" الباب الأول "

مقدمة عن نظم التحكم الآلى

ⓧ مجالات إستعمال التحكم الآلى :-

① التحكم فى سرعة وأداء المحركات .
② التحكم فى حرارة السوائل .
③ التحكم فى منسوب السوائل .
④ التحكم فى ضغط السوائل .
⑤ التحكم فى اللزوجة .
⑥ التحكم فى الرطوبة .
⑦ تنظيم درجة الحرارة .

ⓧ فوائد إستعمال أنظمة التحكم الآلى :-

① تحسين أداء النظام .
② تحسين كفاءة المنتج .
③ تخفيض تكاليف الإنتاج .
④ تكرار المنتج بنفس الدقة .
⑤ تقليل التدخل البشرى فى الأنظمة .
⑥ تخفيض المفاقيد فى الطاقة .

ⓧ تعريفات :-

الإضطراب :- هى إشارة تحدث بالنظام تعمل على تغير خرج النظام تغيرا مفاجئا حسب نوع وقيمة إشارة الإضطراب .

* **المتحكم** :- هو الجزء الذي تتم من خلاله عملية التحكم المناسب ويكون دخل المتحكم هو الفرق بين المستوى المطلوب والمستوى الفعلي ويكون خرج المتحكم هو إشارة مناسبة في القيمة والإتجاه ليعالج نتائج الإضطراب

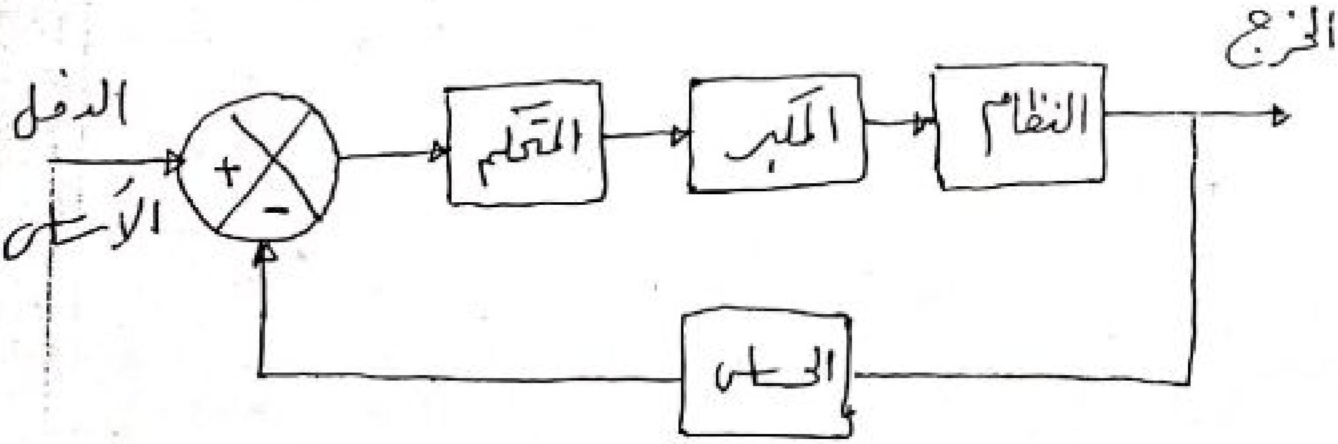
* **المكبر** :- يستعمل لتكبير الإشارة الخارجة من المتحكم لكي تتلائم مع دخل النظام المراد التحكم فيه .

(أ) نظام تحكم ذو الدائرة المفتوحة

ومن أمثلة هذا النظام (المروحة - الإنارة المنزلية - الغسالة الكهربية)

لا يتوقف دخل النظام على خرج النظام وهذا النظام غير دقيق

(ب) نظام تحكم ذو الدائرة المغلقة

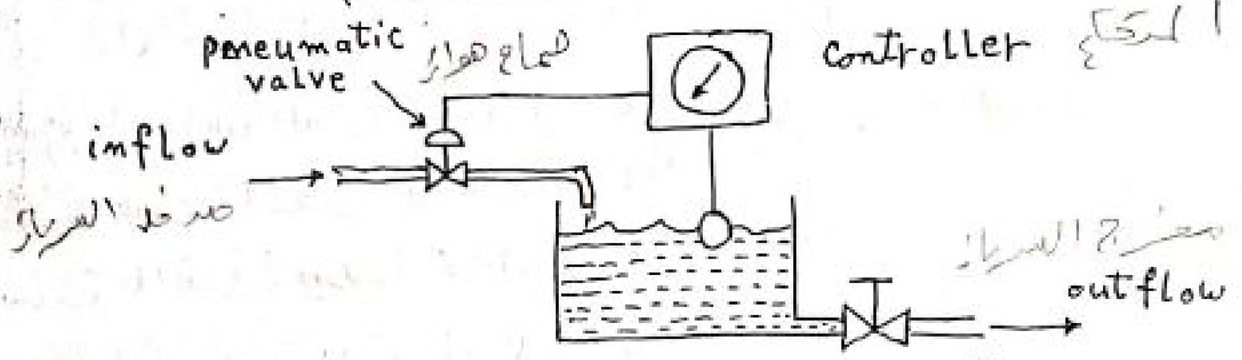


وفيه يعتمد دخل النظام على خرج النظام حيث تستخدم إشارة الخرج للتحكم في دخل النظام عن طريق التغذية العكسية ومن أمثلة هذا النظام (الثلاجة - التكييف - المكواة - الإنارة في الشوارع ليلاً)

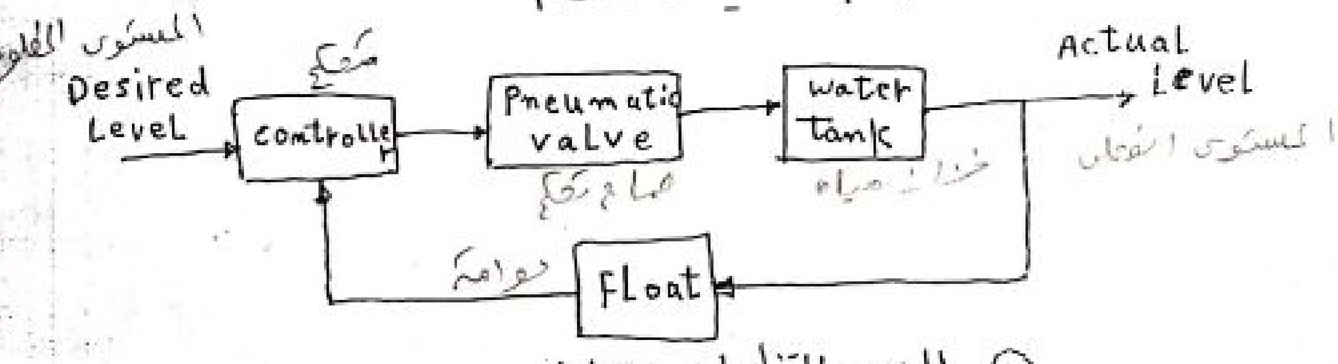
نظم التحكم الآلى :

1. نظام التحكم فى مستوى المياه فى خزان مياه .
2. نظام التحكم فى درجة الحرارة لسخان مياه .
3. نظام تحكم فى سرعة محرك كهربى .
4. نظام التحكم الرادارى المضاد للطائرات .

① نظام التحكم فى مستوى المياه فى خزان مياه



Ⓐ الرسم التنفيذى للنظام



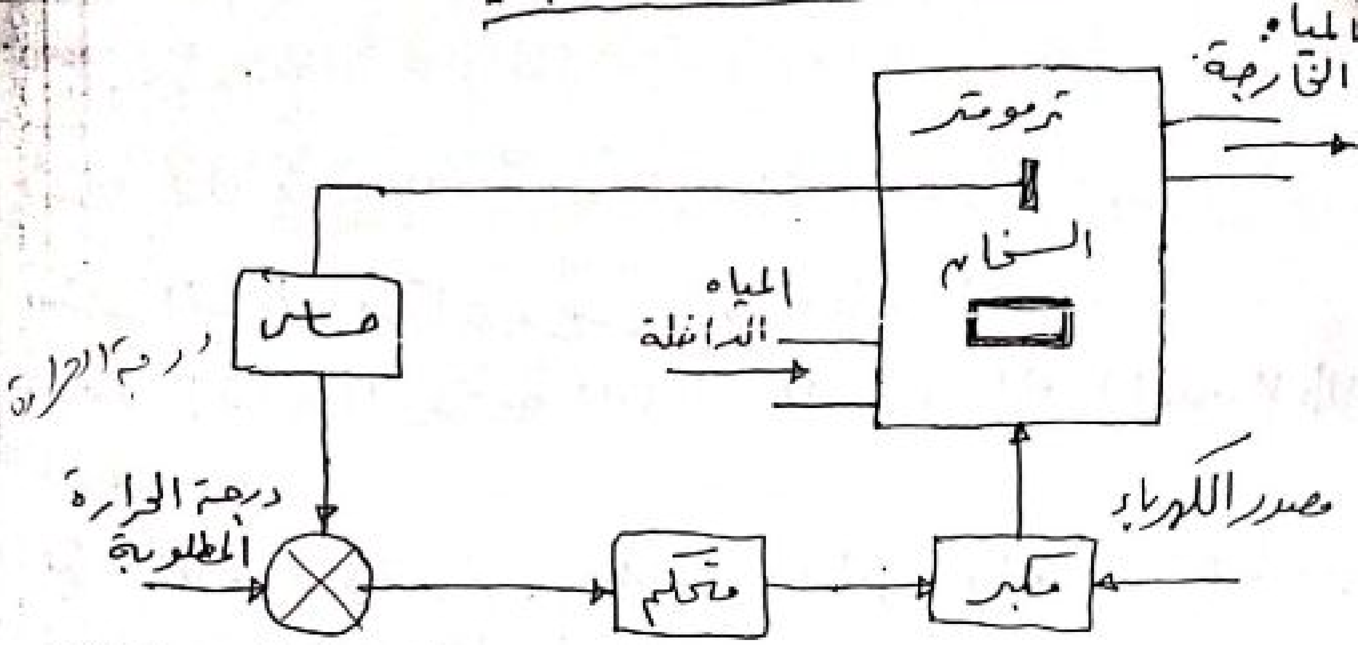
Ⓑ الرسم التخطيطى للنظام

يتم التحكم فى مستوى المياه فى خزان بواسطة عوامة (Float) لقياس مستوى المياه بالخزان . بواسطة المتحكم يتم التحكم فى صمام دخول المياه (valve) ليتم دخول المياه إلى الخزان من عدمه . عندما ينقص منسوب المياه فى الخزان يتم فتح الصمام بواسطة المتحكم ويرتفع مستوى المياه بالخزان وعندما يرتفع مستوى المياه بالخزان عن المستوى المطلوب يتم غلق الصمام بواسطة المتحكم .

