mostrando que $d\tau$ é sempre calculado pelo referencial no qual a partícula se encontra *em repouso*, visto que a expressão acima implica que $d\mathbf{x} = 0$. Pela propriedade (5.4) notamos que $d\tau$ é um *escalar*, ou seja, um número que, por isso mesmo, permanece invariante por transformações de Lorentz.

As transformações (5.1) são um caso particular de transformações de Lorentz, claramente. Entretanto, todos os resultados que iremos obter neste capítulo não dependem de qualquer maneira de uma tal particularização. De fato, para o caso da formulação tensorial das equações de Maxwell, estaremos abstraindo totalmente desta particularização e consideraremos o caso mais geral possível.

A Invariância da Equação de Onda por Transformações de Lorentz

De posse das transformações (5.1) e lembrando que as transformações de Galileu são dadas por

$$\begin{array}{l} x' = x - vt \\ t' = t \\ y' = y \\ z' = z \end{array} , \tag{5.8}$$

podemos agora mostrar que a equação de onda não é invariante por estas transformações, ou seja, sua forma funcional muda quando usamos (5.8) para passar de um sistema sem linha para um sistema com linha, mas é invariante por transformações de Lorentz, como as dadas em (5.1).

Vamos, primeiramente, mostrar que a equação de onda

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0 \tag{5.9}$$

não é invariante por transformações de Galileu; com a lei de transformação dada por (5.8), podemos calcular os operadores diferenciais como

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial x'}{\partial x}\frac{\partial}{\partial x'} + \frac{\partial t'}{\partial x}\frac{\partial}{\partial t'} = \frac{\partial}{\partial x'}$$

e

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial x'}{\partial t}\frac{\partial}{\partial x'} + \frac{\partial t'}{\partial t}\frac{\partial}{\partial t'} = -v\frac{\partial}{\partial x'} + \frac{\partial}{\partial t'}.$$

Assim, os operadores que aparecem em (5.9) ficam

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} = \frac{\partial^2}{\partial x'^2} \text{ e } \frac{\partial^2}{\partial t^2} = v^2\frac{\partial^2}{\partial x'^2} - 2v\frac{\partial^2}{\partial x'\partial t'} + \frac{\partial^2}{\partial t'^2}$$

de maneira que a equação de onda (5.9) deve ser reescrita como

$$\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x'^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t'^2} + \frac{2v}{c^2}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x'\partial t'} = 0 \tag{5.10}$$

de maneira que, não importa qual a lei de transformação associada à função Φ, tal equação não é mais uma equação de onda no referencial com linha. Isto significa que, supondo a validade do princípio de relatividade de *Galileu*, poderíamos utilizar experiências com efeitos eletromagnéticos para saber se estamos num referencial em repouso absoluto (em repouso com relação a um espaço absoluto) ou em um referencial que se move com velocidade constante (com relação a este mesmo espaço absoluto), visto que, nestes últimos, os efeitos eletromagnéticos estariam associados à equação (5.10) e seriam claramente distingüíveis daqueles que satisfazem a equação (5.9). Isto violaria o próprio princípio de Galileu que exige que os referenciais inerciais sejam todos indistingüíveis entre si, de maneira que jamais possamos saber qual deles está em repouso com respeito ao espaço absoluto (que em Newton é da ordem apenas de Deus, como já vimos no volume 1). Uma possibilidade então é que o eletromagnetismo esteja errado e as equações de onda não sejam uma representação correta de seus fenômenos; tal hipótese, entretanto, não se coaduna com os experimentos extremamente precisos que o eletromagnetismo suscita. Assim, torna-se necessário reformular o princípio de invariância, ou seja, a lei de transformação propriamente dita—algo que só pode ser feito a partir de considerações sobre a natureza do espaço e do tempo. Foi assim que, primeiramente surgiram as hipóteses do éter (cf. o primeiro capítulo) e, posteriormente, a teoria da relatividade com o axioma da constância da velocidade da luz no vácuo, independente do movimento com velocidade constante do sistema de coordenadas.

