

# Relazione 5: Oscillatore a ponte di Wien ed a rilassamento

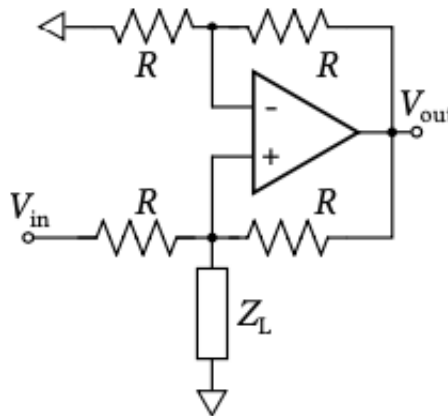
**Gruppo MER3:** Ziglio Simone, Furlan Riccardo\*

8 novembre 2021

## 1 Introduzione

In quest'esperienza abbiamo costruito e caratterizzato due circuiti che implementano oscillatori: l'oscillatore a ponte di Wien e l'oscillatore a rilassamento. Dal momento che il primo di questi circuiti utilizza una lampadina come resistenza variabile abbiamo inizialmente misurato la caratteristica I-V di questo elemento tramite una sorgente di corrente Howland.

## 2 Sorgente di corrente di Howland



**Figura 1:** Sorgente di corrente Howland

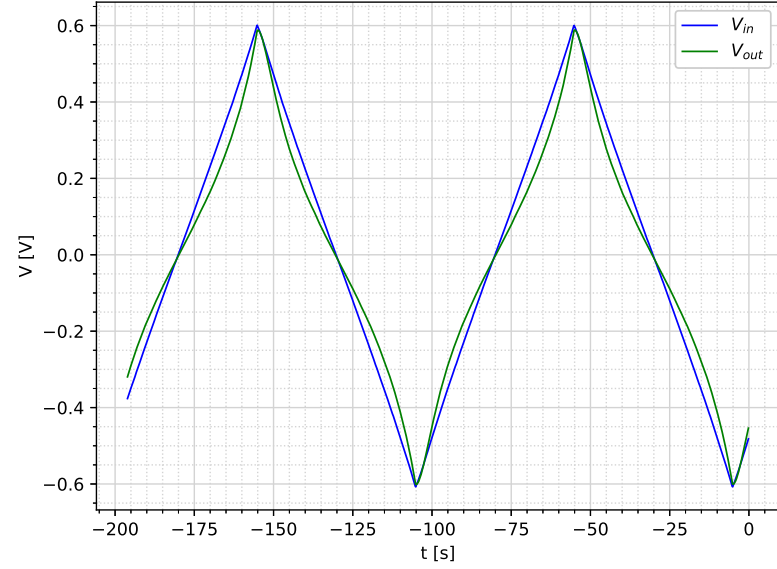
Il primo circuito realizzato [1](#) è visibile nella Figura [7a](#). Abbiamo utilizzato come componenti un op-amp OP07, quattro resistenze da  $100\ \Omega$  e una lampadina come carico  $Z_L$ ; il circuito risulta essere una sorgente di corrente su questo carico. L'obiettivo è quello di ottenere la curva I-V caratteristica della lampadina, in modo da comprendere meglio il funzionamento del ponte di Wien.

A questo scopo immettiamo nel circuito un segnale  $V_{IN}$  dato da un'onda triangolare di ampiezza  $1.5\ V$  e frequenza  $0.01\ Hz$ ; effettuiamo misure di  $V_{in}$  e  $V_{out}$  salvando tramite l'oscilloscopio una forma d'onda contenente due periodi. A partire da queste ddp otteniamo la corrente che scorre nella lampadina  $I_L = \frac{V_{in}}{R}$ .

