

Vaje 15.2.2022: Bernsteinovi bazni polinomi, element najboljše aproksimacije

1. Bernsteinovi bazni polinomi

- Zapišite in narišite Bernsteinove bazne polinome za $n = 0, 1, 2$.
- Kakšne so vrednosti polinomov v točkah $x = 0$ in $x = 1$ za poljuben n ?
- Matlab*: V Matlabu pripravite skripto, ki izračuna vrednost Bernsteinovega baznega polinoma za dane n, i in x . Program naj bo napisan tako, da lahko sprejme tudi vektor vrednosti \mathbf{x} . Narišite Bernsteinove bazne polinome za $n = 5$. Koliko je $B_5^{10} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$?

Rešitev: naloga 1.2 v Gradivo s predavanj in vaj.

2. Bernsteinov polinom

- Zapišite Bernsteinov polinom $\mathcal{B}_2 f$ za funkcijo f , podano s predpisom

$$f(x) = \frac{1}{3x + 1},$$

in ga izrazite v potenčni bazi.

- Matlab*: V Matlabu izračunajte in narišite še Bernsteinove polinome $\mathcal{B}_n f$ za stopnje $n = 3, 4, \dots, 10$ ter si oglejte vrednosti $\|f - \mathcal{B}_n f\|_{\infty, X_{1000}}$, pri čemer je

$$X_{1000} = \left\{ \frac{i}{1000}, i = 0, 1, \dots, 1000 \right\}.$$

Rešitev: naloga 1.3 v Gradivo s predavanj in vaj.

3. Pokažite, da velja:

$$\mathcal{B}_n p_2 = x^2 + \frac{1}{n}x(1-x).$$

- Element najboljše aproksimacije*. Naj bo $\mathbb{X} = \mathbb{R}^2$ in $\mathbf{x} = \left(\frac{1}{2}, 1\right) \in \mathbb{X}$. Poiščite element najboljše aproksimacije za \mathbf{x} v podprostorih

$$\mathbb{Y}_1 = \left\{ \alpha(1, 1) \in \mathbb{R}^2, \alpha \in \mathbb{R} \right\} \quad \text{in} \quad \mathbb{Y}_2 = \left\{ \alpha(1, 0) \in \mathbb{R}^2, \alpha \in \mathbb{R} \right\}$$

glede na vektorski normi $\|\cdot\|_2$ in $\|\cdot\|_\infty$.

Rešitev: naloga 1.4 v Gradivo s predavanj in vaj.