# Projet Bayes. Dugongs: nonlinear growth curve

Anass AL AMMIRI

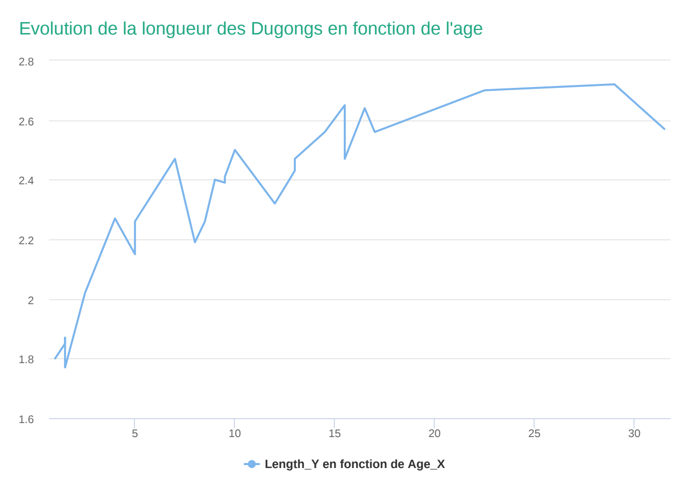


## Présentation des données:

Les données sont des mesures de longueur et d’âge pour 27 dugongs (vaches de mer) capturés. Le dugong est une espèce de mammifères marins herbivores au corps fuselé, vivant sur les littoraux de l’océan Indien, de l’océan Pacifique ouest et de la mer Rouge. Il fait partie, avec les trois espèces de lamantins, de l’ordre des siréniens. [1]

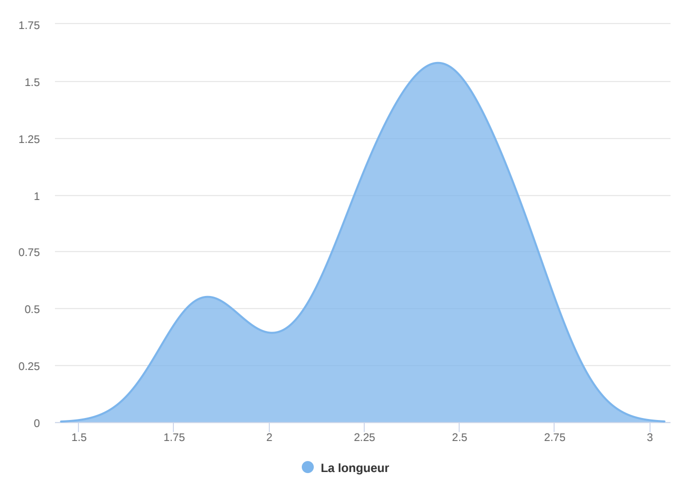
```
X <- c(1, 1.5, 1.5, 1.5, 2.5, 4, 5, 5, 7, 8, 8.5, 9, 9.5, 9.5, 10,
12, 12, 13, 13, 14.5, 15.5, 15.5, 16.5, 17, 22.5, 29, 31.5)
Y <- c(1.8, 1.85, 1.87, 1.77, 2.02, 2.27, 2.15, 2.26, 2.47, 2.19,
2.26, 2.4, 2.39, 2.41, 2.5, 2.32, 2.32, 2.43, 2.47, 2.56, 2.65,
2.47, 2.64, 2.56, 2.7, 2.72, 2.57)
data <- data.frame(X,Y)
colnames(data) <- c("Age_X","Length_Y")
head(data)
```

```
##   Age_X Length_Y
## 1   1.0     1.80
## 2   1.5     1.85
## 3   1.5     1.87
## 4   1.5     1.77
## 5   2.5     2.02
## 6   4.0     2.27
```




On observe qu’il y a une tendance générale à ce que la longueur augmente avec l’âge. Mais cette tendance n’est pas constante (parfois elle diminue) et non linéaire.

```
hc <- hchart(
  density(data$Length_Y),
  type = "area", name = "La longueur"
  )
hc
```




La densité indique que le modèle pourrait être un mélange gaussien.

