练习

1．对正态总体的期望μ进行假设检验，如果在显著水平 0.05 下接受 H_0：$\mu=\mu_0$， 那么在显著水平 0.01 下，下列结论正确的是（　）.

(A) 必接受 H_0　　(B) 可能接受，也可能拒绝 H_0

(C) 必拒绝 H_0　　(D) 不接受，也不拒绝 H_0

解 当正态总体方差 σ^2 为已知时，该假设检验在显著性水平为α下的拒绝域为

$W_\alpha=\{x\,|\left|\frac{\sqrt{n}(\bar{X}-\mu_0)}{\sigma}\right|\geq u_{\alpha/2}\}$，当 $\alpha_1>\alpha_2$ 时，$u_{\alpha_1/2}<u_{\alpha_2/2}$，从而 $W_{\alpha_1}\supseteq W_{\alpha_2}$，由此可得，

现 $\alpha_1=0.05>\alpha_2=0.01$，且 $x\notin W_{\alpha_1}$，由此可得 $x\notin W_{\alpha_2}$，故应选择 A;

类似地，当正态总体方差 σ^2 为未知时，该假设检验在显著性水平为α下的拒绝域为

$W_\alpha=\{x\,|\left|\frac{\sqrt{n}(\bar{X}-\mu_0)}{S}\right|\geq t_{\alpha/2}(\mathrm{n}-1)\}$，当 $\alpha_1>\alpha_2$ 时，$u_{\alpha_1/2}<u_{\alpha_2/2}$，从而 $W_{\alpha_1}\supseteq W_{\alpha_2}$，由此

可得，现 $\alpha_1=0.05>\alpha_2=0.01$，且 $x\notin W_{\alpha_1}$，由此可得 $x\notin W_{\alpha_2}$，故也应选择 A.

2．在假设检验中，原假设 H_0，备选假设 H_1，则称为犯第二类错误的是（　）.

(A) H_0 为真，接受 H_1　　(B) H_0 不真，接受 H_0

(C) H_0 为真，拒绝 H_1　　(D) H_0 不真，拒绝 H_0

解 犯第二类错误是指在原假设不真时，由于检验统计量的值落在接受域内，此时接受原假设的错误，故选择 B.

3．在假设检验中，显著水平 α 表示为（　）

(A) P{接受 H_0|H_0 为假}　　(B) P{拒绝 H_0|H_0 为真}

(C) 置信度为 α　　(D) 无具体含义

解 在假设检验中，显著水平 α 表示为在原假设为真时，由于检验统计量的值落在拒绝域内，作出拒绝原假设所犯错误的概率，故选择 B.

4．自动包装机装出的每袋重量服从正态分布，规定每袋重量的方差不超过 m，为了检查自动包装机的工作是否正常，对它生产的产品进行抽样检验，检验假设为 H_0：$\sigma^2\leqslant m$，H_1：$\sigma^2>m$，$\alpha=0.05$，则下列命题中正确的是（　）

(A) 如果生产正常，则检验结果也认为生产正常的概率为 0.95.

(B) 如果生产不正常，则检验结果也认为生产不正常的概率为 0.95.

(C) 如果检验的结果认为生产正常，则生产确实正常的概率等于 0.95.

(D) 如果检验的结果认为生产不正常，则生产确实不正常的概率等于 0.95.

解 假设检验的显著性水平的意义可知，正确的为 A,故选择 A.

5．设 $X\sim N(\mu_1,\sigma_1^2), Y\sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$ 且相互独立，检验假设 H_0：$\sigma_1^2=\sigma_2^2$，$H_1:\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$ $\alpha=0.10$，从总体 X 中抽取容量 n=12 的样本，从总体 Y 中抽取容量为 m=10 的样本算得样本方差 $S_1^2=118.4, S_2^2=31.93$，正确的检验方法与结论是（　）.

(*A*) 用 t 检验法，临界值 $t_{0.05}(17)=2.11$，拒绝 H_0

(*B*) 用 F 检验法，临界值 $F_{0.05}(11,9)=3.10$，$F_{0.95}(11,9)=0.34$，拒绝 H_0

(*C*) 用 F 检验法，临界值 $F_{0.05}(11,9)=3.10$，$F_{0.95}(11,9)=0.34$，接受 H_0

(*D*) 用 F 检验法，临界值 $F_{0.01}(11,9)=5.18$，$F_{0.99}(11,9)=0.21$，接受 H_0

解　该检验法为 F 检验法，且为双边检验，所以，临界值为 $F_{0.05}(11,9)=3.10$，$F_{0.95}(11,9)=0.34$，检验统计量的值为 $F=\dfrac{s_1^2}{s_2^2}=3.71>F_{0.05}(11,9)=3.10$，故拒绝 H_0,因此选择 B.

