Introdução ao MAPLE

MAPLE é uma ferramenta computacional para auxílio no ensino/aprendizado de matemática. MAPLE pode resolver derivadas e integrais, equações diferenciais, alem de possibilitar a manipulação de vetores e matrizes.

Por exemplo:

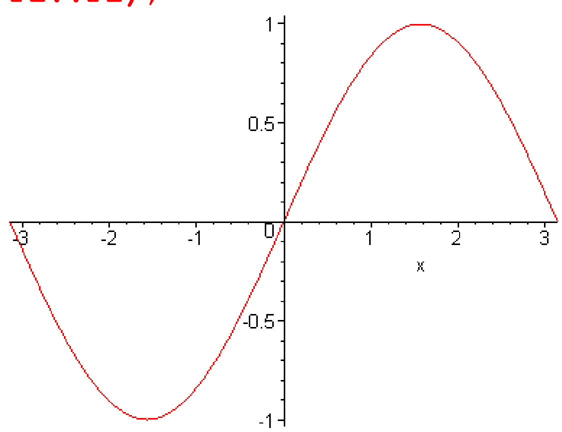
1- Com o comando EXPAND é possível expandir uma equação como abaixo

```
> expand((a+b)^3);
```

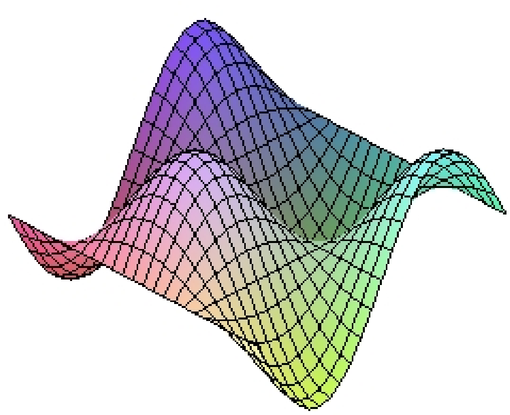
$$a^3 + 3\,a^2\,b + 3\,a\,b^2 + b^3$$

2- Facilmente é possível construir gráficos com o comando PLOT ou PLOT3D

```
> plot(sin(x),x=-Pi..Pi);
```




```
> plot3d(sin(x)*cos(y),x=-Pi..Pi, y=-Pi..Pi);
```



3- Ou, finalmente, resolvendo equações quadráticas como

```
> solve(x^2+2*x-5=0);
```

$$-1+\sqrt{6}, -1-\sqrt{6}$$

Detalhes técnicos sobre os vários comandos existentes no MAPLE podem ser obtidos ou acessados digitando-se uma "?" antes do comando, assim, quando digitado ?SOLVE obtém-se um conjunto de informações muito completo de como usar e o que se espera do comando.

É importante a forma como se escreve o comando em MAPLE. Observe os exemplos abaixo, há de se ter o cuidado necessário para que a ferramenta responda exatamente o que desejamos e não o que supomos desejar. Na maioria das vezes em que a resposta desejada não é obtida, o grande culpado é o próprio usuário que por descuido ou desinformação digitou o comando com erro.

```
> evalf(2^(1/3)+14*8+abs(-14)-sin(1));
```

$$126.4184500$$

```
> exp(sin(1.6 * Pi))+sqrt(2)+arctan(3);
>
```

$$\mathbf{e}^{\sin(1.6\,\pi)}+\sqrt{2}+\arctan(3)$$

No primeiro exemplo, o comando evalf fez com que o resultado da expressão fosse exibido, enquanto no segundo, pela falta deste comando, foi apenas exibida a expressão na forma matemática, não computacional. Caso se inclua o comando evalf antes do início da segunda linha de comando, vamos obter o resultado como resposta.

```
> evalf(exp(sin(1.6 * Pi))+sqrt(2)+arctan(3));
```

$$3.049591975$$

1. ALGEBRA

O MAPLE manipula muito bem variável e expressões algébricas. Considere, por exemplo, a expressão $(a+b)^2$. O comando

```
> (a+b)^2;
```