③ نظرية العمل :

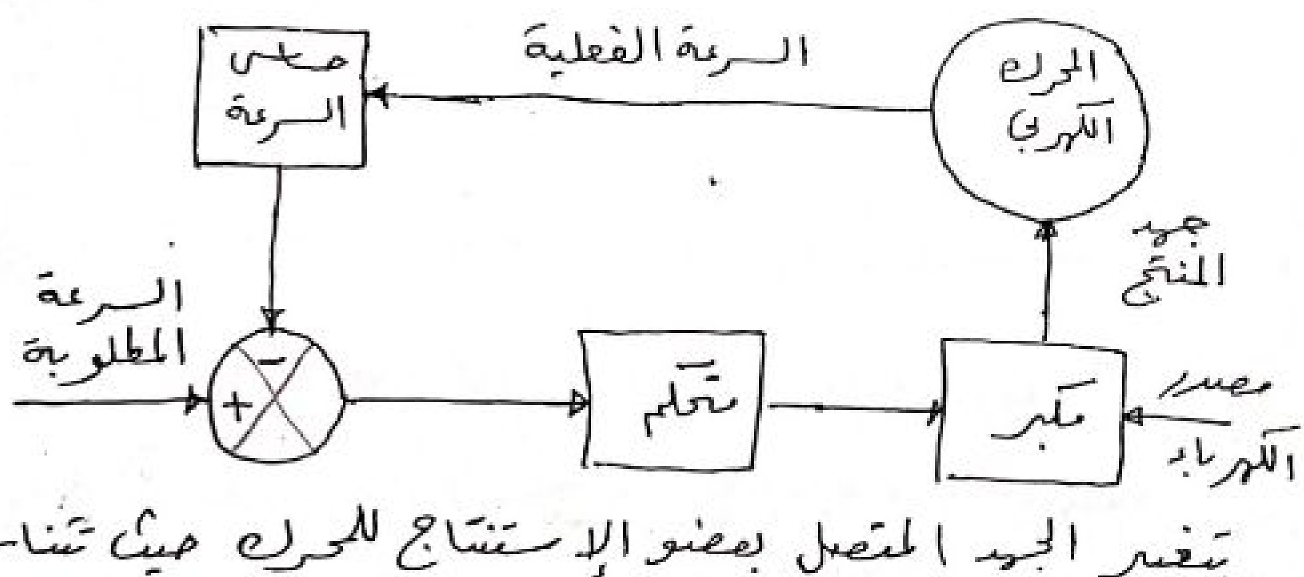
(1) تحدد العوامة المستوى الفعلى للماء فى الخزان (2) تقارن وحدة التحكم بين المستوى الفعلى والمستوى المطلوب (3) إشارة الفرق بين المستويين تتحكم فى تشغيل الصمام بالفتح والغلق

نظام التحكم في درجة الحرارة لسخان مياه



تتناسب الحرارة المنبعثة من السخان مع الجهد الكهربي المتصل بالسخان. يتم تحويل درجة الحرارة للمياه إلى إشارة جهد كهربي بواسطة حساس مناسب. تقارن هذه الإشارة مع الإشارة التي تمثل درجة الحرارة المطلوبة. نتيجة للفرق بين الإشارتين يتم التحكم في الجهد الكهربي المتصل بالسخان لتتساوى درجة الحرارة للمياه مع درجة الحرارة المطلوبة

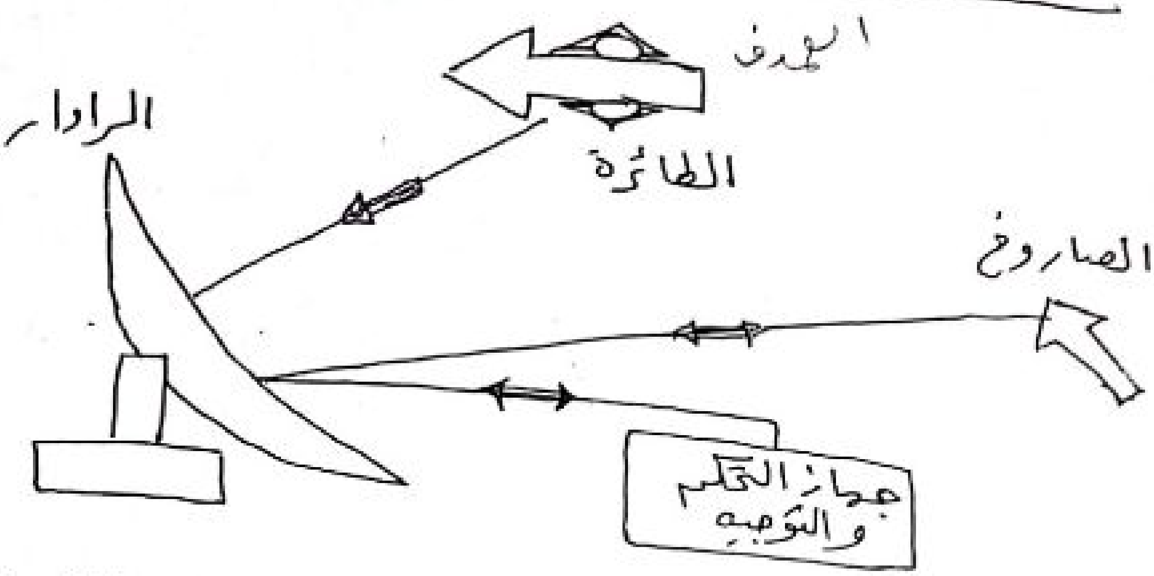
③ نظام تحكم في سرعة محرك كهربي :-



بتغيير الجهد المتصل بعضو الإستنتاج للمحرك حيث تتناسب سرعة المحرك طردياً مع الجهد المتصل بعضو الاستنتاج للمحرك

يتم تحويل السرعة إلى إشارة جهد مناسبة تقارن إشارة السرعة مع الدخل المرجعي ونتيجة المقارنة تستخدم لتعديل قيمة الجهد الكهربي المتصل بالمنتج من خلال متحكم ومكبر يختار الجهد المرجعي بناءاً على قيمة السرعة المطلوبة

④ نظام التحكم الرادارى المضاد للطائرات :-



يتم إطلاق الصاروخ وتحديد كل من وضع الطائرة وأيضاً مكان الصاروخ من خلال رادار .
يتم توجيه الصاروخ بناءاً على الفرق بين مكان الطائرة باعتباره المكان المطلوب ومكان الصاروخ الحقيقى حتى يصطدم الصاروخ بالطائرة .

تمارين

① أذكر بعض أمثلة لنظم التحكم الآلى مع شرح إحداها .
② ماهى مجالات وفوائد إستخدام نظم التحكم الآلى .
③ قارن بين أنظمة التحكم الآلى مع الشرح والرسم .
④ عرف مايلى الإضطراب - المتحكم - المكبر .

الباب الثانى

تحويلات لابلاس

هى تحويل دوال فى الزمن t إلى دوال فى S

$$\boxed{\mathcal{L}[f(t)] = F(S) = \int_0^{\infty} f(t)\, e^{-st}\, dt}$$

$$\frac{d}{dt} t^n = n t^{n-1} \quad \& \quad \int t^n dt = \frac{t^{n+1}}{n+1} + C$$

EX $\frac{d}{dt} t^4 = 4t^3 \quad \& \quad \int t^4 dt = \frac{t^5}{5} + C$

$$\frac{d}{dt} e^{at} = a e^{at} \quad \& \quad \int e^{at} dt = \frac{e^{at}}{a} + C$$

EX $\frac{d}{dt} e^{5t} = 5 e^{5t} \quad \& \quad \int e^{5t} dt = \frac{e^{5t}}{5} + C$

$$\boxed{e^{0} = 1} \qquad \boxed{e^{\infty} = \infty} \qquad \boxed{e^{-\infty} = 0}$$

$$\frac{0}{A} = 0 \quad \& \quad \frac{A}{0} = \infty \quad \& \quad \frac{A}{\infty} = 0$$

---

1 الدالة الثابتة

$f(t) = A$

$$\mathcal{L}[A] = \int_0^{\infty} A\, e^{-st}\, dt = A \int_0^{\infty} e^{-st}\, dt$$

$$= A \left. \frac{e^{-st}}{-S} \right|_0^{\infty} = \frac{-A}{S} \left(e^{-st} \right)_0^{\infty}$$

$$= \frac{-A}{S} \left(\underset{0}{e^{-\infty}} - \underset{1}{e^{0}} \right) = \frac{A}{S}$$

$$\therefore \boxed{\mathcal{L}[A] = \frac{A}{S}}$$

EX $\mathcal{L}[1] = \frac{1}{S} \quad \& \quad \mathcal{L}[3] = \frac{3}{S}$

$$\mathcal{L}[\pi] = \frac{\pi}{S}$$

[2] دالة الانحدار

$f(t) = At$

$\mathcal{L}[At] = \int_0^\infty At\, e^{-st}\, dt = A\int_0^\infty t \cdot e^{-st}\, dt$

تكامل بالتجزئ

$u = t \qquad dv = e^{-st}\, dt$

$du = dt \qquad v = \frac{e^{-st}}{-s}$

$\therefore \mathcal{L}[At] = A\left[\frac{-t\, e^{-st}}{s}\Big|_0^\infty - \int_0^\infty \frac{e^{-st}}{-s}\, dt \right]$

$= A\left[0 + 0 - \frac{e^{-st}}{s^2}\Big|_0^\infty \right]$

$= A\left[-\frac{(\cancel{e^{-\infty}} - \cancel{e^{0}})}{s^2} \right] = \frac{A}{s^2}$

$\therefore \boxed{\mathcal{L}[At] = \frac{A}{s^2}}$

EX $\mathcal{L}[t] = \frac{1}{s^2}$ & $\mathcal{L}[2t] = \frac{2}{s^2}$

$\mathcal{L}[4t] = \frac{4}{s^2}$

---

[3] الدالة الأسية

$f(t) = A e^{-at}$

$\mathcal{L}[A e^{-at}] = \int_0^\infty A\, e^{-at} \cdot e^{-st}\, dt$

$= A\int_0^\infty e^{-(s+a)t}\, dt = A \frac{e^{-(s+a)t}}{-(s+a)}\Big|_0^\infty$

$= \frac{-A}{s+a}(\cancel{e^{-\infty}}_0 - \cancel{e^{0}}_1) = \frac{A}{s+a}$

$\therefore \boxed{\mathcal{L}[A e^{\mp at}] = \frac{A}{s \pm a}}$

Ex $\mathcal{L}[3e^{[illegible]}] = \frac{[illegible]}{s+2}$

$$\mathcal{L}[4e^{3t}] = \frac{4}{s-3}$$

$$\mathcal{L}[e^{6t}] = \frac{1}{s-6}$$

---

4 الدالة الجيبية

$f(t) = \sin wt$

$$\boxed{\mathcal{L}[\sin wt] = \frac{w}{s^2+w^2}} \longrightarrow$$

5 دالة جيب التمام

$f(t) = \cos wt$

$$\boxed{\mathcal{L}[\cos wt] = \frac{s}{s^2+w^2}} \longrightarrow$$

Ex $\mathcal{L}[\sin 3t] = \frac{3}{s^2+9}$

$$\mathcal{L}[\cos 2t] = \frac{s}{s^2+4}$$

$$\mathcal{L}[\sin t] = \frac{1}{s^2+1}$$

$$\mathcal{L}[\cos t] = \frac{s}{s^2+1}$$

$$\boxed{\mathcal{L}[t e^{at}] = \frac{1}{(s-a)^2}} \longrightarrow \quad 5$$

$$\boxed{\mathcal{L}[t^n] = \frac{n!}{s^{n+1}}} \longrightarrow \quad 6$$

$3! = 3.2.1$

$5! = 5.4.3.2.1$

$$\boxed{\mathcal{L}[e^{at}\sin wt] = \frac{w}{(s-a)^2+w^2}} \longrightarrow \quad 7$$

$$\boxed{\mathcal{L}[e^{at} \cos wt] = \frac{s-a}{(s-a)^2+w^2}} \longrightarrow$$ 8

$$\boxed{\mathcal{L}[t \sin wt] = \frac{2ws}{(s^2+w^2)^2}} \longrightarrow$$ مهم 9

$$\boxed{\mathcal{L}[t \cos wt] = \frac{s^2-w^2}{(s^2+w^2)^2}} \longrightarrow$$ مهم 10

