UNIVERSIDAD NACIONAL
GUILLERMO BROWN

CLASE 11 - Unidad 7

Grafos.

ESTRUCTURAS DE DATOS (271)
Clase N. 11 Unidad 7.

Clase 11: AGENDA

AGENDA

- **Temario:**
  - Grafos orientados y no orientados. Grafos pesados.
  - Distintas representaciones: Listas de Adyacencia y Matriz de Adyacencia.
  - Definiciones básicas y conceptos fundamentales. Grafos acíclicos. Grafos conexos y dígrafos fuertemente conexos.

- **Ejemplos en Lenguajes Python**
- **Temas relacionados y links de interés**
- **Práctica**
- **Cierre de la clase**

Grafos Definición:

Grafo$\longrightarrow$ modelo para representar relaciones entre elementos de un conjunto.

***Grafo**: (V,E), V es un conjunto de vértices o nodos, con una relación entre ellos; E es un conjunto de pares (u,v), u,v $\in$ V , llamados aristas o arcos.*

***Grafo dirigido**: la relación sobre V no es simétrica. .*

Arista $\equiv$ par ordenado (u,v).

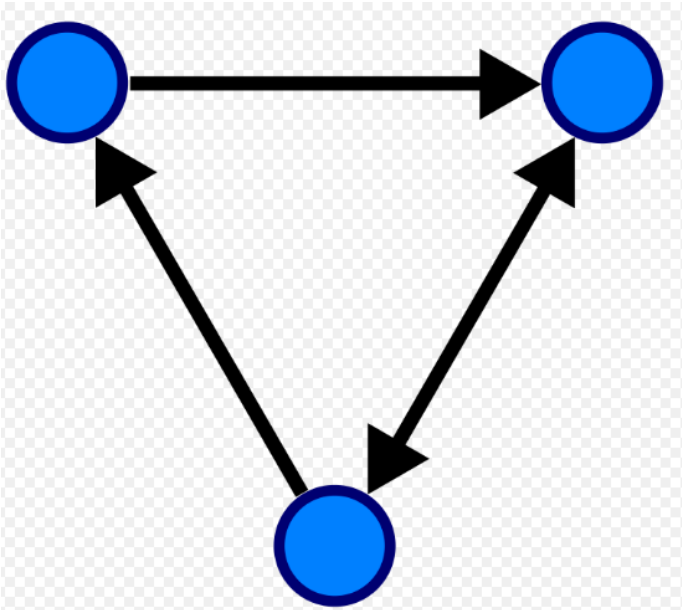
***Grafo no dirigido**: la relación sobre V es simétrica.*

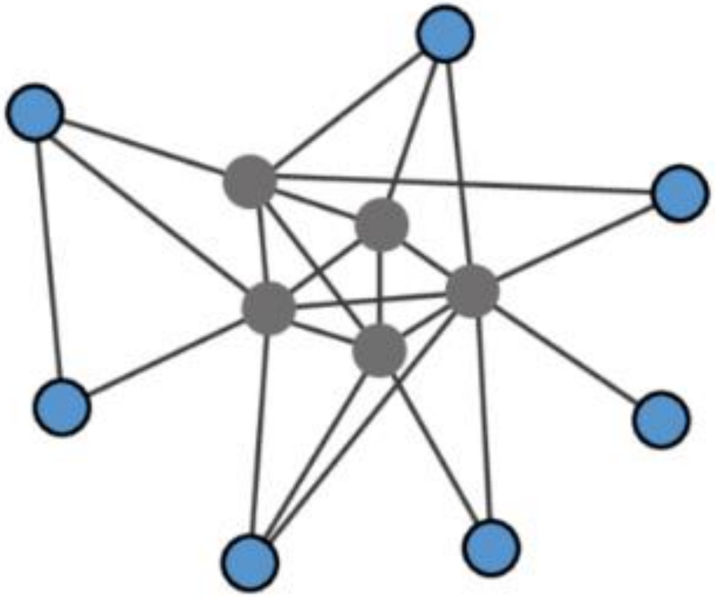
Arista $\equiv$ par no ordenado {u,v}, u,v $\in$ V y u $\neq$ v.

Grafos orientados y no orientados.

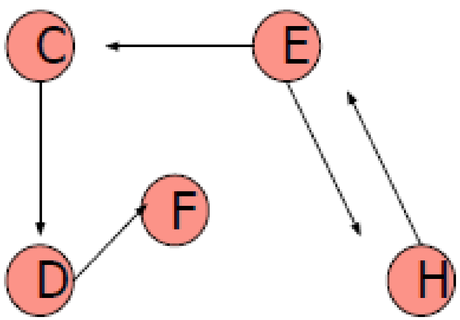
Un **grafo orientado(dirigido)**
Es un grafo donde las aristas tienen
una dirección

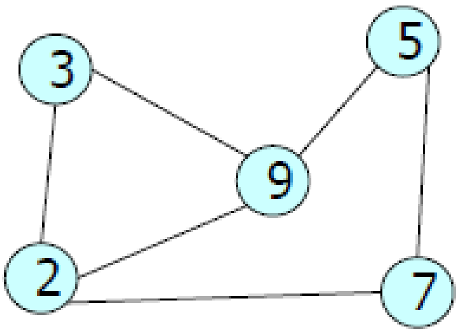
Un **grafo no orientado(no dirigido)**
es un grafo donde las aristas representan
relaciones simétricas





Ejemplos:





Grafo dirigido G(V,E).