$$(a+b)^2$$

```
> expand((a+b)^2);
```

$$a^2+2\,a+1$$

exibindo a expressão na sua forma expandida, e

```
> factor(a^2+2*a*b+b^2);
```

$$(a+b)^2$$

faz com que a forma original, não expandida, seja exibida, retornando ao ponto inicial. Para se construir expressões longas mais facilmente e mais inteligíveis, podemos atribuir valores as variáveis:

```
> p:=(a+b)^2; b:= 1; p;
```

$$p := (a+b)^2$$

$$b := 1$$

$$(a+1)^2$$

No exemplo a seguir, expressões ou valores são armazenados às variáveis. As variáveis podem chamar os valores armazenados a qualquer instante. Vejamos:

```
> pts:=[[1,2],[3,4]];
```

$$pts := [[1,2],[3,4]]$$

```
> eqn:= 2*x-3*y=5;
>
```

$$eqn := 2\,x - 3\,y = 5$$

```
> eqns:= {2*x-3*y=5,5*x-3*y=1};
```

$$eqns := \{5\,x - 3\,y = 1, 2\,x - 3\,y = 5\}$$

```
> tag:= "O enéssimo termo da suma parcial é";
```

$$tag := \text{"O enéssimo termo da suma parcial é"}$$

```
> print(pts, eqn, eqns, tag);
```

$$[[1,2],[3,4]], 2\,x - 3\,y = 5, \{5\,x - 3\,y = 1, 2\,x - 3\,y = 5\},$$
$$\text{"O enéssimo termo da suma parcial é"}$$

```
> f:= x-> x^2;
```

$$f := x \to x^2$$

```
> f(2); f(3);
```

$$4$$

$$9$$

```
>
```

A qualquer instante em que se esteja utilizando o MAPLE, podem-se armazenar valores ou expressões em variáveis para uso futuro. O símbolo especial **":="** é usado para este armazenamento, e não deve ser confundido com o símbolo "=" que neste caso é utilizado como teste de semelhança ou igualdade. Confusão entre estes símbolos vai provocar uma parada forçada da execução do MAPLE e uma condição de erro será exibida informando o ocorrido que deve ser corrigido para que se obtenha o resultado desejado.

O símbolo "#" é utilizado para se agregar comentários às linhas e são ignorados pelo MAPLE.

```
> f:= x-> x^2;  #Definindo a função
```

$$f := x \to x^2$$

```
> f(2); f(3);  #Fazendo um teste para validar a expressão armazenada
```

$$4$$

$$9$$

Variáveis podem ter seus valores retornados aos originais (estado original), através da ação:

```
> b:= 'b';
```

$$b := b$$

```
> p;
```

$$(a+b)^2$$

O primeiro remove o valor **1** assumido à variável **b** anteriormente e o segundo mostra que o valor da variável **p** voltou a seu valor original uma vez que a variável **b** foi alterada.

Similarmente podemos fazê-lo através da seqüência:

```
> unassign('pts','eqn','eqns','tag');
> print(pts, eqn, eqns, tag);  # checagem
```

$$pts, eqn, eqns, tag$$

observe que todas as variáveis tiveram seus valores originais retornados. Uma forma mais drástica de limpar as variáveis do MAPLE na memória, mas desta feita todas serão alteradas, é através do comando:

```
> restart;
```

Este comando limpa não só todas as variáveis utilizadas até este momento, mas também apagam da memória os pacotes que eventualmente possam ter sido locados.

O comando **subs** faz com que valores sejam assumidos a variáveis temporariamente. Por exemplo:

```
> g:= (a+1)^2/(b-1)^3/(b-1);
```

$$g := \frac{(a+1)^2}{(b-1)^4}$$

```
> simplify(g);
```

$$\frac{(a+1)^2}{(b-1)^4}$$

```
> subs(a=3, b=2, g);
```

$$16$$

Ou este:

```
> subs(a=x+y, b=x+1, g);
```

$$\frac{(x+y+1)^2}{x^4}$$

```
> simplify(g); a; b;
```

$$\frac{(a+1)^2}{(b-1)^4}$$

$$a$$

$$b$$

Note que as variáveis a e b não tivera, seus valores alterados definitivamente.

