

# Temas Selectos de Inteligencia Artificial

Introducción

M.C Said Zamora

# Aspectos de la IA

- Lógica
- Incertidumbre y “lógica difusa”
- Búsqueda de soluciones
- Sistemas expertos
- Procesamiento del lenguaje natural
- Reconocimiento de modelos
- Robótica
- Aprendizaje de las máquinas

# Clasificación IA

- Sistemas que:
  - Piensan como humanos.
    - (Resolver problemas y tomar decisiones humanamente)
  - Actúan como humanos
    - (Hacer cosas que los humanos pueden hacer)
  - Piensan racionalmente
    - (Habilidad para percibir información y razonar)
  - Actúan racionalmente
    - (Agentes inteligentes)

# Definición

- El estudio de las facultades mentales mediante el uso de modelos computacionales.

Charniak y McDermott, 1985.

- El estudio de los cálculos que permiten percibir, razonar y actuar.

Winston, 1992.

El estudio de cómo lograr que las computadoras realicen tareas que, por el momento, los humanos hacen mejor

Rich y Knight, 1991.

# Definición

- Un campo de estudio que se enfoca en la explicación y emulación de la conducta inteligente en función de procesos computacionales

Schalkoff, 1990.

- La rama de la ciencia de la computación que se ocupa de la automatización de la conducta inteligente

Luger y Stubblefield, 1993.

# Prueba de Turing

- Procesar un lenguaje natural.
- Representar el conocimiento.
- Razonar automáticamente.
- Autoaprendizaje de la máquina.

**TRUMP RALLY**

INT. BIG ARBY'S IN SOUTH WYOMKLAHOMA

PRESIDENT TRUMP forces himself on a podium.

PRESIDENT TRUMP

I just had a phone call with the  
economy. Jobs poured out of the  
phone. Great jobs. Tall jobs. Steve  
Jobs. All at Kinko's.

The crowd cheers. It is full of real Americans (man with hard  
hat, man with harder hat, gun that is alive).

PRESIDENT TRUMP (CONT'D)

The United Snakes is doing so good.  
Other countries are on fire. All  
the people on fire. Hot fire too.  
Not us. Our flag is so beautiful.

President Trump salutes a flag that says: **ARBY'S FOOD IS FINE  
TO EAT.** The crowd howls. They love this flag of America.

PRESIDENT TRUMP (CONT'D)

I signed a bill. No more swamp.  
Swamp gone. Swamp is in Mexico now.  
It's on fire. Great deal for us.

The crowd chants: **FOUR MORE SWAMPS! FOUR MORE SWAMPS!**

PRESIDENT TRUMP (CONT'D)  
Foreign powers cheat us! Canada  
steals our milk. China steals our  
milk. We only had one glass of milk  
left! Obama drank it. Not fair.

The crowd boos. They wanted that milk.

PRESIDENT TRUMP (CONT'D)  
But like President Ronald Rogaine,  
I will bring back the milk!

The crowd roars. They still want that milk.

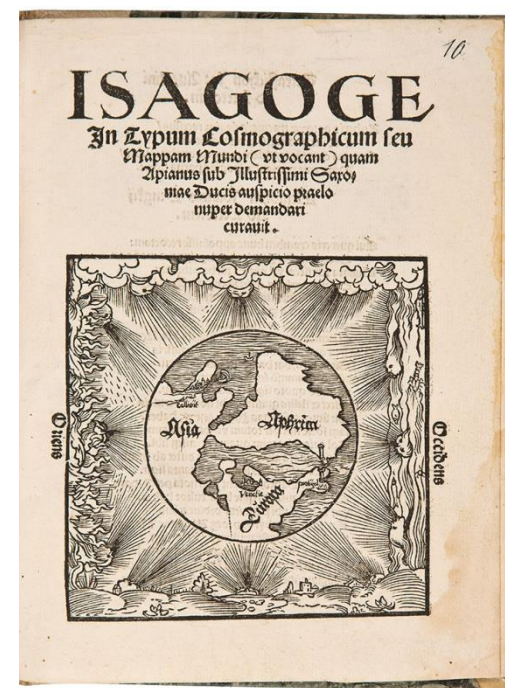
PRESIDENT TRUMP (CONT'D)  
A wall of milk. No criminals get  
through. Democrats want criminals  
to have the milk. No way. Milk  
comes from coal. We'll dig it up.

All of the words are mispronounced. The crowd cheers. They  
hate pronunciations. They love milk. They start digging.

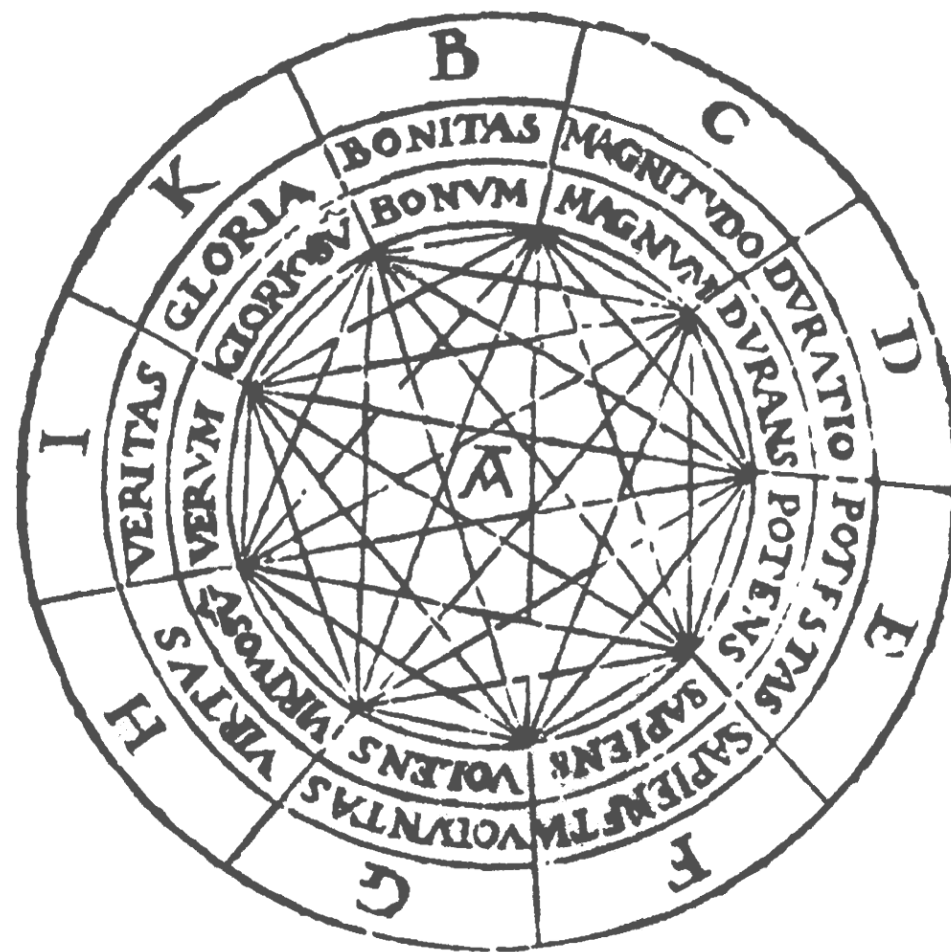


# Hitos de la Inteligencia Artificial.

# Silogismos y lógica



# Ars Magna



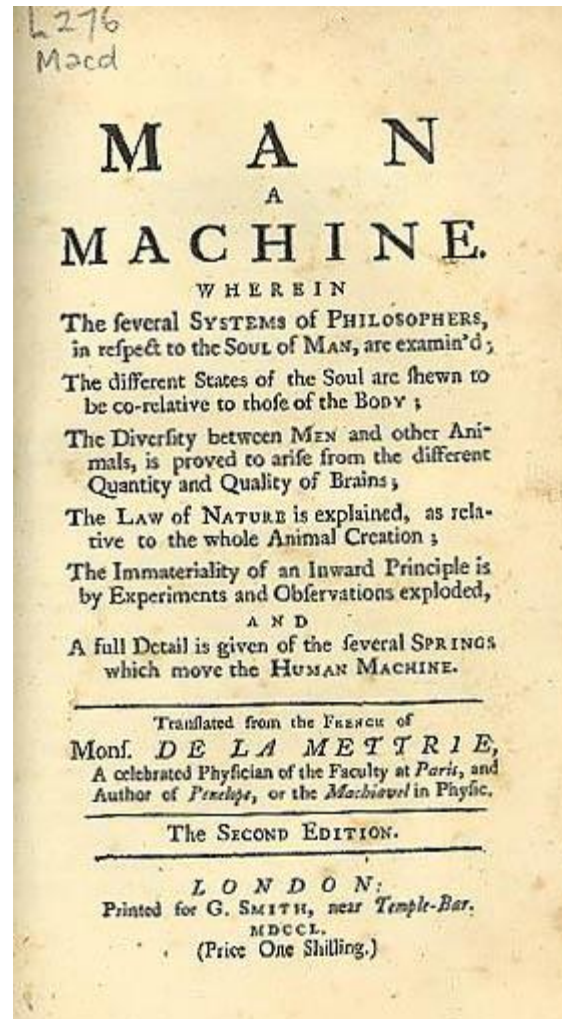
# Calculadora Mecánica de Pascal



# Stepped Reckoner de Leibniz



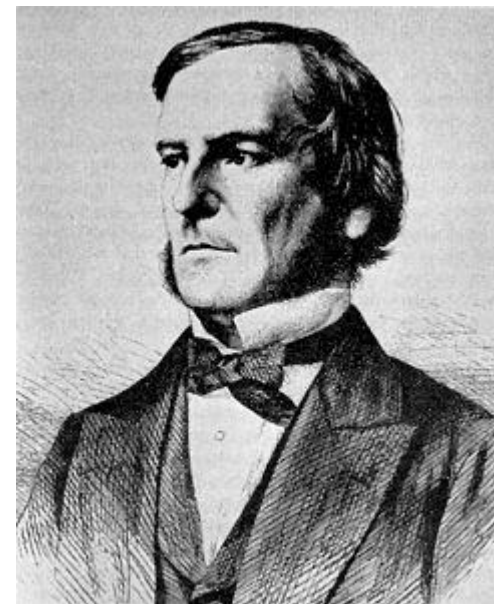
# L'homme machine



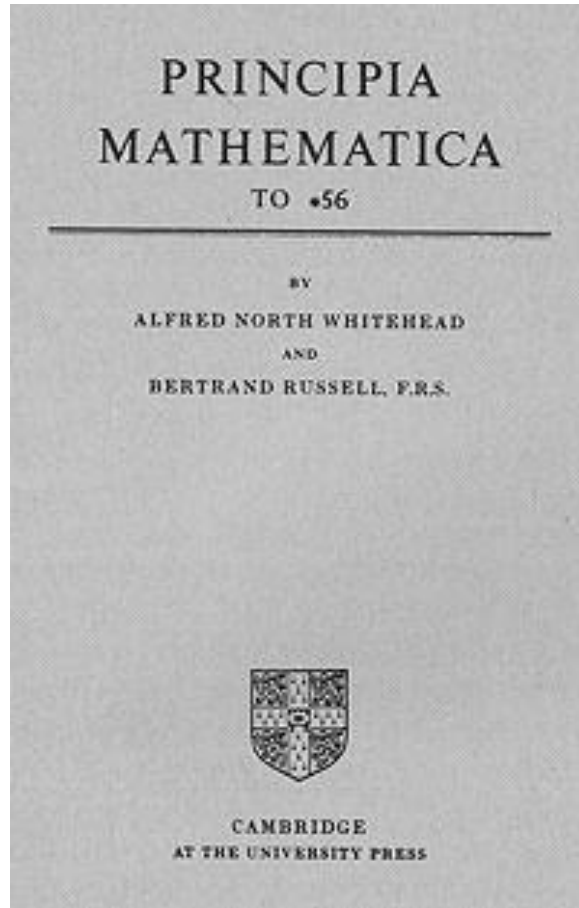
# Algebra booleana

La operación AND o Y		
$0 \cdot 0 = 0$		$0 \cdot 0 = 0$
$0 \cdot 1 = 0$		$0 \cdot A = 0$
$1 \cdot 0 = 0$		$A \cdot 0 = 0$
$1 \cdot 1 = 1$		$A \cdot A = A$
La operación OR o O		
$0 + 0 = 0$		$A + 0 = A$
$0 + 1 = 1$		$A + 1 = 1$
$1 + 0 = 1$		$A + A = A$
$1 + 1 = 1$		$A + A = 1$
La operación NOT o No		
$\overline{0} = 1$		$A'' = A$
$\overline{1} = 0$		<b>Nota:</b> $A' = \overline{A}$

[www.unicrom.com](http://www.unicrom.com)