O termo multiplicativo mais à esquerda na equação (5.10) é bastante sugestivo e nos mostra que talvez as transformações de Lorentz possam fazer com que a equação de onda (5.8) fique invariante. De fato, se adotarmos as transformações (5.1), os operadores diferenciais ficam dados por

$$\frac{\partial}{\partial x} = \gamma \frac{\partial}{\partial x'} - \frac{\gamma v}{c^2}\frac{\partial}{\partial t'}$$

e

$$\frac{\partial}{\partial t} = \gamma v \frac{\partial}{\partial x'} - \gamma \frac{\partial}{\partial t'}$$

de modo que temos

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} = \gamma^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial x'^2} - \frac{2v}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial x' \partial t'} + \frac{v^2}{c^4}\frac{\partial^2}{\partial t'^2} \right)$$

e

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} = \gamma^2 \left(v^2 \frac{\partial^2}{\partial x'^2} - 2v \frac{\partial^2}{\partial x' \partial t'} + \frac{\partial^2}{\partial t'^2} \right)$$

de maneira que chegamos em

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x'^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t'^2},$$

como desejávamos.

A adoção das leis de transformação (5.1) implicam, como é óbvio, que uma reformulação na mecânica será necessária, visto que agora é a mecânica que deverá ser feita invariante pelas transformações de Lorentz. No final deste capítulo mostraremos, ainda que brevemente, como fazê-lo.

A Lei de Transformação dos Campos

Na seção anterior mostramos como as transformações de Lorentz implicam na invariância das equações de onda, enquanto que as transformações de Galileu implicam na sua alteração de forma, ou seja, na sua não-invariância. Também vimos, no primeiro capítulo deste volume, que as equações de Maxwell no vácuo podem ser reduzidas a equações de onda para os campos $\mathbf{E}$ e $\mathbf{B}$ de maneira que tais equações claramente permanecem invariantes pelas transformações de Lorentz.

As transformações de Lorentz nos dizem como as novas coordenadas e o tempo devem se modificar, em termos das antigas, precisamente de maneira a manter a equação de onda (para a luz) invariante. O que não sabemos ainda é como o campo elétrico e a indução magnética devem transformar-se (se for o caso) quando passamos de um sistema de referência a outro. Que uma tal alteração deve em geral ser esperada fica claro se nos lembrarmos que, se tivermos um caso particular no qual uma carga q se encontra em repouso num determinado referencial, quando vista de um referencial em movimento com velocidade v_x em relação ao primeiro, tal carga estará, do ponto de vista deste referencial, em movimento com uma velocidade $-v_x$ e, assim, estará produzindo uma corrente à qual esperamos encontrar associada uma indução magnética (note que isto deve valer tanto para a transformação de Galileu quanto para a transformação de Lorentz, visto que não foi necessário dizer explicitamente qual tipo de transformação estaríamos considerando).

A pergunta fundamental desta seção é, portanto, a seguinte: dadas as transformações de Lorentz para as coordenadas, como o campo elétrico $\mathbf{E}$ e a indução magnética $\mathbf{B}$ devem se transformar para deixar as equações de Maxwell

$$\begin{array}{l} \nabla \cdot \mathbf{E} = \rho/\epsilon_0 \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0 \\ \nabla \times \mathbf{B} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \mu_0 \mathbf{J} \end{array} ,$$

invariantes? Ou seja, para que no sistema de coordenadas com linha tenhamos

$$\begin{array}{l} \nabla' \cdot \mathbf{E}' = \rho'/\epsilon_0 \\ \nabla' \cdot \mathbf{B}' = 0 \\ \nabla' \times \mathbf{E}' + \frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial t'} = 0 \\ \nabla' \times \mathbf{B}' - \frac{1}{c^2}\frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial t'} = \mu_0 \mathbf{J}' \end{array} , \tag{5.11}$$

onde, ressaltamos mais uma vez, tanto os campos quanto os operadores devem ser escritos no novo sistema de coordenadas espaço-temporais.

