + n_e(t)$$

La fonction de vraisemblance s'exprime par :

$$L(\theta, \{\hat{a}_m\}, \{\hat{b}_m\}) = \exp \left\{ \alpha \left[ \sum_m \hat{a}_m \Re(p(m, \hat{\tau}) e^{-j\hat{\theta}}) + \sum_m \hat{b}_m \Im(p(m, \hat{\tau}) e^{-j\hat{\theta}}) \right] \right\}$$

En moyennant l'expression de la fonction de vraisemblance, on obtient :

$$L(\hat{\theta}) = E[\exp(\alpha \sum_m \hat{a}_m \Re(.) + \hat{b}_m \Im(.))]$$

$$\text{Avec } (.) = p(m, \hat{\tau}) e^{-j\hat{\theta}}$$

---


$$\begin{aligned}
&= E[\prod_m \exp(\hat{a}_m \Re(.) + \hat{b}_m \Im(.))] \\
&= \prod_m E[\exp(\hat{a}_m \Re(.))] + E[\exp(\hat{b}_m \Im(.))] \\
&= \prod_m [\frac{1}{2} \exp(\Re(.)) + \frac{1}{2} \exp(-\Re(.))] [\frac{1}{2} \exp(\Im(.)) + \frac{1}{2} \exp(-\Im(.))] \\
&= \prod_m ch(\Re(.))ch(\Im(.))
\end{aligned}$$

En passant au logarithme  $\ln(ch(x)) = \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{12} \dots$   $\frac{x^2}{2} = \frac{\Re^2(.) + \Im^2(.)}{2}$   $-\frac{x^4}{12} = \frac{\Re^4(.) + \Im^4(.)}{12}$   
et eliminant le terme d'ordre 2, on obtient :

$$= -[\sum_m \Re^4(p(m, \hat{\tau})e^{-j\hat{\theta}}) + \Im^4(p(m, \hat{\tau})e^{-j\hat{\theta}})]$$

La derivation de  $L(\hat{\theta})$  nous onnera l'expression du detecteur d'erreur de pahse porteuse qui est :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial \theta} &= -\sum_m [4\Im(.)\Re^3(.) - 4\Re(.)\Im^3(.)] &= -4 \sum_m \Im(.)\Re(.)[\Re^2(.) - \Im^2(.)] \\
&= -2\sum_m [\Im((.)^2)\Re((.)^2)] &= \sum_m -\Im((.)^4) \\
&= -\Im[(p(m, \hat{\tau})e^{-j\hat{\theta}})^4]
\end{aligned}$$

$$\text{pour : } p(m, \hat{\theta}) = d_m g(0) e^{j\theta}$$

$$\begin{aligned}
U_{(m)} &= -I_m [(d_m g(0) e^{j\hat{\theta}} e^{-j\hat{\theta}})^4] &= -d_m^4 g_{(0)}^4 \sin(4(\theta - \hat{\theta})) \\
&= 4 g_{(0)}^4 \sin(4(\theta - \hat{\theta}))
\end{aligned}$$

Nous procèderons ensuite au tracé de la courbe caractéristique du détecteur sur un intervalle d'erreur de phase allant de [-180 à 180] degrés. Ce tracé sera effectué pour un rapport signal sur bruit par bit,  $(E_b/N_0)$ , fixé à 10.