$V = \{C,D,E,F,H\}$

$E=\{(C,D),(D,F),(E,C),(E,H),(H,E)\}$

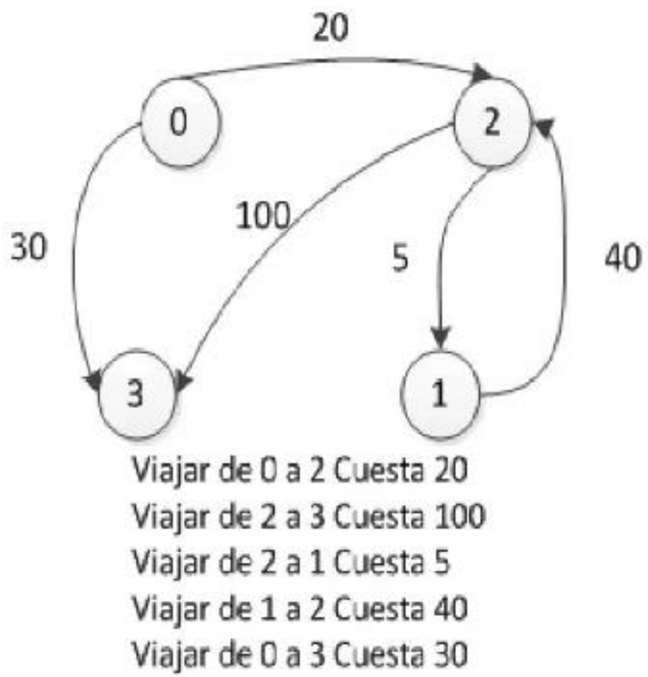
Grafo no dirigido G(V,E).

$V = \{2,3,5,7,9\}$

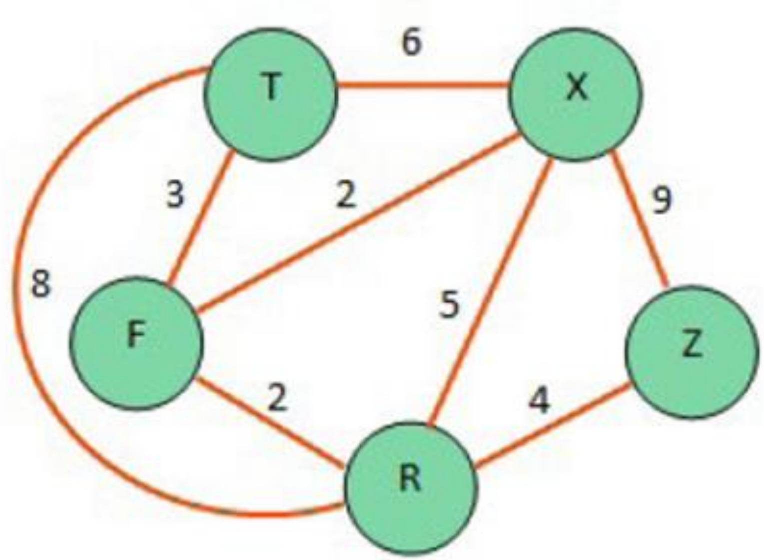
$E= \{\{2,3\},\{2,7\},\{2,9\},\{3,9\},\{5,7\},\{5,9\}\}$

Grafos pesados:

Los **grafos pesados**, son grafos donde las aristas tienen un peso o costo asociado. También se los conoce como ponderados o con costo.



Grafo dirigido cuyas aristas tiene peso positivo

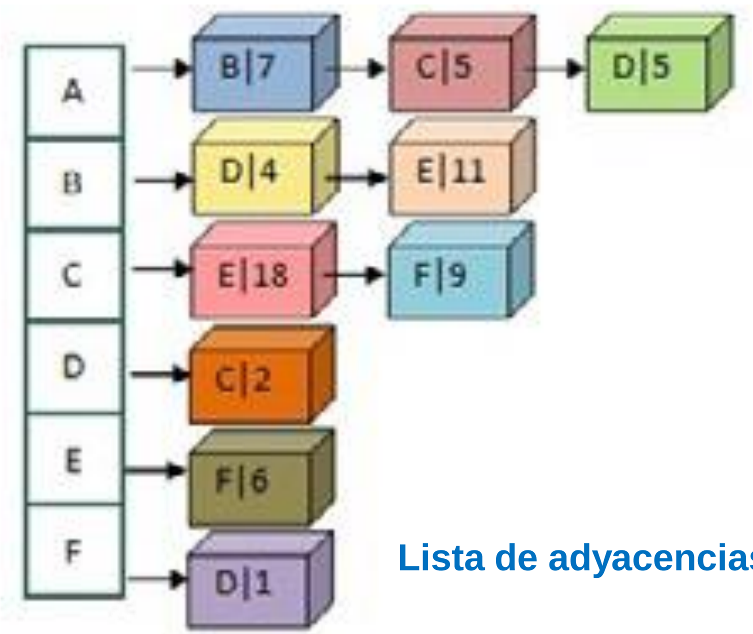


Grafo no dirigido cuyas aristas tiene peso positivo

Grafos representaciones:

	A	B	C	D	E	F
A	0	7	5	5	0	0
B	0	0	0	4	11	0
C	0	0	0	0	18	9
D	0	0	2	0	0	0
E	0	0	0	0	0	6
F	0	0	0	1	0	0

matriz de adyacencias



Lista de adyacencias

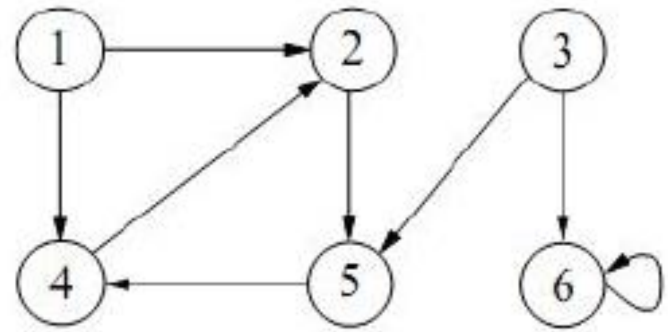
Matriz de adyacencias:

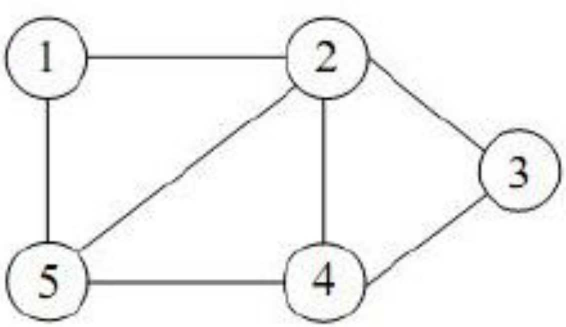
$G = (V, E)$: *matriz A de dimensión* $|V| \times |V|$.

Valor a_{ij} *de la matriz:*

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } (i,j) \in E \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

$$O\,(|V|^2)$$





	1	2	3	4	5
1	0	1	0	0	1
2	1	0	1	1	1
3	0	1	0	1	0
4	0	1	1	0	1
5	1	1	0	1	0

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	0	1	0	0
2	0	0	0	0	1	0
3	0	0	0	0	1	1
4	0	1	0	0	0	0
5	0	0	0	1	0	0
6	0	0	0	0	0	1

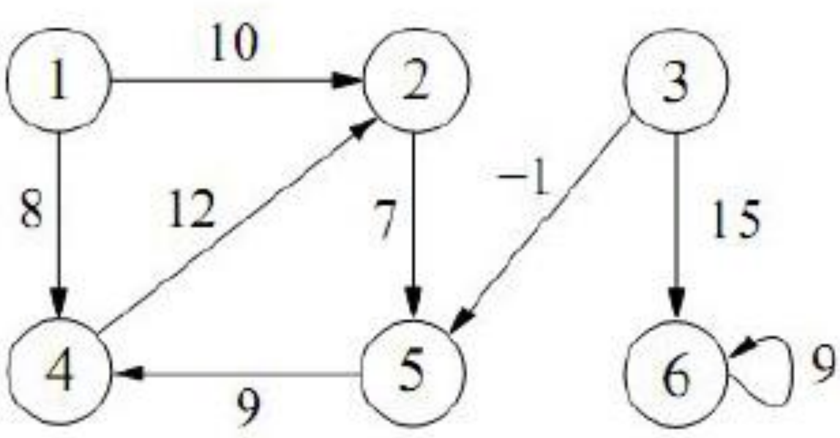
Matriz de adyacencias:

Representación aplicada a Grafos pesados

El peso de (i,j) se almacena en A (i, j)

$$O\left(|V|^2\right)$$

$$a_{ij} = \begin{cases} w(i,j) & \text{si } (i,j) \in E \\ 0 \ o \ \infty & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