Vamos responder a esta questão para o caso mais restrito de transformações de Lorentz nas quais os sistemas de coordenadas se movem com velocidade v em relação um ao outro sobre a linha que define suas coordenadas x e x'. Neste caso, nossas transformações são

$$\begin{array}{l} x' = \gamma(x - vt) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma(t - vx/c^2) \end{array} \tag{5.12}$$

e os operadores gradiente e derivada temporal, que são dados por

$$\nabla = \mathbf{i}\frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial}{\partial z} \ ; \ \frac{\partial}{\partial t}$$

ficam dados, usando (essencialmente a regra da cadeia)

$$\begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial x'}{\partial x}\frac{\partial}{\partial x'} + \frac{\partial y'}{\partial x}\frac{\partial}{\partial y'} + \frac{\partial z'}{\partial x}\frac{\partial}{\partial z'} + \frac{\partial t'}{\partial x}\frac{\partial}{\partial t'} = \gamma\frac{\partial}{\partial x'} - \frac{\gamma v}{c^2}\frac{\partial}{\partial t'} \\ \frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial x'}{\partial y}\frac{\partial}{\partial x'} + \frac{\partial y'}{\partial y}\frac{\partial}{\partial y'} + \frac{\partial z'}{\partial y}\frac{\partial}{\partial z'} + \frac{\partial t'}{\partial y}\frac{\partial}{\partial t'} = \frac{\partial}{\partial y'} \\ \frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial x'}{\partial z}\frac{\partial}{\partial x'} + \frac{\partial y'}{\partial z}\frac{\partial}{\partial y'} + \frac{\partial z'}{\partial z}\frac{\partial}{\partial z'} + \frac{\partial t'}{\partial z}\frac{\partial}{\partial t'} = \frac{\partial}{\partial z'} \\ \frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial x'}{\partial t}\frac{\partial}{\partial x'} + \frac{\partial y'}{\partial t}\frac{\partial}{\partial y'} + \frac{\partial z'}{\partial t}\frac{\partial}{\partial z'} + \frac{\partial t'}{\partial t}\frac{\partial}{\partial t'} = \gamma\frac{\partial}{\partial t'} - \gamma v\frac{\partial}{\partial x'} \end{array}$$

pela expressão

$$\nabla = \mathbf{i}\left(\gamma\frac{\partial}{\partial x'} - \frac{\gamma v}{c^2}\frac{\partial}{\partial t'}\right) + \mathbf{j}\frac{\partial}{\partial y'} + \mathbf{k}\frac{\partial}{\partial z'} \ ; \ \frac{\partial}{\partial t} = \gamma\frac{\partial}{\partial t'} - \gamma v\frac{\partial}{\partial x'}.$$

O rotacional de uma grandeza vetorial $\mathbf{D}$ qualquer deve ser expresso, segundo estes operadores, como

$$\nabla \times \mathbf{D} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \gamma\frac{\partial}{\partial x'} - \frac{\gamma v}{c^2}\frac{\partial}{\partial t'} & \frac{\partial}{\partial y'} & \frac{\partial}{\partial z'} \\ D_x & D_y & D_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial D_z}{\partial y'} - \frac{\partial D_y}{\partial z'}\right)\mathbf{i} +$$

$$+ \left(\frac{\partial D_x}{\partial z'} - \gamma\frac{\partial D_z}{\partial x'} + \frac{\gamma v}{c^2}\frac{\partial D_z}{\partial t'}\right)\mathbf{j} + \left(\gamma\frac{\partial D_y}{\partial x'} - \frac{\partial D_x}{\partial y'} - \frac{\gamma v}{c^2}\frac{\partial D_y}{\partial t'}\right)\mathbf{k}.$$