## Modélisation:

On considère le modèle suivant:

$$Y_i \sim \text{Normal}(\mu_i, \tau), \quad i = 1, \ldots, 27$$

$$\mu_i = \alpha - \beta\gamma^X \quad \alpha, \beta > 1; 0 < \gamma < 1$$

### Lois conditionnelles pleines :

On calcule les lois conditionnelles pleines des diff erents paraèetres que l’on fera´evoluer dans notre algorithme MCM.

$$\pi(\beta \mid \ldots) \propto \prod_{i=1}^{n} \pi\left(y_i \mid \alpha, \beta, \gamma, \tau\right) \times \pi(\beta)$$

$$\pi(\beta \mid \ldots) \propto \prod_{i=1}^{n} \left[\tau^{1/2} e^{-\frac{(Y_i - \alpha + \beta\gamma^{x_i})^2 \tau}{2}}\right] \times \pi(\beta)$$

$$\text{avec } \pi(\beta) \propto e^{\left(-\frac{\beta^2 .10^{-6}}{2}\right)}$$

$$\pi(\beta \mid \ldots) \propto \tau^{n/2} \times e^{-\frac{\sum_{i=1}^{n}\left[(Y_i - \alpha + \beta\gamma^{x_i})^2 \tau\right]}{2}} \times e^{\left(-\frac{\beta^2 .10^{-6}}{2}\right)}$$

$$\pi(\alpha \mid \ldots) \propto \prod_{i=1}^{n} \pi\left(y_i \mid \alpha, \beta, \gamma, \tau\right) \times \pi(\alpha)$$

$$\pi(\alpha \mid \ldots) \propto \prod_{i=1}^{n} \left[\tau^{1/2} e^{-\frac{(Y_i - \alpha + \beta\gamma^{x_i})^2 \tau}{2}}\right] \times \pi(\alpha)$$

$$\text{avec } \pi(\alpha) \propto e^{\left(-\frac{\alpha^2 .10^{-6}}{2}\right)}$$

$$\pi(\alpha \mid \ldots) \propto \tau^{n/2} \times e^{-\frac{\sum_{i=1}^{n}\left[(Y_i - \alpha + \beta\gamma^{x_i})^2 \tau\right]}{2}} \times e^{\left(-\frac{\alpha^2 .10^{-6}}{2}\right)}$$

$$\pi(\tau \mid \ldots) \propto \prod_{i=1}^{n} \pi\left(y_i \mid \alpha, \beta, \gamma, \tau\right) \times \pi(\tau)$$

$$\text{avec } \pi(\tau) \ \sim \Gamma(0.001, 0.001)$$

$$\pi(\tau \mid \ldots) \propto \prod_{i=1}^{n} \left[\tau^{1/2} e^{-\frac{(Y_i - \alpha + \beta\gamma^{x_i})^2 \tau}{2}}\right] \times \frac{1}{\tau} \times 1_{[0,+\infty[}\tau$$

$$\pi(\tau \mid \ldots) \propto \tau^{n/2} \times e^{-\frac{\sum_{i=1}^{n}\left[(Y_i - \alpha + \beta\gamma^{x_i})^2 \tau\right]}{2}} \times \frac{1}{\tau} \times 1_{[0,+\infty[}\tau e$$

$$\pi(\gamma \mid \ldots) \propto \prod_{i=1}^{n} \pi\left(y_i \mid \alpha, \beta, \gamma, \tau\right) \times \pi(\gamma)$$

$$\pi(\gamma \mid \ldots) \propto \prod_{i=1}^{n} \left[\tau^{1/2} e^{-\frac{(Y_i - \alpha + \beta\gamma^{x_i})^2 \tau}{2}}\right] \times \pi(\gamma)$$

$$\pi(\gamma \mid \ldots) \propto \tau^{n/2} \times e^{-\frac{\sum_{i=1}^{n}\left[(Y_i - \alpha + \beta\gamma^{x_i})^2 \tau\right]}{2}} \times 1_{]0,1[}\gamma$$