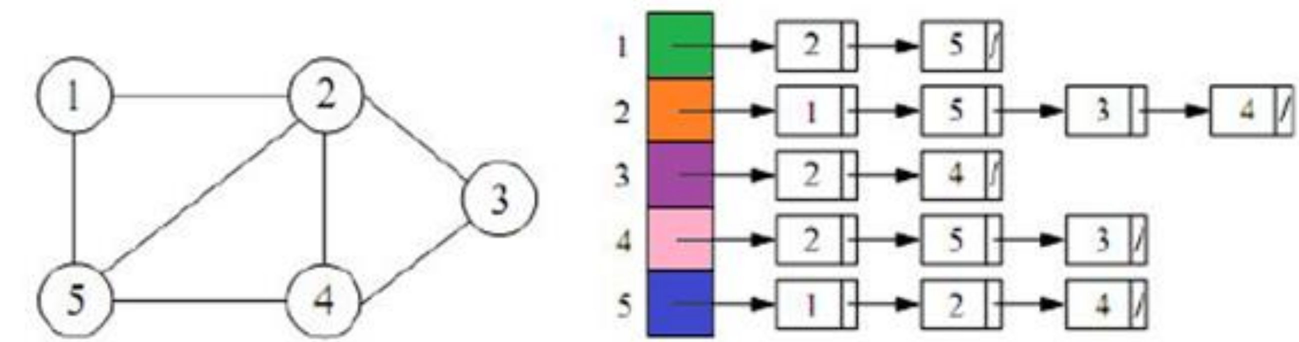


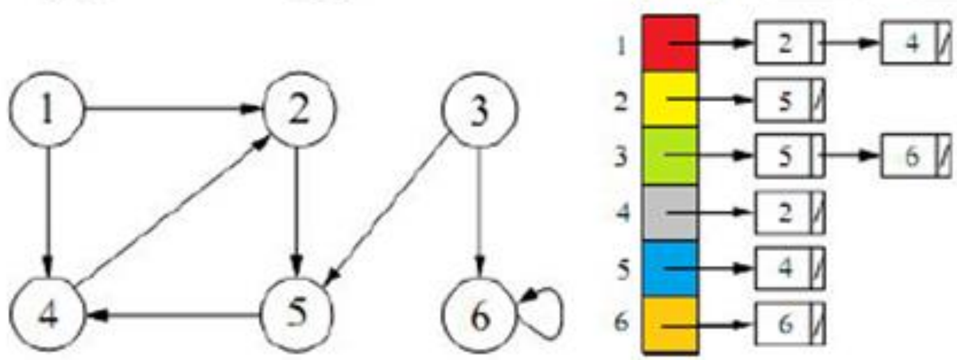
	1	2	3	4	5	6
1	0	10	0	8	0	0
2	0	0	0	0	7	0
3	0	0	0	0	−1	15
4	0	12	0	0	0	0
5	0	0	0	9	0	0
6	0	0	0	0	0	9

Lista de adyacencias:

$G = (V, E)$: vector de tamaño $|V|$.

*Posición **i** → puntero a una lista enlazada de elementos (lista de adyacencia).*





Los elementos de la lista

*son los vértices adyacentes a **i***

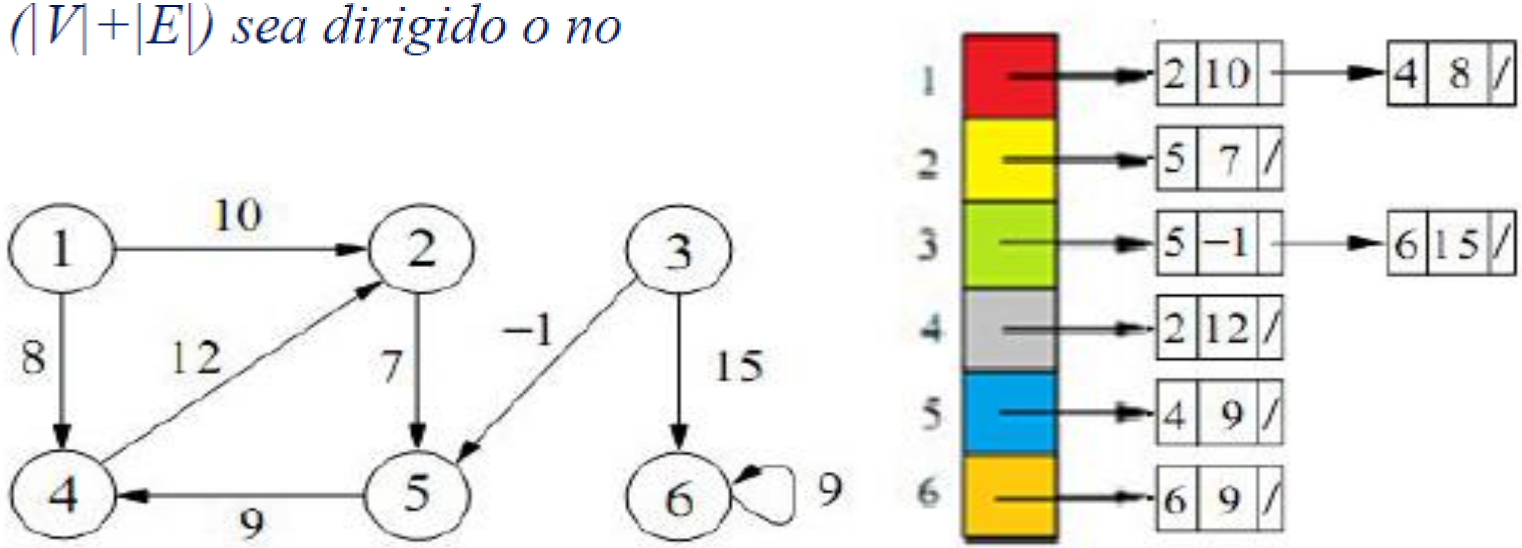
$O(|V|+|E|)$ sea dirigido o no

Lista de adyacencias:

Representación aplicada a Grafos pesados

El ***peso de (u,v)*** *se almacena en el nodo de* ***v*** *de la lista de adyacencia de* ***u****.*

$O(|V|+|E|)$ *sea dirigido o no*

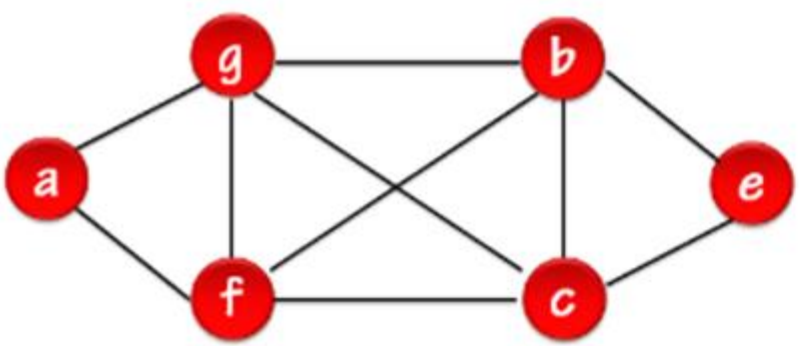


Grafo no dirigido Conexo:

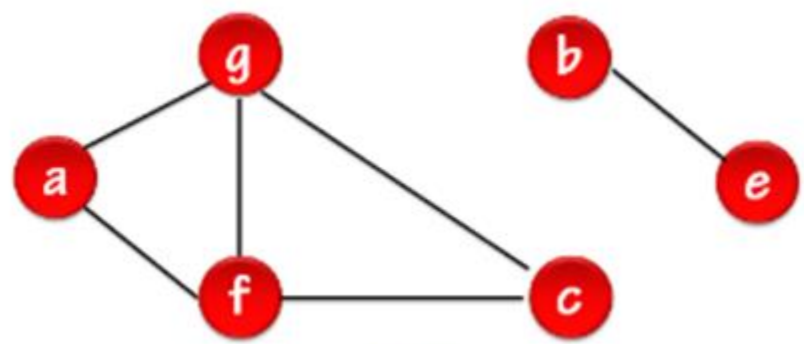
Un grafo no dirigido es **conexo** si hay un camino entre cada par de vértices

Sea G un grafo no dirigido con ***n*** *vértices y* ***m*** *arcos, entonces*

Si G conexo: $m \geq n-1$



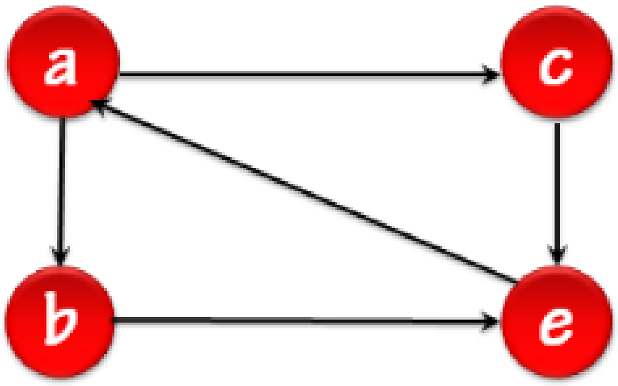
Grafo Conexo



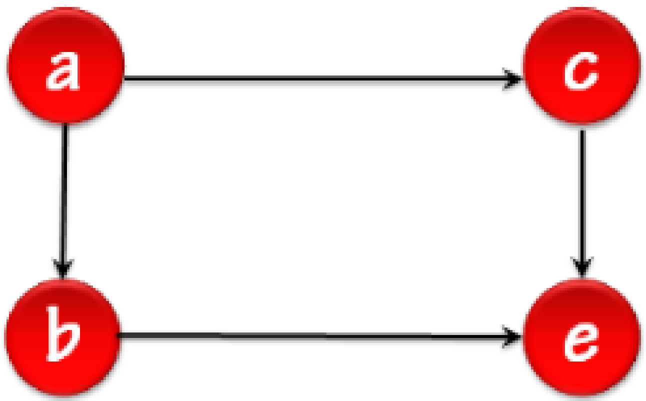
Grafo No Conexo

Grafo dirigido Conexo:

- Un grafo dirigido es **fuertemente conexo** si existe un camino desde cualquier vértice a cualquier otro vértice
- Si un grafo dirigido no es *fuertemente conexo*, pero el grafo subyacente (sin sentido en los arcos) es conexo, el grafo es **débilmente conexo**.