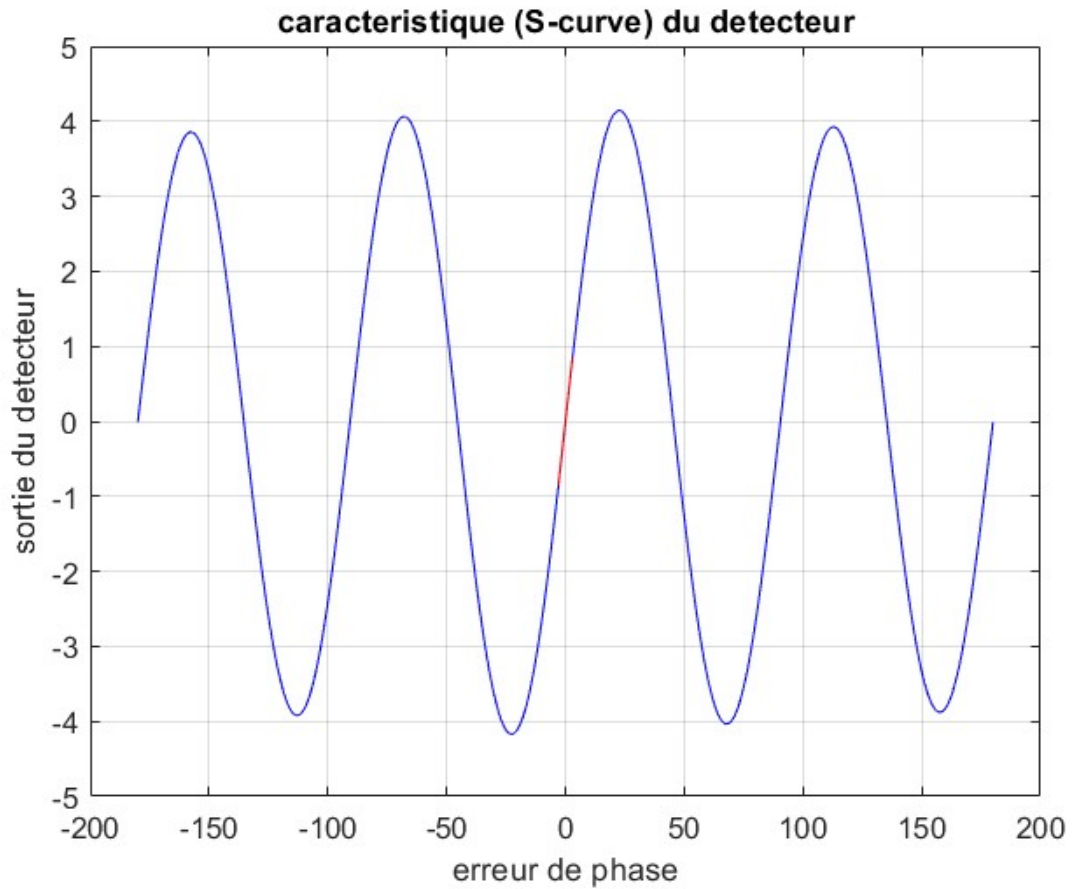


FIGURE 1.2 – Courbe en S pour une erreur de phase

Pour identifier les valeurs estimées maximisant la fonction de vraisemblance, on recherche les zéros de sa dérivée ; l'analyse du graphique indique que ces points satisfont la relation  $\hat{\theta} = \theta + \frac{k\pi}{2}$  pour  $k$  appartenant aux entiers naturels, révélant ainsi une ambiguïté de phase de  $\frac{\pi}{2}$ .

Pour éviter de se tromper sur la phase et les sauts intempestifs, on doit ajuster correctement la phase que l'on mesure. L'algorithme de correction de phase est donc par :

$$e(m) = \theta - \hat{\theta}_m \quad (\theta : \text{erreur à corriger ; } \hat{\theta}_m : \text{correction à l'instant } m)$$

$$\begin{aligned} \text{-Si } e(m) > 0 \text{ alors } \hat{\theta} < \theta & \quad \hat{\theta}_m + 1 > \hat{\theta}_m \\ \text{-Si } e(m) < 0 \text{ alors } \hat{\theta} > \theta & \quad \hat{\theta}_m + 1 < \hat{\theta}_m \end{aligned}$$

*Remarque !!*

Si  $m \neq 0$  on ne demodule pas le bon symbole on demodule  $d_m e^{jn\pi/2}$  au lieu de  $d_m$



## Exercise 2

### Etude en boucle fermée

Dans cette partie de l'étude, nous nous intéressons à l'analyse de la boucle à phase fermée, en tenant compte des coefficients du filtre de la boucle qui sont déterminés en fonction de l'ordre de la boucle.