EX

① $f(t) = 5 + 2t + 6t^6 + e^{-8t} + 6e^{4t}$

$$\mathcal{L}[f(t)] = F(s) = \frac{5}{s} + \frac{2}{s^2} + \frac{6 \cdot 6!}{s^7} + \frac{1}{s+8} + \frac{6}{s-4}$$

② $f(t) = 10t\,e^{6t} + 5t\,e^{-4t}$

$$F(s) = \frac{10}{(s-6)^2} + \frac{5}{(s+4)^2}$$

③ $f(t) = 6 \sin 3t + 10 \cos 6t$

$$F(s) = \frac{6(3)}{s^2+9} + \frac{10s}{s^2+36}$$

④ $f(t) = 2e^{-4t} \sin 2t + 6e^{2t} \cos 4t$

$$F(s) = \frac{2(2)}{(s+4)^2+4} + \frac{6(s-2)}{(s-2)^2+16}$$

⑤ $f(t) = 12t \sin 3t + t \cos t$

$$F(s) = \frac{12(2)(3)s}{(s^2+9)^2} + \frac{s^2-1}{(s^2+1)^2}$$

أوجد تحويلات لابلاس $F(S)$

1 $f(t) = t^3 + e^{-2t} \sin 4t$

2 $f(t) = 5 - 4t + 5e^{4t}$

3 $f(t) = 8t^2 + 5\cos 2t$

4 $f(t) = e^{8t} + t \sin 4t$

5 $f(t) = t^3 e^{-5t} + e^{-8t} \cos 3t$

6 $f(t) = 5 + 3t^4 + e^{-5t} \sin 6t$

علاقات مثلثية

$$\sin wt = \frac{1}{2J}\left(e^{Jwt} - e^{-Jwt}\right)$$

$$\cos wt = \frac{1}{2}\left(e^{Jwt} + e^{Jwt}\right)$$

$J = \sqrt{-1}$ & $J^2 = -1$ & $J^3 = -J$ & $J^4 = 1$

تحويل لابلاس العكسي $\mathcal{L}^{-1}$

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}(F(S))$$

أوجد تحويلات لابلاس العكسي $f(t)$

EX 1 $F(S) = \frac{2}{S} + \frac{10}{S^2} + \frac{3}{S-4} + \frac{6}{S+8} + \frac{12}{(S-3)^2}$

$f(t) = 2 + 10t + 3e^{4t} + 6e^{-8t} + 12t\,e^{3t}$

2 $F(S) = \frac{1/3}{S+2} + \frac{11/3}{S-1}$

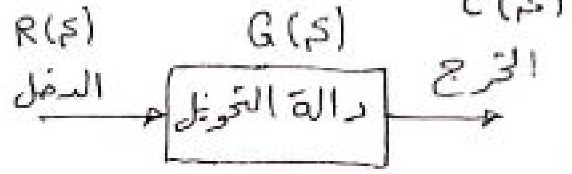
$f(t) = \frac{1}{3}e^{-2t} + \frac{11}{3}e^{t}$

mohamed Abd El ghany

الباب الثالث

«دالة التحويل» الدالة الإنتقالية

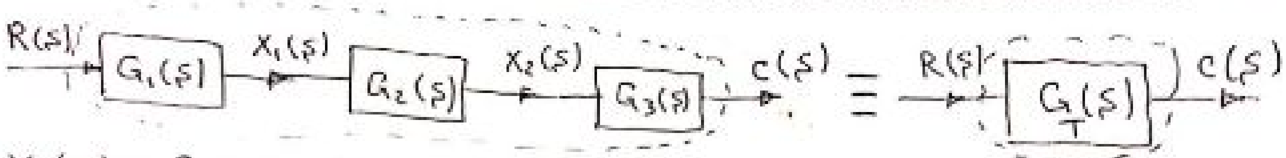
$$\boxed{G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\text{الخرج}}{\text{الدخل}}}$$



$\therefore C(s) = R(s) \cdot G(s) \longrightarrow$

نظام مفتوح

1 الدالة الانتقالية لمجموعة دوال متصلة على التوالي :-



$X_1(s) = G_1(s) \cdot R(s) \longrightarrow ①$

$X_2(s) = G_2(s) \cdot X_1(s) \longrightarrow ②$

$C(s) = G_3(s) \cdot X_2(s) \longrightarrow ③$

بالتعويض من ① في ② ومن الناتج في ③

$X_2(s) = G_2(s) \cdot G_1(s) \cdot R(s)$

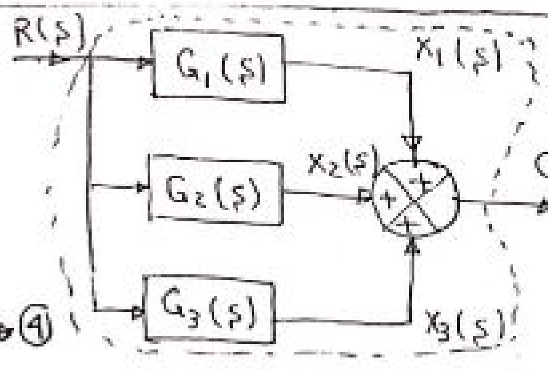
$\therefore C(s) = G_3(s) \cdot G_2(s) \cdot G_1(s) \cdot R(s)$

بقسمة الطرفين على $\div R(s)$

$$\therefore \boxed{G_T(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = G_1(s) \cdot G_2(s) \cdot G_3(s)} \longrightarrow$$

$\therefore$ الدالة الانتقالية لمجموعة دوال متصلة على التوالي تساوي حاصل ضربهم

② ثلاث دوال متصلة على التوازي



$X_1(s) = G_1(s) \cdot R(s) \longrightarrow ①$

$X_2(s) = G_2(s) \cdot R(s) \longrightarrow ②$

$X_3(s) = G_3(s)\, R(s) \longrightarrow ③$

$C(s) = X_1(s) + X_2(s) + X_3(s) \longrightarrow ④$

بالتعويض من ① ، ② ، ③ في ④ ينتج أن

بقسمة على

$$\therefore C(s) = G_1(s)\cdot R(s) + G_2(s)\cdot R(s) + G_3(s)\cdot R(s) \longrightarrow \div R(s)$$

$$\therefore \boxed{G_T(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = G_1(s) + G_2(s) + G_3(s)} \longrightarrow ح$$

∴ الدالة الانتقالية لمجموعة دوال متصلة على التوازي تساوي حاصل جمعهم

مثال ① أوجد الدالة الانتقالية للدوال الآتية إذا علمت أن الدوال متصلة على التوالي.

$$G_1(s) = \frac{4s}{s^2-1}$$

$$G_2(s) = \frac{1}{s} \quad و \quad G_3(s) = \frac{s-1}{s+2}.$$

الحل

$$G_T(s) = G_1(s)\cdot G_2(s)\cdot G_3(s).$$

$$= \frac{4s}{(s^2-1)}\cdot\frac{1}{s}\cdot\frac{(s-1)}{(s+2)} = \frac{4\cancel{s}\cancel{(s-1)}}{\cancel{(s-1)}(s+1)\cancel{s}(s+2)}$$

$$G_T(s) = \frac{4}{(s+1)(s+2)} \longrightarrow$$

مثال ② أوجد الدالة الانتقالية للدوال الآتية إذا علمت أن الدوال متصلة على التوازي

$$G_1(s) = \frac{s-2}{s+1} \quad و \quad G_2(s) = \frac{3s}{s+2}$$

الحل

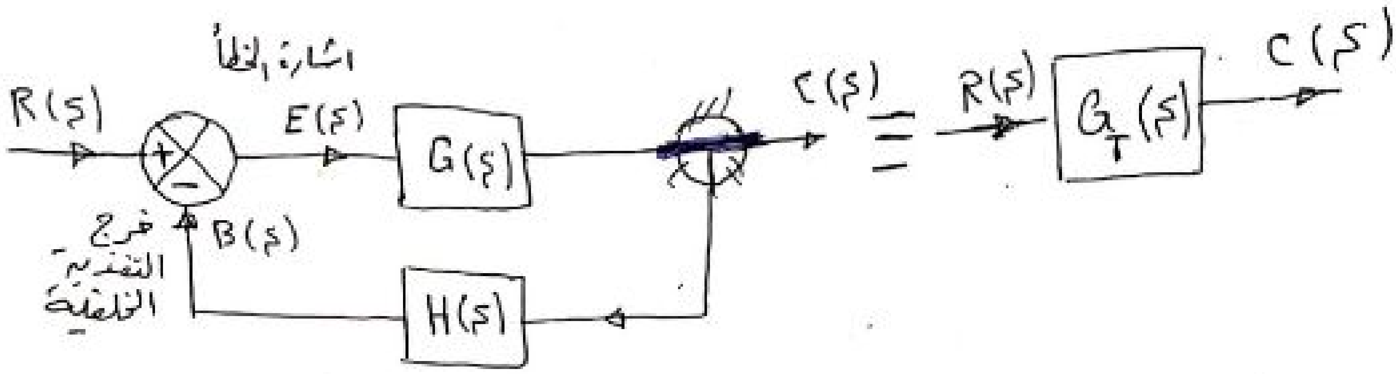
$$G_T(s) = G_1(s) + G_2(s).$$

$$= \frac{s-2}{s+1} + \frac{3s}{s+2} = \frac{(s-2)(s+2)+3s(s+1)}{(s+1)(s+2)}$$

$$= \frac{s^2+\cancel{2s}-\cancel{2s}-4+3s^2+3s}{(s+1)(s+2)}$$

$$= \frac{4s^2+3s-4}{(s+1)(s+2)} \longrightarrow$$

3 الدالة الإنتقالية لنظام مغلق :-



$$E(s) = R(s) - B(s) \longrightarrow ①$$

$$B(s) = H(s) \cdot C(s) \longrightarrow ②$$

$$C(s) = G(s) \cdot E(s) \longrightarrow ③$$

بالتعويض من ① في ③

$$C(s) = G(s) \cdot [R(s) - B(s)] \longrightarrow ④$$

بالتعويض من ② في ④

$$C(s) = G(s)[R(s) - H(s) \cdot C(s)]$$

$$C(s) = G(s) R(s) - G(s) \cdot H(s) \cdot C(s)$$

$$C(s) + G(s) \cdot H(s) \cdot C(s) = G(s) \cdot R(s)$$

$$C(s)[1 + G(s) \cdot H(s)] = G(s) R(s) \longrightarrow \div R(s)[1 + G(s) \cdot H(s)]$$

$$\therefore \boxed{G_T(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s) \cdot H(s)}} \longrightarrow$$