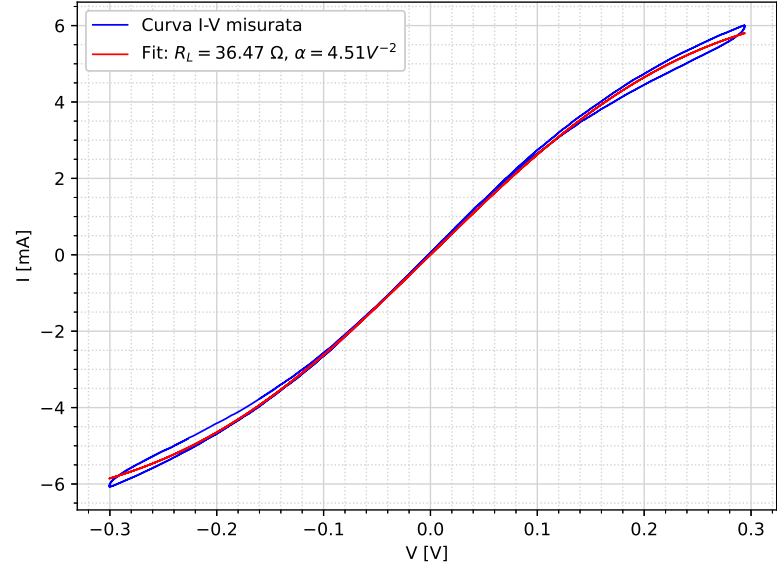
Per ottenere questa formula, basta approssimare l'impedenza in ingresso del pin non invertente come infinita e che la stessa corrente che scorre attraverso  $R$ , scorra nel carico  $Z_L$ . La tensione ai capi del carico è invece ottenuta dal partitore di due resistenze uguali, perciò  $V_L = \frac{V_{out}}{2}$ .

---

\*E-mail: [simone.ziglio-1@studenti.unitn.it](mailto:simone.ziglio-1@studenti.unitn.it) - [riccardo.furlan@studenti.unitn.it](mailto:riccardo.furlan@studenti.unitn.it)



(a)



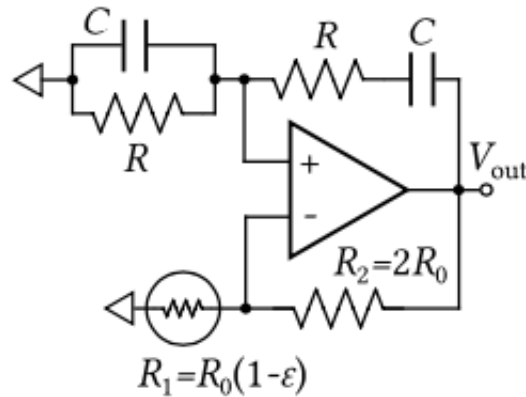
(b)

Osserviamo come la dipendenza sia evidentemente non lineare a causa della presenza della lampadina ed effettuiamo quindi una regressione al modello:

$$I_L(V_L) = \frac{V_L}{R_L(1 + \alpha V_L^2)} \quad \text{utilizzando } V_L \text{ e } I_L \text{ rispettivamente in } V \text{ e } A \quad (1)$$

Effettuando un fit (figura 2b) otteniamo come parametri  $R_L = 36.47\Omega$  e  $\alpha = 4.51 V^{-2}$ . La dipendenza quadratica dell'impedenza della lampadina in  $V_L$  contenuta nel modello discende dall'effetto Joule: la dissipazione resistiva all'interno dei fili ne fa aumentare la temperatura e di conseguenza la resistività.

### 3 Oscillatore a ponte di Wien



**Figura 3:** Oscillatore di Wien

Costruiamo il circuito in figura 3 (e 7b) utilizzando un op-amp OP07, due resistenze  $R = 100 k\Omega$ , due capacità  $C = 10 nF$ , una resistenza  $R_2 = 100 \Omega$  e la lampadina come resistenza variabile  $R_1$ . Osserviamo un transiente iniziale, nel quale le oscillazioni risultano smorzate da decadimenti esponenziali sempre meno accennati; nel giro di tre decadimenti il circuito arriva a regime e si osserva

$V_{out}$  oscillare sinusoidalmente ad ampiezza costante.

