

Numerične metode 2 2021/22

1.domača naloga, 2.del

Rešitve stisnite v ZIP datoteko z imenom `ime-priimek-vpisna-dn1.zip` in jih oddajte preko učilnice najkasneje dan pred kvizom.

1. Višanje stopnje Bézierjeve krivulje.

Bézierjevo krivuljo \mathbf{b} stopnje n s kontrolnimi točkami \mathbf{b}_i , $i = 0, 1, \dots, n$, lahko predstavimo kot Bézierjevo krivuljo stopnje $n + 1$ s kontrolnimi točkami \mathbf{c}_i , $i = 0, 1, \dots, n + 1$. Točke \mathbf{c}_i določimo kot:

$$\mathbf{c}_0 = \mathbf{b}_0, \quad \mathbf{c}_i = \frac{i}{n+1} \mathbf{b}_{i-1} + \left(1 - \frac{i}{n+1}\right) \mathbf{b}_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad \mathbf{c}_{n+1} = \mathbf{b}_n.$$

V Matlabu pripravite funkcijo, ki iz danih kontrolnih točk \mathbf{b}_i Bézierjeve krivulje stopnje n izračuna kontrolne točke \mathbf{c}_i Bézierjeve krivulje stopnje $n + 1$. Delovanje programa preverite na točkah:

$$\mathbf{b}_0 = \left(-\frac{5}{3}, 0\right), \quad \mathbf{b}_1 = \left(-\frac{16}{3}, \frac{4}{3}\right), \quad \mathbf{b}_2 = \left(-2, \frac{16}{3}\right), \quad \mathbf{b}_3 = \left(0, \frac{18}{5}\right), \quad \mathbf{b}_4 = \left(\frac{8}{3}, 2\right).$$

- (a) Kolikšna je vsota abscis dobljenih kontrolnih točk Bézierjeve krivulje stopnje 5?
- (b) Katera izmed točk \mathbf{c}_i , $i = 0, 1, \dots, 5$, je najbolj oddaljena od koordinatnega izhodišča? Kolikšna je njena razdalja do izhodišča?

2. Chaikinov postopek.

Chaikinov postopek je iteracijski postopek, ki iz zaporedja točk $\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_{m+1}$ generira zaporedja, za katera velja, da konvergirajo k zvezno odvedljivemu kvadratičnemu zlepku. Na začetku postavimo

$$\mathbf{p}_i^{(0)} = \mathbf{p}_i, \quad i = 0, 1, \dots, m + 1,$$

nato pa v vsakem koraku $k = 1, 2, \dots$ rekurzivno izračunamo novo zaporedje točk

$$\mathbf{p}_i^{(k)}, \quad i = 0, 1, \dots, 2^k m + 1,$$

s formulama

$$\mathbf{p}_{2j}^{(k)} = \frac{3}{4} \mathbf{p}_j^{(k-1)} + \frac{1}{4} \mathbf{p}_{j+1}^{(k-1)}, \quad \mathbf{p}_{2j+1}^{(k)} = \frac{1}{4} \mathbf{p}_j^{(k-1)} + \frac{3}{4} \mathbf{p}_{j+1}^{(k-1)}, \quad j = 0, 1, \dots, 2^{k-1} m,$$

za sode in lihe indekse.

V Matlabu sestavite metodo, ki za dano naravno število k izvede k korakov Chaikinovega postopka na podanem zaporedju točk $\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_{m+1}$. Naredite dva koraka postopka na točkah:

$$\mathbf{p}_0 = (4, 2), \quad \mathbf{p}_1 = (1, 4), \quad \mathbf{p}_2 = (-2, 4), \quad \mathbf{p}_3 = (-4, -1), \quad \mathbf{p}_4 = (-2, -3), \quad \mathbf{p}_5 = (2, -2).$$

Koliko je $\|\mathbf{p}_0^{(2)} - \mathbf{p}_{17}^{(2)}\|_2$?