

# Ravninske krivulje s pitagorejskim hodogramom

Tit Arnšek, Damijan Randl

Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko  
Geometrijsko podprto računalniško oblikovanje

Januar 2023

1. Ravninske krivulje s pitagorejskim hodografom
2. Bézierjeve kontrolne točke krivulj s PH
3. Parametrična hitrost in dolžina loka
4. Odvod krivulje
5. Racionalni odmiki krivulj s PH

# Kubične PH krivulje

- ▶ Primitivni PH:  $w = 1$ ,  $\max \{\deg(u), \deg(v)\} = 1$
- ▶ Zapišimo  $u$  in  $v$  v Bernsteinovi bazi:

$$u(t) = u_0 B_0^1(t) + u_1 B_1^1(t)$$

$$v(t) = v_0 B_0^1(t) + v_1 B_1^1(t)$$

Pri tem predpostavimo, da velja  $u_0 : u_1 \neq v_0 : v_1$ .

- ▶ Po zgornjem izreku tako dobimo hodograf

$$x'(t) = (u_0^2 - v_0^2) B_0^2(t) + (u_0 u_1 - v_0 v_1) B_1^2(t) + (u_1^2 - v_1^2) B_2^2(t),$$

$$y'(t) = 2u_0 v_0 B_0^2(t) + (u_0 v_1 + u_1 v_0) B_1^2(t) + 2u_1 v_1 B_2^2(t).$$

- Kubično PH krivljo tako zapišemo

$$r(t) = (x(t), y(t))^T = \sum_{i=0}^n b_k B_k^n(t)$$

kjer sta  $x$  in  $y$  izražena kot

$$x(t) = \int_0^t (u^2(t) - v^2(t)) dt,$$

$$y(t) = \int_0^t (2u(t)v(t)) dt$$

- Pravilo za integriranje Bernsteinovih baznih polinomov:

$$\int B_k^n(t) dt = \frac{1}{n+1} \sum_{j=k+1}^{n+1} b_k^{n+1}(t)$$

- Integracija nam tako poda kontrolne točke kubične Bézierjeve krivulje

$$\mathbf{b}_1 = \mathbf{b}_0 + \frac{1}{3}(u_0^2 - v_0^2, 2u_0v_0)^T,$$

$$\mathbf{b}_2 = \mathbf{b}_1 + \frac{1}{3}(u_0u_1 - v_0v_1, u_0u_1 + v_0v_1)^T,$$

$$\mathbf{b}_3 = \mathbf{b}_2 + \frac{1}{3}(u_1^2 - v_1^2, 2u_1v_1)^T,$$

Pri čemer je  $\mathbf{b}_0$  poljubna kontrolna točka, ki ustreza konstantam pri integraciji.