

## Teoría de conjuntos y conjuntos Numéricos

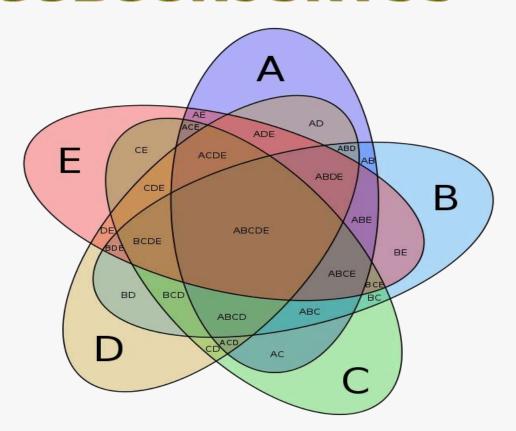
#### MATEMÁTICA 002

Coordinador: Simontacchi Lautaro

Prof: Ing. Silvina Moreira



# CONJUNTOS Y SUBCONJUNTOS





## ¿qué es un conjunto?

Es una "colección" de elementos

# 1 4 2

## NOTACIÓN DE CONJUNTOS

Es usual denotar los conjuntos con letras mayúsculas. A, B, X, Y, ...

Los elementos de los conjuntos se representan con letras minúsculas. a, b ,x , y,

Por lo tanto un conjunto se escribe separando los elementos por punto y comas y encerrándolos entre llaves {}.

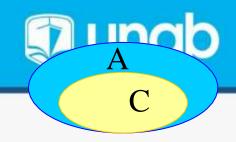
## ¿cómo se definen?

**POR EXTENSIÓN**: se citan o escriben todos y cada uno de sus elementos, separándolos por punto y comas y encerrándolos entre dos llaves. Por ejemplo, el conjunto de las vocales será:

A={a;e;i;o;u}

**POR COMPRENSIÓN**: Se escribe una propiedad que cumplen sus elementos. El mismo ejemplo anterior escrito por comprensión sería:

A={vocales}



### TIPOS DE CONJUNTOS

Los conjuntos pueden ser *finitos o infinitos*. Intuitivamente un conjunto puede ser finito si consta de un cierto numero de elementos distintos, es decir, si al contar los diferentes elementos del conjunto el proceso del contar puede acabar. Si no, el conjunto es infinito.

#### **EJEMPLOS:**

Si M es el conjunto de los días de la semana, entonces M es finito.

Si  $N=\{2,4,6,8,...\}$ , entonces N es infinito.

Si P={x/x es un río de la tierra}, entonces P es también finito aunque sea difícil de contar los ríos del mundo se puede hacer



## REPRESENTACIÓN DE UN CONJUNTO

Para un mejor entendimiento del concepto de conjunto, así como de las relaciones entre conjuntos, se recurre a representar gráficas que permiten adquirir, con una mirada, una idea general del conjunto y de sus propiedades. Los más utilizados son los denominados diagrama de Venn. Estos gráficos son una representación de los elementos del conjunto mediante puntos situados en el interior de una línea cerrada.

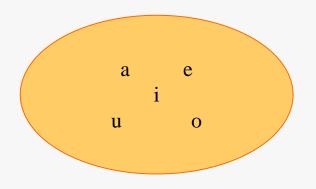


Diagrama de Venn representativo del conjunto de las vocales.



#### Pertenencia e inclusión

Para indicar que un elemento pertenece a un conjunto, se escribe el signo ∈. Para indicar que un elemento no pertenece a un conjunto, se escribe el signo ∈.

Así: 
$$a \in \{vocales\}$$
  
  $z \notin \{vocales\}.$ 

Si todo elemento de un conjunto A es también elemento de un conjunto B, entonces se dice que A es un subconjunto de B.

