Храмов Даниил

Домашняя работа от 10. 10. 24.

Семинар № 1

Задача № 1.3.

Найти:

а) ур-е $y(x)$ и постр. ее график

б) скор. V и ускор. a от t;

в) t_0, когда $\varphi = \pi/4$;

Дано

Oxy

$x = at$

$y = at(1-\beta t)$

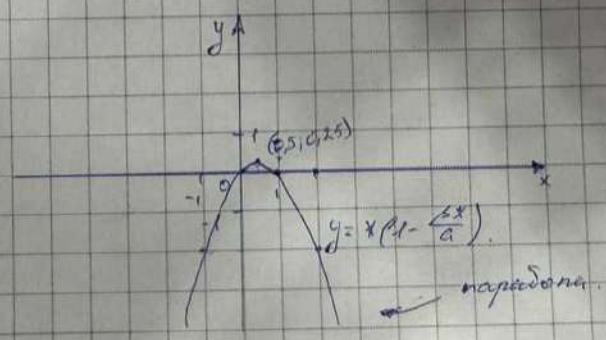
$a, b > 0$ - const

Решение:

а) Т.к. по условию $x = at$; $y = at(1-\beta t)$, то можем произв. замену: $y = x(1-\beta t)$, заменив t из первого ур-я: $t = \frac{x}{a} \Rightarrow y = x(1-\frac{\beta x}{a})$.

Тогда графиком ф-ии $y(x) = x(1-\frac{\beta x}{a})$ явл.:

·) Поскольку a и b это полож. пост. коэф. $\Rightarrow \frac{\beta}{a}$ - коэф. „раст." или „сжатия" линий:



б) скорость V - мгновенная скорость.

1) Скорость V: $V_x = \frac{dx}{dt} = a$

$V_y = \frac{dy}{dt} = a(1-2bt)$. Тогда в векторной форме $\vec{V}(t) = (a, a(1-2bt))$

2) Ускорение a: $a_x = \frac{dV_x}{dt} = 0$

$a_y = \frac{dV_y}{dt} = -2ab$. Тогда в векторной форме: $\vec{a}(t) = (0, -2ab)$

в) Угол между векторами опр. по след. формуле:

$$\cos\theta = \frac{\vec{V}\cdot\vec{a}}{|\vec{V}|\cdot|\vec{a}|}$$, где $\theta = \frac{\pi}{4}$, а $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

1. Найдем $\vec{V}\cdot\vec{a}$: $\vec{V}\cdot\vec{a} = V_x a_x + V_y a_y = 0 + a(1-2bt)(-2ab) = -2a^2b(1-2bt)$.

2. Найдем $|\vec{V}|$ и $|\vec{a}|$: $|\vec{V}| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{a^2 + a^2(1-2bt)^2} = a\sqrt{1+(1-2bt)^2}$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{0 + (-2ab)^2} = 2ab.$$

3. Подстав. в выр-е для угла:

$$\frac{-2a^2b(1-2bt)}{a\sqrt{1+(1-2bt)^2}\cdot 2ab} = \frac{1}{\sqrt{2}};$$

$$\frac{-(1-2bt)}{\sqrt{1+(1-2bt)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}};$$

$$\frac{(1-2bt)^2}{1+(1-2bt)^2} = \frac{1}{2};$$

$$2(1-2bt)^2 = 1 + (1-2bt)^2$$

$$(1-2bt)^2 = 1;$$

$$\begin{cases} 1-2bt = 1 \longrightarrow t = 0 \\ 1-2bt = -1 \longrightarrow t = \frac{1}{b} \end{cases} \Rightarrow \underline{t = \frac{1}{b}}$$

Ответ: а) $y = x(1-\frac{bx}{a})$; б) вект. форме: $V(t) = \sqrt{a^2(1-2bt)^2}$,

в) $t_0 = 1/b$.