本试卷适应范围
2014级本科所有专业

南京农业大学试题纸

2014-2015 学年 2 学期　课程类型：必修　试卷类型：A

课程__高等数学（下）__　班级__________　学号_________　姓名__________　成绩______

一、填空题（每题 4 分，共 5 题，共 20 分）

1、若平面 $5x-3y+4z+3=0$ 与平面 $\lambda x-3y+4z-7=0$ 相垂直，则 $\lambda=$________.

2、设 $z=x^2-y^2$，则 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$__________.

3、交换二次积分的次序 $\int_0^1 dy\int_0^{y^2} f(x,y)dx=$____________.

4、函数 $f(x,y)=4(x-y)-x^2-y^2$ 在________点处取得极大值.

5、微分方程 $y''+2y'+y=0$ 的通解为____________.

二、选择题（每题 4 分，共 5 题，共 20 分）

1、下列方程中，表示母线与 y 轴平行的柱面的是　（　　）

（A）$y=x^2+z^2$；（B）$x^2+y^2+z^2=2$；

（C）$x=x^2-z^2$；（D）$x-y+2z=0$

2、设 $z=x^y$,则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}\Big|_{(e,1)}=$　（　　）

（A）0　（B）1　（C）$\dfrac{1}{e}$　（D）e

3、设 D 是 xoy 平面上以 $(0,0)$，$(1,1)$，$(1,-1)$ 为顶点的三角形区域，D_1 为 D 在第一象限的部分，则 $\iint\limits_D (x^2y+x\cos y)dxdy$ 等于　（　　）

（A）$4\iint\limits_{D_1}(x^2y+x\cos y)dxdy$；　（B）$2\iint\limits_{D_1}x^2ydxdy$；

（C）$2\iint\limits_{D_1}x\cos ydxdy$　（D）0

4、下面四个选项中，对级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\dfrac{1}{n}$ 的敛散性描述正确的是　（　　）

A. 该级数绝对收敛　　B.该级数条件收敛　　C. 该级数发散　D. 无法判断敛散性

5、微分方程 $\dfrac{dy}{dx}=1+\sin x$ 满足初始条件 $y(0)=2$ 的特解是　　　　　　　（　　　）

A. $y=x+\cos x+1$　　　　　　　　B. $y=x+\cos x+2$

C. $y=x-\cos x+2$　　　　　　　　D. $y=x-\cos x+3$

三、计算题（1-7 题，每题 6 分，第 8 题，8 分，共 50 分）

1、已知 $z=x^2\cos y$，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$，$\dfrac{\partial z}{\partial y}$，$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$；

2、求函数 $z=x^2\ln(x^2+y^2)$ 在点 $M_0(2,1)$ 处的全微分 $dz\big|_{M_0}$ 。

3、计算二重积分 $\iint\limits_D (x+y)d\sigma$，其中 D:　$x^2+y^2\le 2y$；

4、计算二重积分 $\iint\limits_D \sin(y^2)d\sigma$，其中 D 是由 $y=x, y=1, x=0$ 围成的区域；

5、计算 $I=\iiint\limits_\Omega z\,\mathrm{d}V$，其中 Ω 是由旋转抛物面 $x^2+y^2=2z$ 与平面 $z=2$ 所围成的区域；

6、设 $\sum$ 为上半球面 $z=\sqrt{4-x^2-y^2}\,(z\ge 0)$，则求曲面积分 $\iint\limits_\Sigma (x^2+y^2+z^2)ds$ 。

7、证明曲线积分 $\int_{(1,0)}^{(2,1)}(2xy-y^4+3)dx+(x^2-4xy^3)dy$ 与路径无关，并计算积分值.

8、求下列曲面积分：

（1）$I=\iint\limits_\Sigma (x+1)dydz+ydzdx+dxdy$，其中 $\sum$: 平面 $x+y+z=1$ 在第一卦限部分，法向量指向原点；

（2）$I=\iint\limits_\Sigma (x-y)dydz+(x+y)dzdx+z^2dxdy$，$\sum$: 锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 被 $z=1$，$z=2$ 所截部分的外侧。

四、证明题（每题 5 分，共 2 题，共 10 分）

1、已知 $f_n(x)$ 满足 $f_n'(x)=f_n(x)+x^{n-1}e^x$（n 为正整数），$f_n(1)=\dfrac{e}{n}$，求函数项级数

$\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ 的和。

2、设曲线 $\boldsymbol{L}$ 是正向圆周 $(x-a)^2+(y-a)^2=1$，$\varphi(x)$ 是连续的正函数，证明：

$$\oint_L \frac{x}{\varphi(y)}dy - y\varphi(x)dx \ge 2\pi .$$

答案及提示:

一. 1. -5 2. 0 3. $\int_0^1 dx\int_{\sqrt{x}}^1 f(x,y)dy$ 4. $(-2,2)$ 5. $(C_1+C_2x)e^{-x}$.

二. CBCBD

三. 1. $\frac{\partial z}{\partial x}=2x\cos y;\quad \frac{\partial z}{\partial y}=-x^2\sin y;\quad \frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=-2x\sin y.$

2. $dz\Big|_{M_0}=\left(4\ln 5+\frac{16}{5}\right)dx+\frac{8}{5}dy.$

3. $\pi.$ 4. $\frac{1}{2}(1-\cos 1).$ 5. $\frac{16\pi}{3}.$

6. $32\pi.$ 7. 5. 8. (1) $-\frac{4}{3}$; (2) $-\frac{17}{6}\pi.$

四. (1) $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)=e^x\ln(1-x),\quad x\in[-1,1).$

(2) 用格林公式, 对称性.