Usando estes resultados, as equações de Maxwell que representam as leis de Gauss ficam

$$\begin{array}{r} \nabla \cdot \mathbf{E} = \gamma\frac{\partial E_x}{\partial x'} + \frac{\partial E_y}{\partial y'} + \frac{\partial E_z}{\partial z'} - \frac{\gamma v}{c^2}\frac{\partial E_x}{\partial t'} = \rho/\epsilon_0 \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = \gamma\frac{\partial B_x}{\partial x'} + \frac{\partial B_y}{\partial y'} + \frac{\partial B_z}{\partial z'} - \frac{\gamma v}{c^2}\frac{\partial B_x}{\partial t'} = 0 \end{array} , \tag{5.13}$$

enquanto que a lei de Faraday fica

$$\begin{array}{l} \frac{\partial E_z}{\partial y'} - \frac{\partial E_y}{\partial z'} - \gamma v \frac{\partial B_x}{\partial x'} + \gamma \frac{\partial B_x}{\partial t'} = 0 \\ \frac{\partial E_x}{\partial z'} - \gamma \frac{\partial E_z}{\partial x'} - \gamma v \frac{\partial B_y}{\partial x'} + \frac{\gamma v}{c^2} \frac{\partial E_z}{\partial t'} + \gamma \frac{\partial B_y}{\partial t'} = 0 \\ \gamma \frac{\partial E_y}{\partial x'} - \frac{\partial E_x}{\partial y'} - \gamma v \frac{\partial B_z}{\partial x'} - \frac{\gamma v}{c^2} \frac{\partial E_y}{\partial t'} + \gamma \frac{\partial B_z}{\partial t'} = 0 \end{array} \tag{5.14}$$

e a lei de Ampère modificada fica

$$\begin{array}{l} \frac{\partial B_z}{\partial y'} - \frac{\partial B_y}{\partial z'} + \frac{\gamma v}{c^2} \frac{\partial E_x}{\partial x'} - \frac{\gamma}{c^2} \frac{\partial E_x}{\partial t'} = \mu_0 J_x \\ \frac{\partial B_x}{\partial z'} - \gamma \frac{\partial B_z}{\partial x'} + \frac{\gamma v}{c^2} \frac{\partial B_z}{\partial t'} - \frac{\gamma}{c^2} \frac{\partial E_y}{\partial t'} + \frac{\gamma v}{c^2} \frac{\partial E_y}{\partial x'} = \mu_0 J_y \ , \\ \gamma \frac{\partial B_y}{\partial x'} - \frac{\partial B_x}{\partial y'} - \frac{\gamma v}{c^2} \frac{\partial B_y}{\partial t'} - \frac{\gamma}{c^2} \frac{\partial E_z}{\partial t'} + \frac{\gamma v}{c^2} \frac{\partial E_z}{\partial x'} = \mu_0 J_z \end{array} \tag{5.15}$$

onde as duas últimas equações de Maxwell se desdobram em seis, visto que são equações vetoriais.

Exercício 5.0.34 *Obtenha as equações de Maxwell na forma escrita acima.*

Note que ainda estamos escrevendo os campos no sistema de coordenadas sem linha. Para analisar as propriedades de transformação destes campos, tomemos primeiramente as equações de Faraday. Na primeira destas equações (em termos das componentes) verificamos, *por inspeção*, que, para que retornemos a uma equação de Faraday sem termos espúrios, devemos colocar[1]

$$\begin{array}{l} E_z = \gamma(E'_z - vB'_y) \\ E_y = \gamma(E'_y + vB'_z) \ , \\ B_x = B'_x \end{array} \tag{5.16}$$

pois, neste caso, por substituição direta nesta equação, ficamos com

$$\left[\nabla' \times \mathbf{E}' + \frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial t'}\right]_x = v\nabla' \cdot \mathbf{B}', \tag{5.17}$$

onde

$$\nabla' = \mathbf{i}\frac{\partial}{\partial x'} + \mathbf{j}\frac{\partial}{\partial y'} + \mathbf{k}\frac{\partial}{\partial z'}, \tag{5.18}$$

e o índice x do termo entre colchêtes indica apenas que esta é a componente x da equação de Faraday. Desta forma, se conseguirmos mais adiante mostrar que o divergente à direita é zero, teremos mostrado a invariância da primeira componente das equações associadas à lei de Faraday. As outras duas componentes ficarão

$$\left[\nabla' \times \mathbf{E}' + \frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial t'}\right]_y = 0 \tag{5.19}$$