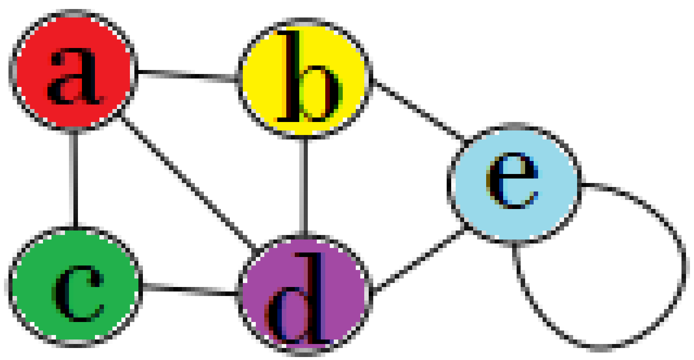
Grafo Fuertemente Conexo



Grafo Débilmente Conexo

Grado de un Grafo no dirigido :

Grafo no dirigido:



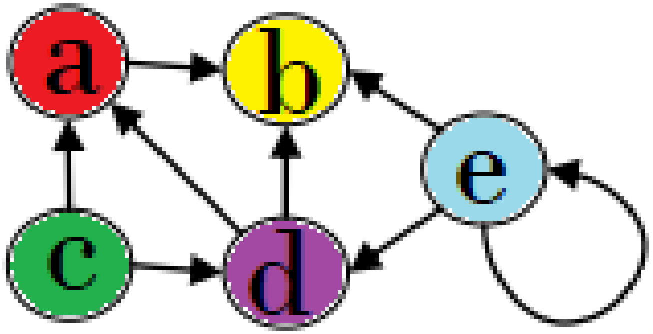
Grado (a) = 3
Grado (b) = 3
Grado (c) = 2
Grado (d) = 4
Grado (e) = 4

*El **grado** de un nodo: número de arcos que inciden en él.*

***Grado de un grafo**: máximo grado de sus vértices.*

Grado de un Dígrafo :

Grafo dirigido:



GradoE (a) = 2
GradoE (b) = 3
GradoE (c) = 0
GradoE (d) = 2
GradoE (e) = 1

GradoS (a) = 1
GradoS (b) = 0
GradoS (c) = 2
GradoS (d) = 2
GradoS (e) = 3

***Grado de un grafo**: máximo grado de sus vértices.*

*existen el grado de salida (**grado_out**) y el grado de entrada (**grado_in**).*

- *el **grado_out** es el número de arcos que parten de él y*
- *el **grado_in** es el número de arcos que inciden en él.*

*El **grado** del vértice será la suma de los grados de entrada y de salida.*

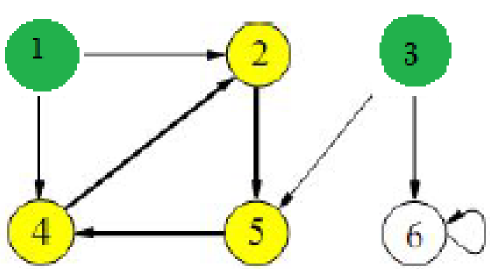
Definiciones :

Camino simple: *camino en el que todos sus vértices, excepto, tal vez, el primero y el último, son distintos.*

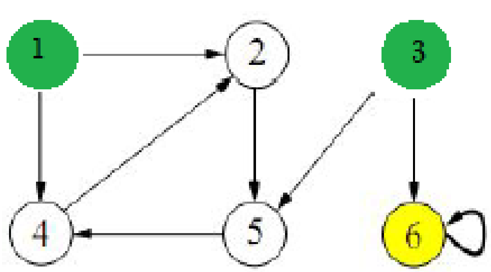
Ciclo: *camino desde $v_1, v_2, \ldots, v_k$ tal que $v_1=v_k$*

Bucle: *ciclo de longitud 1.*

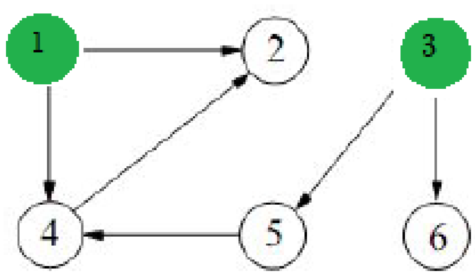
Grafo acíclico: *grafo sin ciclos.*



<2,5,4,2> es un ciclo de longitud 3



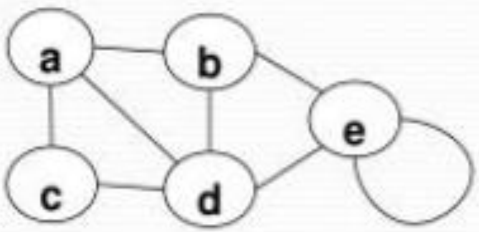
Ciclo de longitud 1



Grafo sin ciclos

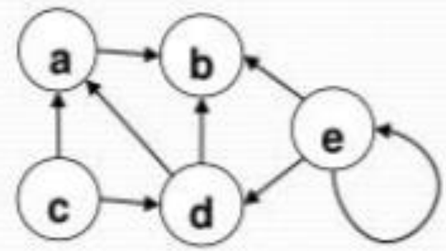
Ejemplos:

Grafo no dirigido



<a,b,e,d,c>: camino simple de longitud 4.
<a,c,d,a,b,e>: camino de longitud 5.
<a,e>: no es un camino.
<e,e>: camino, bucle y ciclo