6．机床厂某日从两台机器所加工的同一种零件中，分别抽取 n=20，m=25 的两个样本，检验两台机床的加工精度是否相同，则提出假设（　）.

(*A*) $H_0:\mu_1=\mu_2,H_1:\mu_1\neq\mu_2$　　(*B*) $H_0:\ \sigma_1^2=\sigma_2^2,H_1:\ \sigma_1^2\neq\sigma_2^2$

(*C*) $H_0:\mu_1\le\mu_2,H_1:\mu_1>\mu_2$　　(*D*) $H_0:\sigma_1^2\le\sigma_2^2,H_1:\sigma_1^2>\sigma_2^2$

解 要检验两台机床的加工精度是否相同，即要检验方差是否相等，因此提出的原假设和对立假设分别为 $H_0:\ \sigma_1^2=\sigma_2^2,H_1:\ \sigma_1^2\neq\sigma_2^2$，因此选择 B.

7．设 $X_1,X_2,\ldots,X_{16}$ 为自 $N(\mu,1)$ 的样本，现要检验 $H_0:\mu$=0,$H_1:\mu$>0，取拒绝域 $W=\left\{(x_1,x_2,\cdots,x_{16}):\dfrac{1}{16}\sum_1^{16}x_i>\dfrac{1}{4}u_{0.05}\right\}$，其中 $u_{0.05}$ 表示 $N(0,1)$的上 0.05 分位点，则此检验方案犯第一类错误的概率为（　）

(A)　0.05　　(B)　0.1　　(*C*)　0.9　　(*D*)　0.95

解 检验方案犯第一类错误的概率为

$$\alpha=P\left\{\frac{1}{16}\sum_1^{16}x_i>\frac{1}{4}u_{0.05}\mid\mu=0\right\}=P\left\{\frac{\frac{1}{16}\sum_{i=1}^{16}x_i}{\sqrt{\frac{1}{16}}}>u_{0.05}\mid\mu=0\right\}=0.05$$，故选择 A.

8．设总体 X~$N(\mu,\sigma^2),X_1,X_2,\ldots,X_n$ 为来自 X 的样本（n>1），则下列不等式正确的是（　）

(*A*) $P\{|X-\mu|<\varepsilon\}<P\{|\bar{X}-\mu|<\varepsilon\}$　　(*B*) $P\{|X-\mu|<\varepsilon\}>P\{|\bar{X}-\mu|<\varepsilon\}$

(*C*) $P\{|X-\mu|<\varepsilon\}\le P\{|\bar{X}-\mu|<\varepsilon\}$　　(*D*) $P\{|X-u|<\varepsilon\}\ge P\{|\bar{X}-u|<\varepsilon\}$

解 $P\{|X-\mu|<\varepsilon\}=P\left\{\left|\frac{X-\mu}{\sigma}\right|<\frac{\varepsilon}{\sigma}\right\}=2\Phi(\frac{\varepsilon}{\sigma})-1,$

$$P\{|\bar{X}-\mu|<\varepsilon\}=P\left\{\left|\frac{\sqrt{n}(\bar{X}-\mu)}{\sigma}\right|<\frac{\sqrt{n}\varepsilon}{\sigma}\right\}=2\Phi(\frac{\sqrt{n}\varepsilon}{\sigma})-1,$$

故选择 A.

9．假设总体 $X\sim N(\mu,1)$，$X_1,X_2,\ldots,X_{10}$ 为来自 X 的 10 个观察值，要在 $\alpha=0.05$ 的水平下检验 H_0：$\mu=\mu_0=0$，H_1：$\mu\neq 0$ 取拒绝域 $W=\{|\bar{X}|\geq C\}$．（1）求 C （2）若 $\bar{X}=1$，是否可以据此样本推断 $\mu=0(\alpha=0.05)$？（3）若以 $W=\{|\bar{X}|\geq 1.02\}$ 作为该检验 H_0：$\mu=0$ 的拒绝域，试求检验的显著水平 α．

解 （1）由显著性水平的含义可知

$$0.05=P\{|\bar{X}|\geq C\,|\,\mu=0\}=P\{|\sqrt{10}\bar{X}|\geq\sqrt{10}C\,|\,\mu=0\}=2[1-\Phi(\sqrt{10}C)]\ ,$$

