2021~2022 学年第 2 学期概率论与数理统计 B-*B* 卷解答与评分标准

一. 填空题（每题 3 分，计 15 分.）

1. $\overline{A}\cup\overline{B}\cup\overline{C}$； 2. 0.2； 3. 0.6； 4. 0.2； 5.不独立.

二．单项选择题（每题 3 分，计 15 分. ）

6. A； 7. D； 8. D； 9. D; 10. C.

三. 解答题(每题 12 分，共 70 分.)

11. 解:(1) 设 ***A***={该客户是"谨慎的"}，***B***={该客户是"一般的"}，***C***={该客户是"冒失的"}，***D***={该客户在一年内出了事故}，由题意知 ***P(A)*=0.2，*P*(*B*)=0.5，*P*(*C*)=0.3, *P*（*D*|*A*）=0.05，*P*（*D*|*B*）=0.15，*P*（*D*|*C*）=0.30,**故由全概率公式知

$$P(D)=P(A)P(D|A)+P(B)P(D|B)+P(C)P(D|C)=0.2\times0.05+0.5\times0.15+0.3\times0.3=0.175;\quad \textbf{(6 分)}$$

（2）由贝叶斯公式知

$$P(A\,|\,D)=\frac{P(AD)}{P(D)}=\frac{P(A)P(D\,|\,A)}{P(A)P(D\,|\,A)+P(B)P(D\,|\,B)+P(C)P(D\,|\,C)}$$

$$=\frac{0.2\times0.05}{0.2\times0.05+0.5\times0.15+0.3\times0.3}=0.057 \qquad \text{(12 分)}$$

12. **解** (1)**由密度函数的性质可得**

$$1=\int_{-\infty}^{+\infty}f_X(x)dx=A\int_{-1}^{1}\frac{1}{1+x^2}dx=A\arctan x\,|_{-1}^{1}=A\cdot\frac{\pi}{2}，得\ A=\frac{2}{\pi} \qquad \textbf{（4 分）}$$

记随机变量 Y **的分布函数分别为** $F_Y(y)$，**则** Y **的分布函数为**

当 $y\le 0$ **时，** $F_Y(y)=P\{Y\le y\}=P\{|X|\le y\}=0,$

当 $0<y<1$ **时，** $F_Y(y)=P\{Y\le y\}=P\{|X|\le y\}=P\{-y\le X\le y\}=\dfrac{2}{\pi}\displaystyle\int_{-y}^{y}\frac{dx}{1+x^2}=\frac{4}{\pi}\arctan y,$

当 $y\ge 1$ **时，** $F_Y(y)=P\{Y\le y\}=P\{|X|\le y\}=P\{-y\le X\le y\}=\dfrac{2}{\pi}\displaystyle\int_{-1}^{1}\frac{dx}{1+x^2}=1,$

将分布函数 $F_Y(y)$ **对** y **求导，得** Y **概率密度**

$$f_Y(y)=F'(y)=\begin{cases}\dfrac{4}{\pi}\dfrac{1}{1+y^2},0<y<1,\\ \quad 0,\qquad 其它.\end{cases} \qquad \textbf{（10 分）}$$

13. 解（1） $E(X)=10\times0.4+11\times0.3+12\times0.2+13\times0.1=11.$

该工程队完成此项工程的平均月数为 11 个月. （3 分）

（2） $E(Y)=50(13-E(X))=50\times(13-11)=100$. 该工程队的平均利润为 100 万元.（6 分）

（3） $E(X_1)=10\times0.5+11\times0.4+12\times0.1=10.6.$

$E(Y_1)=E[50(13-X_1)]=50(13-E(X_1))=50\times(13-10.6)=120.$ （12 分）

14. 解：（1） $f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)\mathrm{d}y=\begin{cases}\int_{-x}^{x}dy, 0\le x\le 1\\ 0, \quad 其它\end{cases}=\begin{cases}2x, 0\le x\le 1,\\ 0, \quad 其它.\end{cases}$，（3 分）

$$f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)\mathrm{d}x=\begin{cases}\int_{|y|}^{1}dx, |y|\le 1\\ 0,\ 其它\end{cases}=\begin{cases}1-|y|, |y|\le 1\\ 0,\ 其它\end{cases}$$ （6 分）

（2） $E(X)=\int_0^1 2x^2dx=\dfrac{2}{3}, E(Y)=\int_{-1}^{1}y(1-|y|)dy=0$，（9 分）

$E(XY)=\int_0^1 dx\int_{-x}^{x}xydy=0, Cov(X,Y)=E(XY)-E(X)E(Y)=0.$ （12 分）

15. 解：（1）由 $EX=\dfrac{\theta}{2}=\overline{X}$ 得参数 θ 的矩估计量为 $\hat{\theta}=2\overline{X}$; （6 分）

（2）似然函数 $L(\theta)=\prod_{i=1}^{n}f(x_i,\theta)=\dfrac{1}{\theta^n}$， $0\le x_1,x_2,\cdots,x_n\le\theta$，

因此，θ 的最大似然函数为 $\hat{\theta}=\max\{X_1,X_2,\cdots,X_n\}$. （12 分）

16.解：要检验假设： $H_0:\sigma^2=\sigma_0^2=0.005^2 \quad vs \quad H_1:\sigma^2\ne\sigma_0^2$

拒绝域为： $\dfrac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}\ge\chi^2_{\alpha/2}(n-1), \dfrac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}\le\chi^2_{1-\alpha/2}(n-1)$

$$n=9,\alpha=0.05,\chi^2_{0.025}(8)=17.535,\chi^2_{0.975}(8)=2.180,s=0.008,\sigma_0^2=0.005^2$$

即有 $\dfrac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}=\dfrac{8\times0.008^2}{0.005^2}=20.48>17.535$，

拒绝 H_0**，不能认为这批导线电阻的标准差仍为 0.005.** （8 分）

(2) $\dfrac{(n-1)s^2}{\chi^2_{0.025}(8)}=\dfrac{8\times0.008^2}{17.535}=2.9199\times10^{-5}, \dfrac{(n-1)s^2}{\chi^2_{0.025}(8)}=\dfrac{8\times0.008^2}{2.18}=2.3486\times10^{-4}$，**所以，**

总体方差 σ^2 **的 95%的置信区间为** $(2.9199\times10^{-5}, 2.3486\times10^{-4})$. （12 分）