Formalmente: A es un subconjunto de B si para todo xAimplica xB.Se denota esta relación escribiendo:

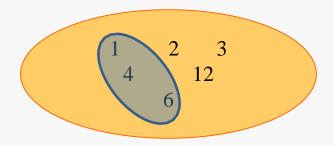
 $A \subseteq B$ 

Se puede leer "A esta contenido en B" o que A está incluido en B



#### Ejemplo:

Sea A={divisores del número 12} (definido por comprensión) = {1,2,3, 4,6,12} (definido por extensión)



Que 1 ∈ A indica que 1 es un divisor de 12. Si 5 ∉ Aquiere decir que el 5 no es divisor de 12

Además el conjunto B = {1;4;6} está incluido en A



## IGUALDAD DE CONJUNTOS

El conjunto A es *igual* al conjunto B si ambos tienen los mismos elementos, es decir, si se cumple que:

 $A \subseteq B y B \subseteq A$  entonces A=B

#### **EJEMPLO:**

Sean A={4;2;3;1} y B={los primeros cuatro números naturales}.

Entonces A=B

## CONJUNTO VACÍO

El *conjunto vacío* es un conjunto que carece de elementos. El símbolo del conjunto vacío es "Φ" también puede anotarse como {}.

**EJEMPLO:** Sea  $B=\{x \mid x^2=4, x \text{ es impar}\}$ . B es entonces un conjunto vacío.

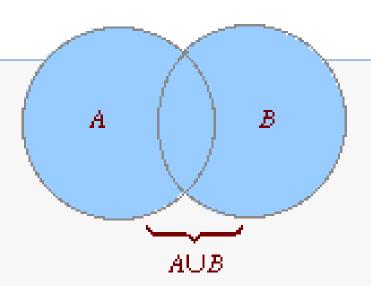


## **Operaciones** con conjuntos: unión, intersección, Diferencia y complemento

La **union** de *A* y *B* es el conjunto de todos los elementos que están en *A* o en *B* (o en ambos).

$$A \quad B = \{x \mid x = A \text{ o } x = B\}$$

Podemos representar la unión A L B por la siguiente diagrama de Venn;

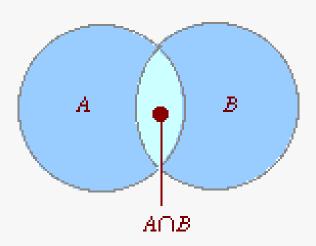




La **intersección** de *A* y *B* es el conjunto de todos los elementos que están en *A* y también en *B*.

$$A \quad B = \{x \mid x \in A \ y \ x \in B\}$$

Podemos representar la intersección  $A \cap B$  por la siguiente diagrama de Venn;



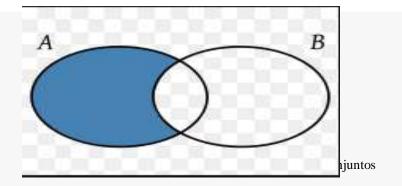


La **Diferencia** entre dos conjuntos A y B es el conjunto formado por todos los elementos que pertenecen a A y no pertenecen a B.

Se denota por A – B

$$A - B = \{x : x \in A \land x \in B\}$$

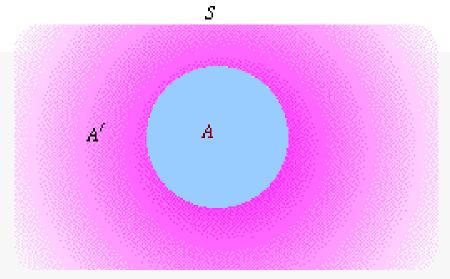
El conjunto A - B se lee "A menos B" y recibe también el nombre de complementario relativo del conjunto B respecto del conjunto A. por la siguiente diagrama de Venn;





Si A es un subconjunto de S, entonces A' o  $A^c$  es el **complemento** de A en S, el conjunto de todos los elementos de S que no están en A.