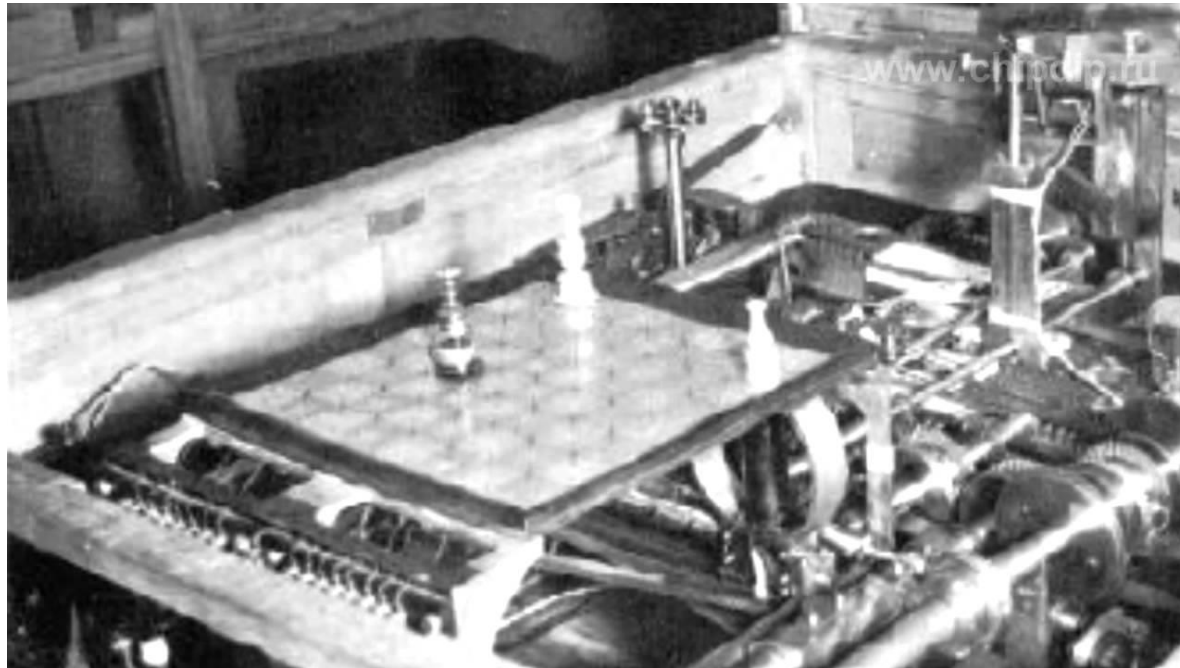


# Principia Mathematica





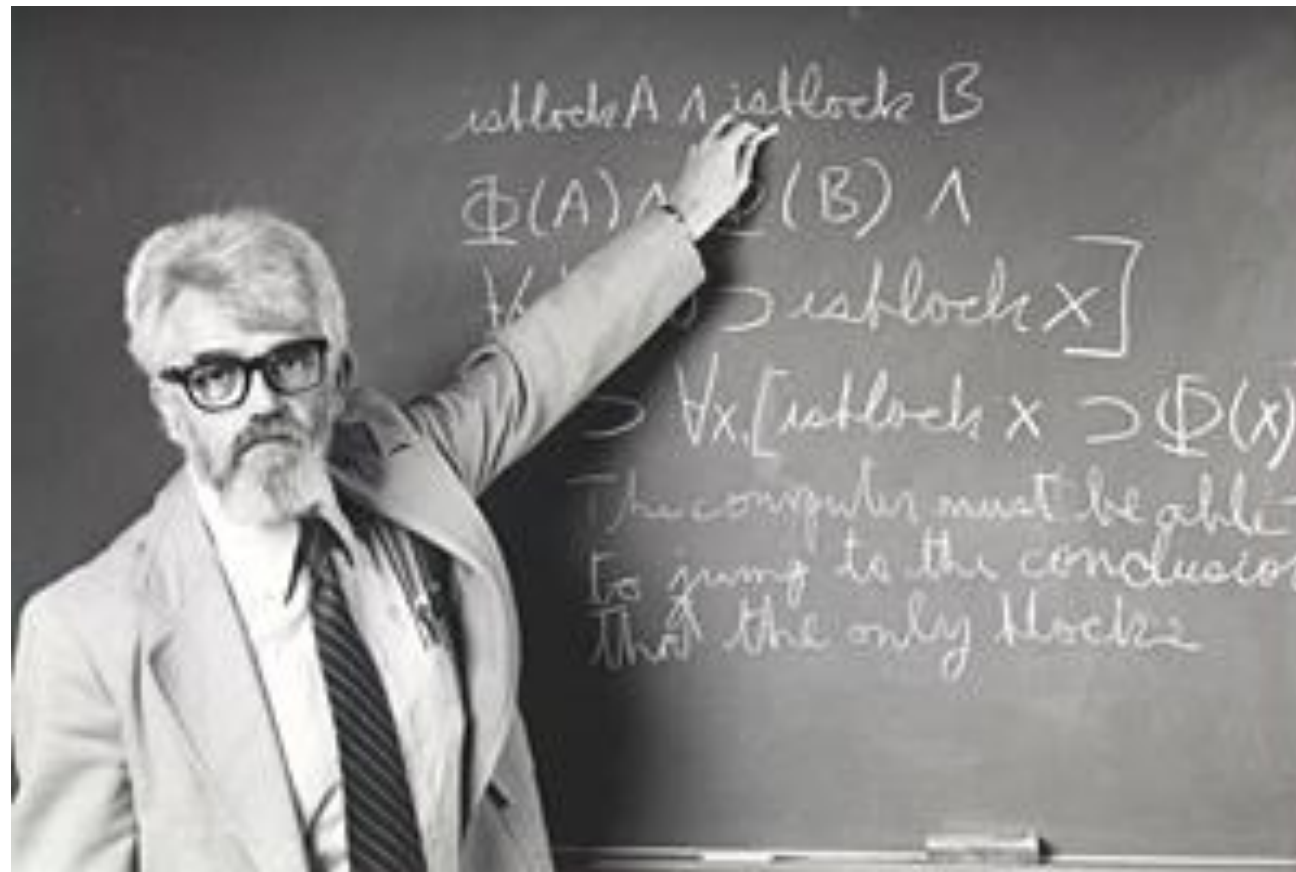
# El ajedrecista



# Máquina de Turing



# John McCarthy



# Newell, Shaw y Simon. (GPS)



# La Bestia



# LISP

## LISP syntax in a Nutshell

'	=	"don't evaluate"
'blah	=	Unevaluated symbol
blah	=	Evaluated symbol
(blah)	=	Function call
'(blah)	=	Unevaluated list
"blah"	=	String
3.14159	=	Number

# SHRDLU



# Dendral, MYCIN

MYCIN:  
Medical system for  
diagnosing blood disorders.  
First used in 1979

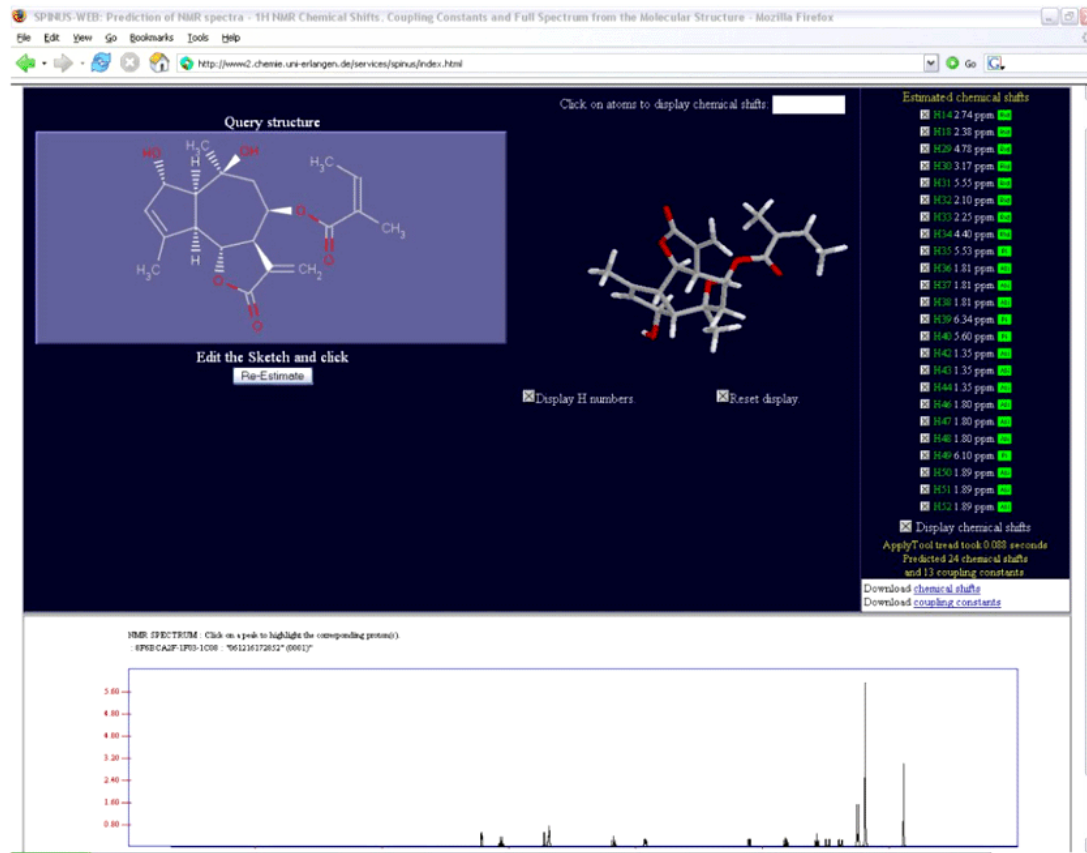


Figura 1Sb. SPINUS-WEB. Tela de entrada com uma estrutura 2D (acima, à esquerda) com deslocamentos químicos de RMN  $^1\text{H}$  previstos (tabela à direita) e o respectivo espectro de RMN  $^1\text{H}$  simulado (abaixo).





# ELIZA

```
File Edit Options Buffers Tools Help
[Icons]
I am the psychotherapist. Please, describe your problems.
Each time
you are finished talking, type RET twice.

I have a terrible headache.

Maybe you should consult a doctor of medicine, I am a psychi-
atrist.

Okay, I'll do that then.

Can you elaborate on that?

What are you talking about? No I cannot elaborate. See you la-
ter.

Why do you say that?

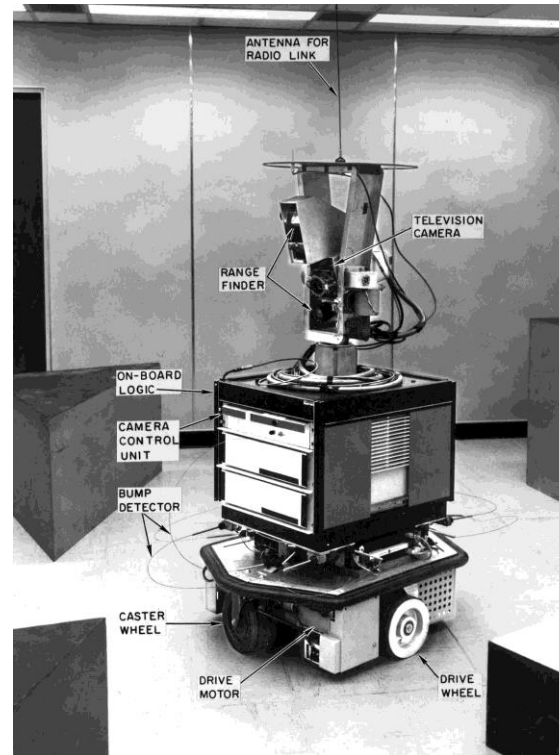
Now you're just talking nonsense!

What makes you believe now I am just talking nonsense?

You are not making any sense.

Perhaps your plans have something to do with this.
-u: ** *doctor* (Doctor Fill)--L1--Top-----
[Icons]
```

# Shakey



# I.- Lógica Difusa

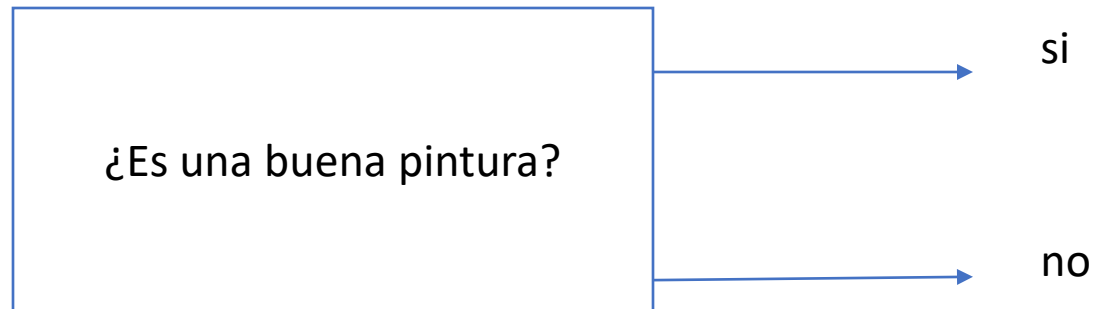
# Lógica Difusa

- Lotfi A. Zadeh: Conjuntos difusos

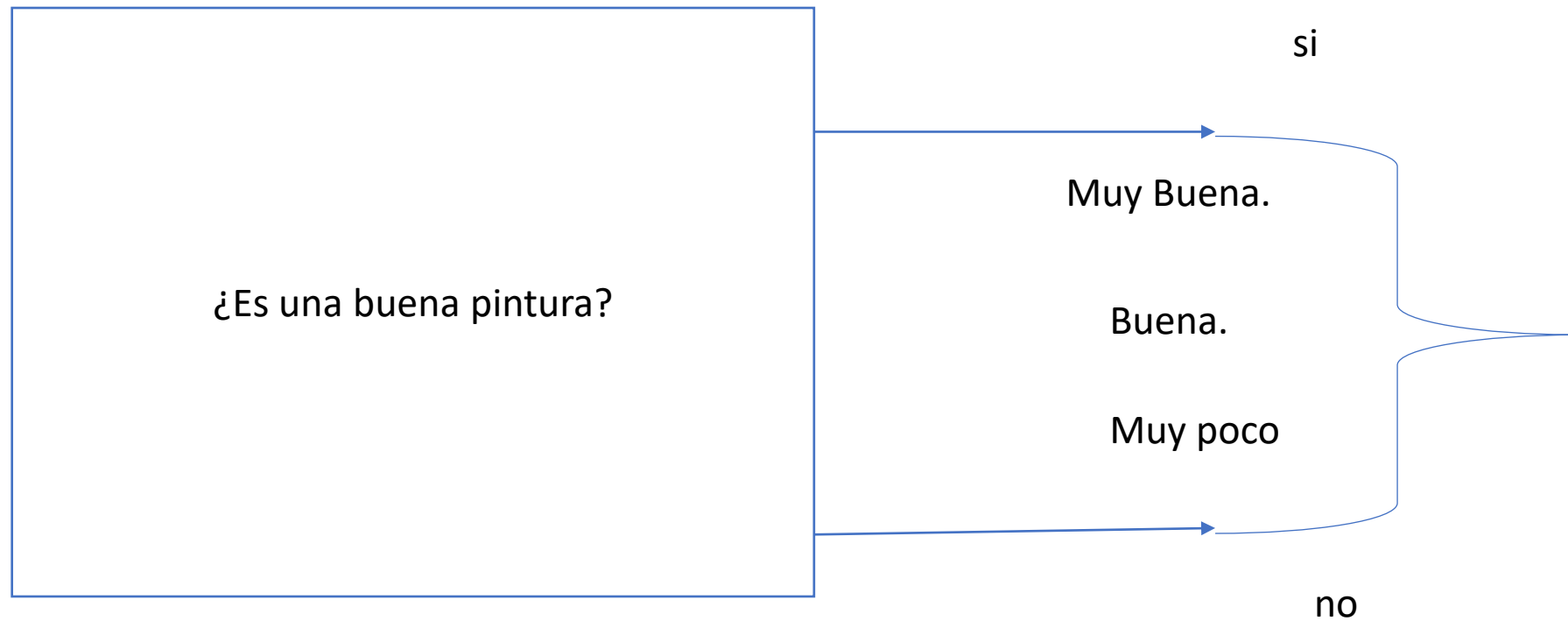


# Lógica Difusa.

- Permite representar información imprecisa o que presenta incertidumbre.
- ¿Cómo esta el clima?