由此可得 $\Phi(\sqrt{10}C)=0.975=\Phi(1.96)\Rightarrow C=\frac{1.96}{\sqrt{10}}=0.6198$ ；

（2）当 $\bar{X}=1$ 时，$|\bar{X}|=1>0.6198$，所以拒绝原假设 $H_0:\mu=0$；

（3）$\alpha=P\{|\bar{X}|\geq 1.02\,|\,\mu=0\}=P\{|\sqrt{10}\bar{X}|\geq\sqrt{10}\times 1.02\,|\,\mu=0\}=2\times[1-\Phi(\sqrt{10}\times 1.02)]$

$$\approx 2[1-\Phi(3.23)]=2\times(1-0.99935)=0.0013\ .$$

10．由经验知某零件重量 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，$\mu=15$，$\sigma^2=0.05$. 技术革新后，抽了 6 个样品，测得重量为（单位：克）：14.7, 15.1, 14.8, 15.0, 15.2, 14.6，已知方差不变，问平均重量是否仍为 15?（α=0.05)

解 该问题为单个正态总体在方差已知时均值的双边检验问题，$H_0:\mu=15,H_1:\mu\neq 15$，查表可得 $u_{\alpha/2}=u_{0.025}=1.96$，计算得样本均值为 $\bar{x}=14.9,n=6$，检验统计量的值为 $\left|\frac{\sqrt{n}(\bar{x}-15)}{\sqrt{0.05}}\right|=\left|\frac{\sqrt{6}(14.9-15)}{\sqrt{0.05}}\right|=1.0954<u_{0.025}=1.96$，因此接受原假设，认为零件的平均重量仍为 15.

11．某厂用自动包装机装箱，在正常情况下每箱重量服从 N（100，1.15^2）．某日开工后，随机抽查 10 箱，重量如下（单位：斤）：99.3，98.9，100.5，100.1，99.9，99.7，100.0，100.2，99.5，100.9，问包装机工作是否正常（$\alpha=0.05$）．

解 $H_0:\mu=100,H_1:\mu\neq 100$，

n=10, 经计算得样本均值和样本标准差分别为 $\overline{x}=99.9, s=0.5831$，查 t 分布表得

$t_{\alpha/2}(n-1)=t_{0.025}(9)=2.2622$，计算得检验统计量的值为

$$\left|\frac{\sqrt{n}(\overline{x}-100)}{s}\right|=\left|\frac{\sqrt{10}(99.9-100)}{0.5831}\right|=0.5423<t_{0.025}(9),$$

所以，接受原假设，认为包装机工作是否正常.

12．正常人的脉搏平均为 72 次/分，某医生测得 10 例慢性四乙基铅中毒患者的脉搏（次/分）：54，67，68，78，70，66，67，70，65，69. 已知人的脉搏服从正态分布，问在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下四乙基铅中毒者的脉搏和正常人的脉搏有无显著性差异?

解　$H_0:\mu=72, H_1:\mu\neq 72$，

n=10, 经计算得样本均值和样本标准差分别为 $\overline{x}=67.4, s=5.9292$，查 t 分布表得

$t_{\alpha/2}(n-1)=t_{0.025}(9)=2.2622$，计算得检验统计量的值为

$$\left|\frac{\sqrt{n}(\overline{x}-72)}{s}\right|=\left|\frac{\sqrt{10}(67.4-72)}{5.9292}\right|=2.4534>t_{0.025}(9),$$

所以，拒绝原假设，认为四乙基铅中毒者的脉搏和正常人的脉搏有显著性差异.

13．用热敏电阻测温仪间接测量地热勘探井底温度，重复测量 7 次，测得温度（$^\circ C$）：112.0, 113.4, 111.2, 112.0, 114.5, 112.9, 113.6，而用某精确办法测得温度为 112.6（可看作温度真值），试问用热敏电阻测温仪间接测温有无系统偏差？（α=0.05）

解　$H_0:\mu=112.6, H_1:\mu\neq 112.6$，

n=7, 经计算得样本均值和样本标准差分别为 $\overline{x}=112.8, s=1.1358$，查 t 分布表得

$t_{\alpha/2}(n-1)=t_{0.025}(6)=2.4469$，计算得检验统计量的值为

$$\left|\frac{\sqrt{n}(\overline{x}-112.6)}{s}\right|=\left|\frac{\sqrt{7}(112.8-112.6)}{1.1358}\right|=0.4659<t_{0.025}(6),$$

所以，接受原假设，认为用热敏电阻测温仪间接测温无系统偏差.