Il comportamento oscillatorio del circuito discende dalla serie e dal parallelo RC presenti, che vanno a generare un filtro passa banda, questi seleziona una frequenza del rumore  $f = \frac{1}{2\pi RC} \simeq 159.16 \text{ Hz}$  amplificandolo e dando origine alle oscillazioni. Il comportamento "passa banda" è spiegato pensando che a frequenze inferiori di  $f$ , il secondo condensatore si comporta come un circuito aperto, essenzialmente eliminando l'effetto del feedback positivo e di conseguenza diminuendo  $V_{out}$ . Per frequenze maggiori di  $f$  invece, il primo condensatore ha impedenza minore ed ha l'effetto di portare  $V_+$  a massa, diminuendo nuovamente  $V_{out}$ . La lampadina gioca il ruolo di resistenza variabile, in grado di stabilizzare l'ampiezza delle oscillazioni quando raggiunge il valore  $R_0$ .

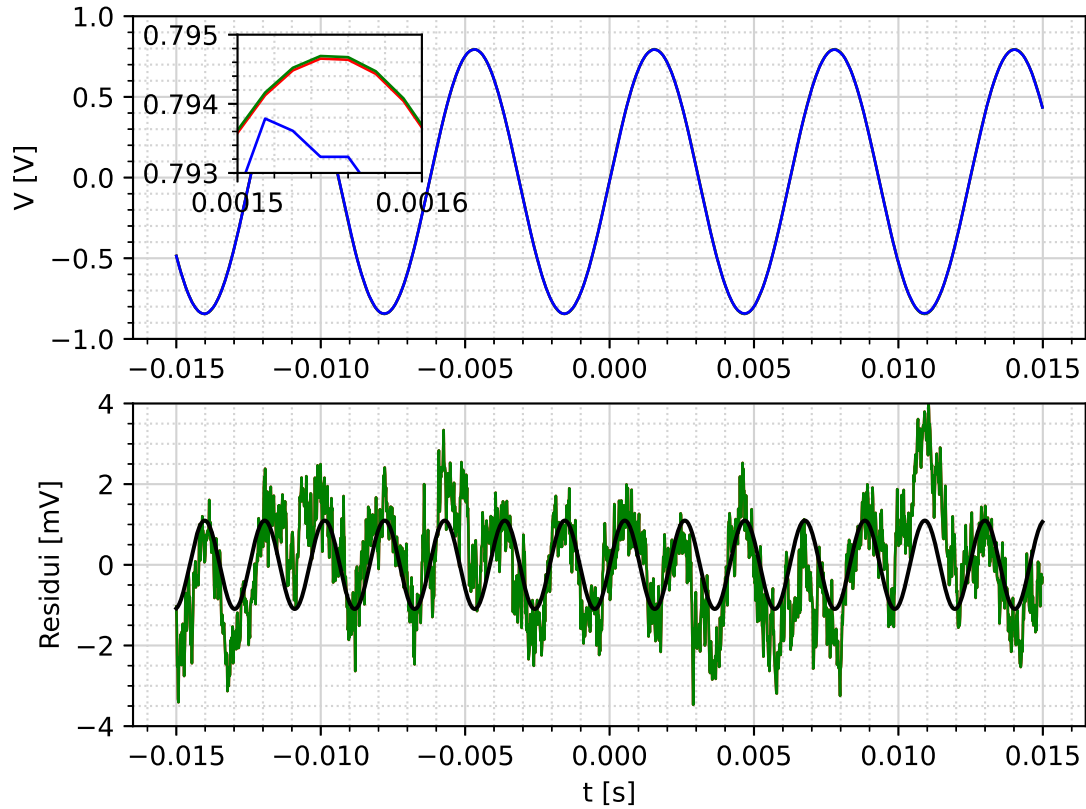
L'ampiezza finale di tali oscillazioni dipende quindi fortemente dalla resistenza  $R_1$ : basta muovere lievemente i contatti della lampadina per osservare una grande variazione nell'ampiezza, inoltre scaldando la stessa con le dita essa diminuisce.