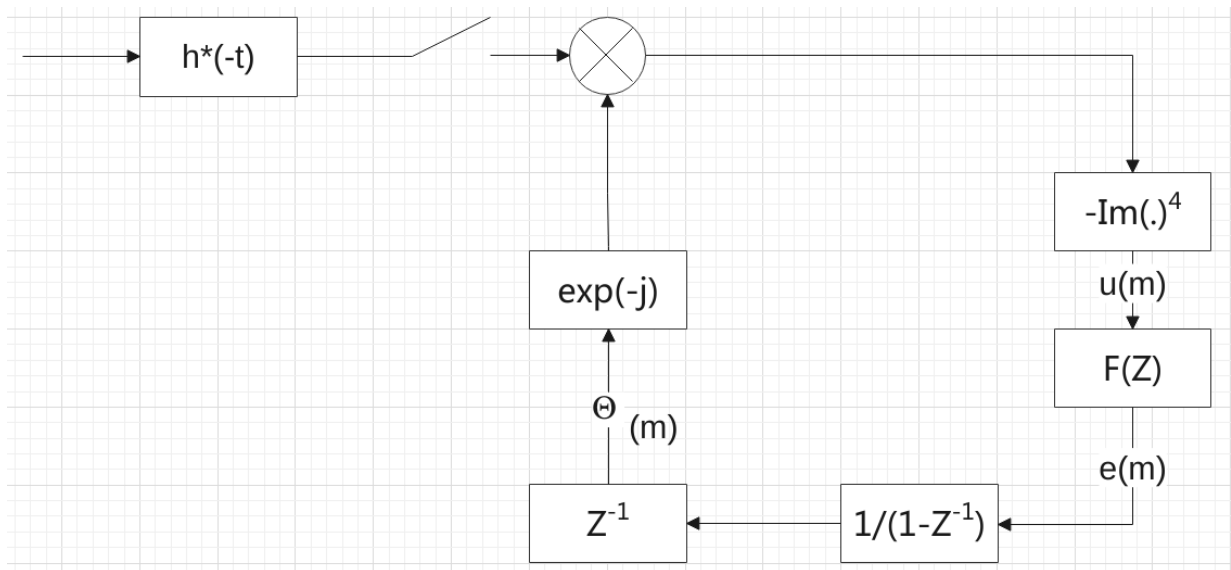


FIGURE 2.1 – Boucle fermée

Mise a jour :  $\hat{\theta}_{(m+1)} = \hat{\theta}_m + e(m)$

$$\frac{Z^{-1}}{1-Z^{-1}} = \frac{1}{Z-1}$$

## 2.1 Mode Acquisition

Dans cette section, nous allons examiner les performances de la boucle à phase fermée en termes de synchronisation et d'acquisition, en particulier lors de grandes erreurs de phase susceptibles de provoquer un décrochage de la boucle. Pour cela, on va faire un graphique de la réponse du filtre de boucle suite à un saut de phase de  $10^\circ$ , en considérant un rapport signal sur bruit  $E_b/N_0$  de 100 dB et un écart de fréquence normalisé par le symbole  $R_s$  de 1, tout en utilisant une boucle d'ordre 2.