14．某电子元件的寿命（单位：小时）$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ，σ^2 均未知，现测得 16 只元件，其寿命如下：159，280，101，212，224，279，179，264，222，362，168，250，149，260，485，170，问：（1）元件的平均寿命是否大于 225 小时？（2）元件寿命的方差是否等于 100^2（$\alpha=0.05$）？

解　（1）$H_0:\mu\le 225, H_1:\mu>225$，

n=16,经计算得样本均值和样本标准差分别为 $\bar{x}=235.25, s=92.4038$ ，查 t 分布表得

$t_{\alpha}(n-1)=t_{0.05}(15)=1.7531$ ，计算得检验统计量的值为

$$\frac{\sqrt{n}(\bar{x}-112.6)}{s}=\frac{\sqrt{16}(235.25-225)}{92.4038}=0.4437<t_{0.05}(15),$$

所以，接受原假设，认为元件的平均寿命不大于 225 小时；

（2）依题意，需要检验的原假设和备择假设为

$$H_0:\ \sigma=100 \quad vs \quad H_1: \sigma \neq 100$$

选取检验统计量 $\chi^2=\dfrac{n-1}{100^2}S^2$ ，n=16,α=0.05,查表可得

$\chi^2_{\alpha/2}(n-1)=\chi^2_{0.025}(15)=27.488, \chi^2_{1-\alpha/2}(n-1)=\chi^2_{0.975}(15)=6.262$ ，此问题的拒绝域为

$$\{\chi^2 \geq 27.488 或 \chi^2 \leq 6.262\}$$

$$\chi^2=\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}=\frac{15\times 92.4038^2}{100^2}=12.8077$$

检验统计量的值没有落入拒绝域内，所以应拒绝原假设 H_0,认为元件寿命的方差是 100^2.

15． 测定某种溶液中的水分，测得其 10 个样本值，并算得样本标准差 S=0.037,设测定值总体为正态分布，σ^2 为总体方差，σ^2 未知，试在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下检验假设：

$H_0:\ \sigma \geq 0.04, \quad H_1:\ \sigma<0.04.$

解 选取检验统计量 $\chi^2=\dfrac{n-1}{0.04^2}S^2$，该假设检验问题的拒绝域为

$$\left\{\frac{n-1}{0.04^2}s^2 \leq \chi^2_{1-\alpha}(n-1)\right\}.$$

现 n=10,α=0. 05, 查表可得 $\chi^2_{1-\alpha}(n-1)=\chi^2_{0.95}(9)=3.325,$ ，此问题的拒绝域为

$$\{\chi^2 \leq 3.325\}$$

$$\chi^2=\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}=\frac{9\times 0.037^2}{0.04^2}=7.701>3.325$$

所以应接受原假设 H_0,即认为 $\sigma \geq 0.04$.

15．某种导线，要求其电阻的标准差不得超过 0.005（欧姆）.今在生产的一批导线中抽取样品 9 根，测得 S=0.007(欧姆)，设总体为正态分布。问在水平α=0.05 下能认为这批导线的标准差显著地偏大吗？

解 要检验的问题可假设为：H_0：$\sigma\le 0.005$，H_1：$\sigma>0.005$.

选取的检验统计量为 $\chi^2=\dfrac{(n-1)S^2}{0.005^2}$，该检验问题的拒绝域为 $\left\{\dfrac{(n-1)s^2}{0.005^2}\ge\chi_\alpha^2(n-1)\right\}$,

n=9,α=0.05,查表可得 $\chi_\alpha^2(n-1)=\chi_{0.05}^2(8)=15.507$，$\chi^2=\dfrac{(n-1)S^2}{0.005^2}=\dfrac{8\times 0.007^2}{0.005^2}=15.680>15.507$，拒绝原假设，即认为这批导线的标准差显著地偏大.