المقام $1 + G(s) \cdot H(s)$

$1 + G(s) \cdot H(s) = 0 \longrightarrow$ تسمى معادلة الخواص (المعادلة المميزة)

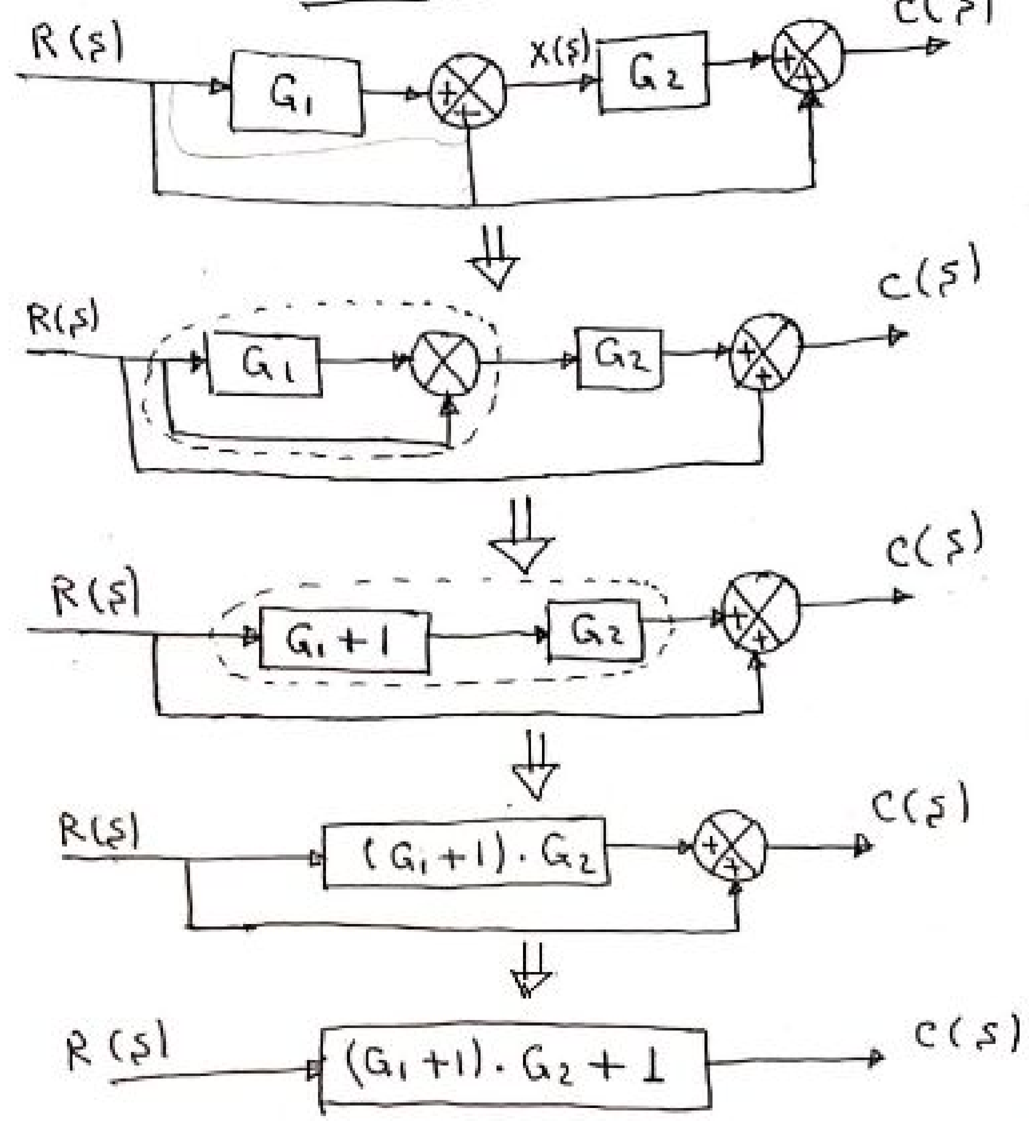
الدالة الأصلية

1 ± الدالة الأصلية * الدالة العكسية

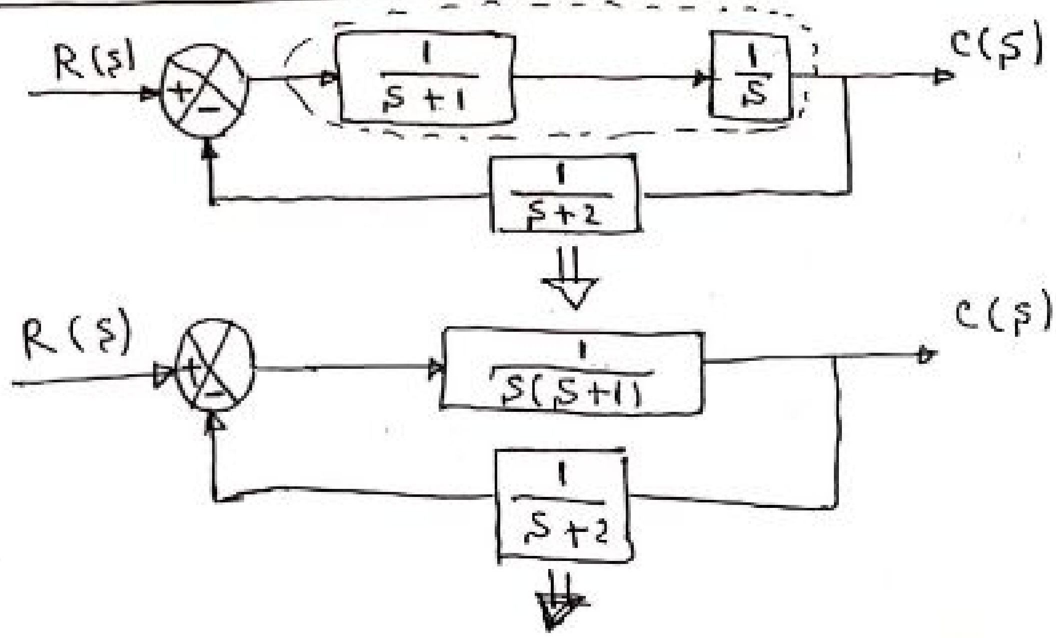
$G = \frac{C}{R}$ $\quad R = \frac{C}{G}$

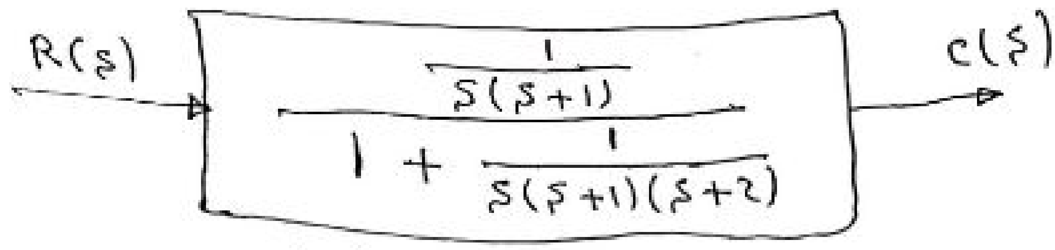
٧ تبسيط (إختصار) المخطط الصندوقي :-

مثال ①



مثال ②





$$G_T(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{s(s+1)\left[1+\frac{1}{s(s+1)(s+2)}\right]}$$

$$G_T(s) = \frac{1}{\cancel{s(s+1)}\left[\frac{s(s+1)(s+2)+1}{\cancel{s(s+1)}(s+2)}\right]}$$

$$G_T(s) = \frac{s+2}{s(s+1)(s+2)+1}$$

معادلة الخواص هي

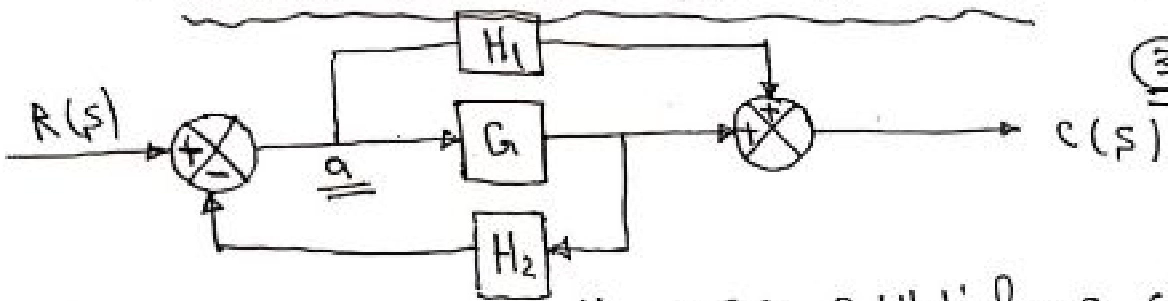
$$s(s+1)(s+2)+1 = 0$$

$$s^3+3s^2+2s+1=0$$

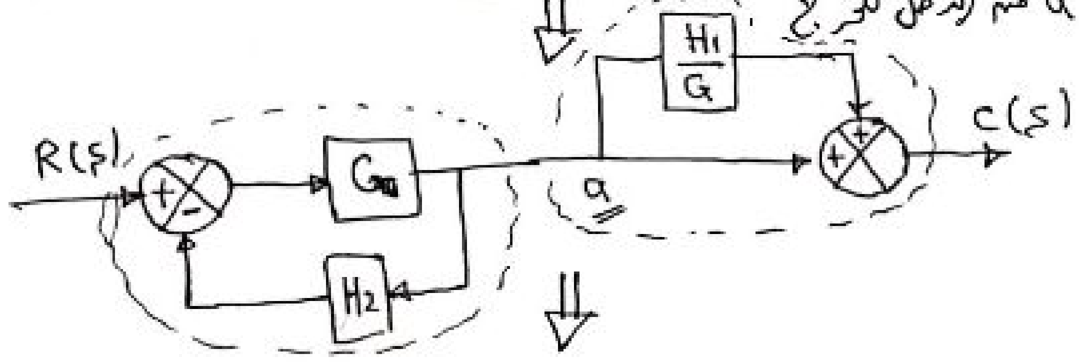
⊗ لنقل نقطة تفريع من الدخل للخرج نقسم على الدالة .

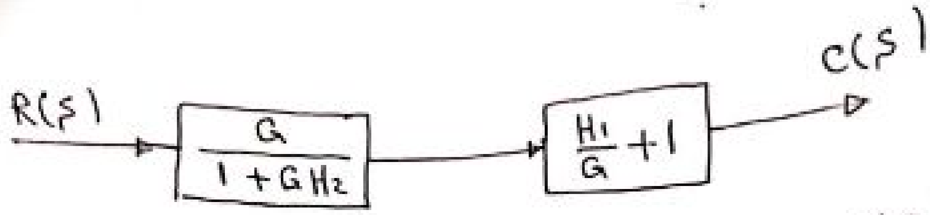
⊗ 〃 〃 〃 〃 الخرج للدخل نضرب في الدالة .

