

Relazione 3: Filtri passa-basso del secondo ordine

Gruppo MER3: Ziglio Simone, Furlan Riccardo*

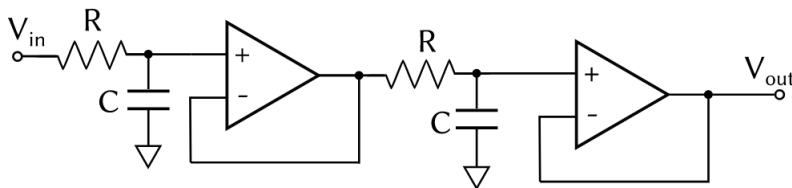
18 ottobre 2021

1 Introduzione

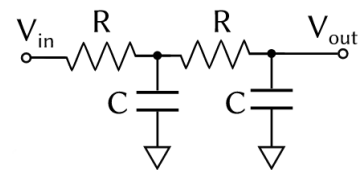
In questa esperienza abbiamo realizzato ed in seguito analizzato tre tipologie di filtri passa-basso. Due di questi circuiti comprendevano elementi attivi, gli amplificatori operazionali **OP07**, mentre il terzo era un filtro passivo.

Per ciascuna configurazione abbiamo analizzato la funzione di trasferimento e la risposta impulsionale confrontandola con i rispettivi modelli teorici. Infine abbiamo calcolato la rispettiva impedenza in uscita.

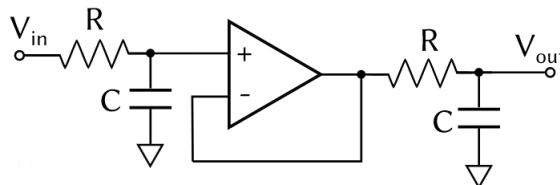
Tutti i circuiti sono stati realizzati con resistenze $R = 100\text{ k}\Omega \pm 5\%$ e condensatori $C = 10\text{ nF} \pm 10\%$.



(a) Circuito RC doppio con due op-amp



(b) Circuito RC doppio senza op-amp



(c) Circuito RC doppio con un op-amp

*E-mail: simone.ziglio-1@studenti.unitn.it - riccardo.furlan@studenti.unitn.it

2 Risposta in frequenza

Per misurare la risposta dei diversi circuiti al variare della frequenza, abbiamo applicato un segnale sinusoidale di ampiezza 3 V a frequenze variabili da 5 Hz a 2 kHz .

Tramite l'oscilloscopio abbiamo misurato le ampiezze picco-picco e lo sfasamento delle onde in input e output ai filtri per 11 diversi valori di frequenza.

Per ciascun circuito abbiamo calcolato la funzione di trasferimento nel dominio delle frequenze utilizzando il metodo delle impedenze generalizzate e indicando $s = -iw$.

2.1 Filtro RC con 2 op-amp

Il primo circuito realizzato è un filtro RC doppio, al cui input è stato aggiunto un primo op-amp ed al cui output un secondo (1a e 4a). Grazie alle caratteristiche dei due amplificatori ($Z_{IN} \simeq \infty$ e $Z_{OUT} \simeq 0$) il secondo stadio non sente il primo e l'oscilloscopio non sente l'uscita del circuito; la funzione di trasferimento sarà quindi data dal prodotto delle due funzioni dei singoli stadi:

$$\tilde{G}(s) = \left(\frac{1}{1 + s\tau} \right)^2 \quad \text{con} \quad \tau = RC \quad (1)$$

I dati raccolti sono visibili nel diagramma di bode in Figura 2; osserviamo un buon accordo fra dati e modello. Il filtro costruito risulta efficace nell'attenuare segnali a frequenze superiori alla frequenza di taglio ($f_{3dB} = \frac{1}{2\pi\tau} \simeq 160\text{ Hz}$), mantiene inoltre pressoché invariato l'ampiezza di segnali a frequenze minori, dando però loro una fase.