16．两家农业银行分别对 21 个储户和 16 个储户的年存款余额进行抽样检查，测得其平均年存款余款分别为 $\overline{x}=2600$元，$\overline{y}=2700$元；样本标准差 S_1=81 元和 S_2=105 元，假设年存款余额服从正态分布，试比较两家银行的储户的平均年存款余额有无显著差异（提示：本题要先检验两总体的方差是否相等，再检验均值是否相等，$\alpha=0.10$）？

解 首先检验假设 H_0：$\sigma_1^2=\sigma_2^2 \quad vs \quad H_1:\sigma_1^2\ne\sigma_2^2$

对于显著性水平 $\alpha=0.10$，n=21,m=16,查 F 分布表得 $F_{\alpha/2}(n-1,m-1)=F_{0.05}(20,15)=2.328$,

$F_{1-\alpha/2}(n-1,m-1)=F_{0.95}(20,15)=\dfrac{1}{F_{0.05(15,20)}}=\dfrac{1}{2.20}=0.4545$，假设 H_0 的拒绝域为

$$W_1=\{\frac{s_1^2}{s_2^2}\le 0.4545\text{或}\frac{s_1^2}{s_2^2}\ge 2.328\}$$

$$F=\frac{s_1^2}{s_2^2}=\frac{81^2}{105^2}=0.5951$$

因为 0.4545<F=0.5951<2.328，所以接受假设 H_0：$\sigma_1^2=\sigma_2^2$.

再检验假设 H_0'：$\mu_1=\mu_2 \quad vs \quad H_1':\mu_1\ne\mu_2$.

对于显著性水平 $\alpha=0.10$，n=21,m=16,查 t 分布表得 $t_{\alpha/2}(n+m-2)=t_{0.05}(35)=1.6896$,

假设 H_0' 的拒绝域为

$$W_1=\{|t|\ge 1.6896\}$$

由样本算得

$$t=\frac{\overline{x}-\overline{y}}{\sqrt{\dfrac{(n-1)s_1^2+(m-1)s_2^2}{n+m-2}}\sqrt{\dfrac{1}{n}+\dfrac{1}{m}}}=\frac{2600-2700}{\sqrt{\dfrac{20\times 81^2+15\times 105^2}{21+16-2}}\sqrt{\dfrac{1}{21}+\dfrac{1}{16}}}=-3.2736$$

因为$|t|$=3.2736>1.6896,样本落入拒绝域中，所以拒绝 H_0'，即认为两家银行的储户的平均年存款余额有显著差异.

18. 机床厂某日从两台机器所加工的同一零件中，分别抽若干个样测量零件尺寸，得：
第一台机器的：6.2, 5.7, 6.5, 6.0, 6.3, 5.8, 5.7, 6.0, 6.0, 5.8, 6.0

第二台机器的：5.6, 5.9, 5.6, 5.7, 5.8, 6.0, 5.5, 5.7, 5.5

问：这两台机器的加工精度是否有显著性差异？（α=0.05）假定两台机器加工的零件尺寸都服从正态分布.

解 该问题即检验假设 H_0： $\sigma_1^2=\sigma_2^2 \quad vs \quad H_1:\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$

对于显著性水平 $\alpha=0.05$ ， n=11,m=9, 计算得两组样本的样本方差分别为

$S_1^2=0.0640,\ S_2^2=0.0300$，查 F 分布表得 $F_{\alpha/2}(n-1,m-1)=F_{0.025}(10,8)=4.295,$

$$F_{1-\alpha/2}(n-1,m-1)=F_{0.975}(10,8)=\frac{1}{F_{0.025(8,10)}}=\frac{1}{3.855}=0.2594$$，假设 H_0 的拒绝域为

$$W_1=\{\frac{s_1^2}{s_2^2}\leq 0.2594\text{或}\frac{s_1^2}{s_2^2}\geq 4.295\}$$

$$F=\frac{s_1^2}{s_2^2}=\frac{0.0640}{0.0300}=2.133$$

因为 0.2594<F=2.133<4.295，所以接受假设 H_0，即认为这两台机器的加工精度没有显著性差异.

19. 有甲、乙两台机床加工同样产品，从这两台机床加工的产品中随意地抽取若干件，测得产品直径（单位：mm）为

机床甲 20.5，19.8，19.7，20.4，20.1，10.0，19.0，19.9

机床乙 19.7，20.8，20.5，19.8，19.4，20.6，19.2

试比较甲、乙两台机床加工产品直径有无显著差异（α=5%）？假定两台机床加工产品的直径都服从正态分布，且总体方差相等.