Misuriamo frequenza ed ampiezza di tali oscillazioni, ricaviamo  $f = 160 \text{ Hz}$  e  $V = 0.818 \text{ V}$ . La frequenza risulta in accordo con la predizione teorica. L'ampiezza risulta spiegabile considerando la caratteristica della lampadina studiata in precedenza, infatti per avere stabilità necessitiamo di  $R_1 = R_0$ , imponendo questa condizione ed invertendo la formula per  $Z_L$  ed osservando che  $V_- = \frac{V_{out}}{3}$  in questo regime.

$$V_{out} = 3\sqrt{\frac{1}{\alpha} \left( \frac{R_0}{R_L} - 1 \right)} \simeq 0.86 \text{ V} \quad (2)$$

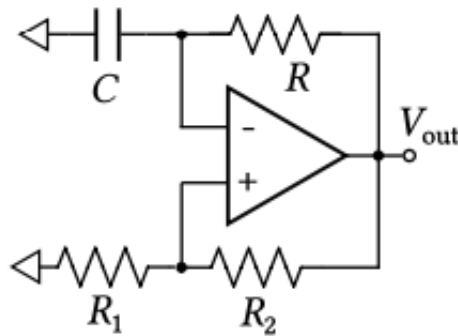
Utilizzando la funzionalità trasformata di Fourier dell'oscilloscopio osserviamo la trasformata del segnale, notiamo come questa sia, giustamente, una simil-delta, avente picco ad  $\omega_s = 2\pi f$ , notiamo però un picco meno accentuato a frequenza  $3\omega_s$ .

Questo discende dalla soluzione approssimata dell'equazione di Van der Pol per il circuito; salviamo quindi una forma d'onda contenente quattro periodi dell'oscillazione ed effettuiamo un fit al modello contenente il contributo a questa frequenza in modo da verificare il contributo effettivo di questo termine al segnale. Il risultato è visibile in Figura 4: effettuando un fit senza la componente  $3\omega_s$  e calcolando la differenza con il segnale misurato (grafico dei residui) si osserva un'onda sinusoidale avente frequenza proprio  $3\omega_s$ . L'entità della correzione è lieve, dimostrando che una buona soluzione approssimata dell'equazione di Van der Pol è  $V(t) = A \cdot \cos(\omega_s t)$ .



**Figura 4:** In blu il segnale misurato con l'oscilloscopio, in rosso quello ottenuto dal fit senza il termine  $3\omega_s$  e in verde il fit contenente  $3\omega_s$ . Nella parte inferiore grafico della differenza tra segnale misurato e modelli e onda con frequenza  $3\omega_s$  in nero.

## 4 Oscillatore a rilassamento



**Figura 5:** Circuito dell'oscillatore a rilassamento

Costruiamo infine l'oscillatore a rilassamento (vedi figure 5 e 7c), utilizzando un op-amp uA741, una resistenza  $R = 100 \text{ k}\Omega$ , una capacità  $C = 100 \text{ nF}$  e due resistenze  $R_1$  e  $R_2$  che scegliamo da un set di resistori da 1 e 10  $\text{k}\Omega$  in modo da studiare il comportamento del circuito per valori del rapporto  $r = \frac{R_1}{R_2}$  pari a  $[0.1, 1, 10]$ .