# Lógica Difusa.



# Variable lingüística

- Adopta valores con palabras que permiten describir el estado de un objeto o fenómeno; estas palabras se pueden representar mediante conjuntos difusos
- Todos los valores lingüísticos forman un conjunto de términos o etiquetas.

# Lógica booleana

$$\chi_A = \begin{cases} 1, & X \in A \\ 0, & X \notin A \end{cases}$$

$\cup, \vee$

unión, disyunción

$\cap, \wedge$

intersección, conjunción

$\neg, \sim$

negación

$\in, \notin$

pertenencia, no pertenencia

$\forall$

para todo

$|$

tal que



# Axiomas para conjuntos

$X \in X$ :  $X$  pertenece al universo  $X$

$X \in A$ :  $X$  pertenece al conjunto  $A$

$X \notin A$ :  $X$  no pertenece al conjunto  $A$

$A \subset B$ :  $A$  está contenido en  $B$

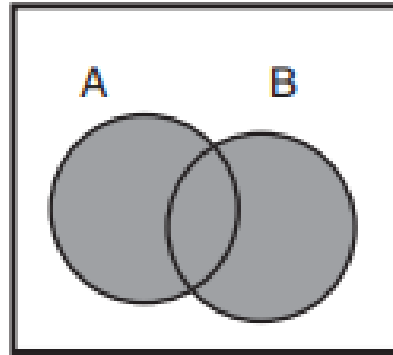
$A \subseteq B$ :  $A$  está contenido en o es equivalente a  $B$

$\emptyset$ : Conjunto vacío

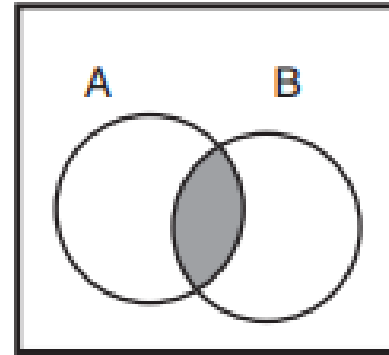
$P(X)$ : Conjunto de potencias

# Operaciones lógicas

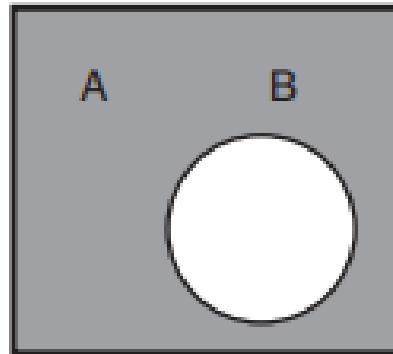
$$A \cup B = \{X \mid X \in A \text{ _or_ } X \in B\}$$



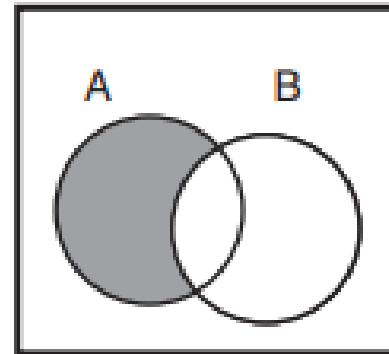
$$A \cap B = \{X \mid X \in A \text{ _and_ } X \in B\}$$



$$\bar{A} = \{X \mid X \notin A, X \in X\}$$



$$A \setminus B = \{X \mid X \in A \text{ _and_ } X \notin B\}$$



# Conjuntos difusos

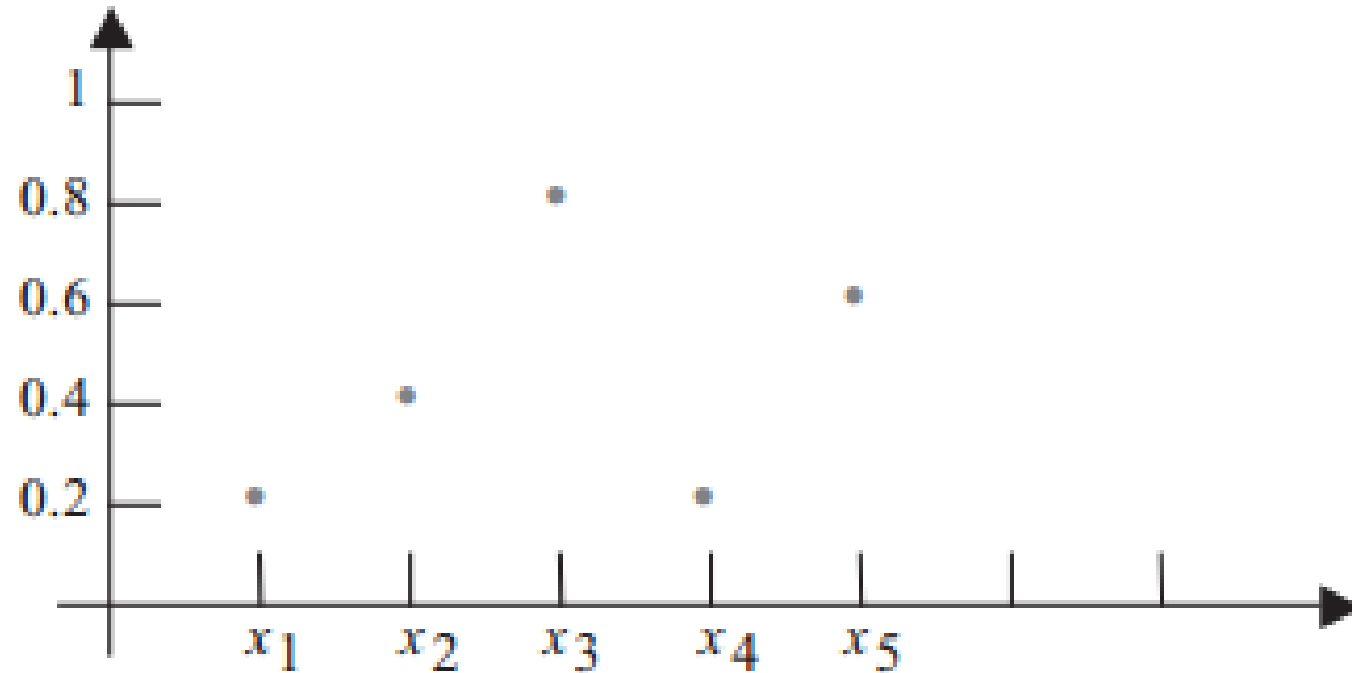
*Conjunto difuso discreto:*

$$\tilde{A} = \left\{ \frac{\mu_A(X_1)}{X_1} + \frac{\mu_A(X_2)}{X_2} + \dots \right\} = \left\{ \sum_i \frac{\mu_A(X_i)}{X_i} \right\}$$

*Conjunto difuso continuo:*

$$\tilde{A} = \left\{ \int \frac{\mu_A(X)}{X} \right\}$$

# Representación de conjuntos discretos



$$\tilde{A} = \left\{ \frac{0.2}{x_1} + \frac{0.4}{x_2} + \frac{0.8}{x_3} + \frac{0.2}{x_4} + \frac{0.6}{x_5} \right\}$$

## Ejercicio



$$\tilde{A} = \left\{ \frac{1}{1} + \frac{0.75}{1.5} + \frac{0.3}{2} + \frac{0.15}{2.5} + \frac{1}{3} \right\}$$

$$\tilde{B} = \left\{ \frac{1}{1} + \frac{0.6}{1.5} + \frac{0.8}{2} + \frac{1}{2.5} + \frac{0}{3} \right\}$$

a)  $\tilde{A} \cup \tilde{B} =$       b)  $\tilde{A} \cap \tilde{B} =$       c)  $\tilde{A} \cap \bar{\tilde{B}} =$

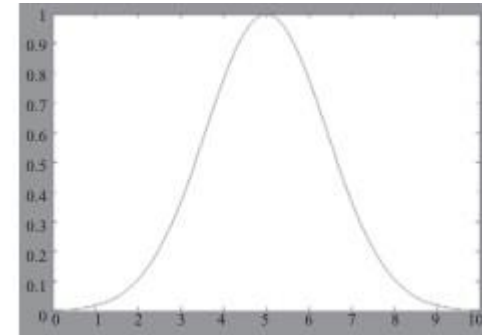
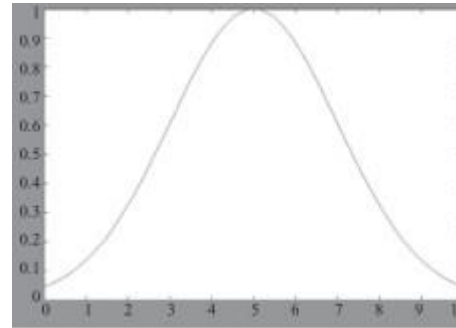
d)  $\tilde{B} \cap \bar{\tilde{A}} =$       e)  $\bar{\tilde{A}} \cup \tilde{A} =$       f)  $\bar{\tilde{B}} \cap \tilde{B} =$

# Operaciones con conjuntos difusos

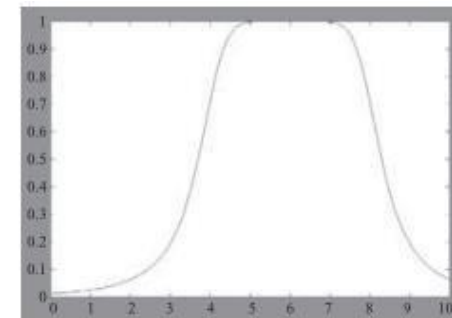
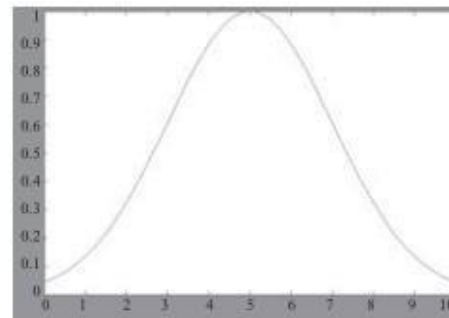
$$\mu_{\tilde{A} \cdot \tilde{B}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) \cdot \mu_{\tilde{B}}(x)$$

$$\mu_{\tilde{A}}^{\alpha}(x) = [\mu_{\tilde{A}}(x)]^{\alpha}$$

$$\mu_{CON(\tilde{A})}(x) = (\mu_{\tilde{A}}(x))^2$$



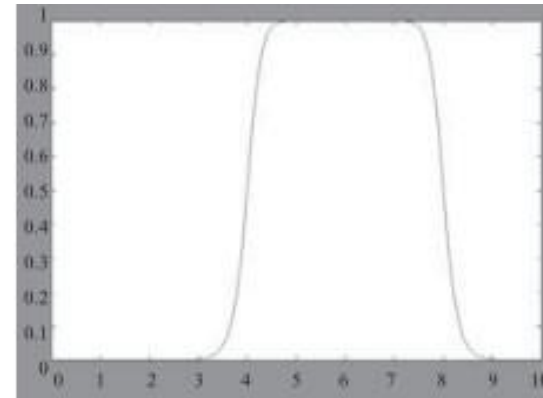
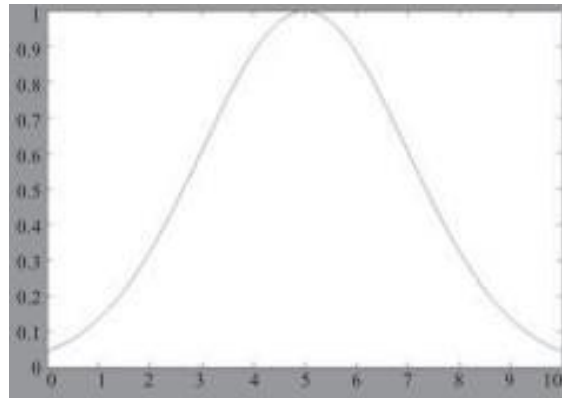
$$\mu_{DIL(\tilde{A})}(x) = \sqrt{\mu_{\tilde{A}}(x)} = (\mu_{\tilde{A}}(x))^{1/2}$$



# Operaciones con conjunto difusos

$$\mu_{INT(\bar{A})}(x) = 2\left(\mu_{\bar{A}}(x)\right)^2 \text{ para } 0 \leq \mu_{\bar{A}}(x) \leq 0.5$$

$$\mu_{INT(\bar{A})}(x) = 1 - 2\left(1 - \mu_{\bar{A}}(x)\right)^2 \text{ para } 0.5 \leq \mu_{\bar{A}}(x) \leq 1$$



# Alfa cortes

$$A_{\alpha} = \{x \in X \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\}$$

$$\tilde{A} = \left\{ \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{0.75}{3} + \frac{0.5}{4} + \frac{0.3}{5} + \frac{0.3}{6} + \frac{0.1}{7} + \frac{0.1}{8} \right\}$$

$$A_{0.5} = \{1, 2, 3, 4\}$$



# Propiedades de conjuntos difusos

Doble negación:  $\overline{\overline{\tilde{A}}} = \tilde{A}$

Idempotencia:  $\tilde{A} \cup \tilde{A} = \tilde{A}$   
 $\tilde{A} \cap \tilde{A} = \tilde{A}$

Conmutatividad:  $\tilde{A} \cup \tilde{B} = \tilde{B} \cup \tilde{A}$

Asociación:  $(\tilde{A} \cap \tilde{B}) \cap \tilde{C} = \tilde{A} \cap (\tilde{B} \cap \tilde{C})$

Absorción:  $\tilde{A} \cap (\tilde{A} \cup \tilde{B}) = \tilde{A}$

Leyes de De Morgan:  $\overline{\tilde{A} \cup \tilde{B}} = \overline{\tilde{A}} \cap \overline{\tilde{B}}$   
 $\overline{\tilde{A} \cap \tilde{B}} = \overline{\tilde{A}} \cup \overline{\tilde{B}}$

# Conjuntos difusos.

- `library(sets)`
- `a<-sets_options("universe", seq(1, 100, 0.5))`
- 
- `a`

# Conjuntos difusos

- `rel <- data.frame(sets = c(rep("A", 5), "B", "C"),`
- `elements = c(letters[seq_len(6)], letters[6]),`
- `fuzzy = runif(7))`
- `rel`
- `fuzzy_set <- tidySet(rel)`
-