解 该问题即要检验两个正态总体在方差位置但相等的基础假设

H_0： $\mu_1=\mu_2 \quad vs \quad H_1:\mu_1\neq\mu_2.$

对于显著性水平 $\alpha=0.05$，n=8,m=7,经计算得两组样本的样本均值和样本方差分别为

$\bar{x}=18.675,\bar{y}=20,s_X^2=12.5021,S_Y^2=0.3967$,查 t 分布表得

$$t_{\alpha/2}(n+m-2)=t_{0.025}(13)=2.1604,$$

假设 H_0 的拒绝域为 $W=\{|t|\geq 2.1604\}$

由样本算得

$$t=\frac{\bar{x}-\bar{y}}{\sqrt{\frac{(n-1)s_1^2+(m-1)s_2^2}{n+m-2}}\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{1}{m}}}=\frac{18.675-20}{\sqrt{\frac{7\times 12.5021+6\times 0.3967}{8+7-2}}\sqrt{\frac{1}{8}+\frac{1}{7}}}=-1.8033$$

因为$|t|$=1.8033<2.1604,样本未落入拒绝域中，所以接受原假设H_0，即认为甲、乙两台机床加工产品直径无显著差异.

20．检验 26 匹马，测得每 100 毫升的血清中，所含的无机磷平均为 3.29 毫升,标准差为 0.27 毫升,又检验 18 头羊，测得每 100 毫升的血清中，所含的无机磷平均为 3.96 毫升，,标准差为 0.40 毫升. 设马和羊的血清中含无机磷服从正态分布，试问在显著性水平$\alpha=0.05$条件下，马和羊的血清中含无机磷的含量有无显著性差异?

解　首先检验假设H_0：$\sigma_1^2=\sigma_2^2\quad vs\quad H_1:\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$

对于显著性水平$\alpha=0.05$，n=26,m=18,查 F 分布表得$F_{\alpha/2}(n-1,m-1)=F_{0.025}(25,17)=2.548$,

$$F_{1-\alpha/2}(n-1,m-1)=F_{0.975}(25,17)=\frac{1}{F_{0.025(17,25)}}=\frac{1}{2.36}\approx0.4237$$，假设H_0的拒绝域为

$$W_1=\{\frac{s_1^2}{s_2^2}\leq0.4237\text{或}\frac{s_1^2}{s_2^2}\geq2.548\}$$

$$F=\frac{s_1^2}{s_2^2}=\frac{0.27^2}{0.40^2}\approx0.4556$$

因为 0.4237<F=0.4556<2.548，所以接受假设H_0：$\sigma_1^2=\sigma_2^2$.

再检验假设H_0'：$\mu_1=\mu_2\quad vs\quad H_1':\mu_1\neq\mu_2$.

对于显著性水平$\alpha=0.05$，n=26,m=18,查 t 分布表得$t_{\alpha/2}(n+m-2)=t_{0.025}(42)=2.0181$,

假设H_0'的拒绝域为

$$W_1=\{|t|\geq2.0181\}$$

由样本算得

$$t=\frac{\bar{x}-\bar{y}}{\sqrt{\frac{(n-1)s_1^2+(m-1)s_2^2}{n+m-2}}\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{1}{m}}}=\frac{3.29-3.96}{\sqrt{\frac{25\times0.27^2+17\times0.40^2}{26+18-2}}\sqrt{\frac{1}{26}+\frac{1}{18}}}\approx-6.6445$$

因为$|t|$=6.6445>2.0181,样本落入拒绝域中，所以拒绝H_0'，即认为马和羊的血清中含无机磷的含量有显著性差异.

21. 测的两批电子器材的电阻的子样值为

A 批 x（欧姆）：0.140，0.138，0.143，0.142，0.144，0.137

B 批 y（欧姆）：0.135，0.140，0.142，0.136，0.138，0.140

设这两批器材的电阻分别服从分布$N(\mu_1,\sigma_1^2)$与$N(\mu_2,\sigma_2^2)$.

（1）检验假设 H_0： $\sigma_1^2=\sigma_2^2$，α=5%；

（2）检验假设 H_0： $\mu_1=\mu_2$，α=5%.

解（1）检验假设 H_0： $\sigma_1^2=\sigma_2^2$， H_1： $\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$，由样本值计算得两组样本的样本均值和样本方差分别为 $\overline{x}=0.1407$， $\overline{y}=0.1385$， $s_A^2=7.8667\times10^{-6}$， $s_B^2=7.1\times10^{-6}$，对于显著性水平 $\alpha=0.05$，n=6,m=6,查 F 分布表得 $F_{\alpha/2}(n-1,m-1)=F_{0.025}(5,5)=7.15$,

$F_{1-\alpha/2}(n-1,m-1)=F_{0.975}(5,5)=\dfrac{1}{F_{0.025(5,5)}}=\dfrac{1}{7.15}\approx0.1399$，假设 H_0 的拒绝域为

$$W_1=\{\frac{s_1^2}{s_2^2}\leq0.1399\text{或}\frac{s_1^2}{s_2^2}\geq7.15\}$$

$$F=\frac{s_A^2}{s_B^2}=\frac{7.8667\times10^{-6}}{7.1000\times10^{-6}}\approx1.1080$$