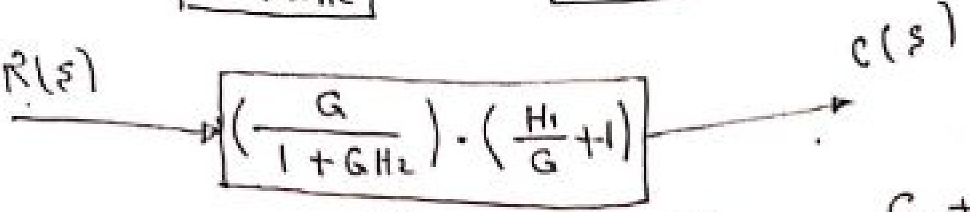
مثال ③



لنقل نقطة a من الدخل للخرج





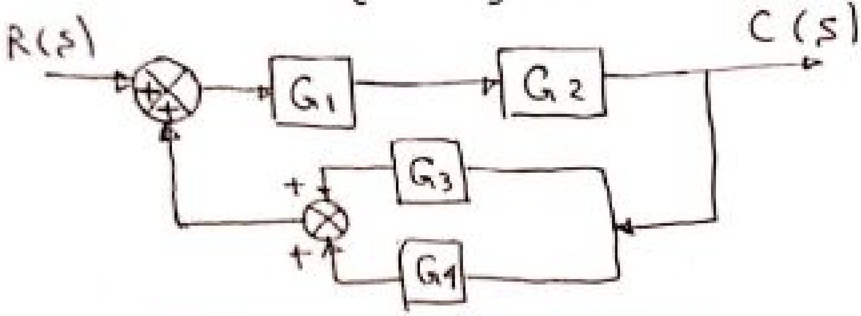


$$\therefore G_T(s) = \frac{G}{1+GH_2} \cdot \frac{H_1+G}{G} = \frac{G+H_1}{1+GH_2}$$

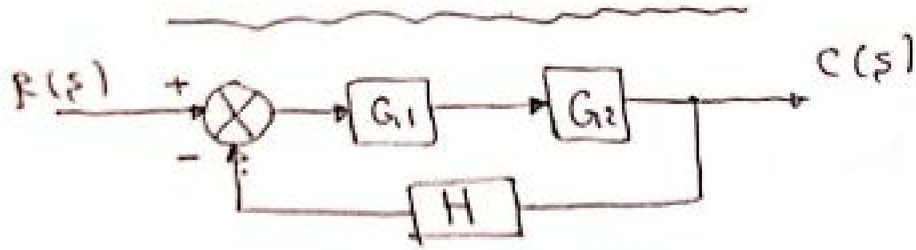
تمارين

إختصر المخططات الصندوقية الآتية

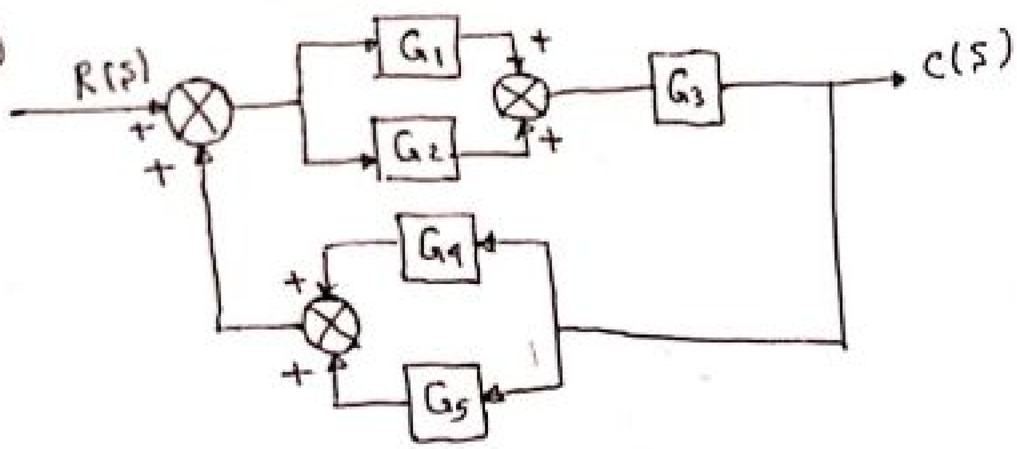
1



2



3

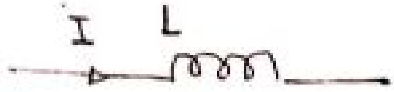


ⓧ دالة التحويل لدائرة RLC

$V_R = I R$

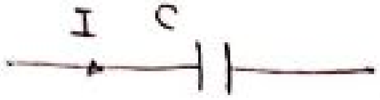
$V_R(s) = R\, I(s)$

$V_L = L \dfrac{dI}{dt}$



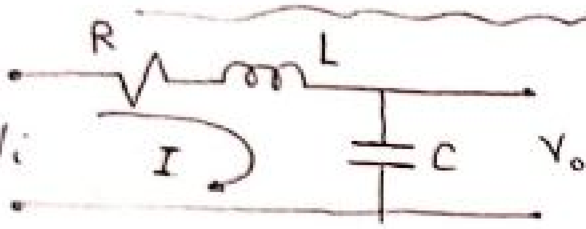
$V_L(s) = L s I(s)$

$V_C = \dfrac{1}{C}\int I\, dt$



$V_C(s) = \dfrac{1}{Cs} I(s)$

مثال ① أوجد دالة التحويل $\dfrac{V_o(s)}{V_i(s)}$



$V_i(t) = V_R + V_L + V_C$

$V_i(t) = IR + L\dfrac{dI}{dt} + \dfrac{1}{C\cancel{s}}\int I\, dt \longrightarrow$ المعادلة الزمنية للدخل

$V_i(s) = R I(s) + L s I(s) + \dfrac{1}{Cs} I(s)$

$V_i(s) = I(s)\left[R + Ls + \dfrac{1}{Cs}\right] \longrightarrow$ معادلة لابلاس للدخل

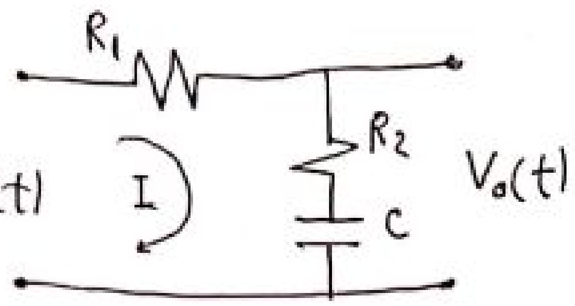
$V_o(t) = V_C = \dfrac{1}{C}\int I\, dt \longrightarrow$ المعادلة الزمنية للخرج

$V_o(s) = \dfrac{1}{Cs} I(s) \longrightarrow$ معادلة لابلاس للخرج

$\therefore \dfrac{V_o(s)}{V_i(s)} = \dfrac{\frac{1}{Cs}\cancel{I(s)}}{\cancel{I(s)}\left[R + Ls + \frac{1}{Cs}\right]}$

$\dfrac{V_o(s)}{V_i(s)} = \dfrac{1}{RCs + LCs^2 + 1} \longrightarrow$ دالة التحويل

مثال ②



$$V_i(t) = V_{R_1} + V_{R_2} + V_c$$

$$V_i(t) = IR_1 + IR_2 + \frac{1}{c}\int I\,dt \longrightarrow$$

$$V_i(s) = R_1 I(s) + R_2 I(s) + \frac{1}{cs} I(s) \longrightarrow$$

$$V_o(t) = V_{R_2} + V_c = IR_2 + \frac{1}{c}\int I\,dt \longrightarrow$$

$$V_o(s) = R_2 I(s) + \frac{1}{cs} I(s) \longrightarrow$$

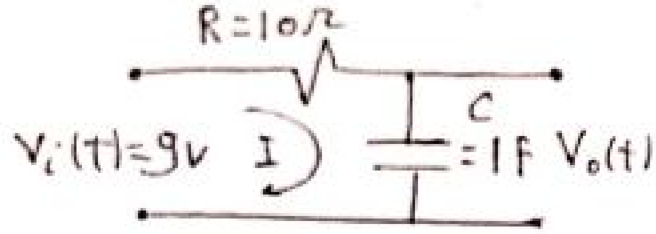
$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{R_2 I(s) + \frac{1}{cs} I(s)}{R_1 I(s) + R_2 I(s) + \frac{1}{cs} I(s)}$$

$$= \frac{\cancel{I(s)}\left[R_2 + \frac{1}{cs}\right]}{\cancel{I(s)}\left[R_1 + R_2 + \frac{1}{cs}\right]}$$

$cs \times$ بسط ومقام

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{R_2 cs + 1}{R_1 cs + R_2 cs + 1} \longrightarrow$$ دالة التحويل

مثال ③



أوجد المعادلة الزمنية ومعادلة لابلاس ودالة التحويل واحسب جهد الخرج.

$$V_i(t) = V_R + V_c = IR + \frac{1}{c}\int I\,dt \longrightarrow$$

$$V_i(s) = RI(s) + \frac{1}{cs} I(s)$$

$$V_i(s) = I(s)\left[R + \frac{1}{cs}\right] \longrightarrow$$

mohamed Abd El ghany

$$V_o(t) = V_c = \frac{1}{C}\int I\,dt \longrightarrow$$

$$V_o(s) = \frac{1}{Cs} I(s) \longrightarrow$$

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{\frac{1}{Cs}\cancel{I(s)}}{\cancel{I(s)}\left[R + \frac{1}{Cs}\right]}$$

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{RCs+1} \longrightarrow$$

$$V_o(s) = \frac{V_i(s)}{RCs+1}$$

at $R = 10\,\Omega$ & $C = 0.1\,f$ $\quad V_i(t) = 9 \rightarrow V_i(s) = \frac{9}{s}$

$$\therefore V_o(s) = \frac{9/s}{10(0.1)s+1} = \frac{9}{s(s+1)}$$

$$V_o(s) = \frac{9}{s(s+1)} = \frac{a_1}{s} + \frac{a_2}{s+1}$$

$$a_1 = \frac{9\cancel{s}}{\cancel{s}(s+1)}\Big|_{s=0} = \frac{9}{0+1} = 9$$

$$a_2 = \frac{9\cancel{(s+1)}}{s\cancel{(s+1)}}\Big|_{s=-1} = \frac{9}{-1} = -9$$

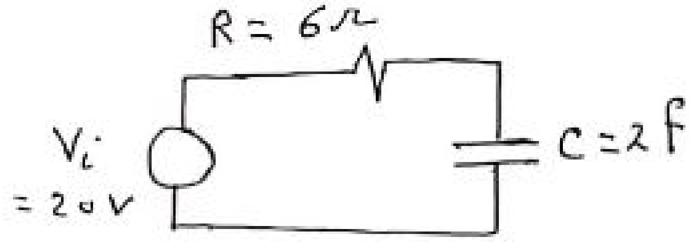
$$\therefore V_o(s) = \frac{9}{s} + \frac{-9}{s+1}$$

$$\therefore V_o(t) = 9 - 9e^{-t}$$

$$V_o(t) = 9(1 - e^{-t}) \longrightarrow$$ جهد الخرج

mohamed Abd El ghany

مثال (4)



