# Подготовка к ТМ 2.

Сформулир. 1 часть:

## 1) Двойной интеграл, схема построения:

Двойной интеграл - это предел суммы произведений значений ф-ии на элементарные площади разбиения области, к которой стремится при бесконечности измельчении разбиения.

Схема построения:

1. Выбираем область $D$ на плоскости $Oxy$.
2. Разбиваем область на элементарные части $\Delta S_i$.
3. Для каждой части берём знач. ф-ии $f(x,y)$.
4. Складываем произведения $f(x_i,y_i)\Delta S_i$.
5. Переходим к пределу:

$$\iint_D f(x,y)\,dxdy = \lim_{\Delta S_i \to 0} \sum_i f(x_i;y_i)\Delta S_i.$$

## 2) Геометрический смысл двойного интеграла.

Двойной интеграл $\iint_D f(x,y)dxdy$ представляет собой объем „прямоугольного столбца", ограниченного поверхностью $z=f(x,y)$, основанием $D$, и плоскостью $z=0$.

## 3) Двукратный интеграл по правильной области

Это метод вычисления двойного интеграла через послед. интегрирование, используя декартовы координаты. Правильная область - это область, которую можно выразить в виде:

$$D=\{(x,y)\mid a\le x\le b,\ \varphi_1(x)\le y\le \varphi_2(x)\}.$$

## 4) Якобиан криволинейной системы координат.

Якобиан - это определитель матрицы частных производных при переходе от одной системы коорд. к другой. Для перехода в криволинейные координаты:

$$J=\det\begin{bmatrix}\frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v}\\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v}\end{bmatrix}$$

## 5) Тройной интеграл, схема построения.

Тройной интеграл - это обобщение двойного интеграла, представ. объем в пространстве.

Схема построения:

1. Выбираем область $V$ в пространстве $Oxyz$.
2. Разбиваем её на элементарные объемы $\Delta V_i$.
3. Для каждой части берем значение ф-ии $f(x,y,z)$.
4. Складываем произведения $f(x_i,y_i,z_i)\Delta V_i$.
5. Переходим к пределу:

$$\iiint_V f(x,y,z)\,dxdydz = \lim_{\Delta V_i\to 0}\sum_i f(x_i;y_i;z_i)\Delta V_i.$$

## 6) Геометрический смысл тройного интеграла

Тройной интеграл $\iiint_V f(x,y,z)dxdydz$ представляет собой суммарный „вес" тела, если $f(x,y,z)$ задает плотность тела в простр-ве.

## 7) Криволинейный интеграл 1 рода

Криволинейный интеграл 1 рода вычисл интеграл скалярной ф-ии вдоль кривой $\Gamma$. Тогда формула:

$$\int_\Gamma f(x,y,z)\,ds = \int_a^b f(x(t),y(t),z(t))\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2+\left(\frac{dz}{dt}\right)^2}\,dt.$$

8) Геометрический смысл криволинейного интеграла 1 рода:
Это взвешенная длина кривой, где $f(x,y,z)$ - вес ф-ии.

9) Криволинейный интеграл 2 рода.
Криволинейный интеграл 2 рода вычисл. работу векторного поля $\vec{F}$ вдоль кривой Г:

$$\int_{\Gamma} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{a}^{b} \vec{F}(x(t), y(t), z(t)) \cdot \vec{r}\,'(t)\,dt.$$

10) Физический смысл криволинейного интеграла 2 рода.

Это работа силы $\vec{F}$, совершённая при перемещении точки вдоль кривой Г.

11) Циркуляция векторного поля вдоль кривой

Циркуляция - это интеграл $\int_{\Gamma} \vec{F} \cdot d\vec{r}$, измеряющий „вращение" векторного поля вдоль замкнутой кривой.

12) Односвязная область
Область наз. односвязной, если любая замкнутая кривая в ней может быть стянута в точку, не выходя за пределы области.

13) Криволинейный интеграл, не зависящий от пути интегрирования.

Если интеграл $\int_{\Gamma} \vec{F} \cdot d\vec{r}$ не зависит от пути, то поле $\vec{F}$ потенциально, а его циркуляция равна нулю.

14) Поверхностный интеграл 1 рода
Вычисл. интеграл скалярной ф-ии по повер-сти:

$$\iint_{S} f(x,y,z)\,dS.$$

15) Геометрический смысл поверхностного интеграла 1 рода.
Это взвешенная площадь поверхности.

16) Поверхностный интеграл 2 рода.
Вычисл. поток векторного поля $\vec{F}$ через повер-сть S:

$$\iint_{S} \vec{F} \cdot \vec{n}\,dS.$$

17) Физический смысл поверхностного интеграла 2 рода.