因为 0.1399<F=1.1080<7.15，所以接受假设 H_0： σ_1^2=σ_2^2；

（2）检验假设 H_0： $\mu_1=\mu_2,H_1:\mu_1\neq\mu_2$, 对于显著性水平 $\alpha=0.05$，n=6,m=6,查 t 分布表得 $t_{\alpha/2}(n+m-2)=t_{0.025}(10)=2.2281$,

假设 H_0 的拒绝域为

$$W=\{|t|\geq2.2281\}$$

由样本算得

$$t=\frac{\overline{x}-\overline{y}}{\sqrt{\frac{(n-1)s_1^2+(m-1)s_2^2}{n+m-2}}\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{1}{m}}}=\frac{0.1407-0.1385}{\sqrt{\frac{5\times7.8667\times10^{-6}+5\times7.1\times10^{-6}}{6+6-2}}\sqrt{\frac{1}{6}+\frac{1}{6}}}\approx1.3929$$

因为|t|=1.3929<2.2281,样本没有落入拒绝域中，所以接受拒绝 H_0，即认为两批电子器材的电阻没有显著性差异.

22．为了检查一骰子是否均匀，把它掷了 120 次，得结果如下：

出现点数	1	2	3	4	5	6
次数	15	15	20	21	23	26

试在显著性水平 $\alpha=0.10$ 下作 χ^2 拟合优度检验.

解　根据题意需要检验假设

H_0：这颗骰子的六个面是匀称的.

(或 $H_0: P\{X=i\}=\dfrac{1}{6}\ (i=1,2,\cdots,6)$)

其中 X 表示抛掷这骰子一次所出现的点数（可能值只有 6 个），

取 $\Omega_i=\{\ i\ \}$，($i=1,\ 2,\cdots,6$)

则事件 $A_i=\left\{X\in\Omega_i\right\}=\{X=i\}\ (i=1,2,\cdots,6)$ 为互不相容事件.

在 H_0 为真的前提下，$p_i=P(A_i)=\dfrac{1}{6}(i=1,2,\cdots,6)$

$$\chi^2=\sum_{i=1}^{k}\frac{(f_i-np_i)^2}{np_i}\qquad=\frac{(15-120\times\frac{1}{6})^2}{120\times\frac{1}{6}}+\frac{(15-120\times\frac{1}{6})^2}{120\times\frac{1}{6}}+\frac{(20-120\times\frac{1}{6})^2}{120\times\frac{1}{6}}+$$

$$\frac{(21-120\times\frac{1}{6})^2}{120\times\frac{1}{6}}+\frac{(23-120\times\frac{1}{6})^2}{120\times\frac{1}{6}}+\frac{(26-120\times\frac{1}{6})^2}{120\times\frac{1}{6}}=4.8$$

查χ^2分布表得$\chi^2_{0.10}(k-1)=\chi^2_{0.10}(5)=9.236,\ \ \chi^2=4.8>9.236,$

所以接受原假设 H_0, 认为这颗骰子的六个面是匀称的.

23．一农场 10 年前在一鱼塘里按如下比例　$20:15:40:25$ 投放了四种鱼：鲑鱼、鲈鱼、竹夹鱼和鲇鱼的鱼苗. 现在在鱼塘里获得一样本如下

序号	1	2	3	4	
种类	鲑鱼	鲈鱼	竹夹鱼	鲇鱼	
数量(条)	132	100	200	168	$\Sigma=600$

检验各鱼类数量的比例较 10 年前是否有显著改变？（$\alpha=0.05$）

解　用 X 记鱼种类的序号，根据题意需检验假设:

$H_0: X$ 的分布律为

X	1	2	3	4
p_i	0.20	0.15	0.40	0.25

所需计算列表如下拟合检验计算表(n=600)

A_i	f_i	p_i	np_i	$f_i^2/n\hat{p}_i$
A_1	**132**	**0.20**	**120**	**145.20**
A_2	**100**	**0.15**	**90**	**111.11**
A_3	**200**	**0.40**	**240**	**166.67**
A_4	**168**	**0.25**	**150**	**188.16**
				Σ=611.14

$\chi^2=611.14-600=11.14,\ k=4, r=0,\ \chi^2_{1-\alpha}(k-r-1)=\chi^2_{0.95}(3)=7.815<11.14,$

故拒绝 H_0,认为各鱼类数量之比较 10 年前有显著改变 .