# Conjuntos difusos.

- `rel2 <- data.frame(sets = c(rep("A", 5), c(rep("B", 5)), c(rep("C", 5))),`
- `elements = c(letters[seq_len(5)], letters[seq_len(5)],`  
`letters[seq_len(5)]),`
- `fuzzy = runif(15))`
- `rel2`
- `fuzzy_set2 <- tidySet(rel2)`

# Operadores difusos. Unión.

- `BaseSet::union(fuzzy_set, sets = c("A", "B"))`
- `BaseSet::union(fuzzy_set, sets = c("A", "B"), name = "D")`
- `BaseSet::union(fuzzy_set2, sets = c("A", "B"), name = "E")`

# Operadores difusos. Intersección.

- `intersection(fuzzy_set, sets = c("B", "C"), keep = FALSE)`
- `intersection(fuzzy_set2, sets = c("B", "C"), keep = FALSE)`

# Operadores difusos. Complemento.

- `complement_set(fuzzy_set, sets = "A", keep = FALSE)`
- `complement_set(fuzzy_set2, sets = "A", keep = TRUE)`

# Ejemplo.

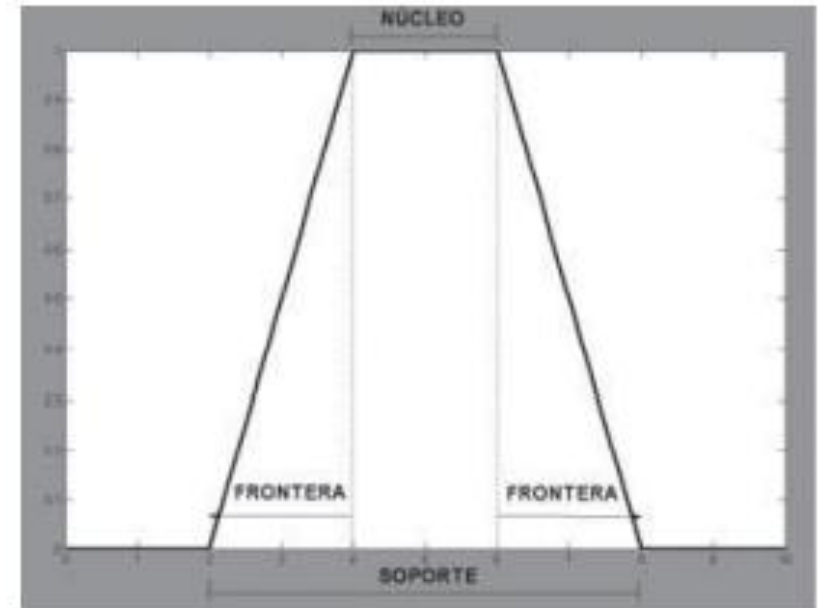
- `library(sets)`
- `library(BaseSet)`
- `rel <- data.frame(sets = c(rep("A", 5), rep("B",5)),elements = c("1","1.5","2","2.5","3"),fuzzy = runif(10))`
- `rel`
- `fuzzy_rel <- tidySet(rel)`
- `urel<-BaseSet::union(fuzzy_rel, sets = c("A", "B"))`
- `urelntrel<-intersection(fuzzy_rel, sets = c("A", "B"), keep = FALSE)`
- `intrelcompA<-complement_set(fuzzy_rel, sets = "A", keep = TRUE)`





# Funciones de pertenencia.

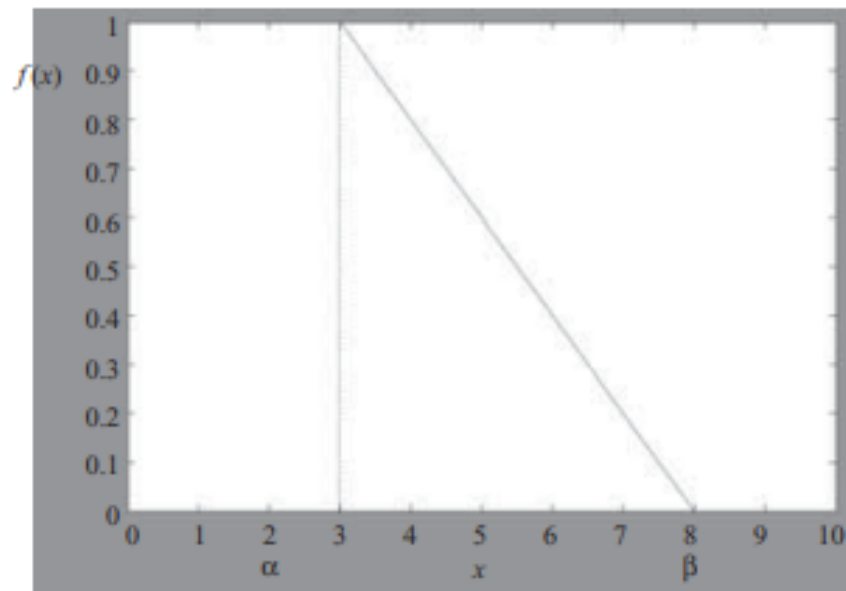
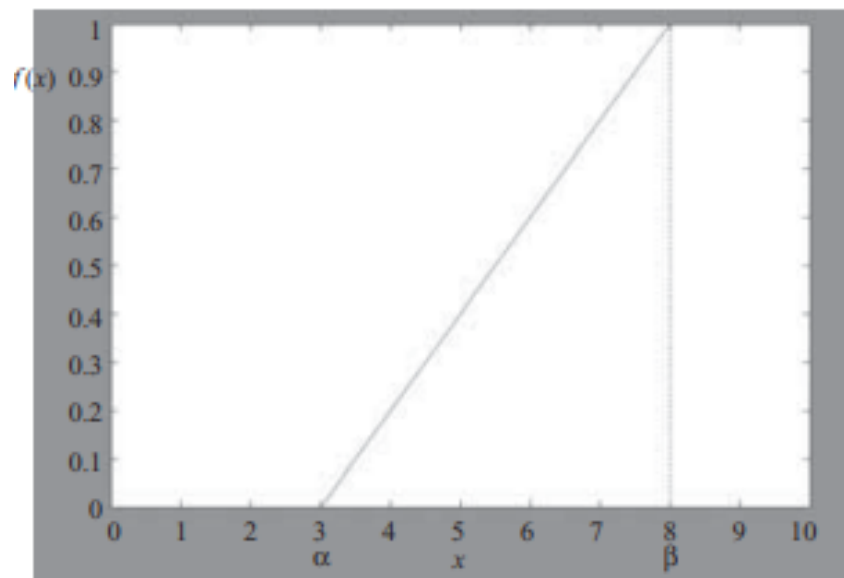
- Núcleo.
- Elementos del universo de información tales que provoquen una salida de uno.
- Soporte.
- Región del universo que presenta una distinta de cero.
- Perímetro, Frontera o Límite.
- Pertenencia distinta a cero o uno.



# Saturación

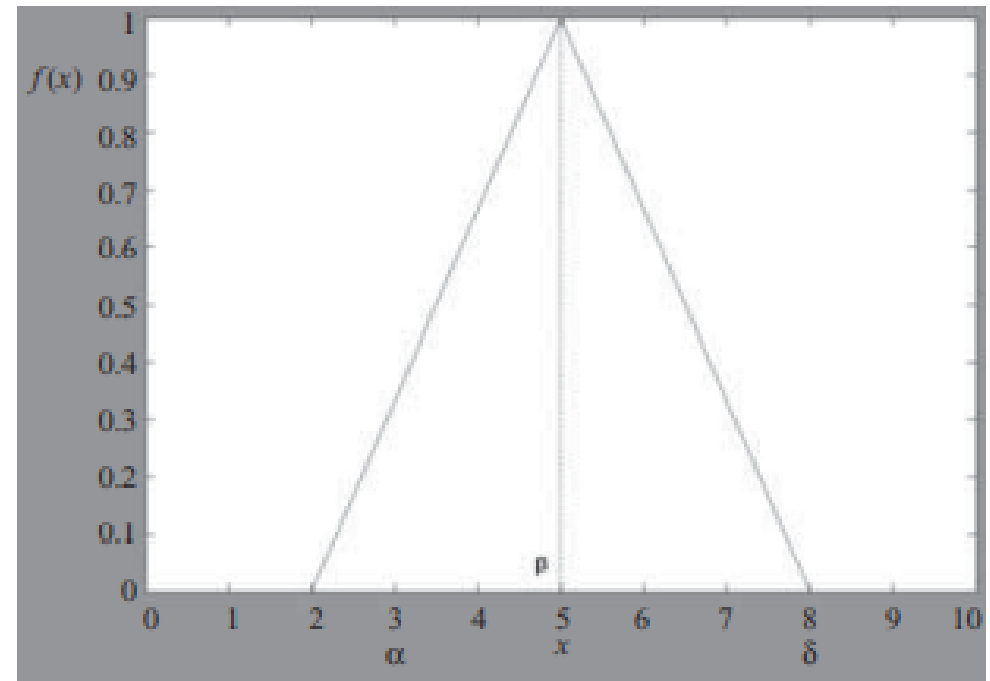
$$f(x) = \begin{cases} x \leq \alpha \rightarrow & 0 \\ \alpha \leq x \leq \beta \rightarrow & \frac{x-\beta}{\alpha-\beta} \\ x \leq \beta \rightarrow & 1 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} x \leq \alpha \rightarrow & 1 \\ \alpha \leq x \leq \beta \rightarrow & \frac{x-\alpha}{\beta-\alpha} \\ x \leq \beta \rightarrow & 0 \end{cases}$$



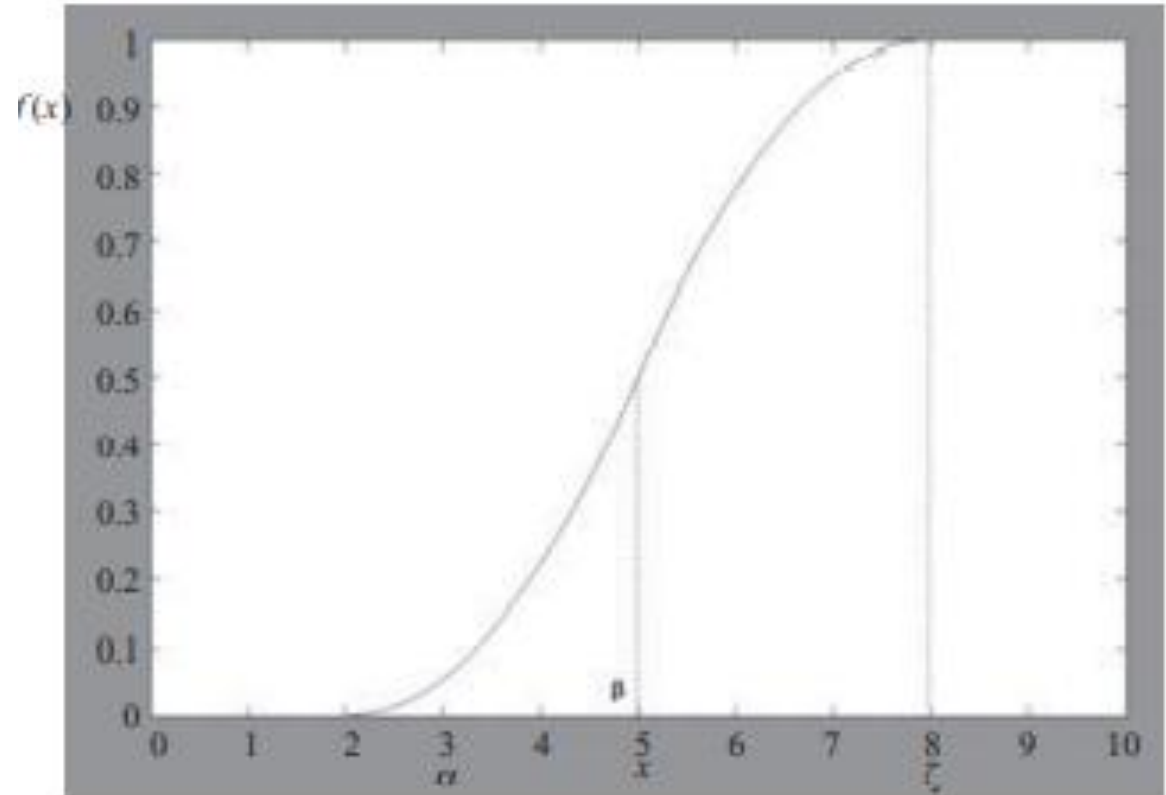
# Triangular.

$$f(x) = \begin{cases} \alpha \leq x \leq \beta \rightarrow \frac{x - \alpha}{\beta - \alpha} \\ \beta \leq x \leq \delta \rightarrow \frac{\delta - x}{\delta - \beta} \\ 0 \text{ de otra manera} \end{cases}$$



# Sigmoidal

$$f(x) = \begin{cases} x \leq \alpha \rightarrow 0 \\ \alpha \leq x \leq \beta \rightarrow 2\left(\frac{x-\alpha}{\gamma-\alpha}\right)^2 \\ \alpha \leq x \leq \gamma \rightarrow 1 - 2\left(\frac{x-\gamma}{\gamma-\alpha}\right)^2 \\ 1 \text{ de otra manera} \end{cases}$$



# Defuzzificación

- Máxima pertenencia.

$$\mu_{\tilde{A}}(x^*) > \mu_{\tilde{A}}(x) \text{ for all } x \in X$$

- Centroide.

$$x^* = \frac{\int \mu_{\tilde{A}}(x) \cdot x dx}{\int \mu_{\tilde{A}}(x) \cdot dx}$$

- Media ponderada.

$$x^* = \frac{\sum \mu_{\tilde{A}}(\overline{x_i}) \cdot \overline{x_i}}{\sum \mu_{\tilde{A}}(\overline{x_i})}$$

- Media máxima.

$$x^* = \frac{\sum_{i=1}^n \overline{x_i}}{n}$$

# Sistema difuso.

- `sets_options("universe", seq(1, 100, 0.5))`
- `variables <- set(`
- `temperatura = fuzzy_partition(varnames = c(frio = 30, bueno = 70, calido = 90),`
- `sd = 5.0),`
- `humedad = fuzzy_partition(varnames = c(seco = 30, bueno = 60, humedo = 80),`
- `sd = 3.0),`
- `precipitacion = fuzzy_partition(varnames = c(no.lluvia = 30, poca.lluvia = 60,`
- `lluvia = 90), sd = 7.5),`
- `clima = fuzzy_partition(varnames = c(malo = 40, ok = 65, perfecto = 80),`
- `FUN = fuzzy_cone, radius = 10)`
- `)`