Osserviamo, dopo un transiente in cui le oscillazioni si portano ad ampiezza di regime, un segnale

$R_1$ [ $k\Omega$ ]	$R_1$ [ $k\Omega$ ]	$r$	$f$ [Hz]	$T$ [ms]	$T_{teorico}$ [ms]
1	10	0.1	262	3.81	3.65
10	10	1	45.2	22.1	22.0
10	1	10	16.4	61.1	60.9

**Tabella 1:** Dati ottenuti per diversi valori di del rapporto  $r$ , confrontati con i valori teorici attesi

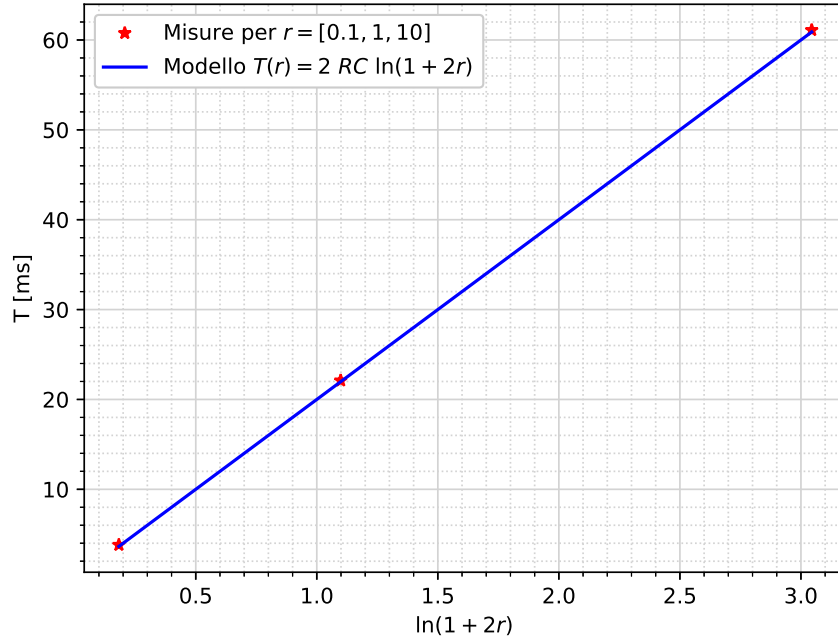
$V_{OUT}$  dato da un'onda quadra. Osserviamo inoltre come il segnale  $V_+$  sia un'onda quadra avente ampiezza pari alla metà di  $V_{OUT}$  e  $V_-$  segua un andamento esponenziale di ampiezza massima pari a quella di  $V_+$ , il passaggio fra carica e scarica e viceversa avviene in prossimità del cambio di segno di  $V_+$ .

Assumendo l'op-amp ideale il comportamento del circuito si spiega nella seguente maniera. Si ha un partitore fra  $R_1$  e  $R_2$  da cui  $V_+ = V_{out} \frac{R_1}{R_1 + R_2}$ , inoltre si avrà  $V_-$  che tende esponenzialmente, a causa della presenza del condensatore, a  $V_+$ . Quando  $V_-$  supera in ampiezza  $V_+$ , il segnale in output cambierà segno, di conseguenza lo cambierà anche  $V_+$  e  $V_-$  tornerà ad inseguirlo, passando da carica a scarica o viceversa, da modello questo processo si ripete con un periodo:

$$T = 2\tau \ln\left(\frac{2R_1 + R_2}{R_2}\right) = 2\tau \ln(2r + 1) \simeq 20 \ln(2r + 1) \quad (\text{in } ms) \quad (3)$$

dove  $\tau = RC \simeq 10 \text{ ms}$ .

In Tabella 1 sono riportate ampiezza e frequenza del segnale in uscita al variare del parametro  $r$  con confronto col modello appena enunciato; si osserva un buon accordo fra previsioni e dati. In Figura 6 è visibile un fit per i periodi misurati in funzione di  $\ln(1 + 2r)$ , la pendenza  $m$  della retta di fit ci permette di calcolare il fattore  $\tau = \frac{m}{2} = 10.01 \text{ ms}$ , in accordo col valore teorico.