[1] Estamos aqui fornecendo a forma pela qual algumas das componentes dos campos devem-se transformar pois já conhecemos o resultado. Caso não o conhecêssemos, deveríamos tentar uma expressão geral para a transformação e concluir, finalmente, que ela se reduz às expressões fornecidas.

e

$$\left[\nabla' \times \mathbf{E}' + \frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial t'}\right]_z = 0 \tag{5.20}$$

se, juntamente com as transformações (5.16), colocarmos

$$\begin{array}{l} B_y = \gamma(B'_y - \frac{v}{c^2}E'_z) \\ B_z = \gamma(B'_z + \frac{v}{c^2}E'_y) \\ E_x = E'_x \end{array} \ . \tag{5.21}$$

Não é de modo algum estranho que as componentes em y e z se anulem automaticamente, de modo que devemos nos preocupar apenas com a componente em x; de fato, a transformação de Lorentz que estamos considerando é uma transformação *na direção x*, o que faz com que as equações associadas a outras direções não sejam alteradas com a troca de sistemas de coordenadas. Assim, nosso conjunto completo de transformações para os campos fica

$$\begin{array}{ll} E_x = E'_x & B_x = B'_x \\ E_y = \gamma(E'_y + vB'_z) & B_y = \gamma(B'_y - \frac{v}{c^2}E'_z) \\ E_z = \gamma(E'_z - vB'_y) & B_z = \gamma(B'_z + \frac{v}{c^2}E'_y) \end{array} \ . \tag{5.22}$$

Exercício 5.0.35 *Faça os cálculos referentes às transformações associadas com as outras duas componentes da lei de Faraday substituindo as equações (5.21) nas mesmas e conferindo os resultados (5.19) e (5.20).*

As equações (5.22) são as equações completas de transformação, mas ainda falta testar *todas* as outras equações de Maxwell (note que testamos apenas a lei de Faraday e, mesmo assim, só podemos garantí-la se conseguirmos mostrar que o divergente à direita de (5.17) se anula, o que corresponde à lei de Gauss para a indução magnética $\mathbf{B}'$). Vamos então mostrar que, com certas considerações, obtemos as novas equações para os campos transformados como em (5.11).

Se nos voltarmos para a lei de Gauss para a indução magnética e substituirmos os resultados acima ficaremos com

$$\nabla' \cdot \mathbf{B}' = \frac{v}{c^2}\left[\nabla' \times \mathbf{E}' + \frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial t'}\right]_x .$$

Exercício 5.0.36 *Faça esta passagem.*

Comparando esta última expressão com (5.17) notamos que, ou $v^2/c = 1$ (o que é falso), ou o divergente deve anular-se, de modo que

$$\nabla' \cdot \mathbf{B}' = 0, \tag{5.23}$$

e, portanto,

$$\nabla' \times \mathbf{E}' + \frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial t'} = 0 \tag{5.24}$$

Com este resultado já conseguimos mostrar a invariância das equações *homogêneas* de Maxwell; restam ainda as equações inomogêneas. Tais equações, como veremos, irão impor condições sobre as propriedades de transformação da densidade de carga e da densidade de corrente. Vejamos; começando pela lei de Gauss para o campo elétrico e substituindo os campos transformados chegamos ao resultado

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \gamma \nabla' \cdot \mathbf{E}' - \gamma v \left[\nabla' \times \mathbf{B}' - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial t'} \right]_x = \rho / \epsilon_0$$

de maneira que, se colocarmos

$$\frac{\rho}{\epsilon_0} = \gamma \left(\frac{\rho'}{\epsilon_0} + \mu_0 v J'_x \right) \Rightarrow \rho = \gamma \left(\rho' + \frac{v}{c^2} J'_x \right) \tag{5.25}$$

teremos, imediatamente

$$\nabla' \cdot \mathbf{E}' = \rho' / \epsilon_0, \tag{5.26}$$

desde que seja verdade que

$$\left[\nabla' \times \mathbf{B}' - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial t'} \right]_x = \mu_0 J'_x,$$

o que ainda fica para demonstrar.