# Sistema difuso.

- rules <- set(
  - fuzzy\_rule(temperatura %is% bueno && humedad %is% seco &&  
precipitacion %is% no.lluvia, clima %is% perfecto),
  - fuzzy\_rule(temperatura %is% calido && humedad %is% humedo &&  
precipitacion %is% lluvia, clima %is% malo),
  - fuzzy\_rule(temperatura %is% frio, clima %is% malo),
  - fuzzy\_rule(temperatura %is% buena || humedad %is% buena ||  
precipitacion %is% poca.lluvia, clima %is% ok),
  - fuzzy\_rule(temperatura %is% calido && precipitacion %is% poca.lluvia,  
clima %is% ok),
  - fuzzy\_rule(temperatura %is% calido && humedad %is% seco &&  
precipitacion %is% poca.lluvia, clima %is% ok)
- )



# Sistema difuso.

- `model <- fuzzy_system(variables, rules)`
- `print(model)`
- `plot(model)`

# Sistema difuso.

- `e1x <- fuzzy_inference(model, list(temperatura = 30, humedad = 0, precipitacion = 70))`
- `gset_defuzzify(e1, "centroid")`
- `plot(e1)`

# Sistema difuso.

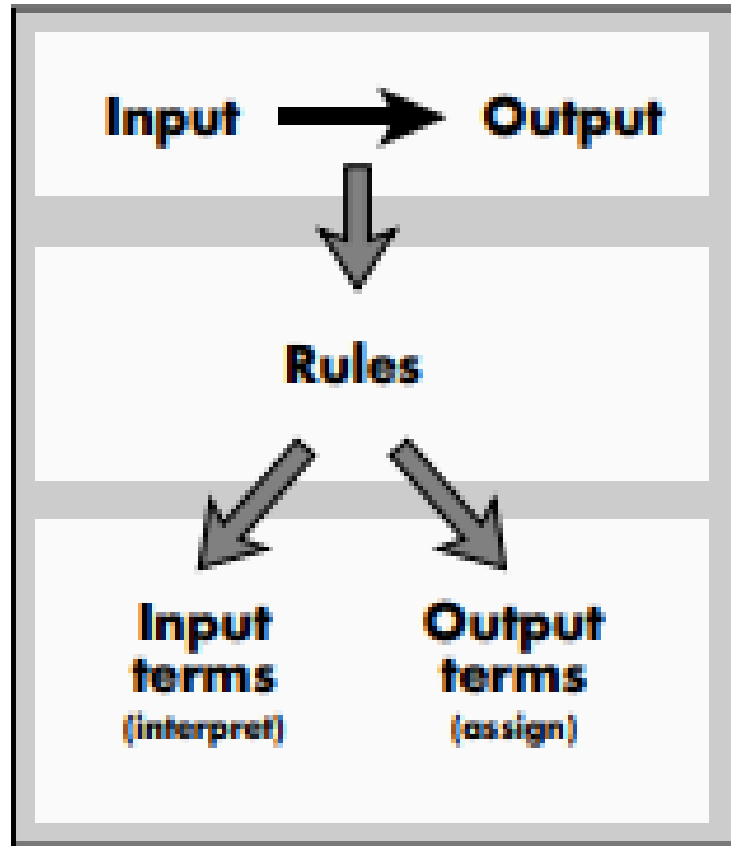
- `e2 <- fuzzy_inference(model, list(temperatura = 75, humedad = 0, precipitacion = 70))`
- `gset_defuzzify(e2, "centroid")`
- `plot(e2)`

# Sistema difuso.

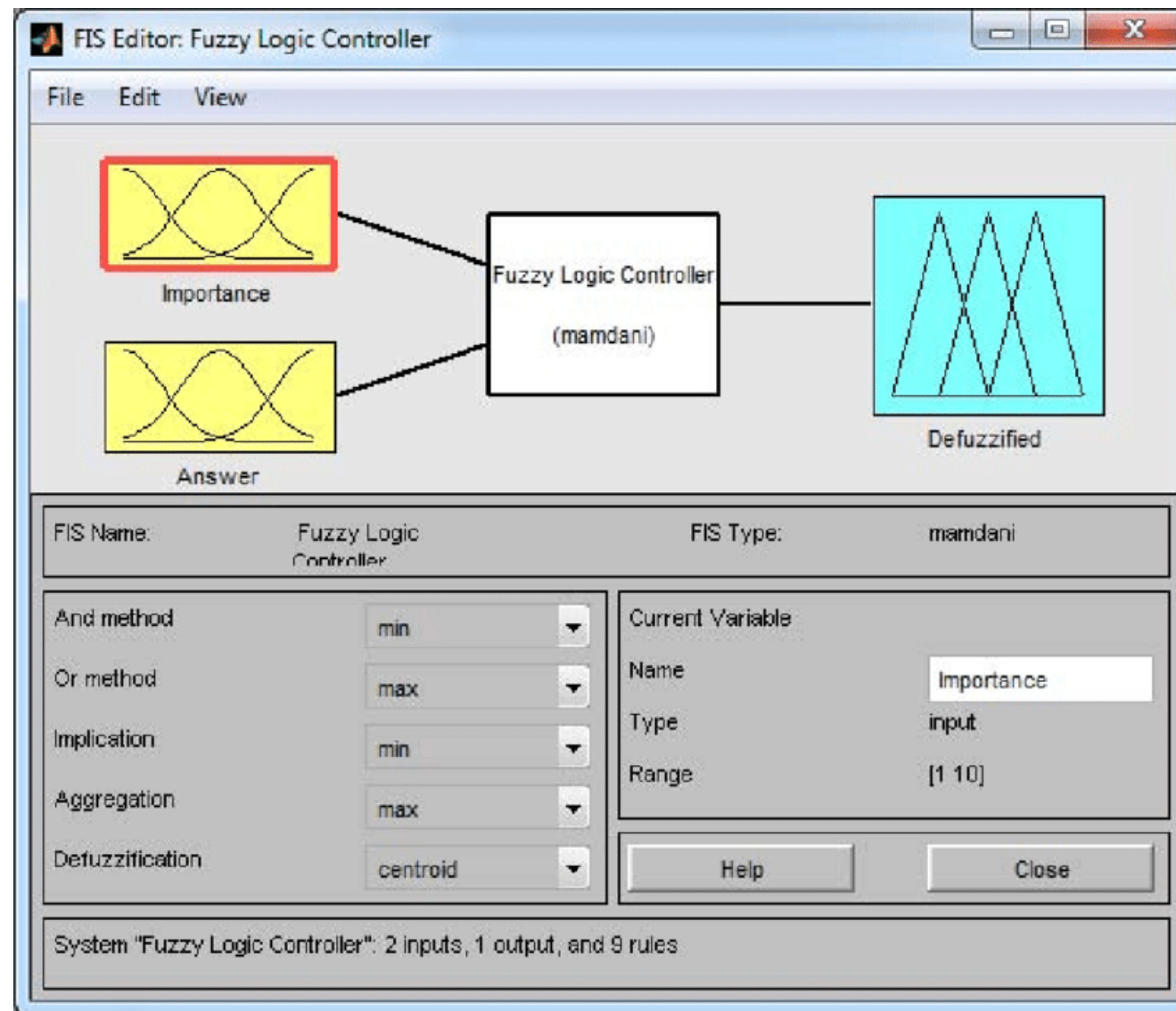
- `e3 <- fuzzy_inference(model, list(temperatura = 30, humedad = 0, precipitacion = 70))`
- `gset_defuzzify(e3, "largestofmax")`

MATLAB

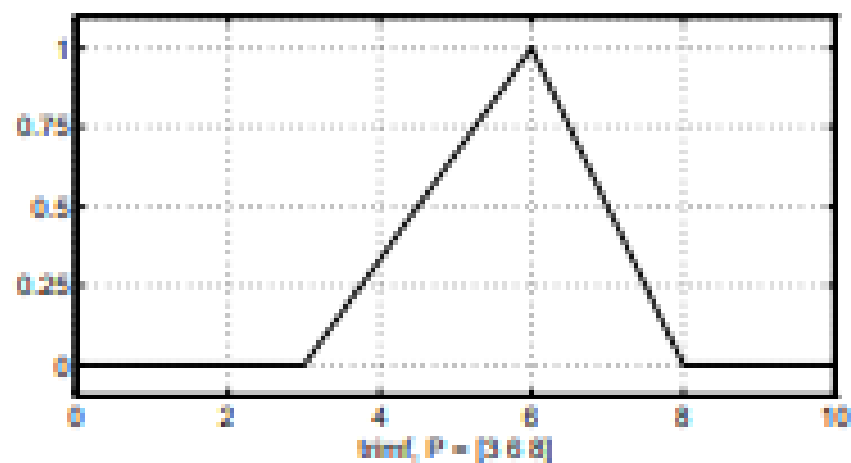
# Estructura del problema.



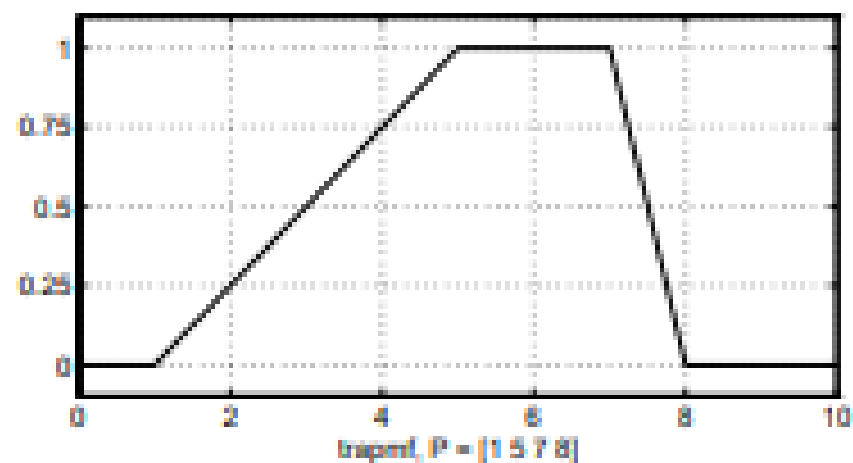
# Interfaz.