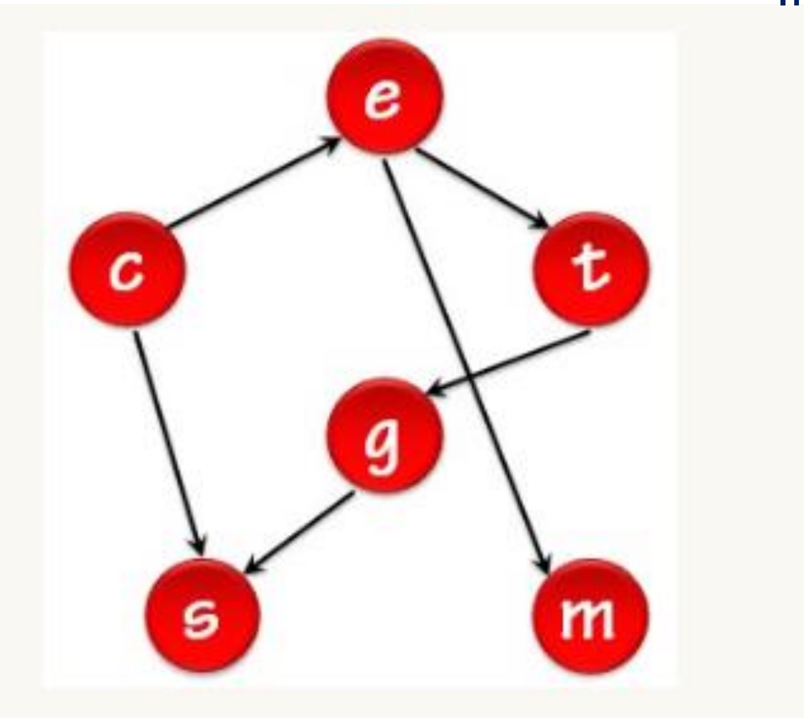
Grafo dirigido



<a,b>: camino simple de longitud 1.
<e,d,a,b>: camino de longitud 3.
<a,c,d>: no es un camino.
<e,e>: camino, bucle y ciclo

Clase 11: Grafos

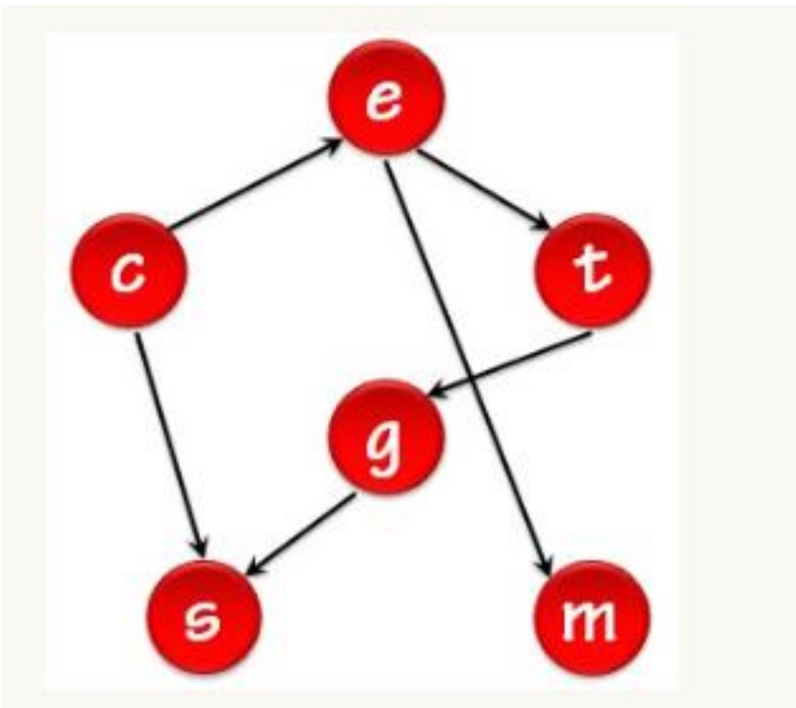
Ejemplos :



Indicar que propiedades cumple:

- ☐ Grafo Dirigido
- ☐ Grafo No Dirigido
- ☐ Grafo Fuertemente Conexo
- ☐ Grafo Débilmente Conexo
- ☐ Con ciclos
- ☐ Sin ciclos

Ejemplos :



Indicar que propiedades cumple:

- [x] Grafo Dirigido

  Correcto

- [ ] Grafo No Dirigido

  Incorrecto

- [ ] Grafo Fuertemente Conexo

  Incorrecto

- [x] Grafo Débilmente Conexo

  Correcto

- [ ] Con ciclos

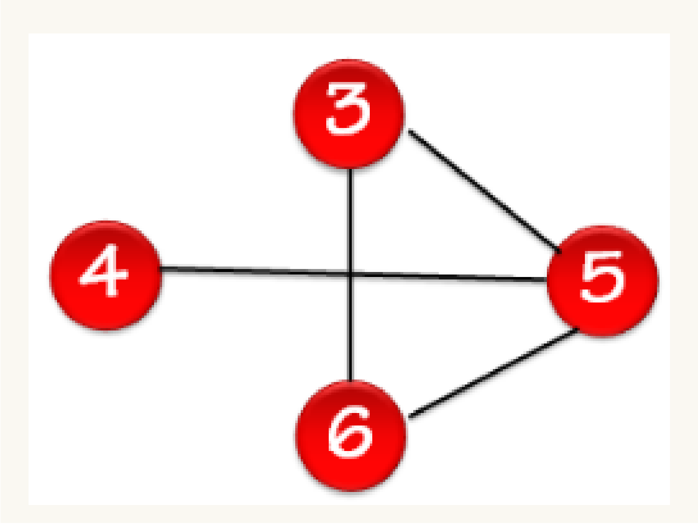
  Incorrecto

- [x] Sin ciclos

  Correcto

Ejemplos :

Completar teniendo en cuenta el orden de menor a mayor de los vértices:



$G = (\boxed{V}, \boxed{E})$ donde

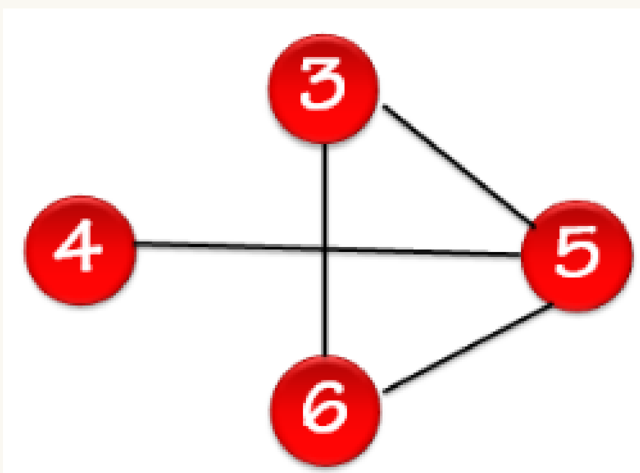
$V = \{3, \boxed{\ }, \boxed{\ }, 6\}$

$E = \{ \{3,5\}, \{3, \boxed{\ }\}, \{\boxed{\ },5\}, \{5, \boxed{\ }\}\}$

Clase 11: Grafos

Ejemplos :

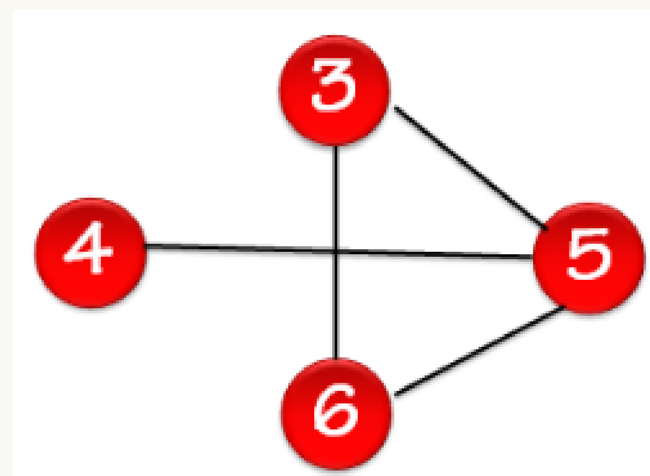
Completar:



G = (V , E) donde

V = {3, ☐ , ☐ , 6}

E = { { 3,5 } , { 3, ☐ } , { ☐ ,5} , { 5, ☐ }}



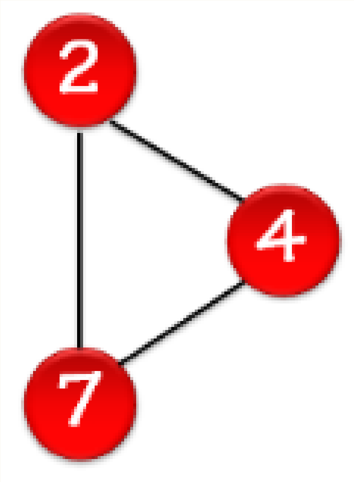
G = (V , E) donde

V = {3, 4 , 5 , 6}

E = { { 3,5 } , { 3, 6 } , { 4 ,5} , { 5, 6 }}

Ejemplos :

Indique cuál de las siguientes notaciones es la que corresponde al siguiente grafo:



- $G = (V, E)$ donde $V = \{2, 4, 7\}$ y $E = \{(2, 4), (2, 7), (4, 7)\}$
- $G = (V, E)$ donde $V = \{2, 4, 7\}$ y $E = \{\{2, 4\}, \{2, 7\}, \{4, 7\}\}$
- $G = (V, E)$ donde $V = \{2, 4, 7\}$ y $E = \{(2, 4),(2, 7), (4, 2), (4, 7), (7, 2), (7, 4)\}$

Consultas

Temas a desarrollar la próxima clase

- Algoritmos de recorrido DFS y BFS. Árbol generador DFS: en grafos dirigidos y no dirigidos. Determinación
- de componentes conexas y fuertemente conexas. Análisis del tiempo de ejecución de los algoritmos
- mencionados.