Podemos representar el complemento *A'* por la siguiente diagrama de Venn:



S = Universo. Tambien se lo escribe como U

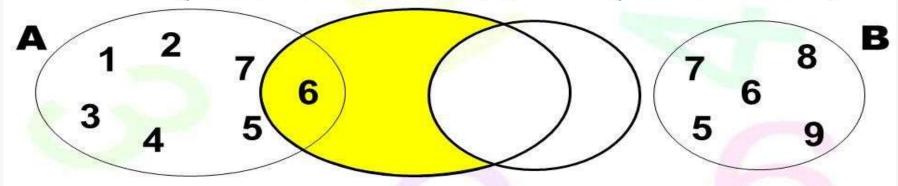


#### **DIFERENCIA DE CONJUNTOS**

El conjunto "A diferencia B" que se representa A – B es el conjunto formado por todos los elementos que pertenecen a A y no pertenecen a B.

#### Ejemplo:

$$A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\} yB = \{5; 6; 7; 8; 9\}$$

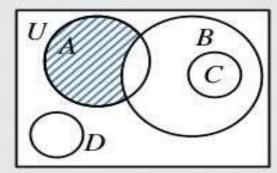


$$A - B = \{1; 2; 3; 4\}$$

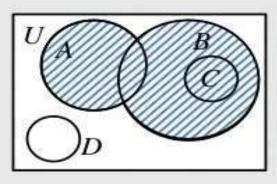
$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \{ \mathbf{x} / \mathbf{x} \in \mathbf{A} \land \mathbf{x} \notin \mathbf{B} \}$$



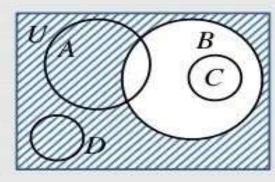
### Operaciones con conjuntos en diagramas de Venn- Eüler



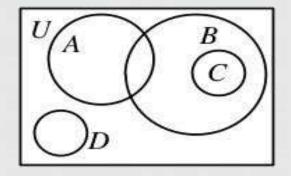




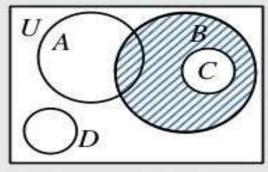
 $A \cup B$ 



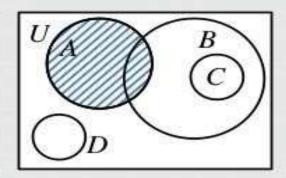
B'



 $D \cap C$ 



$$B-C$$



$$A-D$$



#### **Ejercicios 1**

```
U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} es el conjunto universal y A = \{1, 4, 7, 10\},
```

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5\},\$$

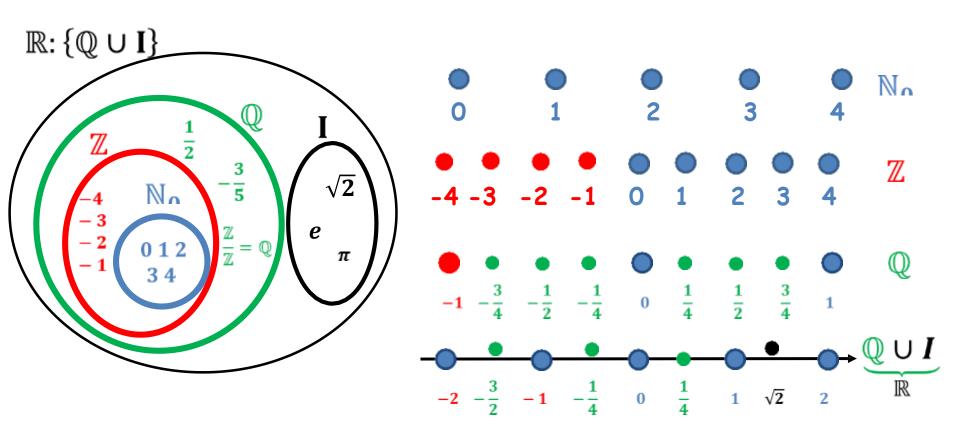
$$C = \{2, 4, 6, 8\}$$

Define por extensión los siguientes conjuntos:

- 1. A U B
- $2. \quad A B$
- 3. A'
- 4. U'
- 5.  $\mathbf{B} \cap \mathbf{U}$
- 6.  $B' \cap (C A)$
- 7.  $A \cap B' \cup C$
- 8.  $\mathbf{B} \cap \mathbf{C}$
- 9. AUØ
- 10.  $A \cap (B \cup C)$
- 11.  $(A \cap B) \cup C$
- 12.  $A \cap B C$



## Repaso de conjunto de Números





Propiedad	Adición	Multiplicación
Clausurativa	Si $a,b \in \mathbb{R}$ , entonces	Si $a,b \in \mathbb{R}$ , entonces
O ley de cierre	$a+b \in \mathbb{R}$	$a \times b \in \mathbb{R}$
Conmutativa	Si $a,b \in \mathbb{R}$ , entonces	Si $a,b \in \mathbb{R}$ , entonces
	a + b = b + a	$a \times b = b \times a$
Asociativa	Si $a,b \in \mathbb{R}$ , entonces	Si $a,b \in \mathbb{R}$ , entonces
	a + (b+c) = (a+b) + c	$a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$
Modulativa	$a+0=0$ , para todo $a\in\mathbb{R}$	$a \times 1 = a$ , para todo $a \in \mathbb{R}$
	El módulo de la adición es 0.	El módulo de la Multiplicación
		es 1.
Del inverso Aditivo	$a + (-a) = 0$ para todo $a \mathbb{R}$	
Del inverso Multiplicativo		
		para todo $a \neq 0$ . $a \times \frac{1}{a} = 1$
Distributiva	$a \times (b+c) = a \times b + a \times c$ para todo $a, b, c \in \mathbb{R}$	



#### **OPERACIONES y PROPIEDADES**

Otra propiedad del conjunto de los números Naturales

Decimos que DISCRETO

#### **DISCRETO:** que tiene siguiente

¿Cuál es el siguiente de 3?

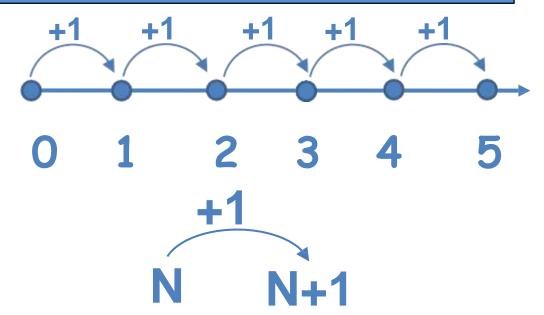
4

¿Cuál es el siguiente de 35?

36

¿Cuál es el siguiente de N?

N+1





#### **OPERACIONES y PROPIEDADES**

A este conjunto lo llamamos RACIONALES

$$\frac{\mathbb{Z}}{\mathbb{Z}} = \mathbb{Q}$$

Todo número que se pueda expresar como el cociente o la razón entre dos números Enteros, decimos que es Racional.

Ejemplos:

$$\frac{4}{2} = 2 \in \mathbb{Q} \qquad \frac{-12}{3} = -4 \in \mathbb{Q} \qquad \frac{-20}{-4} = 5 \in \mathbb{Q} \qquad \frac{5}{2} = 2, 5 \in \mathbb{Q}$$
$$\frac{1}{3} = 0,333333 \dots = 0, \widehat{3} \in \mathbb{Q}$$

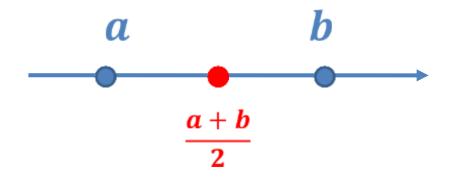


#### **OPERACIONES y PROPIEDADES**

#### Conjunto de RACIONALES

## Denso: Lo contrario de DISCRETO. Unmúmero@notieresiguiente.

¿Cuántos números racionales existen entre dos racionales?



El promedio entre dos números a y b siempre, será mayor que a y menor que b

Con a < b y  $a \neq b$ 

ESO OS GOLONINA