1.判别下列正项级数的敛散性

(1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[n]{n}}$

(2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{4n^2+n}}$

(3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n-1}{2^n}$

(4) $\sum_{n=1}^{\infty}(\sqrt[4]{n^2+n}-\sqrt{n})$

(5) $\sum_{n=1}^{\infty}(\frac{1}{n}-\ln\frac{n+1}{n})$

(6) $\sum_{n=1}^{\infty}\int_0^{\frac{1}{n}}\frac{\sqrt{x}}{1+x}dx$

2.判别下列级数是否收敛？若收敛，是条件收敛还是绝对收敛？

$$(1)\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{n-\ln n}$$

$$(2)\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{\sin\frac{\pi}{n+1}}{\pi^{n+1}}$$

3.求下列幂级数的和函数

$$(1)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{2n}}{n}$$

$$(2)\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^{n}}{2n+1}$$

4.（1） 将$f(x)=x^2(-\pi\le x\le\pi)$展开成$Fourier$级数 。

（2） 求常数项级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$的和

5. 设$S(x)$是$f(x)=\begin{cases} e^{x}, 0<x\le \dfrac{\pi}{2} \\ e^{-x}, \dfrac{\pi}{2}<x<\pi \end{cases}$ 展开为正弦级数的和函数，求$S(\dfrac{3}{2}\pi)$的值 。

6. 设$f(x)$是周期为2π的周期函数，它在$[-\pi,\pi)$上的表达式为$|x|$，

则$f(x)$的$Fourier$级数为（）

$A.\ \dfrac{\pi}{2}-\dfrac{4}{\pi}\left[\cos x+\dfrac{1}{3^2}\cos 3x+\dfrac{1}{5^2}\cos 5x+\cdots+\dfrac{1}{(2n-1)^2}\cos(2n-1)x+\cdots\right]$

$B.\ \dfrac{2}{\pi}\left[\dfrac{1}{2^2}\sin 2x+\dfrac{1}{4^2}\sin 4x+\dfrac{1}{6^2}\sin 6x+\cdots+\dfrac{1}{(2n)^2}\sin 2nx+\cdots\right]$

$C.\ \dfrac{4}{\pi}\left[\cos x+\dfrac{1}{3^2}\cos 3x+\dfrac{1}{5^2}\cos 5x+\cdots+\dfrac{1}{(2n-1)^2}\cos(2n-1)x+\cdots\right]$

$D.\ \dfrac{1}{\pi}\left[\dfrac{1}{2^2}\cos 2x+\dfrac{1}{4^2}\cos 4x+\dfrac{1}{6^2}\cos 6x+\cdots+\dfrac{1}{(2n)^2}\cos 2nx+\cdots\right]$

课后思考题

1.设 $f(x)=x^2(0\le x<1)$, $S(x)$是$f(x)$展开为正弦级数的和函数，

$$S(x)=\sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\pi x, \text{其中}, b_n=2\int_0^1 f(x)\sin(n\pi x)dx, n=1,2,3\cdots$$

求$S(-\frac{1}{2}), S(\frac{1}{4})$

2.设函数 $f(x)$ 的周期为 2π，在 $(-\pi,\pi]$ 上的定义为 $f(x)=\begin{cases}0 & -\pi<x<0\\ x & 0\le x\le\pi\end{cases}$，则 $f(x)$ 的 Fourier 级数在 $x=\pi$ 处收敛于___________