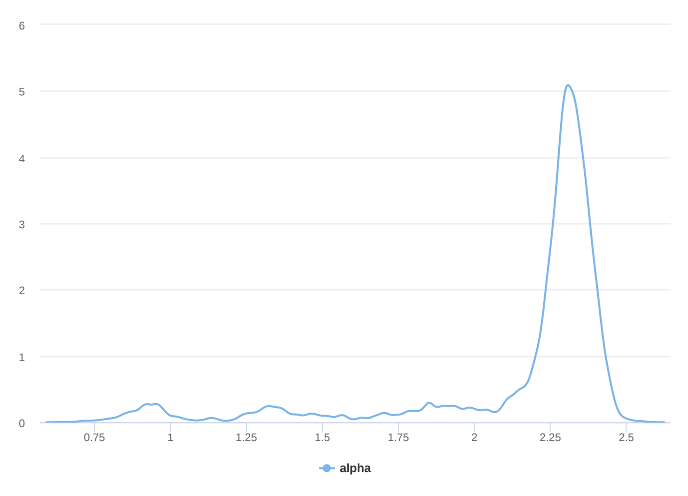
### La fonction:

```
dugong <- function(age, Y, nc = 10^4, prop_sd = c(0.1,1,1,1)){
  init <- c(2,1.5,1,0.9)
  chain <- matrix(NA, nc + 1, 4)
  chain[1,] <- init
  acc_rates <- rep(0, 4)
  n<-length(Y)
  sig<-1000 #car on doit prendre une grande variance
  for (iter in 1:nc){
    current <- chain[iter,]
    for (j in 1:2){
      prop <- current
      prop[j] <- rlnorm(1 ,meanlog = log(current[j]),prop_sd[j])
      kernel.ratio<-(prop[j]/current[j])
      top<-sum(dnorm(Y,prop[1] + prop[2]*prop[4]^age,1/sqrt(prop[3]),log=TRUE))+

      bottom <- sum(dnorm(Y,current[1]+current[2]*current[4]^age,1/sqrt(current[
      acc_prob <- exp(top - bottom)*kernel.ratio

      if (runif(1) < acc_prob){
            current <- prop
            acc_rates[j] <- acc_rates[j] + 1
           }
        }
      prop <- current
      prop[3] <- rlnorm(1 ,meanlog = log(current[3]),prop_sd[3])

      kernel.ratio<-(prop[3]/current[3])

      top <- sum(dnorm(Y,prop[1] + prop[2]*prop[4]^age,1/sqrt(prop[3]),log=TRUE)
      bottom <-sum(dnorm(Y,current[1] + current[2]*current[4]^age,1/sqrt(current

      acc_prob <- exp(top - bottom)*kernel.ratio

      if (runif(1) < acc_prob){
            current <- prop
            acc_rates[3] <- acc_rates[3] + 1
           }
      prop <- current
      prop[4] <- rlnorm(1, meanlog = log(current[4]), prop_sd[4])

      kernel.ratio<-(prop[4]/current[4])
      top <-sum(dnorm(Y,prop[1] + prop[2]*prop[4]^age,1/sqrt(prop[3]),log=TRUE))
      bottom <- sum(dnorm(Y,current[1] + current[2]*current[4]^age,1/sqrt(curren
      acc_prob <- exp(top - bottom)*kernel.ratio

      if ((runif(1) < acc_prob)&(prop[4]<1)){
            current <- prop
            acc_rates[4] <- acc_rates[4] + 1
           }
    chain[iter+1,] <- current
  }
  return(list(chain = chain, acc_rates = acc_rates / nc))
}
```

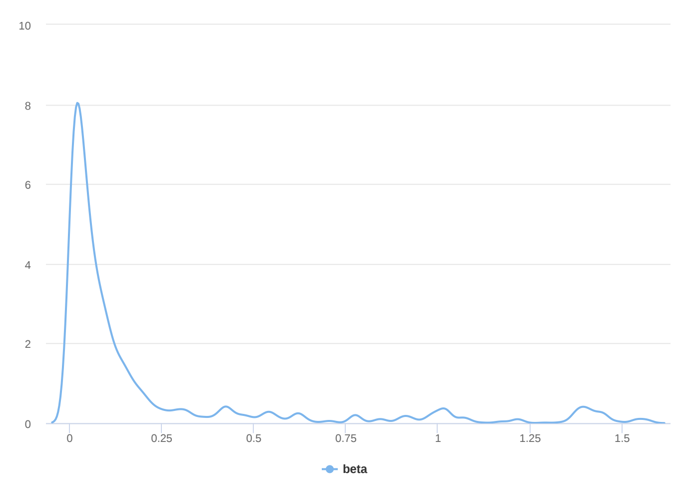
```
nc=10000
params <- dugong(X, Y, nc )
```

## Résultats:

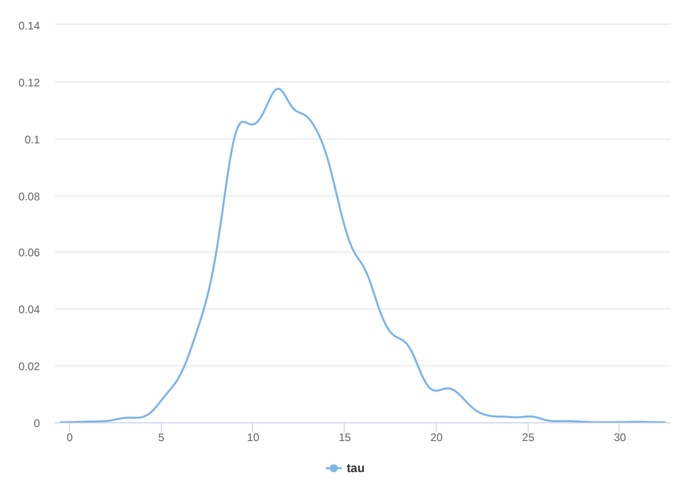
```
hc <- hchart(
  density(params$chain[,1]),
  type = "line", name = "alpha"
  )
hc
```



