# 大学物理电磁学总结

## 一、三大定律

库仑定律: 在真空中,两个静止的点电荷  $q_1$ 和  $q_2$ 之间的静电相互作用力与这两个点电荷所带电荷量的乘积成正比,与它们之间距离的平方成反比,作用力的方向沿着两个点电荷的连线,同号电荷相斥,异号电荷相吸。

$$\overrightarrow{F_{21}} = k \, \frac{q_1 q_2}{r^2} \, \overrightarrow{e_r}$$

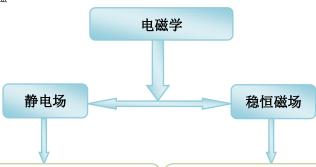
高斯定理: a) 静电场:  $\Phi_e = \prod_s \vec{E} \Box d\vec{S} = \frac{\sum_i q_i}{\varepsilon_0}$  (真空中)

b) 稳恒磁场: 
$$\Phi_m = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

环路定理: a) 静电场的环路定理:  $\iint_{\mathbb{R}} \overrightarrow{E} \cup d\overrightarrow{l} = 0$ 

b) 安培环路定理: 
$$\iint_L \vec{B} \Box d\vec{l} = \mu_0 \sum_L I_i$$
 (真空中)

## 二、对比总结电与磁



#### 电场强度: E

定义: 
$$\overrightarrow{E} = \frac{\overrightarrow{F}}{q_0}$$
 (N/C)

基本计算方法:

- 1、点电荷电场强度:  $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{e_r}$
- 2、电场强度叠加原理:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{r_i^2} \vec{e}_{ri}$$

3、连续分布电荷的电场强度:

$$\vec{E} = \int_{v} \frac{\rho dV}{4\pi\varepsilon_{0}r^{2}} \vec{e_{r}}$$

$$\vec{E} = \int_{s} \frac{\sigma dS}{4\pi\varepsilon_{0}r^{2}} \vec{e_{r}}, \quad \vec{E} = \int_{l} \frac{\lambda dl}{4\pi\varepsilon_{0}r^{2}} \vec{e_{r}}$$

- 4、高斯定理(后面介绍)
- 5、通过电势解得(后面介绍)

### 磁感应强度: B

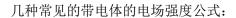
定义: 
$$B = \frac{dF}{Idl\sin\theta} (d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B})$$
 (T)

方向: 沿该点处静止小磁针的 N 极指向。 基本计算方法:

- 1、毕奥-萨伐尔定律:  $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{e_r}}{r^2}$
- 2、连续分布的电流元的磁场强度:

$$\vec{B} = \int d\vec{B} = \int \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{e_r}}{r^2}$$

- 3、安培环路定理(后面介绍)
- 4、通过磁通量解得 (后面介绍)



1、点电荷: 
$$\overrightarrow{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} \overrightarrow{e_r}$$

$$\vec{E} = \frac{qx}{4\pi\varepsilon_0 (R^2 + x^2)^{3/2}} \vec{i}$$

3、均匀带电无限大平面: 
$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

4、均匀带电球壳: 
$$E = 0(r < R)$$

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \vec{e_r} (r > R)$$

5、均匀带电球体: 
$$\vec{E} = \frac{q\vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 R^3} (r < R)$$

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \vec{e_r} (r > R)$$

6、无限长直导线: 
$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}$$

7、无限长直圆柱体: 
$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} O(r > R)$$

$$E = \frac{\lambda r}{4\pi\varepsilon_0 R^2} (r < R)$$

几种常见的磁感应强度公式:

1、 无限长直载流导线外: 
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

2、 圆电流圆心处: 
$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

3、 圆电流轴线上: 
$$B = \frac{\mu_0}{2} \frac{R^2 IN}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

(N 为线圈匝数)

4、 无限大均匀载流平面: 
$$B = \frac{1}{2} \mu_0 \alpha$$
 (  $\alpha$  是流过单位宽度的电流)

5、 无限长密绕直螺线管内部: 
$$B = \mu_0 nI$$
 ( $n$  是单位长度上的线圈匝数)