Exercícios:

1- Calcule o valor exato da expressão $(5/3)^{21}$, com a precisão definida pelo MAPLE e em seguida com 20 casas de precisão;

2- Desenvolva a forma expandida da expressão (x+1)(x+2)(x+3)(x+4);

3- Encontre o coeficiente do termo a^2b^7 na expressão $(2a+3b)^9$;

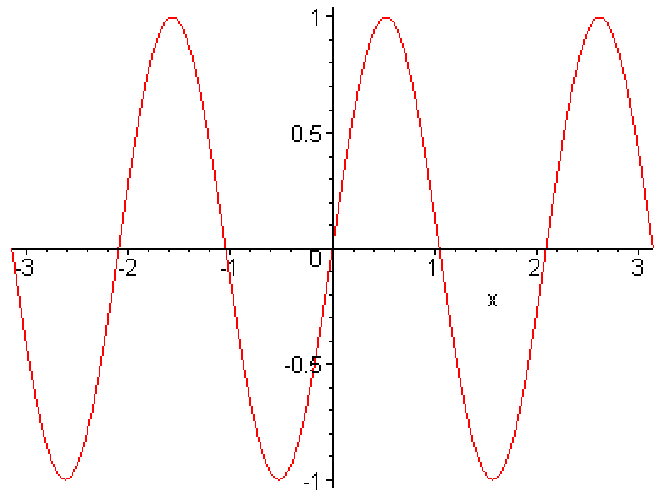
4- Com o MAPLE defina a fórmula $A=P(1+r/100)^n$, onde **P** é o principal, **r** é a taxa anual expressa em porcentagem, **n** é o número de anos que o principal ficará investido, e **A** é o capital (principal mais retorno acumulado) ao final de **n** anos. Faça A= R$100, r=5% e calcule A com n=1, n=5 e n=10.

2. *GRÁFICO*

MAPLE pode ser usado para a construção de gráficos. Os gráficos facilitam a visualização de objetos matemáticos ou processos. O comando

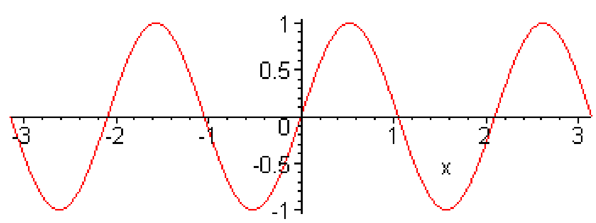
```
> plot(sin(3*x),x=-Pi..Pi);
```

Produz um gráfico da curva y=sin(3x) com **x** variando de -π até π.



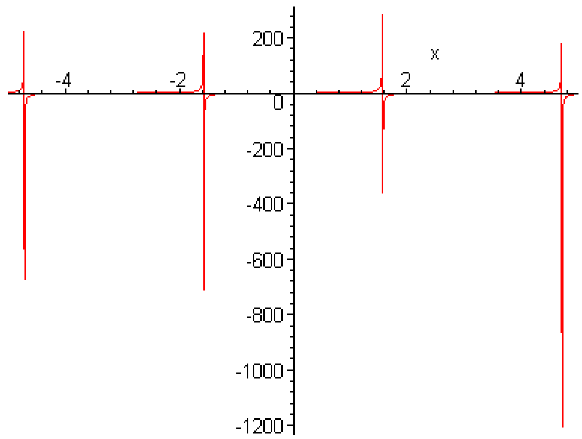
Outras características do gráfico podem ser alteradas através dos atributos do comando. No exemplo a seguir, a escala de **y** foi mantida igual à de **x**.

```
> plot(sin(3*x),x=-Pi..Pi, scaling= constrained);
```