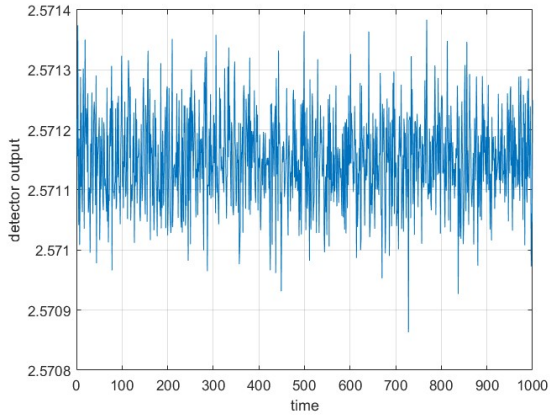


FIGURE 2.2 – Sortie du detecteur

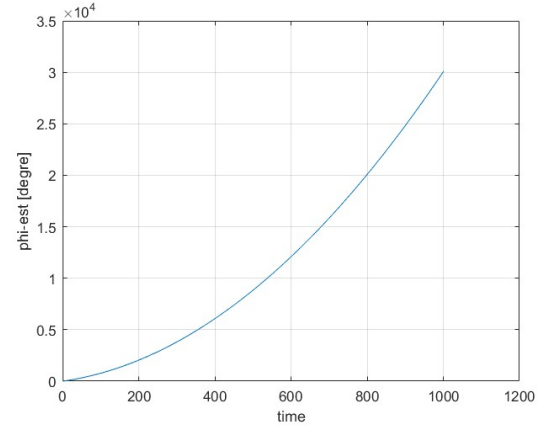


FIGURE 2.3 – Reponse du filtre

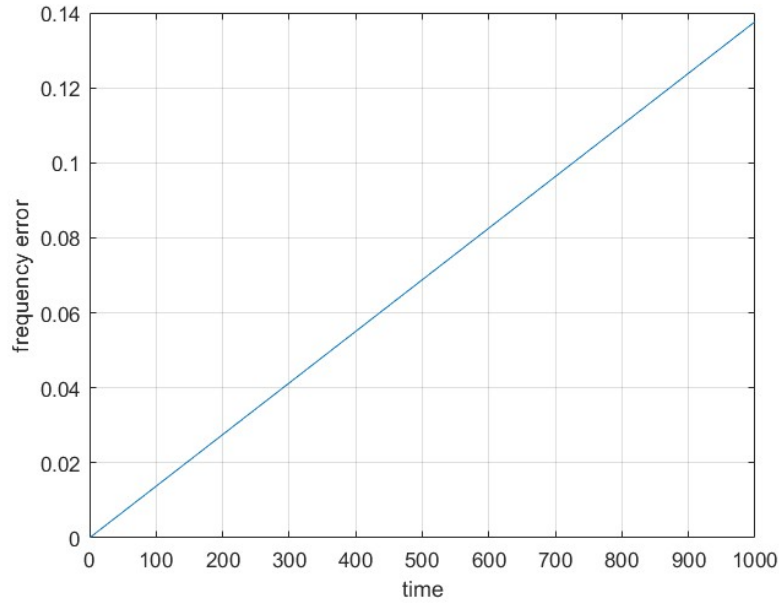


FIGURE 2.4 – Erreur de frequence

## 2.2. Mode Poursuite

## 2.2 Mode Poursuite

On considère que l'erreur de phase est nulle en entrée de la boucle afin de minimiser le temps d'acquisition.

$$|\theta - \hat{\theta}| \ll 1 \Rightarrow \sin x \sim x \quad u(m) \sim 16g_{(0)}^4 \cdot (\theta - \hat{\theta})$$