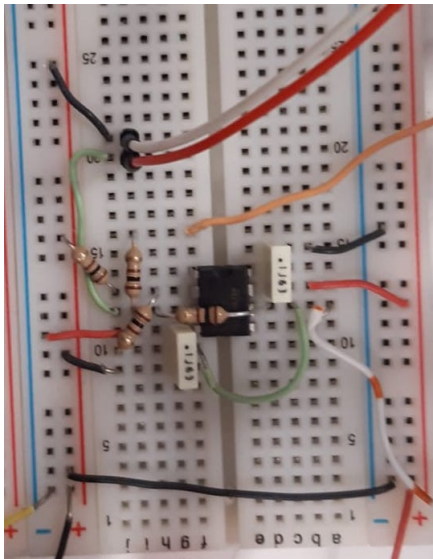
**Figura 6:** Grafico del periodo  $T$  dell'oscillatore in funzione di  $\ln(1 + 2r)$  con regressione lineare da modello

## 5 Conclusione

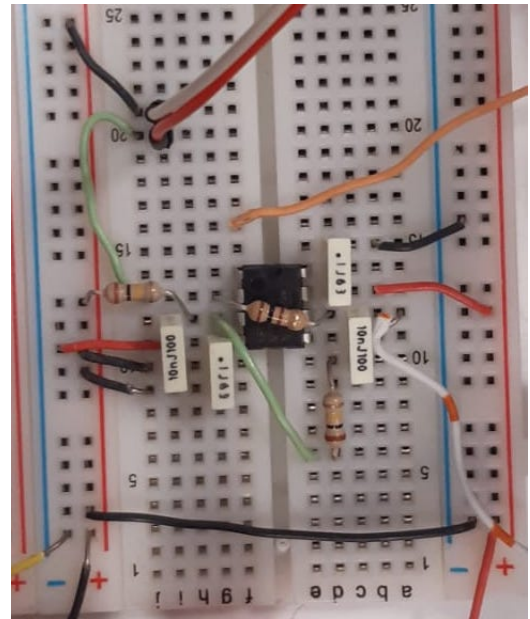
Siamo riusciti a misurare la caratteristica di una lampadina tramite una sorgente di corrente Howland; ciò ci ha permesso di studiare meglio un oscillatore a ponte di Wien implementante la stessa lampadina.

Abbiamo caratterizzato quest'oscillatore osservando inoltre la componente del segnale a frequenza  $3\omega_s$ . Infine abbiamo costruito e caratterizzato un oscillatore a rilassamento al variare delle componenti resistive confermando la dipendenza del periodo dal parametro  $\ln(1 + 2r)$ .

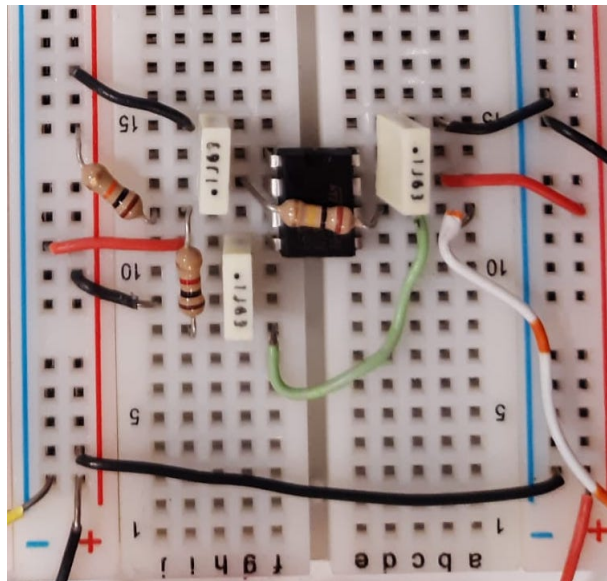
## 6 Appendice



(a) Sorgente di corrente di Howland



(b) Oscillatore a ponte di Wien



(c) Oscillatore a rilassamento