

Контрольная работа № 2
Интеграл функции нескольких переменных

Демонстрационный вариант

Задание 1. Двойной интеграл

Фигура ограничена данными линиями. При помощи двойного интеграла найдите её площадь. Проверьте полученный результат, изменив порядок интегрирования в повторном интеграле.

$$x + 2y - 2 = 0, \quad x = (y - 1)^2$$

Задание 2. Тройной интеграл

Тетраэдр $OABC$ ограничен координатными плоскостями и данной плоскостью. При помощи тройного интеграла найдите его объём.

Проверьте полученный результат по формуле: $V = \frac{1}{6} |\overrightarrow{OA} \overrightarrow{OB} \overrightarrow{OC}|$.

$$-x + y + z = 3$$

Задание 3. Тройной интеграл в криволинейных координатах

Тело ограничено данными поверхностями. При помощи тройного интеграла найдите его объём, рассматривая тело в (а) цилиндрической и (б) сферической системах координат.

$$\sqrt{x^2 + y^2} + z = 0, \quad z + \sqrt{1 - x^2 - y^2} = 0$$

Задание 4. Криволинейный интеграл

Замкнутый контур составлен из линий задания 1. При помощи криволинейного интеграла найдите циркуляцию данного векторного поля. Проверьте полученный результат при помощи формулы Грина.

$$5y\vec{i} + (2x - y)\vec{j}$$

Задание 5. Поверхностный интеграл

Треугольник ABC образован данной плоскостью, отсеченной координатными плоскостями. При помощи поверхностного интеграла найдите его площадь. Проверьте полученный результат по

формуле: $S = \frac{1}{2} |\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}|$.

$$3x - 2y - z + 6 = 0$$