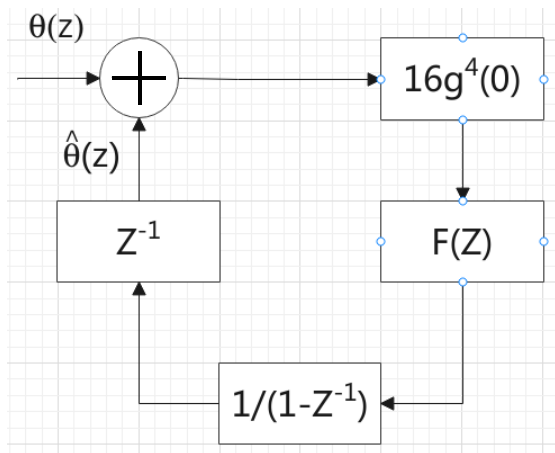


FIGURE 2.5 – Schema equivalent en phase

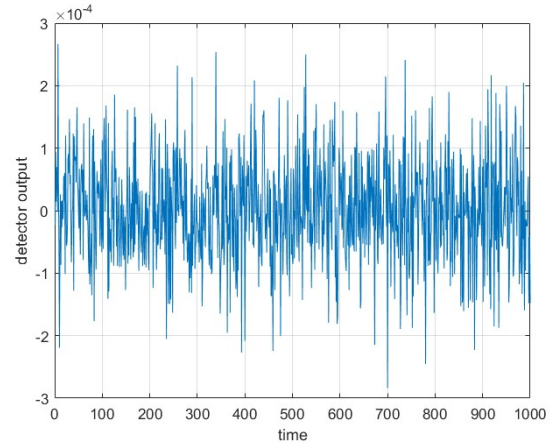


FIGURE 2.6 – Sortie du detecteur

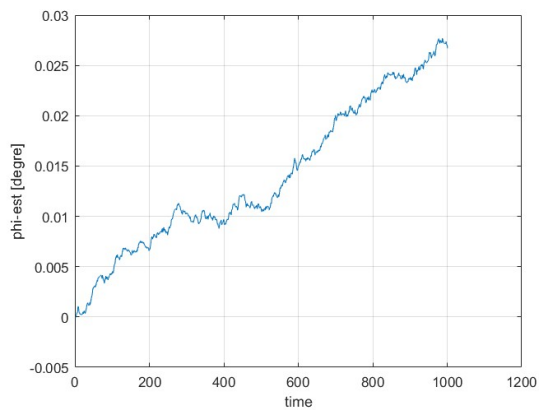


FIGURE 2.7 – Reponse du filtre de boucle

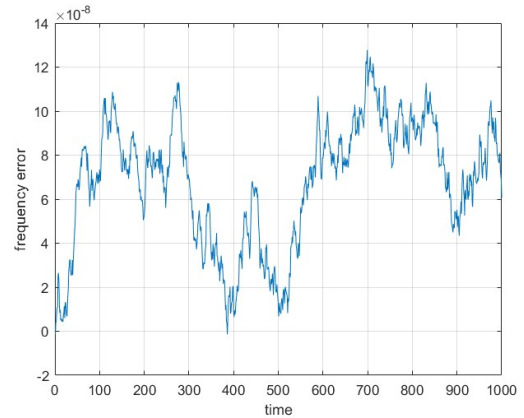


FIGURE 2.8 – Erreur de Frequence

## 2.3 Gigue de phase en fonction de la bande de bruit de la boucle

La gigue de phase, mesure les variations de la phase par rapport à ce qu'on avait estimé. Elle dépend de la largeur de la bande de bruit de notre système. Quand on fait un graphique de cette gigue en prenant  $E_b/N_0 = 10$  dB et on fait varier la bande de bruit de -3 à 3 par pas de 0.01 , on observe :

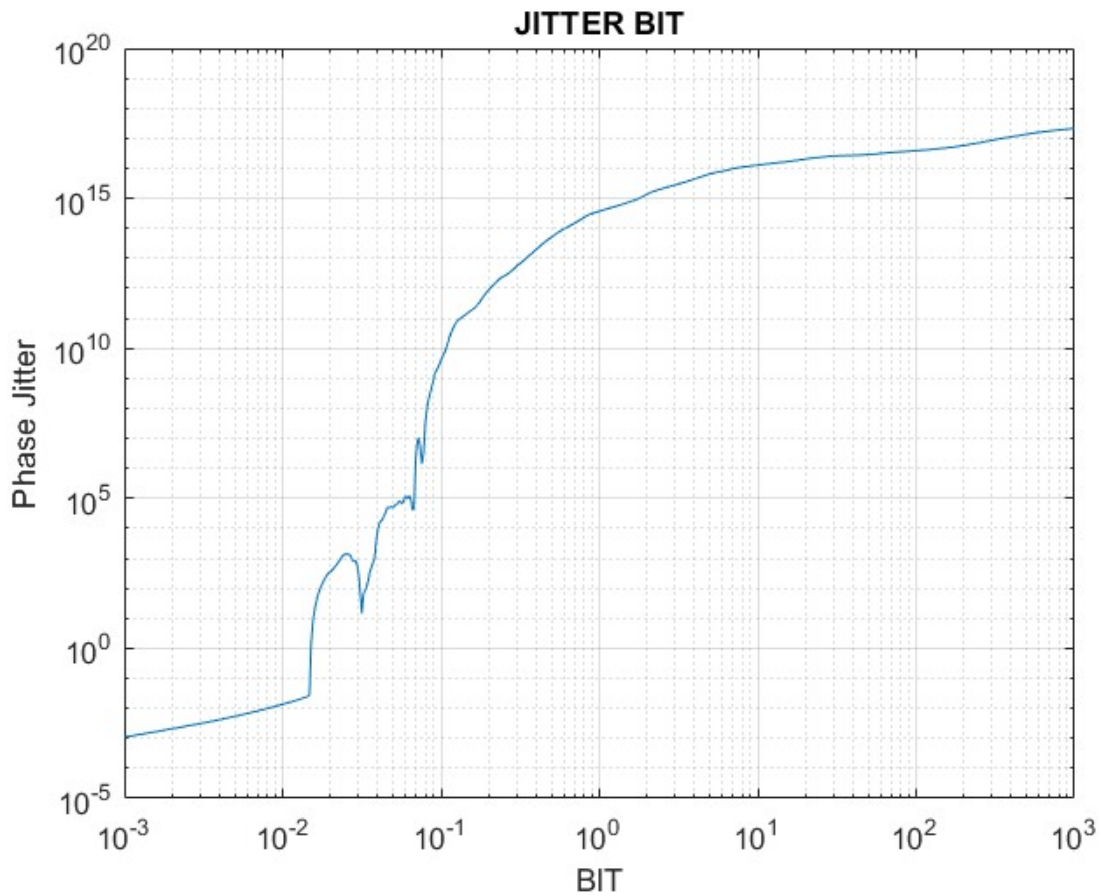


FIGURE 2.9 – Gigue de phase en fonction de la bande de bruit de la boucle

## 2.4. Gigue de phase en fonction du $E_b/N_0$

---

### 2.4 Gigue de phase en fonction du $E_b/N_0$

Lorsqu'on fixe la largeur de bande du bruit à  $10^{-2.5}$ , et qu'on trace ensuite la gigue de phase en fonction du rapport signal sur bruit par bit,  $E_b/N_0$ , on constate que la gigue diminue à mesure que le rapport  $E_b/N_0$  augmente, montrant ainsi que la gigue de phase est inversement proportionnelle à la performance de la transmission, mesurée par le taux d'erreur binaire.