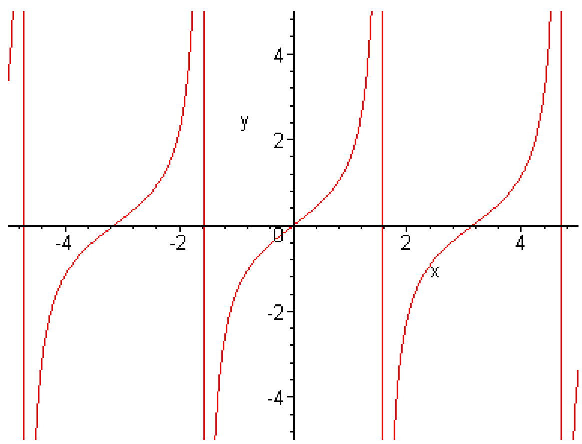
A aplicabilidade do comando acima pode ser mais bem observada nos exemplos a seguir. No primeiro não limitamos a escala em **y** uma vez que o resultado da função tende a valores muito grandes.

```
> plot(tan(x), x=-5..5);
```



Enquanto no segundo a escala de **y** foi limitada à faixa de -5 a 5 fazendo com que o gráfico pudesse ser melhor observado.

```
> plot(tan(x), x=-5..5, y=-5..5);
```

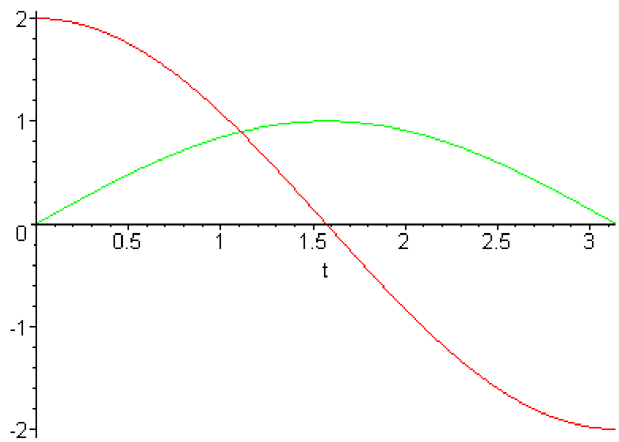


Equações Paramétricas

Uma curva no plano pode ser descrita como sendo uma função simples como $y = \frac{1}{2}\sqrt{4 - x^2}$ para $x \in [-1,1]$, ou na forma paramétrica como em $(x(t), y(t)) = (2\cos(t), \sin(t))$ para $t \in [0, \pi]$.

Frequentemente interpretamos uma curva como sendo o trajeto de uma partícula no plano, com (x(t), y(t)) denotando a posição da partícula em função do tempo **t**. Usando o comando de geração de gráficos (**plot**) podemos criar a curva como na descrição paramétrica:

```
> plot([2*cos(t), sin(t)], t=0..Pi);
```



O gráfico resultante aparece ligeiramente distorcido devido ao fato do MAPLE não manter uma paridade de escalas entre a vertical e a horizontal.

Coordenadas Polares

Gráfico polar é um caso especial no conjunto de gráficos paramétricos. As coordenadas polares (r, θ) de um ponto na curva podem ser escritas como uma função do parâmetro **t**. Na maioria dos casos o parâmetro se ajusta ao ângulo θ. Considere a definição de uma elipse em função de suas coordenadas como $x^2+4y^2=4$. Para se obter a equação relativa as coordenadas polares r e θ num ponto típico da elipse, deve-se fazer a substituição $x=r.\cos(t)$ e $y=r.\sin(t)$, onde $t=\theta$.

```
> subs(x=r*cos(t), y=r*sin(t), x^2+4*y^2=4);
```

$$r^2\cos(t)^2+4\,r^2\sin(t)^2=4$$

```
> simplify(r^2*cos(t)^2+4*r^2*sin(t)^2 = 4);
```