أوجد $I(t)$

$$V_i(t) = V_R + V_C$$

$$20 = R\,I(t) + \frac{1}{C}\int I(t)\,dt$$

$$20 = 6\,I(t) + \frac{1}{2}\int I(t)\,dt$$

بأخذ لابلاس للطرفين

$$\frac{20}{S} = 6\,I(S) + \frac{1}{2S}\,I(S)$$

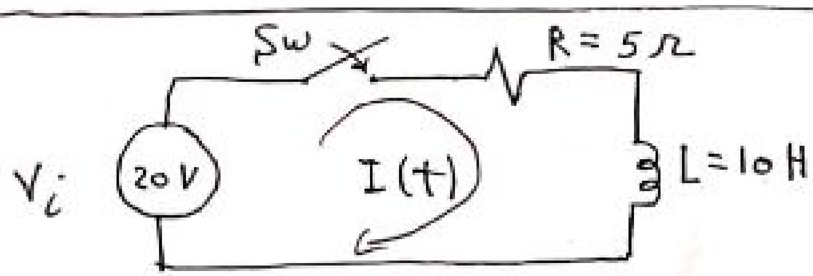
$$\frac{20}{S} = I(S)\left[6 + \frac{1}{2S}\right]$$

$$\therefore I(S) = \frac{20}{S\left[6 + \frac{1}{2S}\right]} = \frac{20}{6S + \frac{1}{2}}$$

$$I(S) = \frac{20}{6\left[S + \frac{1}{12}\right]} = \frac{10/3}{S + \frac{1}{12}}$$

$$\therefore I(t) = \frac{10}{3}\,e^{-\frac{1}{12}t} \longrightarrow$$

مثال (5)



أوجد $I(s)$

$$V_i(t) = V_R + V_L = I(t)R + L\,\frac{dI(t)}{dt}$$

$$20 = 5\,I(t) + 10\,I'(t)$$

بأخذ لابلاس للطرفين

2/3

$$\frac{20}{S} = 5I(s) + 10\left[SI(s) - \cancel{I(0)}\right]$$

$$= 5I(s) + 10SI(s)$$

$$\frac{20}{S} = I(s)\left[5 + 10S\right]$$

$$\therefore I(s) = \frac{20}{S(5+10S)} \longrightarrow$$

تمارين

① إثبت أن دالة التحويل لنظامين متصلين على التوالي هي

$$\frac{C(s)}{R(s)} = G_1(s) * G_2(s) .$$

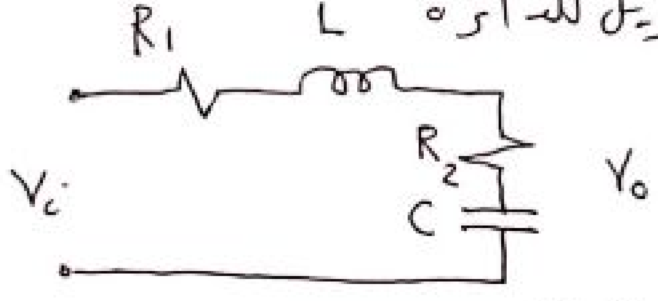
② إثبت أن دالة التحويل لنظامين متصلين على التوازي هي

$$\frac{C(s)}{R(s)} = G_1(s) + G_2(s) .$$

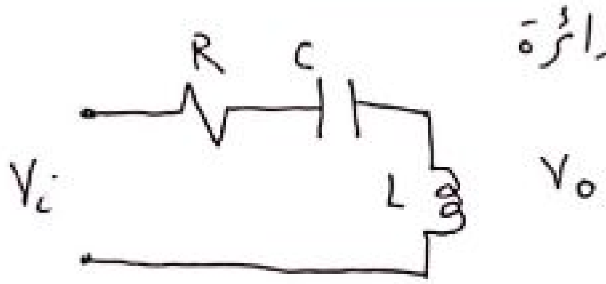
③ إثبت أن دالة التحويل لنظام تغذية خلفية سالبة هي

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s) \cdot H(s)}$$

④ أوجد دالة التحويل للدائرة

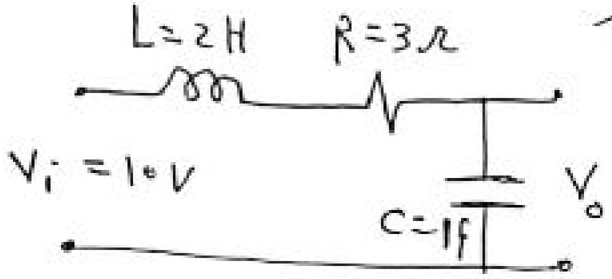


⑤ أوجد دالة التحويل للدائرة



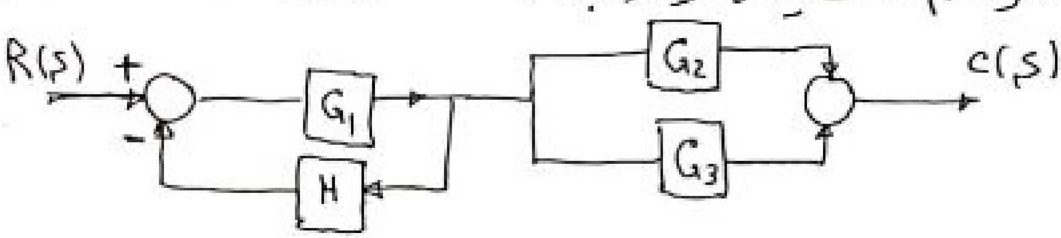
mohamed Abd El ghany

⑥ الدائرة الموضحة بالشكل أوجد

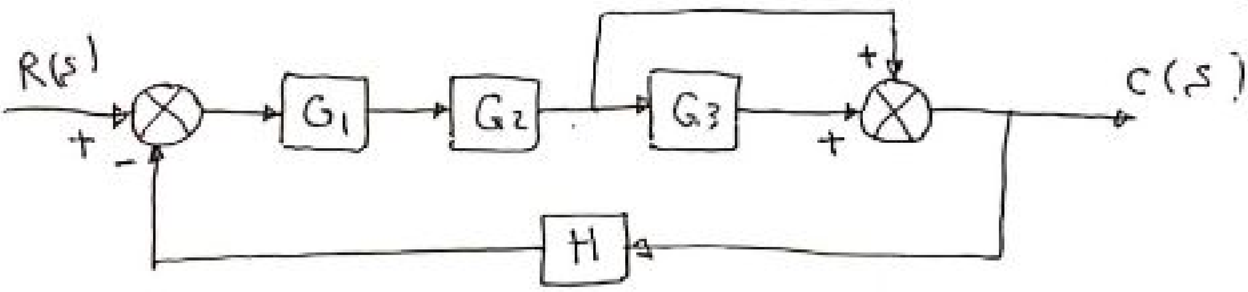


① المعادلة الزمنية للدخل والخرج
② معادلة لابلاس للدخل والخرج
③ دالة التحويل الكلية $G_T(S)$
④ جهد الخرج $V_o(t)$

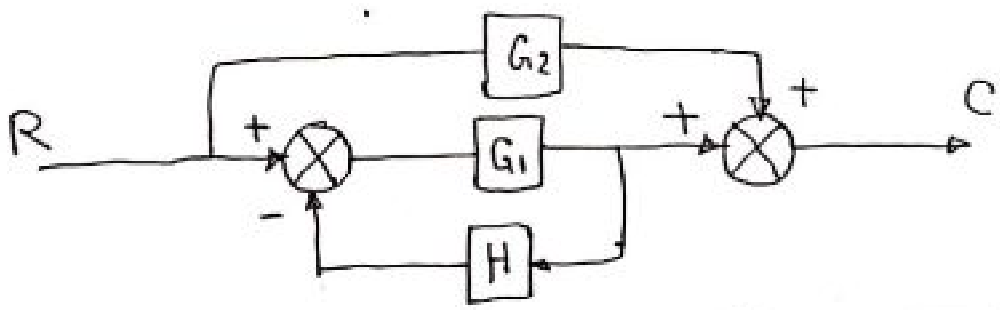
⑦ بسط الرسم التخطيطي وأوجد دالة التحويل للأشكال الآتية



⑧



⑨



(3) $F(s) = \frac{1}{s^2+9} + \frac{s}{s^2+1}$

$F(s) = \frac{1}{3}\frac{3}{s^2+9} + \frac{s}{s^2+1}$

$\therefore f(t) = \frac{1}{3}\sin 3t + \cos t$

(4) $F(s) = \frac{s+3}{s^2+4}$

$F(s) = \frac{s}{s^2+4} + 3\left(\frac{1}{2}\right)\frac{2}{s^2+4}$

$\therefore f(t) = \cos 2t + \frac{3}{2}\sin 2t$

إيجاد $\mathcal{L}^{-1}$ بطريقة الكسور الجزئية .

إذا كانت

$F(s) = \frac{B(s)}{A(s)}$ (1) درجة البسط أقل من درجة المقام

والمقام يحلل إلى أقواس من الدرجة الأولى وغير مكررة

$F(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{B(s)}{s(s+P_1)(s+P_2)} = \frac{a_1}{s} + \frac{a_2}{s+P_1} + \frac{a_3}{s+P_2}$

$a_1 = \frac{s\,B(s)}{s(s+P_1)(s+P_2)}\Big|_{s=0} = \checkmark$

$a_2 = \frac{(s+P_1)\,B(s)}{s(s+P_1)(s+P_2)}\Big|_{s=-P_1} = \checkmark$

$a_3 = \frac{(s+P_2)\,B(s)}{s(s+P_1)(s+P_2)}\Big|_{s=-P_2} = \checkmark$

$\therefore f(t) = a_1 + a_2 e^{-P_1} + a_3 e^{-P_2}$

(2) إذا كانت الأقواس مكررة ومن الدرجة الأولى

$F(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{B(s)}{s^2(s+P_1)(s+P_2)^2}$

$F(s) = \frac{a_1}{s} + \frac{a_2}{s^2} + \frac{a_3}{s+P_1} + \frac{a_4}{s+P_2} + \frac{a_5}{(s+P_2)^2}$