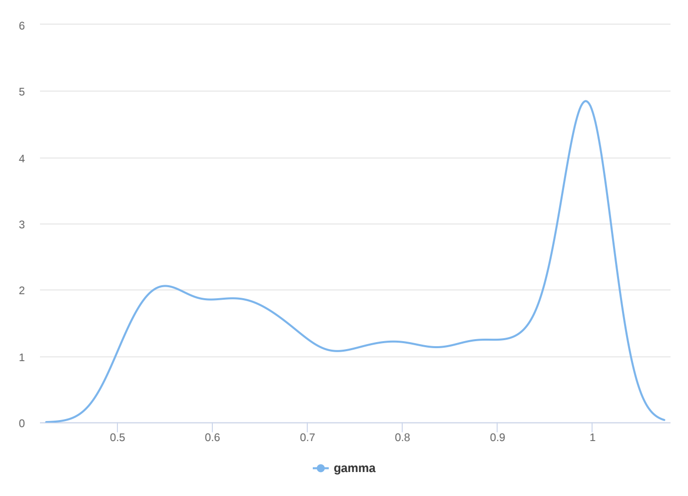

```
hc <- hchart(
  density(params$chain[,2]),
  type = "line", name = "beta"
  )
hc
```




```
hc <- hchart(
  density(params$chain[,3]),
  type = "line", name = "tau"
  )
hc
```




```
hc <- hchart(
  density(params$chain[,4]),
  type = "line", name = "gamma"
  )
hc
```




```
print("Taux d'acceaptation")
```

```
## [1] "Taux d'acceaptation"
```

```
params$acc_rates
```

```
## [1] 0.3186 0.5797 0.3170 0.1674
```

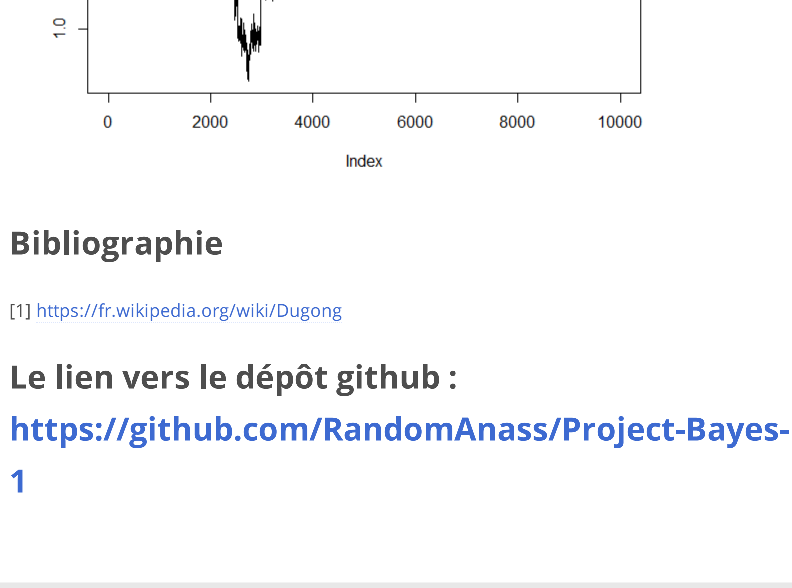
```
tail(params$chain)
```

```
##              [,1]         [,2]     [,3]      [,4]
##  [9996,] 2.355882 0.0045530704 15.75181 0.5845778
##  [9997,] 2.355882 0.0045530704 15.75181 0.5845778
##  [9998,] 2.270850 0.0009428329 15.75181 0.6037946
##  [9999,] 2.270850 0.0009428329 15.75181 0.6037946
## [10000,] 2.270850 0.0008714876 15.75181 0.6034488
## [10001,] 2.270850 0.0014386735 15.75181 0.6034488
```

Pour alpha nous avons obtenu le même résultat que dans le document que nous avions. pour les autres nous avons quelques différences, (la série n’est pas vraiment aussi lisse, mais avec highcharter nous pouvons voir les changements de façon plus régulière). Par exemple le graphique de alpha :

```
plot(params$chain[,1], type = "line", ylab = "alpha")
```

```
## Warning in plot.xy(xy, type, ...): plot type 'line' will be truncated to firs
## character
```




## Bibliographie


[1] https://fr.wikipedia.org/wiki/Dugong


## Le lien vers le dépôt github : https://github.com/RandomAnass/Project-Bayes-1