# Funciones de membresía.



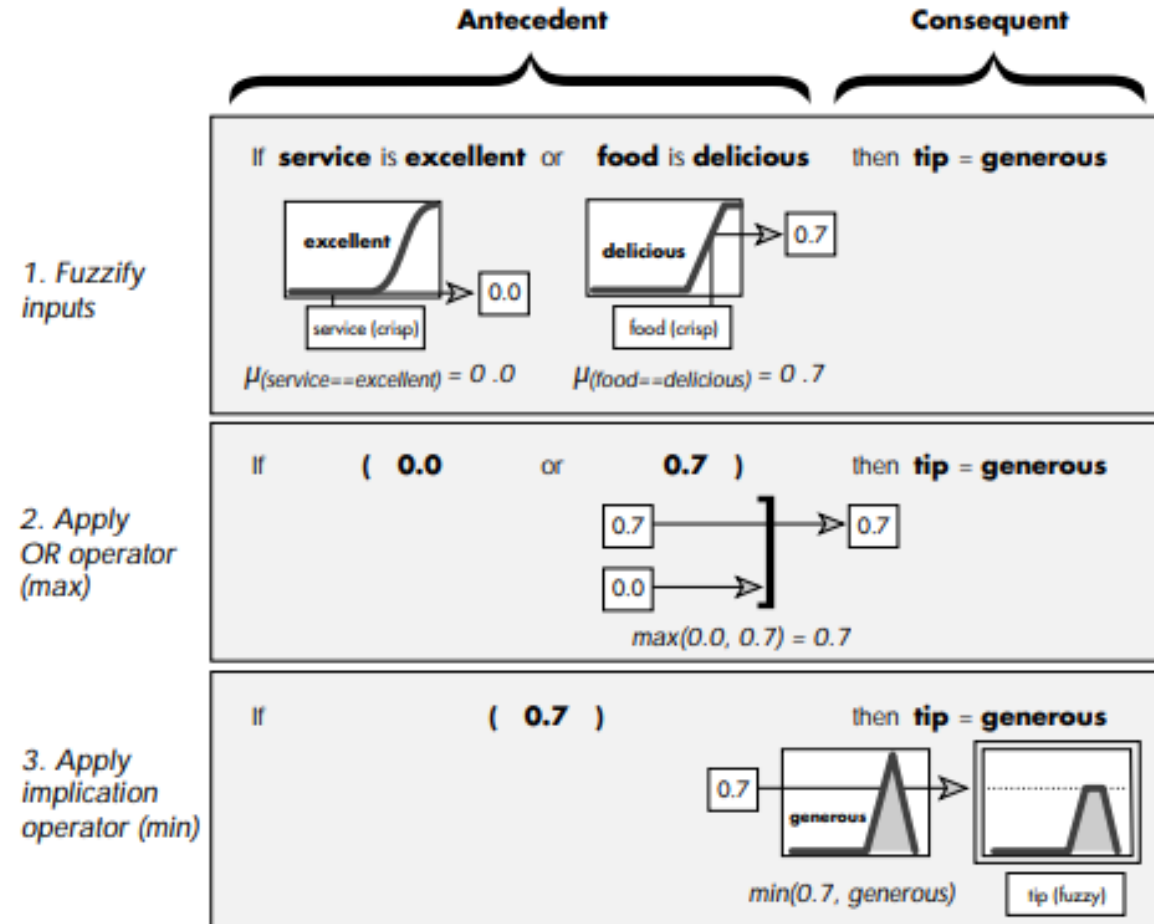
trimf



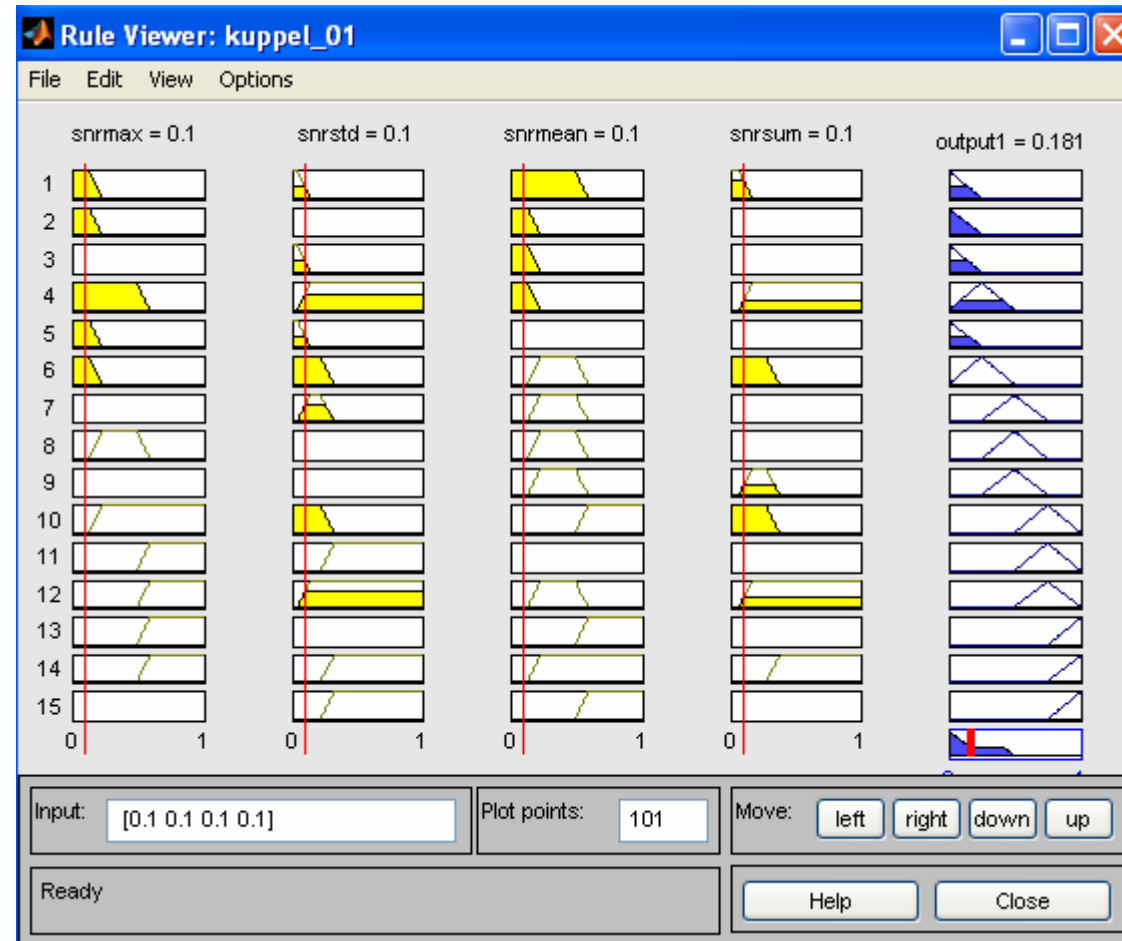
trapmf



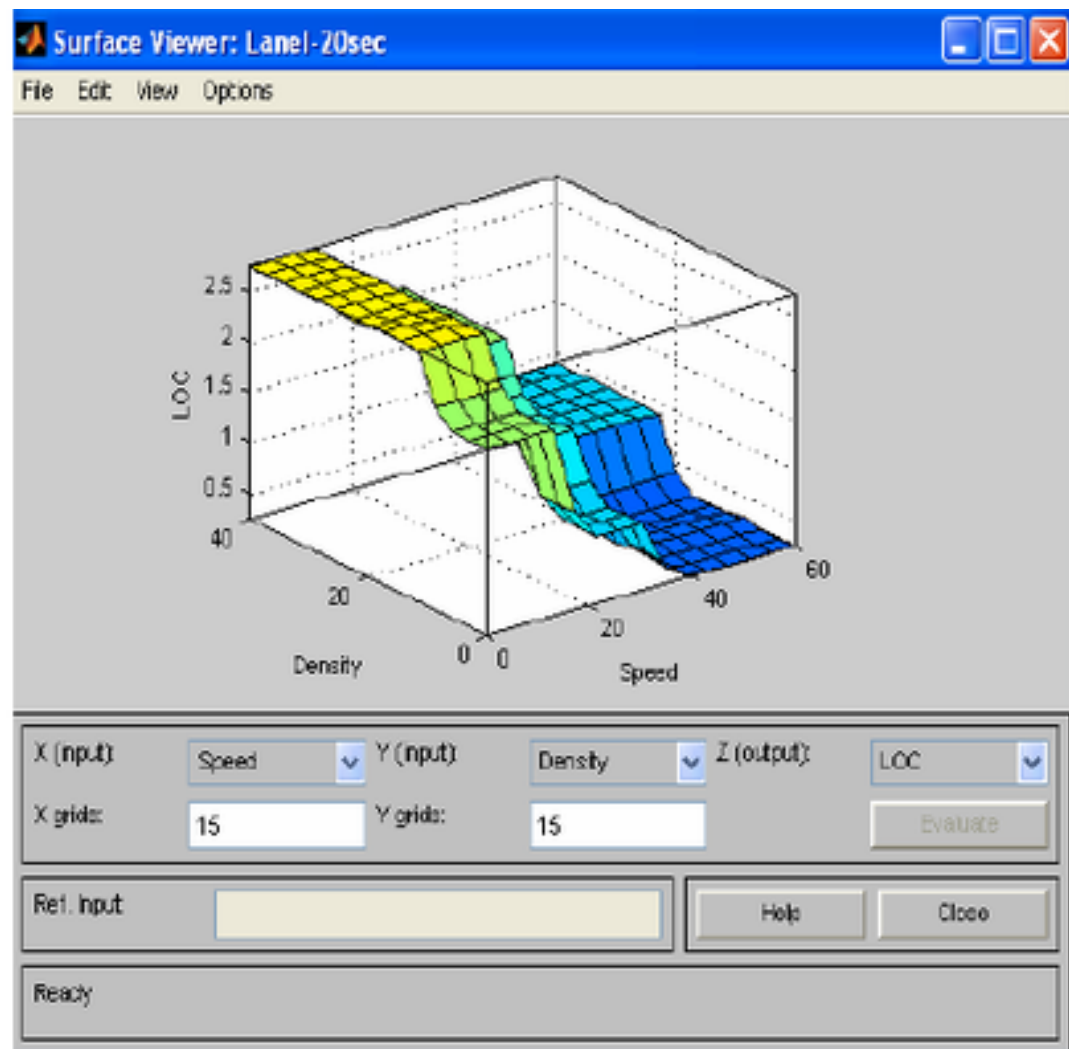
# Reglas.



# Reglas.



# Superficie.



# Función de pertenencia

- Método horizontal

$$A(x) = \left( \text{Respuestas Afirmativas} \right) / N$$

- Método vertical

# Método de comparación de parejas

$$M = \begin{bmatrix} \frac{A(x_1)}{A(x_1)} & \frac{A(x_1)}{A(x_2)} & \dots & \frac{A(x_1)}{A(x_n)} \\ \frac{A(x_1)}{A(x_2)} & \frac{A(x_2)}{A(x_2)} & \dots & \frac{A(x_2)}{A(x_n)} \\ \frac{A(x_2)}{A(x_2)} & \frac{A(x_2)}{A(x_2)} & \dots & \frac{A(x_2)}{A(x_n)} \\ \frac{A(x_1)}{A(x_2)} & \frac{A(x_2)}{A(x_2)} & \dots & \frac{A(x_n)}{A(x_n)} \\ \vdots & \ddots & \frac{A(x_i)}{A(x_j)} & \vdots \\ \frac{A(x_n)}{A(x_1)} & \frac{A(x_n)}{A(x_2)} & \dots & \frac{A(x_n)}{A(x_n)} \end{bmatrix}$$

# Temas Selectos de IA

Problemas de estado – espacio

M.C Said Zamora

# Búsqueda en Espacios

- Lola es un pingüino
- Los pingüinos son aves
- Las aves pueden volar

# Problema.

- Cuatro personas (A,B,C,D) buscan alcanzar un transporte y deben cruzar un puente de noche, los tiempos que tardan cada una de ellas en cruzar el puente son (1,2,5,10) minutos respectivamente, el puente es viejo y solo puede soportar dos personas por viaje,
- Si se requiere que una persona regrese con la lámpara y solo disponen de 17 minutos para lograrlo, ¿Cuál es la secuencia correcta en la que deben cruzar el puente?
- Exprese su respuesta utilizando arboles.



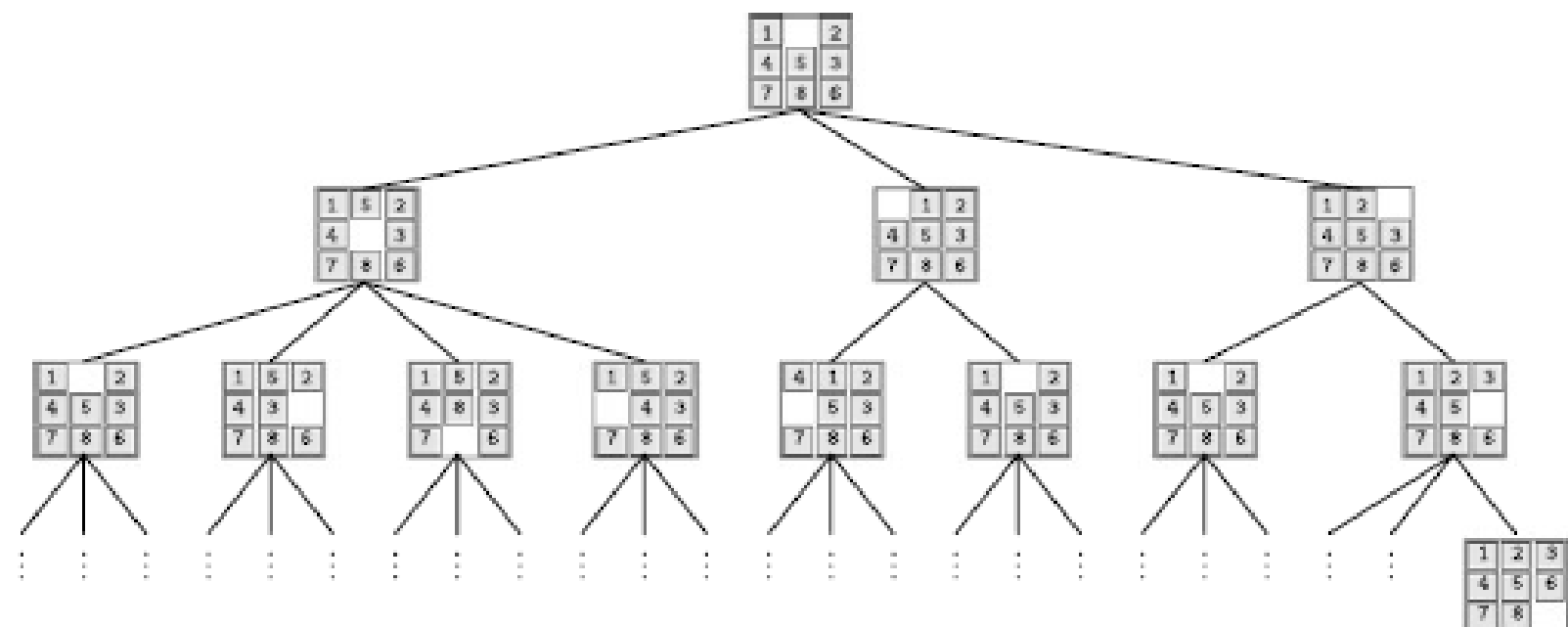
# Metodología

- Definir objetivo.
  - Estado inicial , estado final.
  - Definir Problema.
  - Estados posibles. Operadores.
- 
- Generar solución.
  - Secuencia de operadores.

5	4	
6	1	8
7	3	2

1	2	3
8		4
7	6	5

- Estados
- Operadores: Recuadro vacío se mueve horizontal y verticalmente.



# Problema de búsqueda.

- Estado.
- Estado inicial.
- Estado meta.
- Acciones.
- Solución.
- Función de costo.
- Estado espacio.

# Factor de ramificación. $B(s)$

- El numero de estados sucesores de un estado  $s$ . Se especifica como  $b$  si el factor de ramificación es constante.

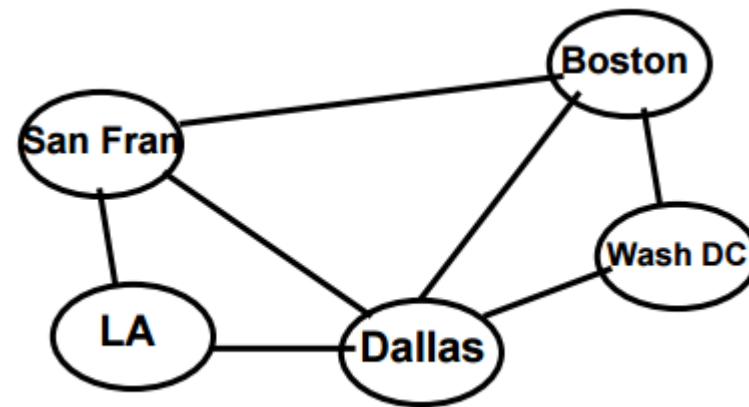
$$n = \frac{b^{d+1} - 1}{b - 1}$$

# Factor de ramificación efectivo.

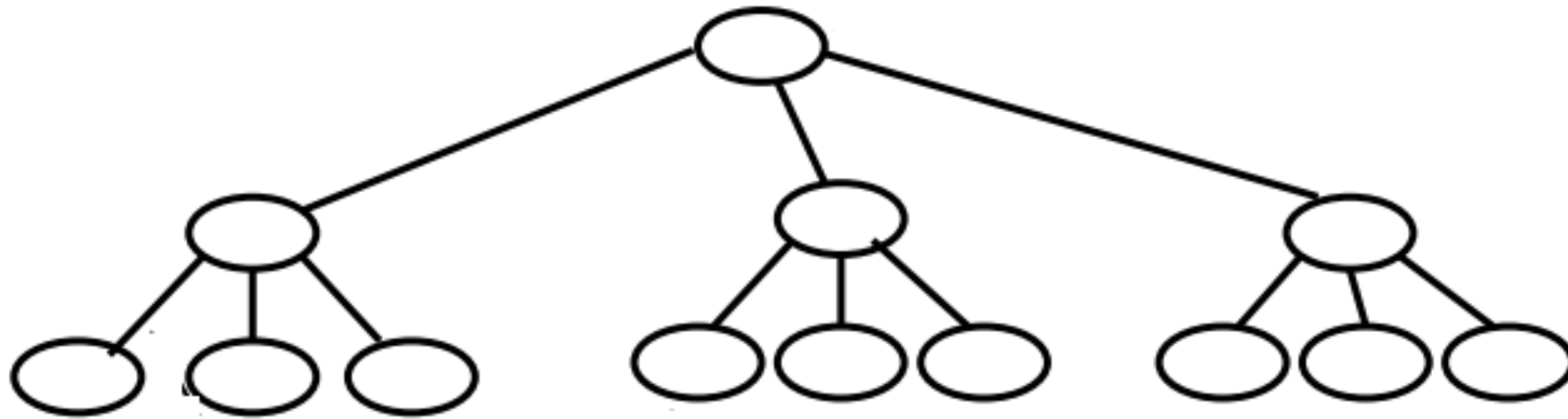
- Para un árbol de profundidad  $d$  con  $n$  nodos totales se define como el factor de ramificación constante que tendría un árbol de la misma profundidad y misma cantidad de nodos totales.
- Un algoritmo de búsqueda se considera completo si encuentra una solución para cada problema resoluble.