Exercício 5.0.37 *Deduza os resultados acima.*

Falta, portanto, apenas considerar as três componentes da lei de Ampère modificada. A primeira delas irá gerar a equação

$$\gamma \left[\nabla' \times \mathbf{B}' - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial t'} \right]_x = \mu_0 J_x - \frac{\gamma v}{c^2} \frac{\rho'}{\epsilon_0}$$

que, se colocarmos

$$\mu_0 J_x = \gamma \left(\mu_0 J'_x + \frac{v}{c^2} \frac{\rho'}{\epsilon_0} \right) \Rightarrow J_x = \gamma (J'_x + v \rho'), \tag{5.27}$$

obtemos

$$\left[\nabla' \times \mathbf{B}' - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial t'} \right]_x = \mu_0 J'_x.$$

Da mesma forma, se colocarmos

$$J_y = J'_y \ ; \ J_z = J'_z, \tag{5.28}$$

teremos, para as duas outras componentes da lei de Ampère modificada

$$\left[\nabla' \times \mathbf{B}' - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial t'} \right]_y = \mu_0 J'_y$$

e

$$\left[\nabla' \times \mathbf{B}' - \frac{1}{c^2}\frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial t'}\right]_z = \mu_0 J'_z,$$

que implicam na invariância da mesma, na forma

$$\nabla' \times \mathbf{B}' - \frac{1}{c^2}\frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial t'} = \mu_0 \mathbf{J}'. \tag{5.29}$$

Coletando todos os resultados obtidos temos:

1. Os campos devem se transformar segundo

$$\begin{array}{ll} E_x = E'_x & B_x = B'_x \\ E_y = \gamma(E'_y + vB'_z) & B_y = \gamma(B'_y - \frac{v}{c^2}E'_z) \\ E_z = \gamma(E'_z - vB'_y) & B_z = \gamma(B'_z + \frac{v}{c^2}E'_y) \end{array} ; \tag{5.30}$$

   Apenas por completude damos aqui a expressão geral para a transformação dos campos, independente da direção de β (nas passagens acima considerada como sendo $\mathbf{i} = \mathbf{i}'$); tais expressões são

$$\begin{array}{l} \mathbf{E}' = \gamma(\mathbf{E} + \overrightarrow{\beta} \times \mathbf{B}) - \frac{\gamma^2}{\gamma+1}\overrightarrow{\beta}(\overrightarrow{\beta} \cdot \mathbf{E}) \\ \mathbf{B}' = \gamma(\mathbf{B} - \overrightarrow{\beta} \times \mathbf{E}) - \frac{\gamma^2}{\gamma+1}\overrightarrow{\beta}(\overrightarrow{\beta} \cdot \mathbf{B}) \end{array} . \tag{5.31}$$

2. A densidade de carga e a densidade de corrente devem se transformar como

$$\begin{array}{l} \rho = \gamma(\rho' + \frac{v}{c^2}J'_x) \\ J_x = \gamma(J'_x + v\rho') \\ J_y = J'_y \\ J_z = J'_z \end{array} ; \tag{5.32}$$

3. E as equações de Maxwell ficam [(5.23), (5.24), (5.26) e (5.29)]

$$\begin{array}{l} \nabla' \cdot \mathbf{B}' = 0 \\ \nabla' \times \mathbf{E}' + \frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial t'} = 0 \\ \nabla' \cdot \mathbf{E}' = \epsilon_0 \rho' \\ \nabla' \times \mathbf{B}' - \frac{1}{c^2}\frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial t'} = \mu_0 \mathbf{J}' \end{array} \tag{5.33}$$

   que são as equações escritas no referencial linha e que possuem exatamente a mesma aparência que possuíam no referencial sem linha.

Exercício 5.0.38 *A partir das expressões (5.30) mostre que não é possível ter um referencial K', movendo-se com relação a um referencial K, que faça com que um campo puramente eletrostático em K se transforme num campo puramente magnetostático em K'.*