

## 0 Кинематика планет

### 0.1 Законы Келера

**Законы Келера** — три эмпирических соотношения, установленные Иоган- ном Кеплером на основе длительных астрономических наблюдений Тихо Браге. Соотношения Кеплера позволили Ньютону постулировать закон всемирного тяготения, который стал основным в классической механике. Всего существует три постулата, но при решении используется последний (третий).

**Теорема 1.**  $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$  — **Третий закон Кеплера**, где  $T_1$  и  $T_2$  - периоды обращения двух планет вокруг Солнца, а  $a_1$  и  $a_2$  — длины больших полуосей их орбит. Утверждение справедливо также для спутников.

Позже Ньютон вывел более точный закон

**Теорема 2.**  $\frac{T_1^2(M_1+m_1)}{T_2^2(M_2+m_2)} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$  — **Третий закон Кеплера**, где масса тел равна  $m_1$  и  $m_2$ , а массы объектов, вокруг которых они обращаются  $M_1$  и  $M_2$  соответственно

### 0.2 Синодический и Сидерический периоды

**Определение. Сидерический период** — промежуток времени, в течение которого какое-либо небесное тело-спутник совершает вокруг главного тела полный оборот относительно удалённых звёзд

**Определение. Синодический период** — промежуток времени между двумя последовательными соединениями Луны или какой-нибудь планеты Солнечной системы с Солнцем при наблюдении за ними с Земли

**Теорема 3.** Формулы Связи синодического периода и сидерический период

$\frac{1}{S} = \frac{1}{T} - \frac{1}{T_e}$  — Для Внутренних планет

$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_e} - \frac{1}{T}$  — Для Внутренних планет, где  $S$  - Синодический период одной планет относительно Земли,  $T$  - период обращения Планеты,  $T_e$  - период обращения Земли

*Пример.* Условие задачи: Противостояния некоторой планеты повторяются через 2 года. Чему равна её большая полуось?

Дано:

$$S = 2$$

$$T_e = 1$$

$$a_e = 1$$

$$a_2 = ?$$

Решение:

Большую полуось орбиты можно посчитать по 3-ему Закону Кеплера

$$a_2^3 = \frac{a_e^3 T_2^2}{T_e^2}$$

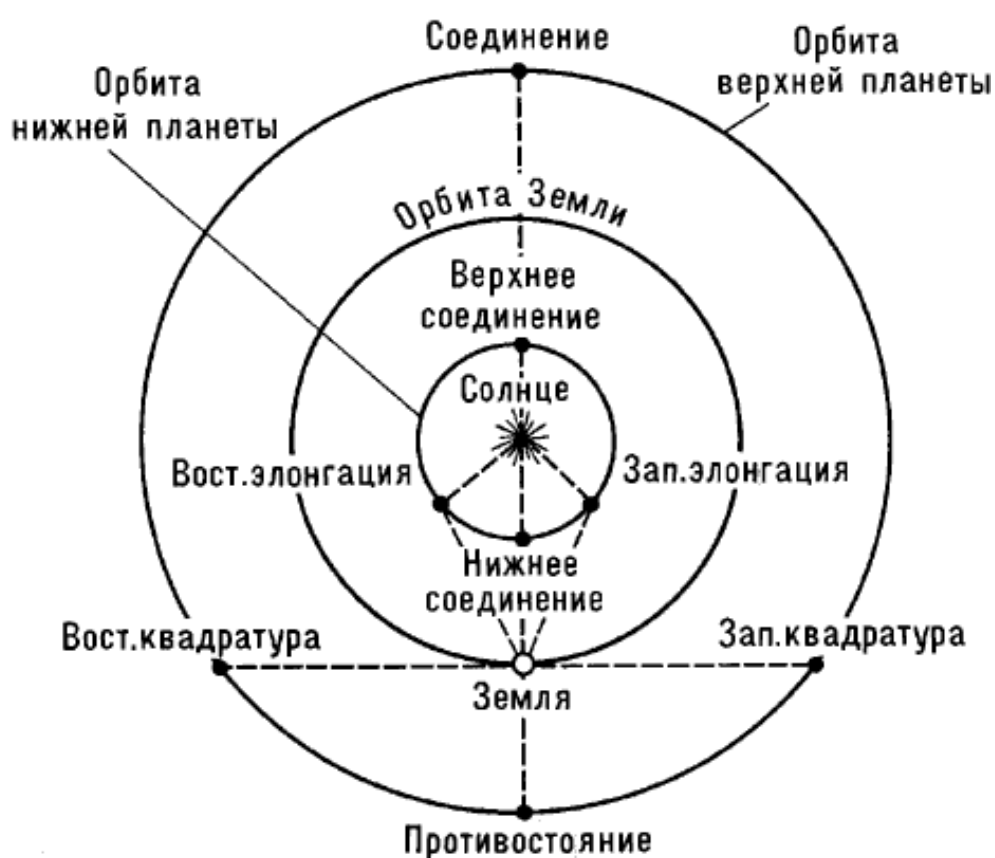
Формула для вычисления звездного периода