# Rutas lógicas

- Desear – adquirir un café.
- Colonia de hormigas.



# Árboles de búsqueda

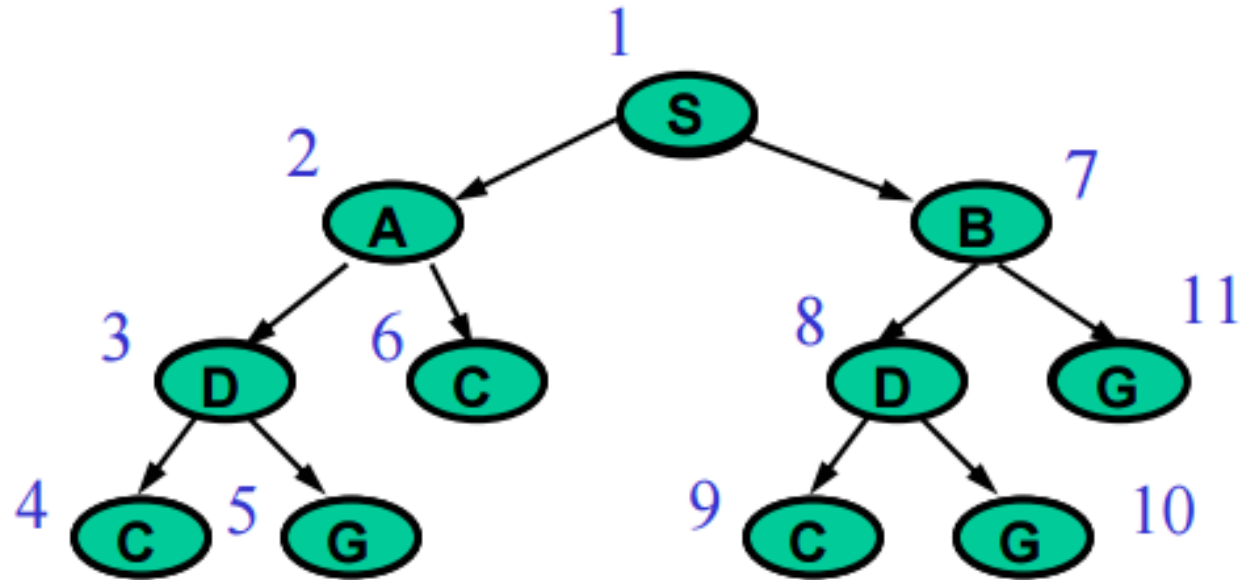




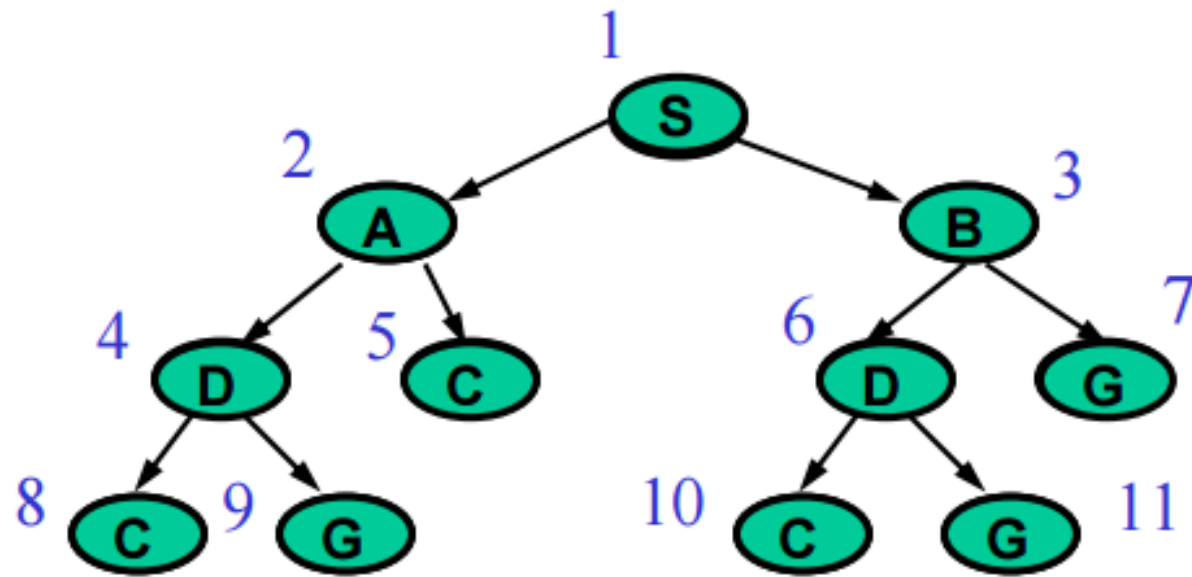
# Técnicas de búsqueda

- Ciegas: Profundidad y ancho, profundidad iterativa,
- Heurística
- Optima: Ramas y cotas