2.2 Filtro RC senza op-amp

In questo caso la funzione di trasferimento risulta più complicata in quanto i due stadi si sentono e abbiamo considerato la presenza dell'oscilloscopio, schematizzandone l'impedenza come il parallelo di una resistenza $R_{OSC} = 1\text{ M}\Omega$ e di una capacità $C_{OSC} \simeq 100\text{ pF}$.

$$\tilde{G}(s) = \frac{Z_{eq}Z}{R(Z_{eq} + R + Z)} \quad \text{con} \quad Z = \frac{R_{osc}}{1 + sR_{osc}(C + C_{osc})} \quad , \quad Z_{eq} = \frac{R}{1 + s\tau} \quad \text{e} \quad \tau = RC \quad (2)$$

Anche in questo caso si osserva in Figura 2 un buon accordo fra dati e modello. Notiamo alcune differenze col filtro precedente. Sotto i 20 Hz il segnale risulta comunque attenuato di un fattore $\frac{4}{5}$ a causa dell'effetto partitore che si viene a creare fra la serie delle due R e R_{OSC} . Inoltre l'attenuazione del segnale in uscita risulta già importante prima della frequenza di taglio, il filtro è più selettivo del precedente a frequenze minori, mentre dal kHz in poi il comportamento risulta analogo.

2.3 Filtro RC con un op-amp

In questo filtro al presenza dell'op-amp rende i due stadi indipendenti, dobbiamo però considerare la presenza dell'oscilloscopio. Non abbiamo costruito questo circuito ma abbiamo comunque sviluppato il modello per la funzione di trasferimento per effettuare un confronto con gli altri filtri.

$$\tilde{G}(s) = \frac{1}{1 + s\tau} \frac{Z}{Z + R} \quad \text{con} \quad Z = \frac{R_{osc}}{1 + sR_{osc}(C + C_{osc})} \quad \text{e} \quad \tau = RC \quad (3)$$

Il comportamento risulta molto simile a quello del primo filtro, l'attenuazione del segnale però è lievemente maggiore a tutte le frequenze; si osserva inoltre un effetto partitore in regime di basse frequenze fra la resistenza del secondo stadio e R_{OSC} .

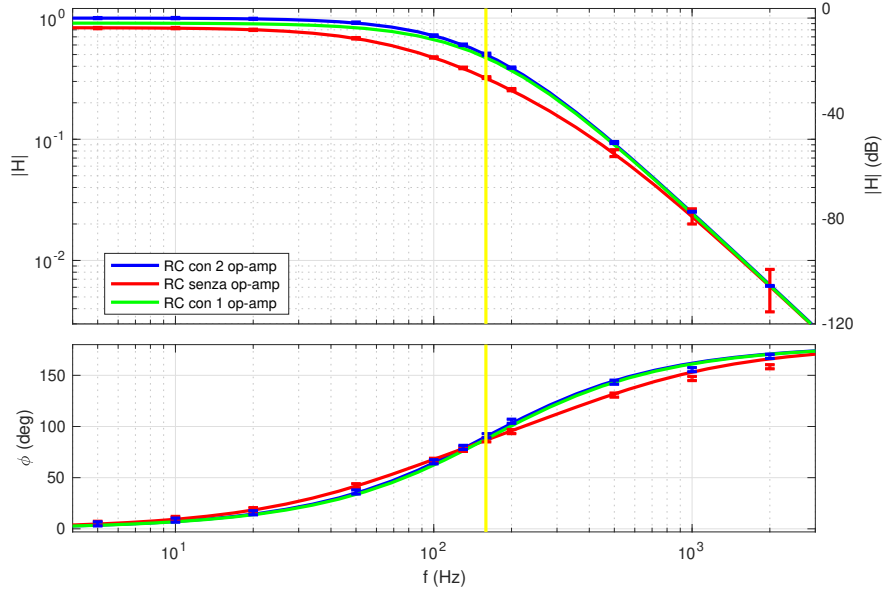


Figura 2: Diagramma di bode delle tre diverse configurazioni, con la frequenza f_{3dB} evidenziata in giallo