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_e} - \frac{1}{T_2}$$

$$T_2 = \frac{T_e S}{S - T_e} = \frac{2}{2 - 1} = 2$$

$$a_2 = \sqrt[3]{2^2} \approx 1.59$$

### 0.3 Конфигурации планет



## 1 Задачи

*Упражнение 1.* Определите линейную и угловую скорость Земли относительно Солнца

*Упражнение 2.* Командер Спок привёл свой “Энтерпрайз” к системе красного карлика TRAPPIST-1, находящегося на расстоянии 40 световых лет от Солнца. Для навигации в окрестностях звезды нужно рассчитать параметры орбит планет, которые вращаются вокруг неё. Помогите командеру Споку определить период обращения самой дальней

из планет, находящейся на расстоянии 0.0596 а.е. от звезды, если ближайшая к ней планета делает один оборот за 1,5108 земных суток и находится на расстоянии 0,01111 а.е. от звезды

*Упражнение 3.* Безумный учёный изобрёл удивительный прибор, который может изменить массу Земли без изменения её размеров. Определите, во сколько раз изменится синодический период Луны (то есть время полного цикла смен её фаз), если учёный задействует своё изобретение и увеличит массу Земли вчетверо?

*Упражнение 4.* Впервые у белого карлика обнаружена планета, похожая на Юпитер. Масса белого карлика 0.5 масс Солнца. Период обращения планеты 6.5 лет. Найдите большую полуось орбиты планеты

*Упражнение 5.* Спутник Сатурна Титан обращается вокруг Сатурна по круговой орбите с радиусом 1.2 млн. км. Найдите радиус орбиты другого спутника Сатурна, Гипериона, если известно, что за одно и то же время Титан делает ровно 4 оборота вокруг Сатурна, а Гиперион — ровно 3.

*Упражнение 6.* У недавно открытого астероида 2020 AV2 среднее расстояние от Солнца составляет 83 миллиона километров. Чему равен период его обращения вокруг Солнца?

*Упражнение 7.* Какой из объектов быстрее проходит расстояние по орбите, равное своему диаметру, и во сколько раз: Земля или «горячий юпитер» с большой полуосью орбиты 0.05 а.е. и радиусом 90 тыс. км, обращающийся вокруг звезды с массой, равной массе Солнца?  $1 \text{ а.е.} = 1.5 \cdot 10^8 \text{ км}$ , радиус Земли равен 6400 км.

*Упражнение 8.* Вокруг звезды массой 2 массы Солнца по круговым орбитам, лежащим в одной плоскости, обращаются две планеты. Радиусы орбит планет равны 2 а.е. и 4 а.е. Жители планет обмениваются радиосигналами в моменты наибольшего сближения планет. Определите, сколько времени проходит между сеансами радиосвязи и сколько времени идет сигнал от внутренней планеты к внешней?

## 2 Хардкор

*Упражнение 9.* Две малые планеты обращаются по круговым орбитам в том же направлении, что и Земля. Их синодические периоды одинаковы, а радиусы орбит отличаются вчетверо. Найти эти радиусы орбит.

*Упражнение 10.* Последнее противостояние Сатурна состоялось 15 июня 2017 года. В каком ближайшем календарном году противостояния этой планеты с Солнцем не будет? Орбиты Земли и Сатурна считать круговыми. (Задача 18-го года)

*Упражнение 11.* Кто совершает один оборот вокруг оси Сатурна быстрее и во сколько раз – сам Сатурн или его кольцо? Радиус кольца Сатурна считать равным 112 500 км