$$-r^2\,(3\cos(t)^2-4)=4$$

```
> solve(-r^2*(3*cos(t)^2-4) = 4, r);
```

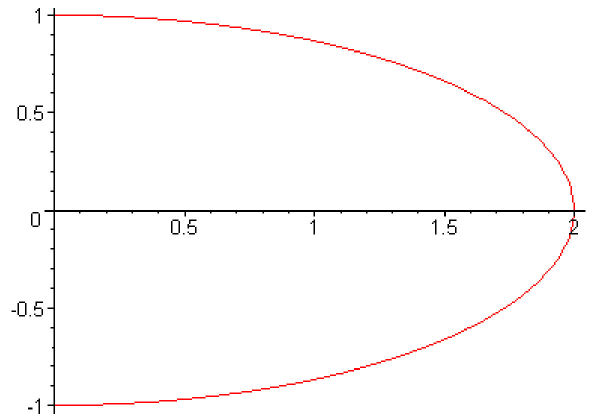
$$-2\frac{1}{\sqrt{-3\cos(t)^2+4}},\ 2\frac{1}{\sqrt{-3\cos(t)^2+4}}$$

A elipse procurada é a coleção de pontos em coordenadas polares (r,θ), que satisfazem a equação $r^2=\dfrac{4}{4-3.\cos^2\theta}$. O comando a seguir desenha o lado direito da elipse:

```
> r:= 2/sqrt(4-3*cos(t)^2);
```

$$r := 2\,\frac{1}{\sqrt{-3\cos(t)^2+4}}$$

```
> plot([r,t, t=-Pi/2..Pi/2], coords=polar);
```

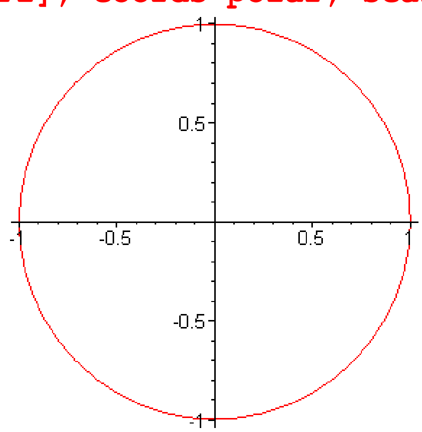


Tente o exemplo abaixo. Entretanto, antes de comandar o MAPLE tente visualizar, mentalmente pelo menos, o gráfico que deve ser gerado.

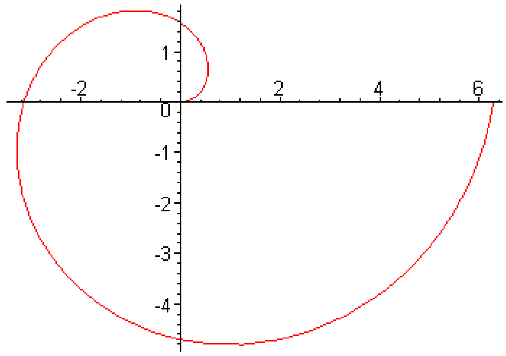
```
> plot([1,t, t=0..2*Pi], coords=polar, scaling=constrained);
> plot([t,t, t=0..2*Pi], coords=polar, scaling=constrained);
> plot([sin(4*t), t, t=0..2*Pi], coords=polar,
scaling=constrained);
```

Pronto, e o resultado esperado foi visualizado? Veja o que conseguimos com o MAPLE.

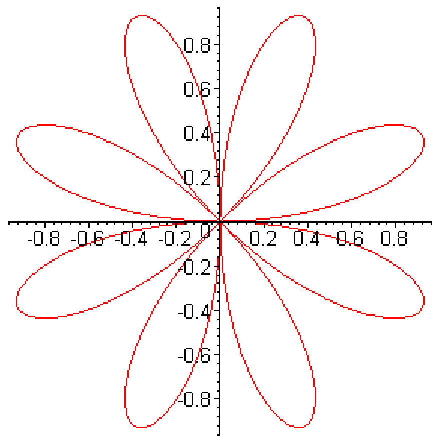
```
> plot([1,t, t=0..2*Pi], coords=polar, scaling=constrained);
```




```
> plot([t,t, t=0..2*Pi], coords=polar, scaling=constrained);
```




```
> plot([sin(4*t), t, t=0..2*Pi], coords=polar,
scaling=constrained);
```