6、一段载流圆弧线在圆心处: 
$$B = \frac{\mu_0 I \varphi}{4\pi R}$$
 ( $\varphi$  是弧度角,以弧度为单位)

7、圆盘圆心处: 
$$B = \frac{\mu_0 \sigma \omega R}{2}$$

 $(\sigma$ 是圆盘电荷面密度, $\omega$ 圆盘转动的角速度)

电场强度通量: (N m² c<sup>-1</sup>)

$$\Phi_e = \int_{S} d\Phi_e = \int_{S} E \cos \theta dS = \int_{S} \vec{E} \, d\vec{S}$$

若为闭合曲面:  $\Phi_e = \int \vec{E} \Box d\vec{S}$ 

均匀电场通过闭合曲面的通量为零。

通量

磁通量: (wb)

$$\Phi_m = \int_s d\Phi_m = \int_s \vec{B} \Box d\vec{S} = \int_s B \cos\theta dS$$

若为闭合曲面:

$$\Phi_m = \prod_{m} \vec{B} \Box d\vec{S} = \prod_{m} B \cos \theta dS$$

静电场的高斯定理:

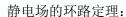
$$\Phi_e = \iint_{S} \vec{E} \Box d\vec{S} = \frac{\sum_{i} q_i}{\mathcal{E}}$$

注:静电场是有源场 可以求解*E*  高斯定理

磁场的高斯定理:

$$\Phi_m = \iint \vec{B} \Box d\vec{S} = 0$$

注: 磁场是无源场



$$\iint_{L} \vec{E} \Box d\vec{l} = 0$$

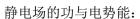
注:静电场力是保守力; 静电场是保守场、无旋场。



安培环路定理:

$$\iint_{L} \vec{B} \Box d\vec{l} = \mu_0 \sum_{l} I_{i}$$

注:磁场是有旋场。 可以就解**B** 



静电场的功: 
$$A_{ab} = \int_a^b q_0 \vec{E} \Box d\vec{l}$$

保守力的功等于势能的改变量

$$\therefore W_a = \int_a^{0} q_0 \vec{E} \, d\vec{l}$$

一般设无穷远点电势能为0

$$\therefore W_a = A_{a\infty} = \int_a^{\infty} q_0 \vec{E} \Box d\vec{l}$$

$$\therefore A_{ab} = W_a - W_b$$

## 磁场对电流的作用:

环路定理

1、磁场对载流导线的作用:

$$\overrightarrow{F} = \int d\overrightarrow{F} = \int_{L} I d\overrightarrow{l} \times \overrightarrow{B}$$

2、均匀磁场对平面在流线圈 的作用:

$$\overrightarrow{M} = \overrightarrow{m} \times \overrightarrow{B}$$
 ( $\overrightarrow{M}$  为磁力矩)

$$\vec{m} = NIS\vec{e_n} \quad (m)$$
 为磁偶极子)

磁力的功:

$$A = \int_{\Phi_{m1}}^{\Phi_{m2}} Id\Phi_{m}$$

$$=I(\Phi_{m2}-\Phi_{m1})=I\Delta\Phi_{m}$$

## 磁场对运动电荷的作用:

1、只有磁场: (洛伦兹力)

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

由于洛伦兹力与速度始终垂直,所以洛伦兹力对运动电荷 做的功恒等于零。

2、既有电场又有磁场:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

3、霍尔效应:

$$U_{ab} = R_H \frac{IB}{d} , \quad (R_H = \frac{1}{nq})$$

# 电势与电势差: (V)

电势: (一般设无穷远点无电势零点)

$$V_a = \frac{W_a}{q_0} = \int_a^\infty \vec{E} \, d\vec{l}$$

电势差: 
$$U_{ab} = V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \, \Box d\vec{l}$$

#### 电势的计算:

1、点电荷电场中的电势:

$$V_a = \int_r^\infty \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \Box dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

2、点电荷系电场中的电势:

$$V_a = \sum_{i=1}^{n} V_{ai} = \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i}$$

3、电荷连续分布带电体电场中的电势:

$$V_a = \int \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

场强与电势:

$$\vec{E} = -(\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}) = -gradV$$