24．在一批灯泡中抽取 300 只进行寿命测试，其结构如下：

寿命（小时）	$X\leqslant100$	$100<X\leqslant200$	$200<X\leqslant300$	$X>300$
灯泡数	120	80	40	60

试问灯泡寿命是否服从参数为 0.005 的指数分布 E（0.005）（$\alpha=0.05$）

解　$H_0: f(x)=\begin{cases}0.005e^{-0.005x}, x>0,\\ 0, \quad x\leq 0.\end{cases}$，列表计算 χ^2 值.

A_i	(0, 100]	(100, 200]	(200, 300]	≥300
f_i	120	80	40	60
$\widehat{p}_i$	0.39347	0.23865	0.14475	0.22313
$n\widehat{p}_i$	118.04	71.60	43.43	66.94
$f_i-n\widehat{p}_i$	1.96	8.4	−3.43	−6.94
$\frac{(f_i-n\widehat{p}_i)^2}{n\widehat{p}_i}$	0.0325	0.9855	0.2709	0.7195 Σ=2.0084

$$\chi^2=\sum_{i=1}^{4}\frac{(f_i-n\widehat{p}_i)^2}{n\widehat{p}_i}=2.0084$$

水平 $\alpha=0.05$ 的拒绝域为 $\{\chi^2\geq\chi^2_{0.05}(4-1)=7.815\}$.

由于 $\chi^2=2.0084<\chi^2_{0.05}(3)=7.815$.

所以接受原假设 H_0,认为总体服从从参数为 0.005 的指数分布 E（0.005）.

25．下面列出了 84 个依特拉斯坎人男子的头颅的最大宽度(mm)，试验证这些数据是否来自正态总体?（$\alpha=0.10$）

141　148　132　138　154　142　150　146　155　158　150　140　147　148　144　150
149　145　149　158　143　141　144　144　126　140　144　142　141　140　145　135
147　146　141　136　140　146　142　137　148　154　137　139　143　140　131　143
141　149　148　135　148　152　143　144　141　143　147　146　150　132　142　142
143　153　149　146　149　138　142　149　142　137　134　144　146　147　140　142
140　137　152　145

解　所求问题为检验假设，H_0：X 的概率密度　$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, -\infty<x<+\infty$

由于在 H_0 中参数 μ,σ^2 未具体给出，故先估计 μ,σ^2.

由最大似然估计法得 $\hat{\mu}=143.8,\quad \hat{\sigma}^2=6.0^2$,

将 X 可能取值区间 $(-\infty,\infty)$ 分为7个小区间，见下表

A_i	f_i	$\hat{p}_i$	$n\hat{p}_i$	$f_i^2/n\hat{p}_i$
$A_1: x \le 129.5$	1	0.0087	0.73	
$A_2: 129.5 < x \le 134.5$	4	0.0519	4.36 $\}5.09$	4.91
$A_3: 134.5 < x \le 139.5$	10	0.1752	14.72	6.79
$A_4: 139.5 < x \le 144.5$	33	0.3120	26.21	41.55
$A_5: 144.5 < x \le 149.5$	24	0.2811	23.61	24.40
$A_6: 149.5 < x \le 154.5$	9	0.1336	11.22	10.02
$A_7: 154.5 < x < \infty$	3	0.0375	3.15 $\}14.37$	Σ =87.67

在 H_0 为真的前提下，X 的概率密度的估计为

$$\hat{f}(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\times 6}e^{-\frac{(x-143.8)^2}{2\times 6^2}}, -\infty < x < +\infty.$$

概率 $p_i = P(A_i)$ 有估计

如 $\hat{p}_2=\hat{P}(A_2)=\hat{P}\{129.5 \le x < 134.5\}=\Phi\left(\frac{134.5-143.8}{6}\right)-\Phi\left(\frac{129.5-143.8}{6}\right)$

$$=\Phi(-1.55)-\Phi(-2.38)=0.0519.$$

检验统计量的值为 $\chi^2=\sum_i f_i^2/n\hat{p}_i-n=87.67-84=3.67, n=84, k=5, r=2,$

$\chi^2_{1-\alpha}(k-r-1)=\chi^2_{0.9}(5-2-1)=\chi^2_{0.9}(2)=4.605>3.67,$

故在水平 0.1 下接受 H_0，认为样本服从正态分布.