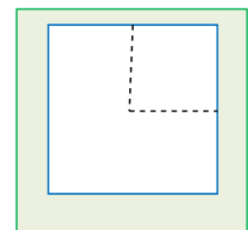


## Practica 8: Álgebra

- 1) (a) Calcular la cantidad de divisores positivos que tiene el número  $19^3 47^{11} 79^6$ .  
(b) demostrar si 439 es un número primo
- 2) 13. Aplicando Euclides, calcular el mínimo común múltiplo de los siguientes pares de números:  
(a) 12 y 15. (b) 11 y 13. (c) 140 y 150. (d)  $3^2 \cdot 5^2$  y  $2^2 \cdot 11$ . (e)  $2^2 \cdot 3 \cdot 5$  y  $2 \cdot 5 \cdot 7$ .
- 3) Completar y demostrar:
  - (a) Si  $a \in \mathbb{Z}$  no nulo, entonces  $[a, a] = \dots$
  - (b) Si  $a, b \in \mathbb{Z}$  no nulos, entonces  $[a, b] = b$  si y sólo si  $\dots$
  - (c) Si  $a, b \in \mathbb{Z}$  no nulos, entonces  $(a, b) = [a, b]$  si y sólo si  $\dots$
  - (d) Si  $n \in \mathbb{N}$  es tal que  $28|n$  y  $45|n$ , entonces  $n > 1000$ .
  - (e) Demostrar que para todo  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 2$ ,  $\sqrt[n]{n}$  es un número irracional.
- 4) i) Escribe los diez primeros términos de las siguientes sucesiones: a) 7, 10, 13, 16, ... b) 2, 5, 10, 17, ... c) 1, 3, 5, 7, ... d) 0, 3, 8, 15, 24 ... e) 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, ... f) 1, 4, 27, 256, 3125, ...  
II) Escribe el término que ocupa el lugar 100 de cada una de las sucesiones anteriores.
- 5) Escribe los 4 primeros términos de las sucesiones siguientes e indica si son progresiones aritméticas, progresiones geométricas o de otro tipo.
  - a)  $a_n = 3 \cdot 3n$
  - b)  $a_n = 5n + 7$
  - c)  $a_n = 3 \cdot 2^n - 1$
  - d)  $a_n = \frac{-1^n + 2n}{3n}$
- 6) En las sucesiones del problema anterior que sean progresiones aritméticas o geométricas, calcula la suma de los 6 primeros términos
- 7) Calcula la suma de los infinitos términos de la sucesión: 6, 3, 3/2, 3/4, ...
- 8). Tenemos un cuadrado de área 1 en la mano, y lo cortamos por las líneas de puntos como indica la figura. El trozo mayor lo dejamos sobre la mesa y nos quedamos en la mano con el cuadrado, al que volvemos a cortar de la misma forma. Y así sucesivamente. ¿Qué área tienen los sucesivos cuadrados que tengo en la mano? ¿Crece o disminuye? Escribe el término general de la sucesión de áreas que tenemos en la mano. ¿Y los recortes que quedan sobre la mesa? ¿Crece el área



sobre la mesa o disminuye? Vamos sumando áreas, calcula la suma de estas áreas si hubiéramos hecho infinitos cortes.

9) a) En una progresión aritmética, sabemos que el sexto término es 28 y que la diferencia es 5. Calcular el término general y los 5 primeros términos.

b) En una progresión geométrica, sabemos que el primer término es 6 y el cuarto 48. Calcular el término general y la suma de los 5 primeros términos.

10) Según una leyenda, un rico brahmán ordenó a su sirviente, Sisa, que creara un juego para que pudiera entretenerse. Sisa le presentó el tablero de ajedrez y el brahmán quedó tan satisfecho que le dejó escoger su recompensa. Así pues, le pidió que le pagara con un grano de trigo por el primer casillero del tablero, dos por el segundo, cuatro por el tercero, ocho por el cuarto, etc. hasta llegar a los 64 casilleros.

Calcular a cuántos granos de trigo ascendía la recompensa.

11) A las 9 de la mañana, una persona cuenta a tres amigos un secreto. Media hora después, cada uno de estos tres amigos cuenta el secreto a otras tres personas. Media hora más tarde, cada uno de éstos cuenta el secreto a otras tres personas y así sucesivamente.

Calcular cuántas personas saben el secreto a las 9 de la noche suponiendo que cada persona sólo cuenta el secreto a otras tres personas y a nadie más durante el día y que ninguno ha recibido la información varias veces.

12) En un cuadrado de lado 2 se unen los puntos medios de sus lados para obtener otro cuadrado inscrito. Se repite el proceso sucesivamente con los cuadrados obtenidos:

Calcular la sucesión cuyo término  $n$ -ésimo corresponde con la longitud del lado del cuadrado  $n$ -ésimo. ¿Qué tipo de sucesión es?