3 Risposta impulsionale

Diamo come input ai tre filtri un segnale pulse di ampiezza $5 V_{PP}$ e width $t_0 = 10\mu s$, dal momento che $t_0 \ll \tau \simeq 1 ms$ i circuiti vedono in buona approssimazione l'input come una delta di Dirac. Studiamo quindi la risposta impulsionale a questa "delta" effettuando misure di ampiezza del segnale in uscita ai filtri. Per effettuare un confronto con le previsioni schematizziamo l'input come una differenza di theta di Heaviside e ne effettuiamo la trasformata di Laplace $\mathcal{L}[A \cdot (\theta(t) - \theta(t - t_0))] = \frac{A}{s} (1 - e^{-st_0})$. Moltiplichiamo il risultato per la funzione di trasferimento del filtro nel dominio delle frequenze, svolgiamo quindi l'antitrasformata e ricaviamo così un modello per la risposta impulsionale.

3.1 Filtro RC con 2 op-amp

In Figura 3 si osservano i dati raccolti; il segnale in uscita cresce nel tempo fino a $t = \tau$, poi decresce esponenzialmente. Osserviamo come essi seguano l'andamento generale del modello pur essendovi sistematicamente inferiori, problema più accentuato durante il rilassamento esponenziale. Ciò potrebbe essere dovuto ad effetti parassiti dovuti alla non idealità degli op-amp che vanno a ridurre l'ampiezza dell'output rispetto al caso ideale, da noi considerato nello scrivere il modello.

$$G(t) = \mathcal{L}^{-1} \left[\tilde{G}(s) \cdot A \cdot \frac{1 - e^{-st_0}}{s} \right] = -A \cdot \left[e^{-t/\tau} \left(1 + \frac{t}{\tau} \right) - e^{-\frac{t-t_0}{\tau}} \left(1 + \frac{t-t_0}{\tau} \right) \right] \text{ per } t > t_0 \quad (4)$$

3.2 Filtro RC senza op-amp

In questo caso la divergenza fra dati e previsioni risulta ancora più accentuata, circa un mV in fase di discesa. Pensiamo che ciò sia dovuto al maggior impatto dell'oscilloscopio in questa configurazione rispetto alle precedenti.

Abbiamo calcolato il modello per la risposta del circuito con un singolo op-amp, pur avendo misurato un solo valore. Anche in questo caso osserviamo una differenza tra il modello e il dato ottenuto.