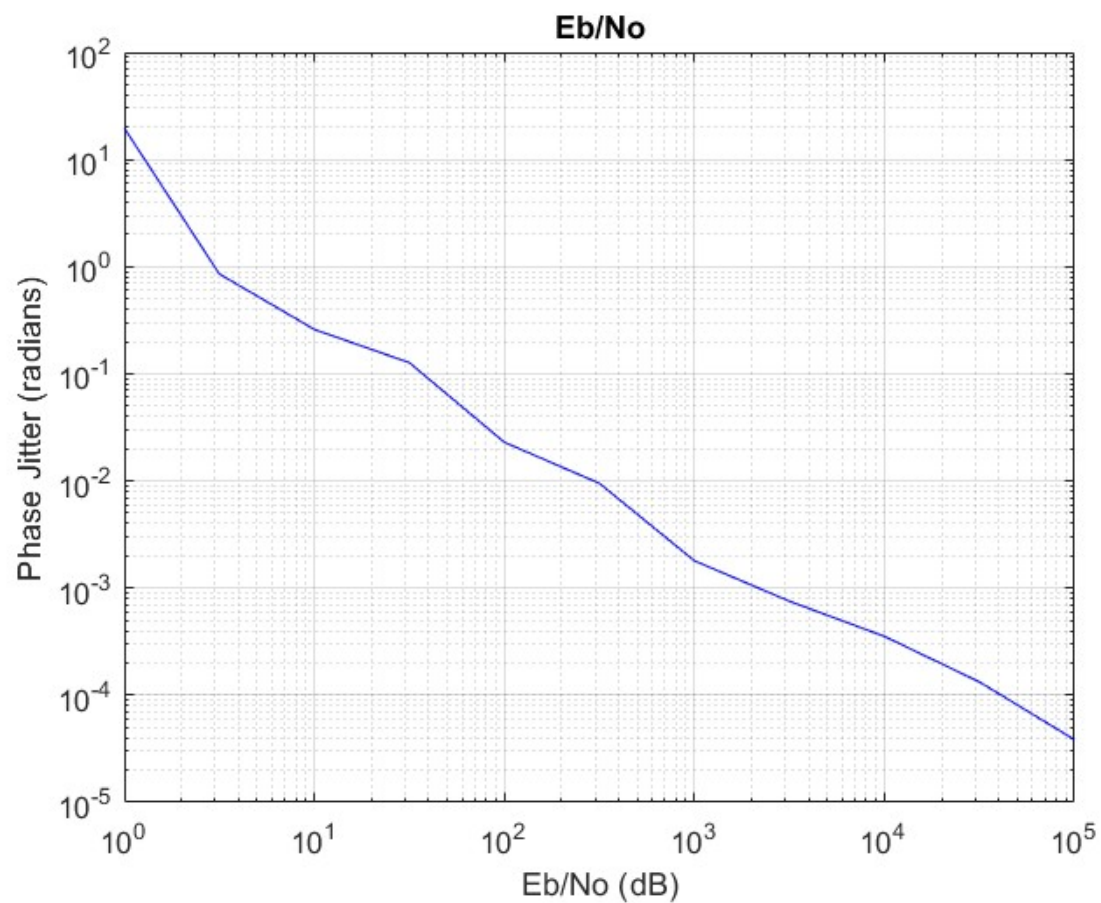


FIGURE 2.10 – Gigue de phase en fonction du  $E_b/N_0$

# Conclusion

Ce projet a permis de mettre en lumière l'importance de la synchronisation dans les systèmes de communication, en particulier à travers l'utilisation de boucles à phase fermée. Notre exploration a révélé que la gigue de phase est sensiblement influencée par la bande de bruit de la boucle, démontrant une proportionnalité directe entre la gigue de phase et BLT. De plus, nous avons observé que la gigue de phase diminue avec l'augmentation du rapport  $E_b/N_0$ , soulignant l'influence de la qualité du signal sur la performance de la boucle à phase fermée.