ونوجد a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 كالتالي

EX ① $F(s) = \dfrac{s+3}{(s+1)(s+2)}$

$$F(s) = \frac{s+3}{(s+1)(s+2)} = \frac{a_1}{s+1} + \frac{a_2}{s+2}$$

$$a_1 = \frac{\cancel{(s+1)}(s+3)}{\cancel{(s+1)}(s+2)}\bigg|_{s=-1} = \frac{-1+3}{-1+2} = \frac{2}{1} = 2$$

$$a_2 = \frac{\cancel{(s+2)}(s+3)}{(s+1)\cancel{(s+2)}}\bigg|_{s=-2} = \frac{-2+3}{-2+1} = \frac{1}{-1} = -1$$

$$\therefore F(s) = \frac{2}{s+1} - \frac{1}{s+2}$$

$$\therefore f(t) = 2e^{-t} - e^{-2t}$$

EX ② $F(s) = \dfrac{1}{s(s+2)(s+3)}$

$$F(s) = \frac{1}{s(s+2)(s+3)} = \frac{a_1}{s} + \frac{a_2}{s+2} + \frac{a_3}{s+3}$$

$$a_1 = \frac{\cancel{s}}{\cancel{s}(s+2)(s+3)}\bigg|_{s=0} = \frac{1}{(0+2)(0+3)} = \frac{1}{6}$$

$$a_2 = \frac{(s+2)}{s\cancel{(s+2)}(s+3)}\bigg|_{s=-2} = \frac{1}{-2(-2+3)} = \frac{-1}{2}$$

$$a_3 = \frac{(s+3)}{s(s+2)\cancel{(s+3)}}\bigg|_{s=-3} = \frac{1}{-3(-3+2)} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore F(s) = \frac{1/6}{s} - \frac{1/2}{s+2} + \frac{1/3}{s+3}$$

$$\therefore f(t) = \frac{1}{6} - \frac{1}{2}e^{-2t} + \frac{1}{3}e^{-3t}$$

EX ③ $F(s) = \dfrac{10}{(s+1)^2(s+3)}$

$$F(s) = \frac{10}{(s+1)^2(s+3)} = \frac{a_1}{s+1} + \frac{a_2}{(s+1)^2} + \frac{a_3}{s+3}$$

$$a_2 = \frac{10\,\cancel{(s+1)^2}}{\cancel{(s+1)^2}(s+3)}\Bigg|_{s=-1} = \frac{10}{-1+3} = 5$$

$$a_3 = \frac{10\,\cancel{(s+3)}}{(s+1)^2\cancel{(s+3)}}\Bigg|_{s=-3} = \frac{10}{(-3+1)^2} = \frac{5}{2}$$

put $s=0$ $$\frac{10}{(0+1)^2(0+3)} = \frac{a_1}{0+1} + \frac{5}{(0+1)^2} + \frac{5/2}{0+3}$$

$$\frac{10}{3} = a_1 + 5 + \frac{5}{6}$$

$$\therefore a_1 = \frac{10}{3} - 5 - \frac{5}{6} = -\frac{5}{2}$$

$$\therefore F(s) = \frac{-5/2}{s+1} + \frac{5}{(s+1)^2} + \frac{5/2}{s+3}$$

$$\therefore f(t) = -\frac{5}{2}e^{-t} + 5te^{-t} + \frac{5}{2}e^{-3t}$$

ⓧ اذا كانت الأقواس فى المقام من الدرجة الثانية وغير مكرر

$$F(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{B(s)}{(s^2+p_1)(s+p_2)}$$

$$= \frac{a_1 s + a_2}{s^2+p_1} + \frac{a_3}{s+p_2}$$

نوجد قيم a_3 , a_2 , a_1 ونكمل كالمعتاد

ⓧ اذا كانت درجة البسط تساوى او أكبر من درجة المقام

نجرى عملية قسمة مطولة حتى نحصل على درجة البسط اقل من درجة المقام

ⓧ التحويل اللابلاسى لتفاضل الدالة $f(t)$

$$\mathcal{L}[f(t)] = F(s)$$

$$\mathcal{L}\left[\frac{d}{dt}f(t)\right] = \mathcal{L}[\dot{f}(t)] = sF(s) - f(0)$$

$$\mathcal{L}\left[\frac{d^2}{dt^2}f(t)\right] = \mathcal{L}[\ddot{f}(t)] = s^2F(s) - sf(0) - \dot{f}(0)$$

$$\mathcal{L}\left[\frac{d^3}{dt^3}f(t)\right] = \mathcal{L}[\dddot{f}(t)] = s^3F(s) - s^2f(0) - s\dot{f}(0) - \ddot{f}(0)$$

لابلاس لدالة الجيب

$$f(t) = \sin \omega t$$

$$\mathcal{L}[\sin \omega t] = \int_0^{\infty} \sin \omega t \cdot e^{-st} dt$$

$$= \frac{1}{2j} \int_0^{\infty} (e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}) \cdot e^{-st} dt$$

$$= \frac{1}{2j} \int_0^{\infty} [e^{-(s-j\omega)t} - e^{-(s+j\omega)t}] dt$$

$$= \frac{1}{2j} \left[\frac{e^{-(s-j\omega)t}}{-(s-j\omega)} - \frac{e^{-(s+j\omega t)}}{-(s+j\omega)} \right]_0^{\infty}$$

$$= \frac{1}{2j} \left[\frac{-1}{s-j\omega} (\underbrace{e^{-\infty}}_{0} - \underbrace{e^{0}}_{1}) + \frac{1}{s+j\omega} (\underbrace{e^{-\infty}}_{0} - \underbrace{e^{0}}_{1}) \right]$$

$$= \frac{1}{2j} \left[\frac{1}{s-j\omega} - \frac{1}{s+j\omega} \right]$$

$$= \frac{1}{2j} \left[\frac{\cancel{s}+j\omega - \cancel{s}+j\omega}{(s-j\omega)(s+j\omega)} \right] = \frac{1}{\cancel{2j}} \left[\frac{\cancel{2j}\omega}{s^2 - j^2\omega^2} \right]$$

$$= \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} \longrightarrow$$

Ex ① أوجد حل المعادلة التفاضلية الآتية

$$2\ddot{I}(t) - 3\dot{I}(t) - 2 = 0$$

حيث $I(0) = 2$ & $\dot{I}(0) = 1$

الحل

$$2\ddot{I}(t) - 3\dot{I}(t) - 2 = 0$$

بأخذ لابلاس للطرفين

$$2[s^2 I(s) - s \cancel{I(0)}^{2} - \underbrace{\cancel{\dot{I}(0)}}_{1}] - 3[s I(s) - \underbrace{\cancel{I(0)}}_{2}] - \frac{2}{s} = 0$$

$$2s^2 I(s) - 4s - 2 - 3s I(s) + 6 - \frac{2}{s} = 0$$

$$I(s)[2s^2 - 3s] = 4s - 4 + \frac{2}{s} = \frac{4s^2 - 4s + 2}{s}$$

$$\therefore I(s) = \frac{4s^2 - 4s + 2}{s^2(2s - 3)}$$

باستخدام الكسور الجزئية

$$I(s) = \frac{4s^2-4s+2}{s^2(2s-3)} = \frac{a_1}{s} + \frac{a_2}{s^2} + \frac{a_3}{2s-3}$$

$$a_2 = \frac{\cancel{s^2}(4s^2-4s+2)}{\cancel{s^2}(2s-3)}\Bigg|_{s=0} = \frac{0-0+2}{0-3} = \frac{-2}{3}$$

$$a_3 = \frac{(\cancel{2s-3})(4s^2-4s+2)}{s^2(\cancel{2s-3})}\Bigg|_{s=3/2}$$

$$= \frac{4(\frac{3}{2})^2 - 4(\frac{3}{2}) + 2}{(3/2)^2} = \frac{20}{9}$$

put $s=1$

$$\frac{4-4+2}{1(2-3)} = \frac{a_1}{1} - \frac{2/3}{1} + \frac{20/9}{2-3}$$

$$-2 = a_1 - \frac{2}{3} - \frac{20}{9} \quad \therefore a_1 = \frac{8}{9}$$

OR

$$a_1 = \frac{d}{ds}\left[\frac{\cancel{s^2}(4s^2-4s+2)}{\cancel{s^2}(2s-3)}\right]_{s=0}$$

$$a_1 = \frac{(2s-3)(8s-4) - (4s^2-4s+2)(2)}{(2s-3)^2}\Bigg|_{s=0}$$

$$= \frac{(0-3)(0-4) - (0-0+2)(2)}{(0-3)^2} = \frac{12-4}{9} = \frac{8}{9}$$

$$\therefore I(s) = \frac{\frac{8}{9}}{s} + \frac{-\frac{2}{3}}{s^2} + \frac{\frac{20}{9}}{2(s-\frac{3}{2})}$$

$$\therefore I(t) = \frac{8}{9} - \frac{2}{3}t + \frac{10}{9}e^{\frac{3}{2}t}$$

EX ② $2F''(t) + 7F'(t) + 3F(t) = 2$ حل المعادلة التفاضلية الآتية

مع فرض أن جميع القيم الإبتدائية تساوي صفر

الحل

بأخذ لابلاس للطرفين

$$2[s^2F(s) - s\cancel{F(0)} - \cancel{F'(0)}] + 7[sF(s) - \cancel{F(0)}] + 3F(s) = \frac{2}{s}$$

$$2s^2F(s) + 7sF(s) + 3F(s) = \frac{2}{s}$$

$$F(s)[2s^2 + 7s + 3] = \frac{2}{s}$$

الرد

$$F(s) = \frac{2}{s(2s^2+7s+3)}$$

$$F(s) = \frac{2}{s(s+3)(2s+1)} = \frac{a_1}{s} + \frac{a_2}{s+3} + \frac{a_3}{2s+1}$$

$$a_1 = \frac{2\cancel{s}}{\cancel{s}(s+3)(2s+1)}\Big|_{s=0} = \frac{2}{(0+3)(0+1)} = \frac{2}{3}$$

$$a_2 = \frac{2(\cancel{s+3})}{s(\cancel{s+3})(2s+1)}\Big|_{s=-3} = \frac{2}{-3(-6+1)} = \frac{2}{15}$$

$$a_3 = \frac{2(\cancel{2s+1})}{s(s+3)(\cancel{2s+1})}\Big|_{s=-\frac{1}{2}} = \frac{2}{-\frac{1}{2}(-\frac{1}{2}+3)} = -\frac{8}{5}$$

$$\therefore F(s) = \frac{2/3}{s} + \frac{2/15}{s+3} - \frac{8/5}{2(s+\frac{1}{2})}$$

$$\therefore F(t) = \frac{2}{3} + \frac{2}{15}e^{-3t} - \frac{4}{5}e^{-\frac{1}{2}t} \longrightarrow$$

النهاية العظمى للدالة $f(t)$ (X)

$$f(\infty) = \lim_{t \to \infty} f(t) \longrightarrow$$

$$f(\infty) = \lim_{s \to 0} s\,F(s) \longrightarrow$$

القيمة الإبتدائية للدالة $f(t)$ (X)

$$f(0) = \lim_{t \to 0} f(t) \longrightarrow$$

$$f(0) = \lim_{s \to \infty} s\,F(s) \longrightarrow$$

أوجد النهاية العظمى للدالة الآتية
وحقق الناتج بواسطة إيجاد النهاية العظمى للدالة بعد إجراء لابلاس العكسي .