Trabalhando com Dados

Fazer um gráfico no MAPLE consiste em se atribuir valores a par de **x** e **y**. Por exemplo:

```
> data:= [[0, 0.53], [1, 1.1], [2, 1.84], [4, 4.12]];
```

$$data := [[0, .53], [1, 1.1], [2, 1.84], [4, 4.12]]$$

estes dados referem-se a uma seqüência de 5 pontos, (x,y)=0, 0.53), etc. O resultado é um conjunto de informações armazenadas na seqüência informada e que podem ser acessadas através de seus índices. Abaixo temos o acesso individual indicado:

```
> data[1]; data[2]; data[3]; data[4];
```

$$[0, .53]$$

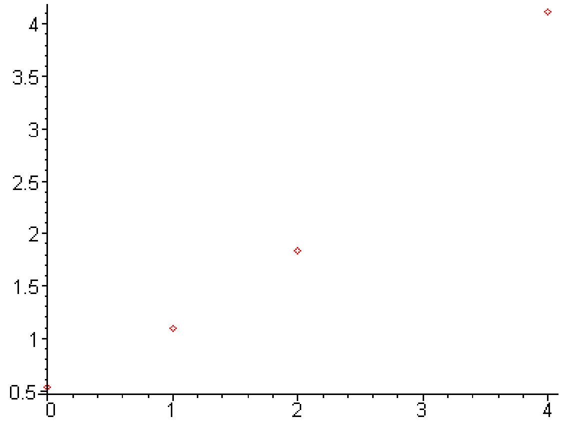
$$[1, 1.1]$$

$$[2, 1.84]$$

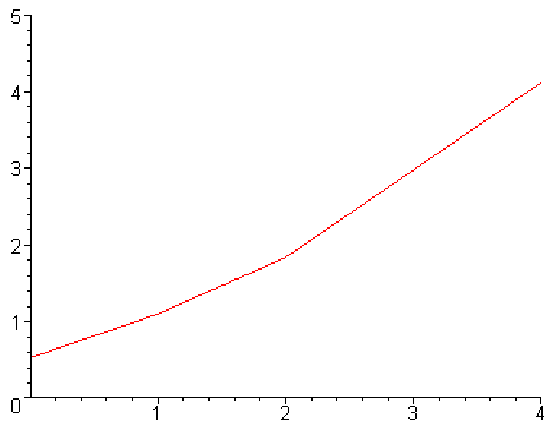
$$[4, 4.12]$$

O lançamento dos pontos no gráfico pode ser fito pelo comando:

```
> plot(data, style=point);
```




```
> plot(data, style=line, view=[0..4, 0..5]);
```



Para ter mais informações sobre o comando **plot** veja **?plot** diretamente no MAPLE.

Exercícios:

1- Faça o gráfico de $y = \dfrac{1}{x^3 + 6x^2 + 11x - 6}$ no intervalo $-1 \le x \le 4$;

2- Faça o gráfico de $y = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}$ no intervalo $-27 \le x \le 27$. O resultado obtido faz sentido?;

3- Faça o gráfico de $y = \tan(x)$ e $y = x$ no intervalo $-5 \le x \le 5$. Observando o gráfico informe um pequeno intervalo onde $\tan(x) = x$;

4- Obtenha o gráfico de $y = \cos(x) - \frac{\cos(3x)}{3}$ para $-\pi \le x \le \pi$, então em seguida faça $y = \cos(x) - \frac{\cos(3x)}{3} + \frac{\cos(5x)}{5}$ para o mesmo intervalo. Finalmente explique o que vai ocorrer se for feito o gráfico de $y = \cos(x) - \frac{\cos(3x)}{3} + \frac{\cos(5x)}{5} + \ldots + (-1)^k \frac{\cos((2k+1)x)}{2k+1}$ n o mesmo intervalo e com k tendendo a infinito.

5- Faça o gráfico da curva para a equação polar $r = 2(1 + \cos(\theta)$. Que nome é dado a esta curva?

6-