

Práctica 5: Matrices y determinantes

1) Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

- Calcular X para que $AX - X = B$.
- Hallar una matriz $Y \neq 0$ tal que $(A - B)Y = 0$.
- Probar que no existe ninguna matriz $Z \neq 0$ tal que $AZ = 0$.
- de los resultados obtenidos en b) y c) ¿qué podés decir del producto de matrices?

2) Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$.

- Calcular la matriz $M = A^t * A - B * B^t$, donde A^t y B^t representan las matrices traspuestas de A y B, respectivamente.
- Probar que M es invertible y calcular su inversa M^{-1} .
- Hallar la matriz X que cumple la igualdad $XM = C$

3) Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ \lambda & 2 & -1 \\ 1 & 1 & \lambda \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$, donde λ es un parámetro real.

- Calcular el determinante de B.
- Hallar los valores de $\lambda \in \mathbb{R}$ para los cuales la matriz A tiene rango 3. En estos casos sacar su determinante
- Calcular el determinante de la matriz X sabiendo que cumple la ecuación $AX = B^{-1}A^2$ (Usar las propiedades de los determinantes, sin calcular la matriz X).

4) Resolver usando matrices.

a) El perímetro de un rectángulo es de 22 cm, y sabemos que su base es 5 cm más larga que su altura. Plantea un sistema de ecuaciones y resuélvelo para hallar las dimensiones del rectángulo.

b) Hemos mezclado dos tipos de líquido; el primero de 0,94 \$/litro, y el segundo, de 0,86 \$/litro, obteniendo 40 litros de mezcla a 0,89 \$/litro. ¿Cuántos litros hemos puesto de cada clase?

c) El doble de un número más la mitad de otro suman 7; y, si sumamos 7 al primero de ellos, obtenemos el quíntuplo del otro. Plantea un sistema de ecuaciones y resuélvelo para hallar dichos números.

d) Dos de los ángulos de un triángulo suman 122. El tercero de sus ángulos excede en 4 grados al menor de los otros dos. ¿Cuánto miden los ángulos del triángulo?

e) Una persona invierte en un producto una cantidad de dinero, obteniendo un 5% de beneficio. Por otra inversión en un segundo producto, obtiene un beneficio del 3,5%. Sabiendo que en total invirtió 10 000 \$, y que los beneficios de la primera inversión superan en 300 \$ a los de la segunda, ¿cuánto dinero invirtió en cada producto?

f) Un cliente de un supermercado ha pagado un total de 156 \$ por 24 litros de leche, 6 kg de jamón serrano y 12 litros de aceite de oliva. Calcular el precio de cada artículo, sabiendo que 1 litro de aceite cuesta el triple que 1 litro de leche y que 1 kg de jamón cuesta igual que 4 litros de aceite más 4 litros de leche.

g) Andrea vende fotografías en las ferias de arte. Los precios de sus fotos van de acuerdo con su tamaño: las fotos chicas cuestan \$10, las fotos medianas cuestan \$15, y las fotos grandes cuestan \$40. Normalmente vende tantas fotos chicas como medianas y grandes combinadas. También vende el doble de fotos medianas que de fotos grandes. Un puesto en la feria cuesta \$300.