# 一些常见带电体的电势:

1、点电荷电势: 
$$V(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r}$$

2、均匀带电圆环轴线上一点电势:

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{(R^2 + x^2)^{1/2}}$$

3、均匀带电球体的电势:

$$V(r) = \frac{q}{8\pi\epsilon} \frac{q}{R} (3 - \frac{r^2}{R^2})(r < R)$$

$$V(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} (r > R)$$

4、均匀带电球面的电势:

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{R} (r < R)$$

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r} (r > R)$$

电介质电容率:

大于1)

 $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$  ( $\varepsilon_r$  为相对 电容率,其值除真空均 电介质的极化:

- 1、无极分子的位移极化
- 2、有机分子的取向极化

#### 磁介质的磁化:

- 1、磁介质在外磁场中产 生附加磁矩  $\Delta m$
- **2**、磁介质磁化后产生束 缚电流。

磁介质磁导率:

 $\mu = \mu_0 \mu_r$ ( $\mu_r$  为相对

磁导率,其值在真空中 为1)

$$E = E_0 / \varepsilon_r$$

电位移矢量 **D**:

$$\overrightarrow{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_{,,} \overrightarrow{E} = \varepsilon \overrightarrow{E} (C m^{-2})$$

有电介质的高斯定理:

$$\iint_{S} \overrightarrow{D} \Box d\overrightarrow{S} = \sum_{i} q_{0i}$$

 $q_{0i}$ 为自由电荷。

 $B = B_0 \mu_r$ 

磁场强度矢量 H:

$$\overrightarrow{H} = \frac{\overrightarrow{B}}{\mu_0 \mu_r} = \frac{\overrightarrow{B}}{\mu} (A \ m^{-1})$$

有电介质的安培环路定理定理:

$$\iint_L \overrightarrow{H} \Box d\overrightarrow{l} = \sum_L I_{\not\in}$$

## 电场的能量

电场能量体密度:  $w_e = \frac{W_e}{V} = \frac{1}{2} \varepsilon E^2 = \frac{1}{2} DE$ 

电场静电能:  $W_e = \int_V w_e dV = \int_V \frac{1}{2} \varepsilon E^2 dV$ 

磁场的能量

磁场能量体密度:  $w_m = \frac{W_m}{V} = \frac{B^2}{2\mu} = \frac{1}{2}BH$ 

电场静电能:  $W_m = \int_V w_m dV = \int_V \frac{B^2}{2\mu} dV$ 

## 导体在静电场中:

- 1、导体静电平衡条件:  $E_{\rm h}=0$ 和 $E_{\rm min}$  上表面
- 2、用电势来表述:整个导体是等势体。 静电场平衡条件下的电荷分布:
- 1、导体内部没有净电荷存在,电荷分布在导体表面。
- 2、导体表面附近任一点的电场强度和该处电荷密度

的关系为: 
$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

## 磁介质的分类:

顺磁质 ( $\mu_r > 1$ ), 磁质 ( $\mu_r < 1$ ), 磁质 ( $\mu_r > > 1$ )

铁磁质的主要特征:

- (1) 高磁导率
- (2) 非线性
- (3) 具有磁滞现象



电容器的电容:

$$C = \frac{q}{V_1 - V_2}$$



$$L = \frac{\Psi}{I}$$
(単位H)

电感L

$$M = M_{12} = M_{21}$$
$$= \frac{\Phi_{m21}}{I_1}$$

计算电容思路:

 $C = \frac{q}{V}$ 

$$Q \to \overrightarrow{E}(\overrightarrow{D}) \to V \to C$$

(单位F、µF、pF)

常见电容器:

- 1、平行板电容器:  $C = \varepsilon_0 \varepsilon_r S/d$
- 2、球形电容器:  $C = \frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R_1 R_2}{R_2 R_1}$
- 3、同轴电缆:  $C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r L}{\ln\frac{R_a}{R}}$

计算自感思路:

$$\vec{B}(\vec{H}) \rightarrow \Phi \rightarrow \Psi \rightarrow L$$

常见线圈自感:

- 1、长直螺线管:  $L = \mu_0 n^2 lS$
- 2、无磁芯环形密绕线圈:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln \frac{R}{r}$$

自感电动势:  $\varepsilon = -L \frac{dI}{L}$ 

(后面不再介绍)

常见的线圈互感:

1、两同轴长螺线管间互感:

$$M = \frac{\mu_0 \pi R^2 N_1 N_2}{L}$$

2、一长直导线与相聚为 d 的矩形线框:

$$M = \frac{\mu_0 Nl}{2\pi} \ln \frac{d+a}{d}$$

$$\varepsilon_{21} = -M_{21} \frac{dI_1}{dt}$$

(后面不再介绍)

电能: 
$$W_e = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2}qU = \frac{1}{2}CU^2$$

磁能: 
$$W_m = \int_0^I LIdI = \frac{1}{2}LI^2$$

电磁感应: 法拉第电磁感应定律  $\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt}$ 

动生电动势:导体或导体回路在稳恒磁场中运动, 或导体回路的形状在稳恒磁场中变化时所产生的 感应电动势。

$$\varepsilon = \int_a^b \overrightarrow{E_k} \Box d\overrightarrow{l} = \int_a^b (\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B}) \Box d\overrightarrow{l}$$

产生电动势的非静电力是洛伦兹力的一个分力。

感生电动势:导体回路固定不动,穿过回路磁通量 的变化仅仅是由于磁场变化所引起的感应电动势。

$$\varepsilon = \iint_{L} \overrightarrow{E_{v}} \Box d\overrightarrow{l} = -\frac{d\Psi}{dt} = -\iint_{S} \frac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t} \Box d\overrightarrow{S}$$

变化的磁场激发有旋电场作用于自由电荷引起感应 电动势。

楞次定律:(用于判断感应电流的方向)

闭合回路中,感应电流的方向总是使得它自身产生的磁通量反抗引起磁感应电流的磁通量的变化。

三、麦克斯韦电磁场理论简介。

1、电场的高斯定理。

$$\iint_{\mathcal{S}} \overrightarrow{D} \square d\overrightarrow{S} = \iint_{\mathcal{S}} \overrightarrow{D}^{(1)} \square d\overrightarrow{S} + \iint_{\mathcal{S}} \overrightarrow{D}^{(2)} \square d\overrightarrow{S} = \sum_{\text{oth}} q_{0i}$$

 $\overrightarrow{D}^{^{(1)}}$ : 静电场电位移矢量  $\overrightarrow{D}^{^{(2)}}$ : 有旋电场电位移矢量

2、法拉第电磁感应定律。

$$\iint_{L} \vec{E} \Box d\vec{l} = \iint_{L} \vec{E}^{(1)} \Box d\vec{l} + \iint_{L} \vec{E}^{(2)} \Box d\vec{l} = -\frac{d\Phi_{m}}{dt}$$

 $ec{E}^{^{(1)}}$ :静电场电场强度  $ec{E}^{^{(2)}}$ :有旋电场电场强度

3、磁场的高斯定理。

$$\iint_{\vec{B}} \vec{B} \Box d\vec{S} = \iint_{\vec{B}} \vec{B}^{(1)} \Box d\vec{S} + \iint_{\vec{B}} \vec{B}^{(2)} \Box d\vec{S} = 0$$

 $\vec{\textit{B}}^{^{(1)}}$ :传导电流产生的磁感应强度  $\vec{\textit{B}}^{^{(2)}}$ :位移电流产生的磁感应强度

4、全电流安培环路定理。

$$\iint_{L} \overrightarrow{H} \square d\overrightarrow{l} = \iint_{L} \overrightarrow{H}^{(1)} \square d\overrightarrow{l} + \iint_{L} \overrightarrow{H}^{(2)} \square d\overrightarrow{l} = \sum_{L} I + \frac{d\Phi_{D}}{dt} = I_{\pm}$$

 $\overrightarrow{H}^{^{(1)}}$ :传导电流产生的磁场强度矢量  $\overrightarrow{H}^{^{(2)}}$ :位移电流产生的磁场强度矢量