# Búsqueda de profundidad

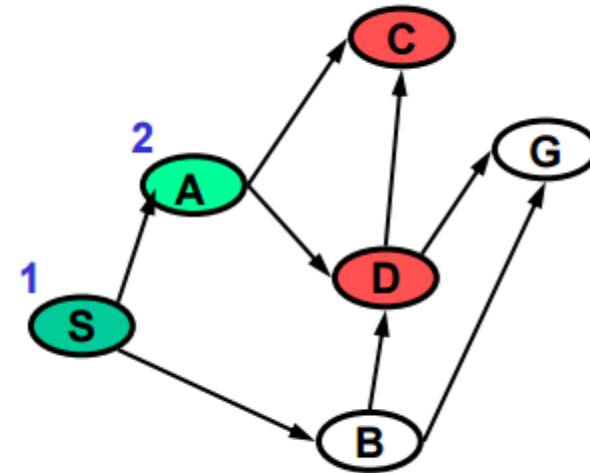


# Búsqueda por ancho

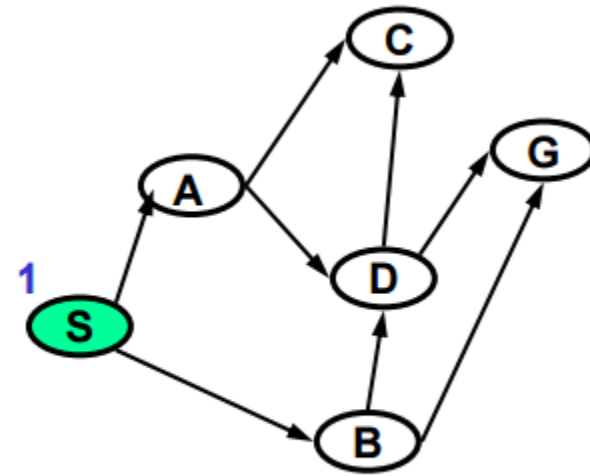


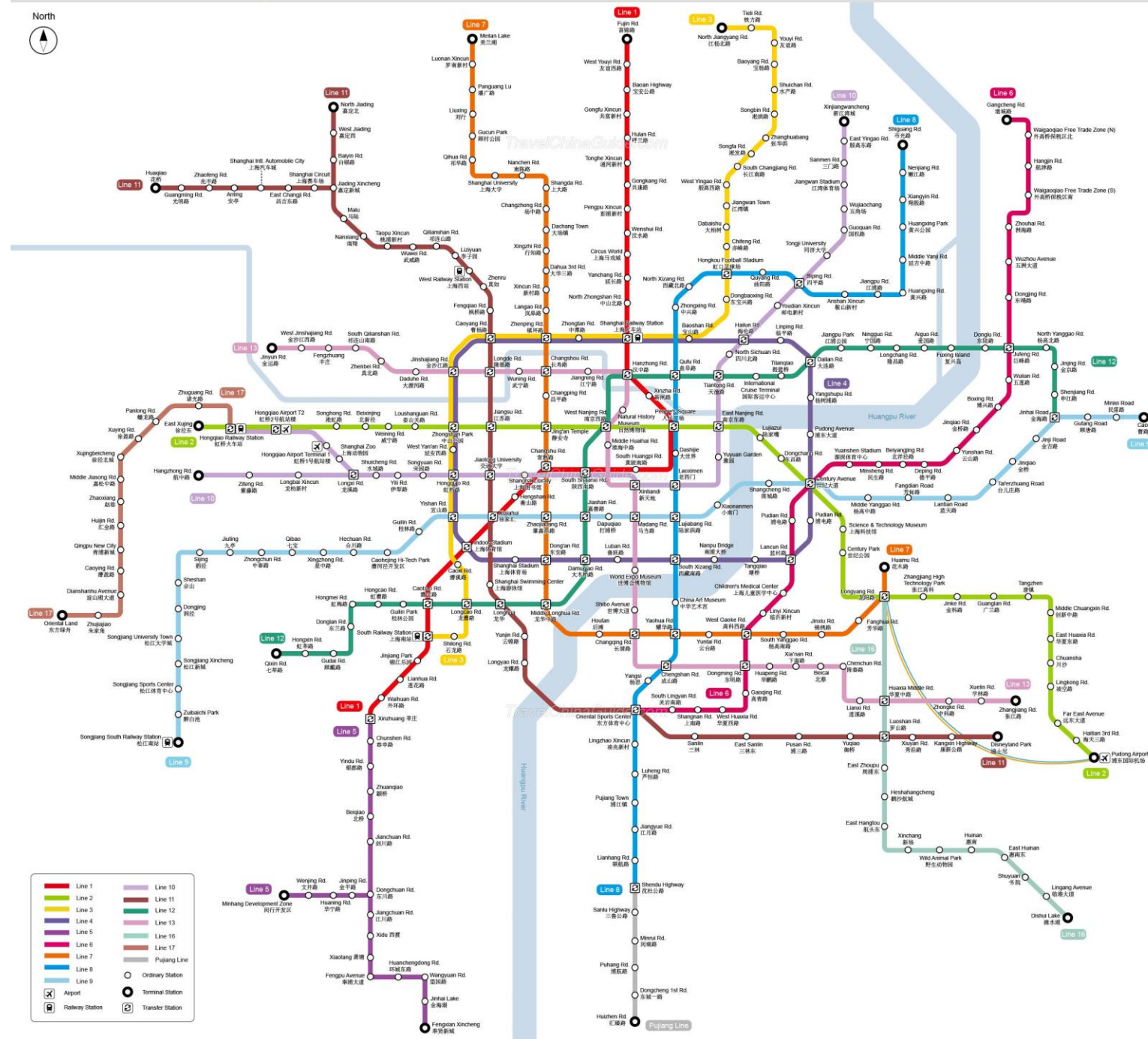
# Algoritmo simple de búsqueda

	Q
1	<del>(S)</del>
2	<del>(A S) (B S)</del>
3	(C A S) (D A S) (B S)
4	
5	

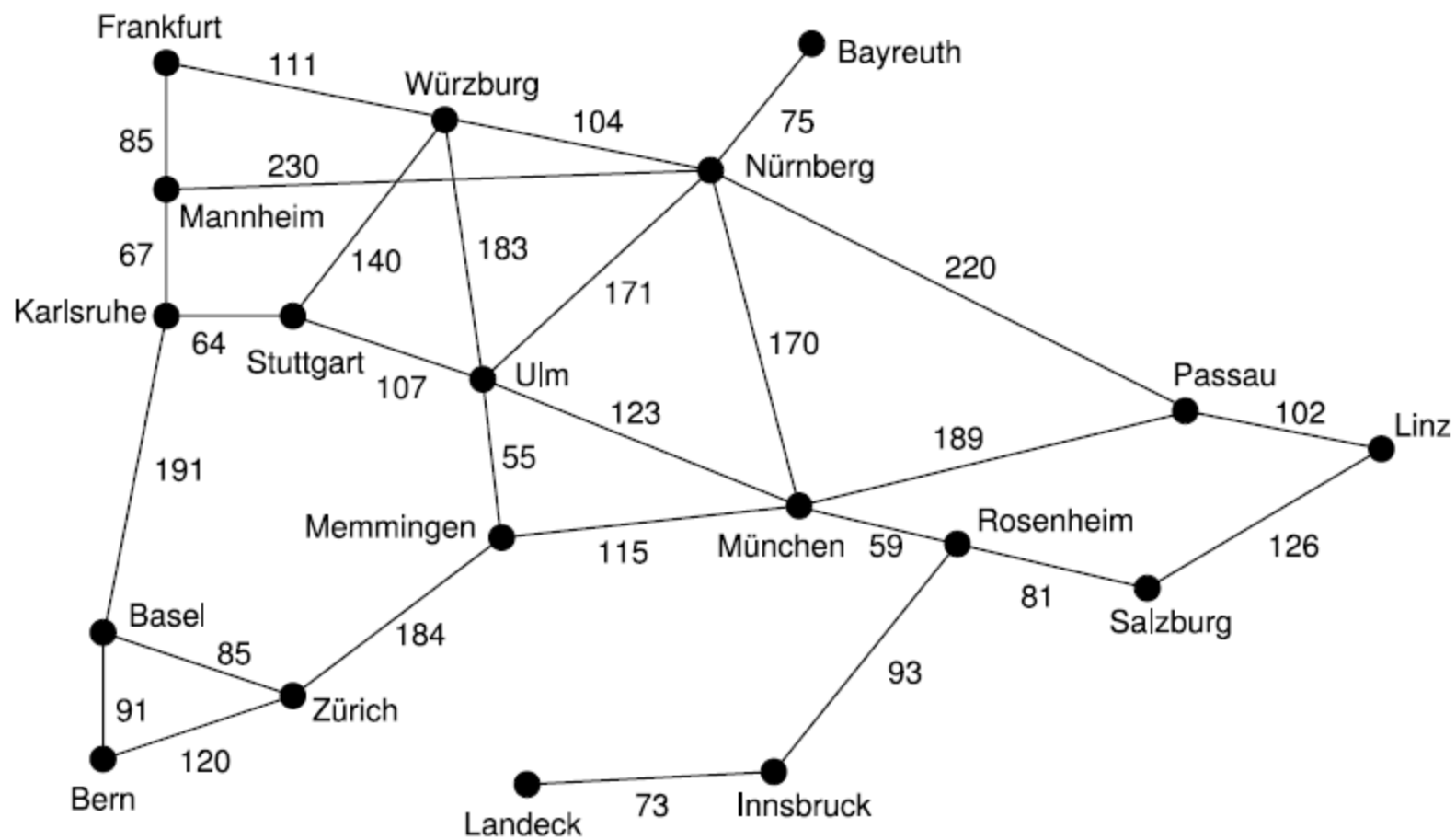


	Q	
1	<del>(S)</del>	S
2		
3		
4		
5		
6		









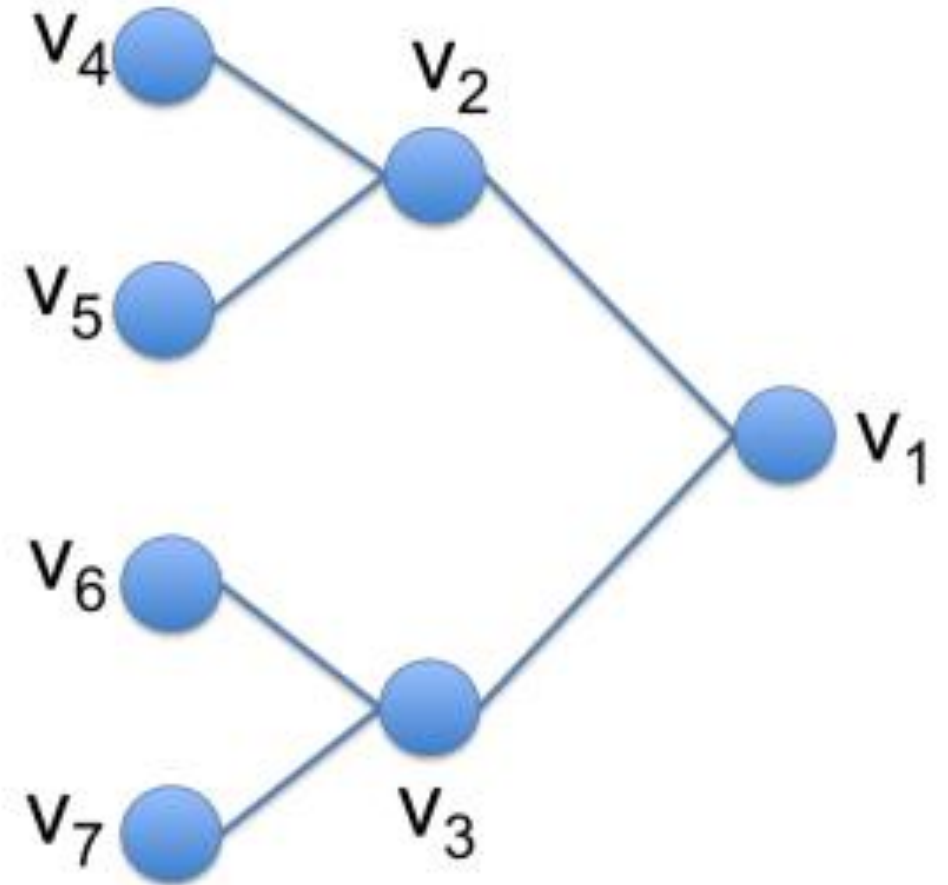


# Preparación.

- `install.packages("data.tree")`
- `library(igraph)`
- `library(data.tree)`

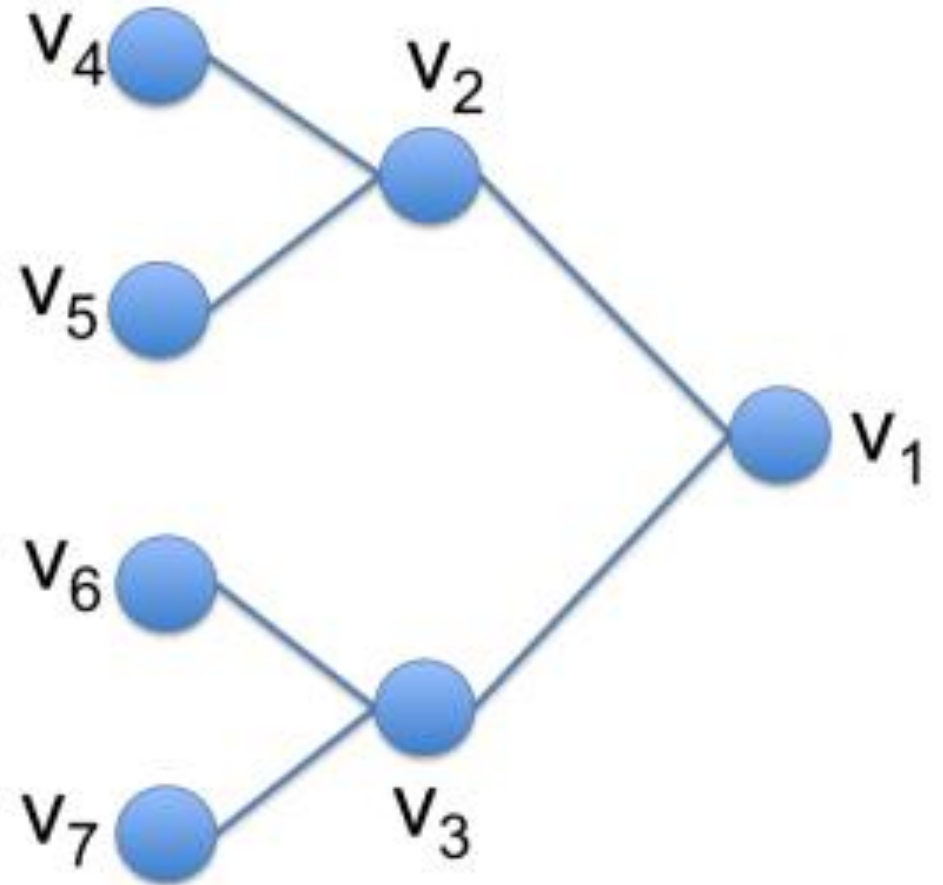
# Creación de un árbol.

- `tree<-Node$new("v1")`
- `tree2<-tree$AddChild("v2")`
- `tree3<-tree$AddChild("v3")`
- `tree`
- `plot(tree)`



# Creación de un árbol.

- `tree4<-tree2$AddChild("v4")`
- `tree5<-tree2$AddChild("v5")`
- `tree`
- `plot(tree)`



# Árbol aleatorio.

- `rt<- CreateRandomTree(nodes = 10, root = Node$new("a"), id = 1)`
- `rt`
- `plot(rt)`

# Factor de ramificación.

- Representa el número de ramas esperado desde un nodo padre.
- `averageBranchingFactor(tree)`

# igraph.

- `gt <- make_graph(edges = c("1","2", "1","5", "1","7", "1","8",  
"2","3","2","4","2","5","2","6","3","4","4","6","4","12","7","8","7","  
9","7","11","9","11","9","10"), directed = FALSE)`
- `plot(gt)`

# BFS, búsqueda por anchura.

- `bfs(gt, "1", dist=TRUE, succ=TRUE, pred=TRUE)`

# DFS, búsqueda por profundidad.

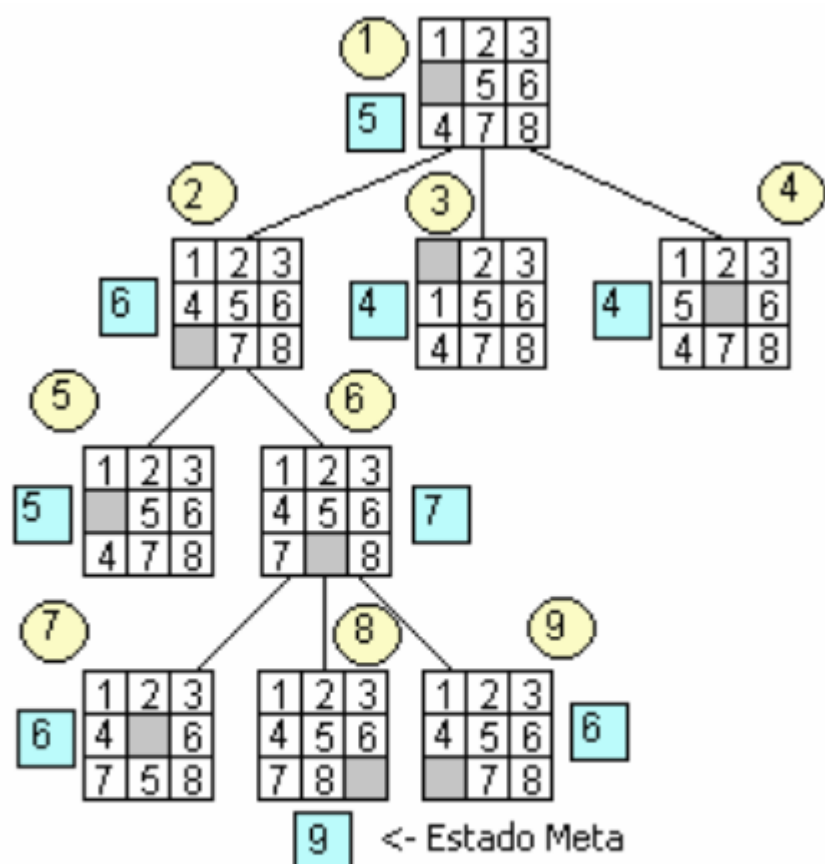
- `dfs(gt, "1", dist=TRUE, father=TRUE)`



# Hill Climbing

- Inicia en un punto del espacio de búsqueda.
- Si el nuevo punto es mejor, se transforma en el punto actual, de lo contrario, se selecciona otro punto vecino y es evaluado.

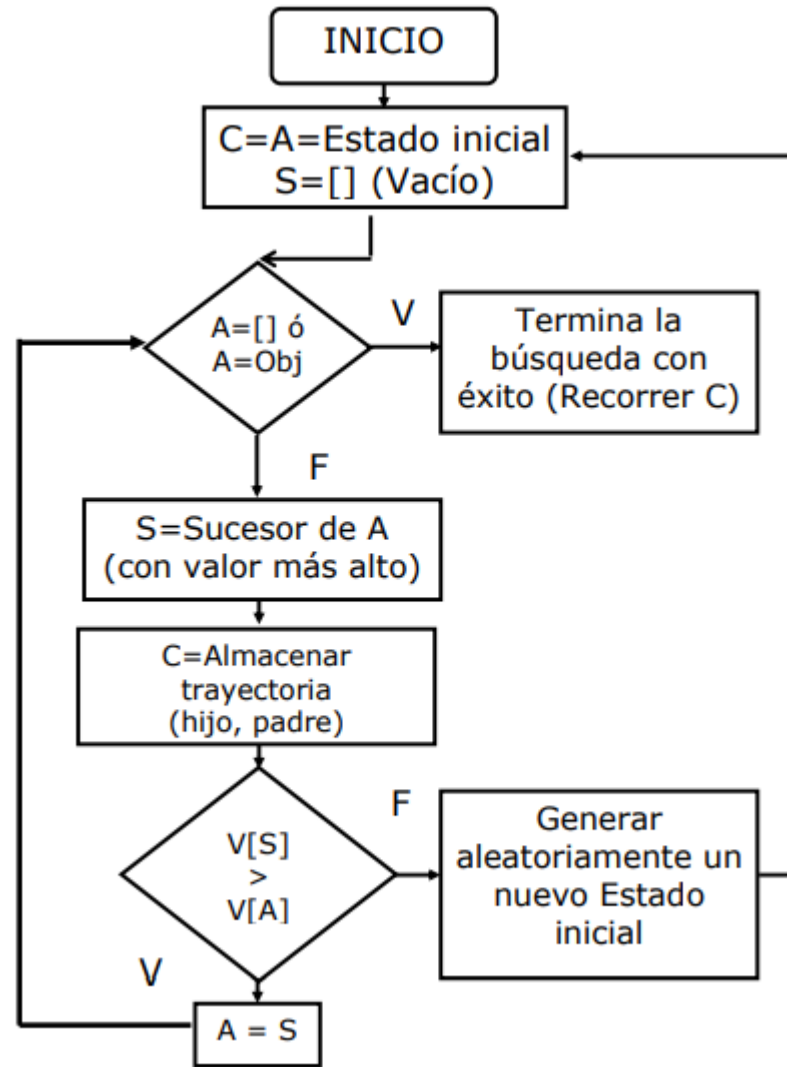
- Un máximo local: Estado mejor que sus vecinos pero no es mejor que otros puntos del sistema.
- Una meseta: Es un espacio de búsqueda en el que todo un conjunto de estados vecinos presentan el mismo valor.
- Un risco: que es un tipo especial de máximo local, imposible de atravesar con movimientos simples.



$f(\text{nodo}) = \text{número de casillas bien colocadas (maximizo)}$

● = Secuencia de estados generados

■ = Valor que devuelve función  $f(\text{nodo})$



# Máquinas de Turing

- Modelo abstracto de computación
- Funciones Computables

# Elementos de las Máquinas de Turing

- Número finito de estados internos
- Número infinito de espacios externos
- Número finito de instrucciones
- Autoreferencia

# Máquina de Turing

- Utiliza un alfabeto finito  $\Sigma$ , un conjunto finito de estados  $K$  que contiene un elemento inicial  $s$  y una función de transición  $\delta: K \times \Sigma \rightarrow (K \cup \{\text{pausa, si, no}\}) \times \Sigma \times \{\leftarrow, \rightarrow, \text{—}\}$

# Proceso de Turing

- Configuración inicial

$$q_0 = s \quad k_0 = 0.$$

- Transiciones

$$(x_i, q_i, k_i) \xrightarrow{M} (x_{i+1}, q_{i+1}, k_{i+1}).$$



# Máquinas de Turing

$q$	$\sigma$	$\delta(q, \sigma)$		
		state	symbol	direction
$s$	$\triangleright$	$r_0$	$\triangleright$	$\rightarrow$
$r_0$	0	$r_0$	0	$\rightarrow$
$r_0$	1	$r_1$	0	$\rightarrow$
$r_0$	$\sqcup$	$\ell$	0	$\leftarrow$
$r_1$	0	$r_0$	1	$\rightarrow$
$r_1$	1	$r_1$	1	$\rightarrow$
$r_1$	$\sqcup$	$\ell$	1	$\leftarrow$
$\ell$	0	$\ell$	0	$\leftarrow$
$\ell$	1	$\ell$	1	$\leftarrow$
$\ell$	$\triangleright$	halt	$\triangleright$	—