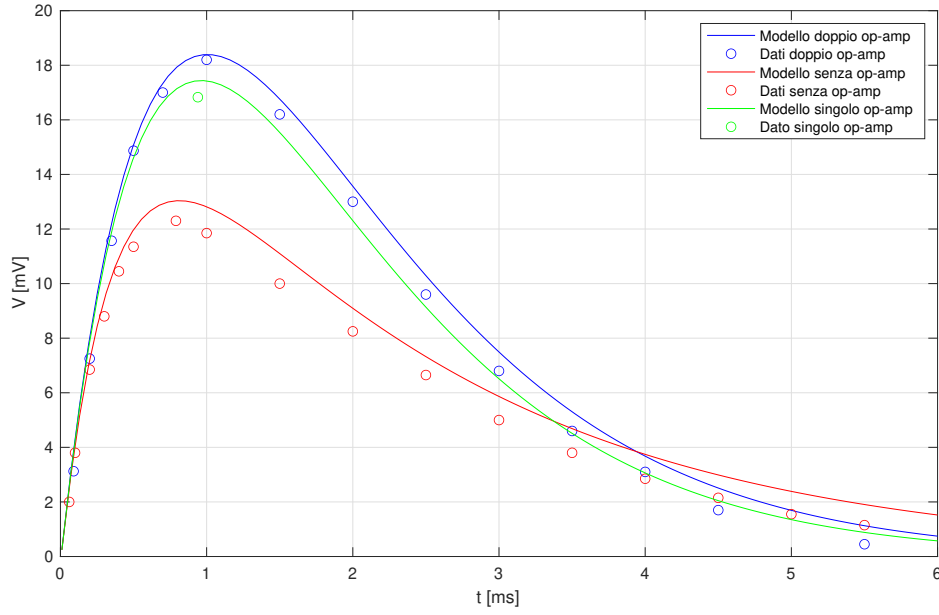


Figura 3: Grafico delle diverse risposte V_{OUT} ad un impulso

4 Impedenza in uscita

Nella prima configurazione (1a), abbiamo considerato i due op-amp come ideali, ottenendo così un'impedenza in uscita $Z_{out} \approx 0$.

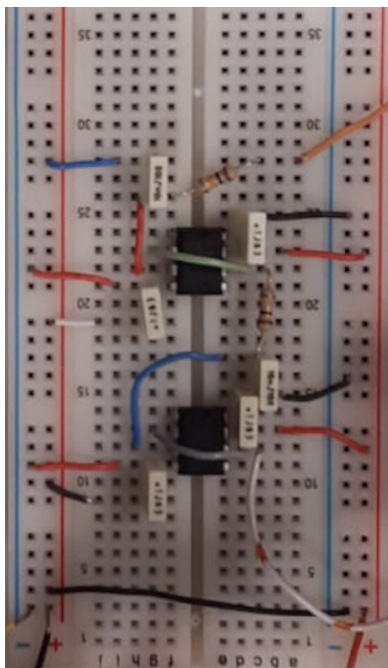
Aggiungendo un op-amp (1c), si ottiene un'impedenza $Z_{out} = \frac{R}{1+s\tau}$ dove $\tau = RC$ come al solito.

Nel caso del terzo circuito (1b), è possibile trascurare il contributo dell'oscilloscopio e calcolare $Z_{out} = Z_C \parallel (R + R \parallel Z_C) = R \frac{2+s\tau}{1+3s\tau+s^2\tau^2}$.

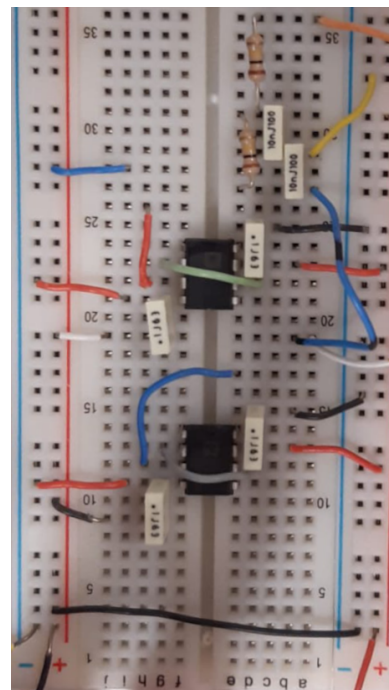
5 Conclusione

Abbiamo costruito tre diversi filtri passa-basso, misurato le funzioni di trasferimento nel dominio delle frequenze e trovato un buon accordo coi corrispettivi modelli teorici. Osserviamo come il filtro con doppio op-amp risulti più efficace rispetto a quello senza amplificatori nel far passare segnali al di sotto della frequenza di taglio, mentre a frequenze oltre il kHz i due filtri lavorino in maniera analoga. Abbiamo trovato le risposte impulsionali dei filtri osservando però come esse risultino sistematicamente inferiori alle previsioni effettuate.

6 Appendice



(a) Configurazione filtro RC doppio con due op-amp



(b) Configurazione senza op-amp (parte superiore della breadboard)