本试卷适应范围 本科一年级

南京农业大学试题纸

2013-2014 学年 2 学期　课程类型：必修　试卷类型：A

课程<u>　线性代数　</u>　班级__________　学号__________　姓名__________　成绩________

说明：1.本试卷共 4 页.

2.请将解答写在试卷上.

一．　选择题（每小题 3 分，共 24 分）

1. 设A为n阶矩阵，且$|A|=2$，则$|A|\cdot|A^{\mathrm{T}}|=$（ ）

A. 2^n　B. 2^{n+1}　C. 2^{n-1}　D. 4

2. 设A和B均为n阶矩阵，且$(A-B)^2=A^2-2AB+B^2$，则必有（ ）

A. $A=E$　B. $B=E$　C. $AB=BA$　D. $A=B$

3. 设A是$s\times n$矩阵，则齐次线性方程组$Ax=0$有非零解的充要条件是（ ）

A. A 的行向量组线性无关　B. A 的列向量组线性无关

C. A 的行向量组线性相关　D. A 的列向量组线性相关

4. 齐次线性方程组$\begin{cases} 2x_1-x_2+x_3=0 \\ x_1+\lambda x_2-x_3=0 \\ \lambda x_1+x_2+x_3=0 \end{cases}$有非零解，则$\lambda$ 必须满足（ ）

A. $\lambda\neq -1$且$\lambda\neq 4$　B. $\lambda=-1$　C. $\lambda=-1$或$\lambda=4$　D. $\lambda=4$

5. 设4阶方阵A的秩为2，则其伴随矩阵A^* 的秩为（ ）

A. 3　B. 2　C. 1　D. 0

6. 已知$D=\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ a_2 & a_2 & a_4 & a_5 \\ a_3 & a_2 & a_5 & a_6 \\ a_4 & a_2 & a_6 & a_7 \end{vmatrix}$（$a_i\neq 0$），则$A_{13}+A_{23}+A_{33}+A_{43}=$（ ）.

A. -1　B. 0　C. 1　D. 2

7. 设$\alpha_1=(1,0,0)^T$，$\alpha_2=(1,1,0)^T$, $\alpha_3=(1,1,1)^T$, V是由α_1, α_2, α_3生成的向量空间

则V的维数为（ ）

A. 2　　B. 3　　C. 1　　D. 0

8. 若二次型$f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+x_2^2+5x_3^2+2ax_1x_2-2x_1x_3+4x_2x_3$为正定二次型，

则a应满足（ ）

A. $a\le -\frac{4}{5}$　　B. $a\ge -\frac{4}{5}$　　C. $a\ge 0$　　D. $-\frac{4}{5}<a<0$

二. 填空题（每小题 3 分，共 24 分）

1. 排列$1\ 3\ \cdots(2n-1)2\ 4\cdots(2n)$的逆序数是_________.

2. 设$A=\begin{pmatrix}1&0&0\\2&2&0\\3&3&3\end{pmatrix}$的伴随矩阵为$A^*$,则$\left(A^*\right)^{-1}=$______________.

3. 设x_1,x_2,x_3是方程$x^3+px+q=0$的三个根,则行列式$\begin{vmatrix}x_1&x_2&x_3\\x_3&x_1&x_2\\x_2&x_3&x_1\end{vmatrix}=$________.

4. 设n阶方阵A满足$A^2-3A-E=0$,则$A^{-1}=$____________.

5. 已知向量$\alpha=\left(1,3,2,4\right)^{\mathrm{T}}$与$\beta=\left(k,-1,-3,2k\right)^{\mathrm{T}}$正交,则$k=$__________.

6. 设A为m阶方阵，存在非零的$m\times n$矩阵B，使AB=0 的充要条件是________________.

7. 设矩阵$A=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix}$,则$A$的秩为__________.

8. 设三阶方阵A 的行列式$|A|$=12,已知A 的两个特征值分别为 -1和4，则另一个特征值是_______.

三. （本题 8 分）计算行列式：

$$D=\begin{vmatrix} 3 & 1 & -4 & 4 \\ 1 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}.$$

四．（本题 10 分）当λ取何值时, 非齐次线性方程组 $\begin{cases} -2x_1+x_2+x_3=-2 \\ x_1-2x_2+x_3=\lambda \\ x_1+x_2-2x_3=\lambda^2 \end{cases}$ 有解？并求出它的通解.

五．（本题 8 分）已知向量组$\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\2\\5\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}1\\1\\3\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}0\\1\\2\end{pmatrix},\alpha_4=\begin{pmatrix}0\\2\\2\end{pmatrix}$,求向量组$\alpha_1$ $\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$的一个最大无关组, 并把不属于最大无关组的向量用最大线性无关组表示.

六. （本题 8 分）设A是$n\times m$矩阵, B是$m\times n$矩阵,其中$n<m$, E 是n阶单位矩阵,

若$AB=E$,证明B的列向量组线性无关.

七. （本题 10 分） 求一个正交变换$x=Py$, 把二次型

$$f(x_1,x_2,x_3)=4x_1^2+4x_2^2+4x_3^2+4x_1x_2+4x_1x_3-4x_2x_3$$

化为标准形，并给出对应的标准形.

八. （本题 8 分） 设n阶矩阵A满足$A^2=A$, E为n阶单位阵 ,证明

$$R(A)+R(A-E)=n.$$

教研室主任______________ 出卷人___线性代数命题组___