EX

$$F(s) = \frac{10}{s(s+1)}$$

الحل

$$F(\infty) = \lim_{s \to 0} s\,F(s) = \lim_{s \to 0} \cancel{s}\left(\frac{10}{\cancel{s}(s+1)}\right) = \frac{10}{0+1} = 10$$

$$F(s) = \frac{10}{s(s+1)} = \frac{a_1}{s} + \frac{a_2}{s+1}$$

$$a_1 = \left.\frac{10\cancel{s}}{\cancel{s}(s+1)}\right|_{s=0} = \frac{10}{0+1} = 10$$

$$a_2 = \left.\frac{10\cancel{(s+1)}}{s\cancel{(s+1)}}\right|_{s=-1} = \frac{10}{-1} = -10$$

$$\therefore F(s) = \frac{10}{s} - \frac{10}{s+1}$$

$$\therefore f(t) = 10 - 10e^{-t} \longrightarrow$$

$$\therefore F(\infty) = \lim_{t \to \infty} f(t) = \lim_{t \to \infty}(10 - 10e^{-t})$$

$$= 10 - 10\underbrace{\cancel{e^{-\infty}}}_{0} = 10$$

أوجد أيضا القيمة الإبتدائية للدالة السابقة
مع تحقيق الناتج بواسطة لابلاس العكسي.

$$F(0) = \lim_{s \to \infty} s\,F(s) = \lim_{s \to \infty} \cancel{s}\left(\frac{10}{\cancel{s}(s+1)}\right) = \frac{10}{\infty+1} = 0$$

$$F(s) = \frac{10}{s} - \frac{10}{s+1}$$

$$f(t) = 10 - 10e^{-t}$$

$$\therefore F(0) = \lim_{t \to 0} f(t) = \lim_{t \to 0}(10 - 10e^{-t})$$

$$= 10 - 10\underbrace{\cancel{e^{0}}}_{1} = 10 - 10 = 0$$

تمارين

أوجد تحويل لابلاس بالإثبات

① $F(t) = 3$

② $F(t) = 2e^{-3t}$. ③ $F(t) = At$

أوجد تحويل لابلاس للدوال الآتية

④ $F(t) = 2t^3 + 4e^{-2t} + 3$

⑤ $F(t) = 2 + 3t + e^{-t}$

⑥ $f(t) = 3e^{-2t} + 5e^{3t}\cos 4t + 2e^{-4t} \cdot t^3$

⑦ $F(t) = 3t + 2e^{-t} + 5t^3 e^{-2t}$.

⑧ $F(t) = 2t + 3$

أوجد تحويل لابلاس العكسي للدوال الآتية

⑨ $F(s) = \dfrac{1}{s^2(s+2)}$.

⑩ $F(s) = \dfrac{1}{s(s+2)}$ $(2s-6)(s-\frac{1}{2})$ 8

⑪ $F(s) = \dfrac{4}{s(s+4)(s+3)}$

أوجد حل المعادلات التفاضلية الآتية.

القيم الابتدائية = صفر

⑫ $2F''(t) + 7F'(t) + 3F(t) = 3$

⑬ $x''(t) + 5x'(t) + 4x(t) = e^{-2t}$

⑭ $x'' + 5x' - 6x = 5e^{-2t}$ $x(0) = 0$ $x'(0) = 0$

" الباب الرابع "

" دراسة الإستجابة العابرة لأنظمة التحكم الآلى "

⊗ تحديد نوع نظام التحكم :- إذا كان لدينا نظام تحكم ذو تغذية خلفية $H(s)=1$. وكانت $G(s)$ على الصورة

$$G(s) = \frac{K(T_a s+1)(T_b s+1)(T_c s+1)\cdots}{s^N(T_1 s+1)(T_2 s+1)(T_3 s+1)\cdots}$$

فإن N تحدد نوع النظام

at $N=0$	نظام من النوع الصفرى
at $N=1$	نظام من النوع الأحادى
at $N=2$	" " " الثنائى

وهكذا !

شرط أن يكون أى قوس فى البسط أو المقام على الصورة $(Ts+1)$

⊗ تحديد درجة النظام :- يكون أعلى أس لـ (s) فى المقام

أمثلة

حدد نوع ودرجة نظام لكل من الدوال الآتية

① $$G(s) = \frac{10(2s+1)(5s+1)(s+1)}{s^2(3s+1)(9s+1)(6s+1)}$$

درجة النظام من الدرجة الخامسة

نوع النظام من النوع الثنائى

② $$G(s) = \frac{3(2s+1)(s+1)}{(s+2)(3s+1)}$$

$$= \frac{3(2s+1)(s+1)}{2(\frac{s}{2}+1)(3s+1)} = \frac{3/2(2s+1)(s+1)}{(0.5s+1)(3s+1)}$$

درجة النظام من الدرجة الثانية

نوع النظام من النوع الصفرى

③ $G(s) = \dfrac{300}{(1+0.2s)(s+3)}$

$$G(s) = \frac{300}{(1+0.2s)(3)(\frac{s}{3}+1)} = \frac{100}{(1+0.2s)(\frac{s}{3}+1)}$$

درجة النظام من الدرجة الثانية

نوع النظام من النوع الصفري

---

* ثابت خطأ الاستقرار (معامل) :- هو ثابت الإستقرار وتتغير قيمته والرمز الدال له بتغير نوع دالة الدخل .

أ) إذا كانت دالة الدخل $R(t) = 1$ دالة الخطوة أو الوحدة أو الوضع

يسمى K_p ← $\boxed{K_p = \lim_{s \to 0} G(s)}$

ب) اذا كانت دالة الدخل $R(t) = t$ دالة الانحدار أو السرعة

يسمى K_v ← $\boxed{K_v = \lim_{s \to 0} s\,G(s)}$

جـ) اذا كانت دالة الدخل $R(t) = \frac{t^2}{2}$ دالة وحدة العجلة

يسمى K_a ← $\boxed{K_a = \lim_{s \to 0} s^2 G(s)}$

---

* خطأ الإستقرار :- e_{ss}

أ) $R(t) = 1$. $\boxed{e_{ss} = \dfrac{1}{1+K_p}}$

ب) $R(t) = t$ $\boxed{e_{ss} = \dfrac{1}{K_v}}$

جـ) $R(t) = \frac{t^2}{2}$ $\boxed{e_{ss} = \dfrac{1}{K_a}}$

الدخل	$N=0$	$N=1$	$N=2$	$N>2$
$R(t)=1$	$K_p=K$ $e_{ss}=\frac{1}{1+K_p}$	$K_p=\infty$ $e_{ss}=0$	$K_p=\infty$ $e_{ss}=0$	$K_p=\infty$ $e_{ss}=0$
$R(t)=t$	$K_v=0$ $e_{ss}=\infty$	$K_v=K$ $e_{ss}=\frac{1}{K_v}$	$K_v=\infty$ $e_{ss}=0$	$K_v=\infty$ $e_{ss}=0$
$R(t)=\frac{t^2}{2}$	$K_a=0$ $e_{ss}=\infty$	$K_a=0$ $e_{ss}=\infty$	$K_a=K$ $e_{ss}=\frac{1}{K_a}$	$K_a=\infty$ $e_{ss}=0$

EX ①
أوجد نوع ودرجة النظام ومعاملات الخطأ للوضع والسرعة والعجلة وكذلك خطأ الاستقرار في كل حالة .

$$G(s)=\frac{600}{s^2(s+5)(s+4)}$$

الحل

أولا نحول المقام على صورة $(Ts+1)$

$$G(s)=\frac{600}{s^2(5)(\frac{s}{5}+1)(4)(\frac{s}{4}+1)}$$

$$G(s)=\frac{30}{s^2(\frac{s}{5}+1)(\frac{s}{4}+1)}$$

نوع النظام من النوع الثاني
درجة النظام من الدرجة الرابعة &

$K=30$

$$K_p=\lim_{s\to 0} G(s)=\frac{30}{0}=\infty$$

$$e_{ss}=\frac{1}{1+K_p}=\frac{1}{1+\infty}=0$$

$$K_v=\lim_{s\to 0} sG(s)=\lim_{s\to 0}\frac{30s}{s^2(\frac{s}{5}+1)(\frac{s}{4}+1)}=\frac{30}{0}=\infty$$

$$e_{ss}=\frac{1}{K_v}=\frac{1}{\infty}=0$$

$$K_a = \lim_{s \to 0} s^2 G(s) = \lim_{s \to 0} \frac{30 \cancel{s^2}}{\cancel{s^2}(\frac{s}{5}+1)(\frac{s}{4}+1)}$$

$$K_a = \frac{30}{(0+1)(0+1)} = 30$$

$$e_{ss} = \frac{1}{K_a} = \frac{1}{30}$$

EX ② $G(s) = \dfrac{4(s+12)}{s(s+1)(s+4)}$

الحل

$$G(s) = \frac{\cancel{4}(12)(\frac{s}{12}+1)}{s(s+1)(\cancel{4})(\frac{s}{4}+1)} = \frac{12(\frac{s}{12}+1)}{s(s+1)(\frac{s}{4}+1)}$$

نوع النظام من النوع الأحادي

$K = 12$ درجة النظام من الدرجة الثالثة

$K_p = \lim_{s \to 0} G(s) = \infty$ $\qquad e_{ss} = \frac{1}{1+K_p} = 0$

$$K_v = \lim_{s \to 0} s\,G(s) = \frac{12(0+1)}{(0+1)(0+1)} = 12$$

$$e_{ss} = \frac{1}{K_v} = \frac{1}{12}$$

$$K_a = \lim_{s \to 0} s^2 G(s) = \lim_{s \to 0} \frac{12(\frac{s}{12}+1)s^2}{\cancel{s}(s+1)(\frac{s}{4}+1)} = 0$$

$$e_{ss} = \frac{1}{K_a} = \frac{1}{0} = \infty$$

$$K_p = \lim_{s \to 0} G(s) \cdot H(s) \longrightarrow e_{ss} = \frac{1}{1+K_p}$$

$$K_v = \lim_{s \to 0} s\,G(s) \cdot H(s) \longrightarrow e_{ss} = \frac{1}{K_v}$$

$$K_a = \lim s^2 G(s) \cdot H(s) \longrightarrow e_{ss} = \frac{1}{K_a}$$

EX $$G(s) \cdot H(s) = \frac{10(s+2)(s+1)}{s(s+5)(s+6)}$$

الحل

$$G(s) \cdot H(s) = \frac{10(2)(\frac{s}{2}+1)(s+1)}{s(5)(\frac{s}{5}+1)(6)(\frac{s}{6}+1)}$$

$$G(s) \cdot H(s) = \frac{\frac{2}{3}(\frac{s}{2}+1)(s+1)}{s(\frac{s}{5}+1)(\frac{s}{6}+1)} \longrightarrow$$

نوع النظام ← من النوع الأحادي
درجة النظام ← من الدرجة الثالثة

$$K_p = \lim_{s \to 0} G(s) \cdot H(s) = \frac{\frac{2}{3}(0+1)(0+1)}{0(0+1)(0+1)} = \infty$$

$$e_{ss} = \frac{1}{1+K_p} = \frac{1}{1+\infty} = 0$$

$$K_v = \lim_{s \to 0} s\,G(s) \cdot H(s) = \frac{\frac{2}{3}(0+1)(0+1)}{(0+1)(0+1)} = \frac{2}{3}$$

$$e_{ss} = \frac{1}{K_v} = \frac{1}{2/3} = 3/2$$

$$K_a = \lim s^2 G(s) \cdot H(s) = \frac{\frac{2}{3}(0+1)(0+1)(0)}{(0+1)(0+1)} = 0$$

$$e_{ss} = \frac{1}{K_a} = \frac{1}{0} = \infty$$

(١) إذا كان الدخل دالة الخطوة = رقم ثابت

$$r(t) = R_1 \longrightarrow e_{ssp} = \frac{R_1}{1+K_p} \longrightarrow$$

(٢) إذا كان الدخل على هيئة دالة السرعة (دالة إنحدار)

$$r(t) = R_2 t \longrightarrow e_{ssv} = \frac{R_2}{K_v} \longrightarrow$$

(٣) إذا كان الدخل على هيئة دالة العجلة

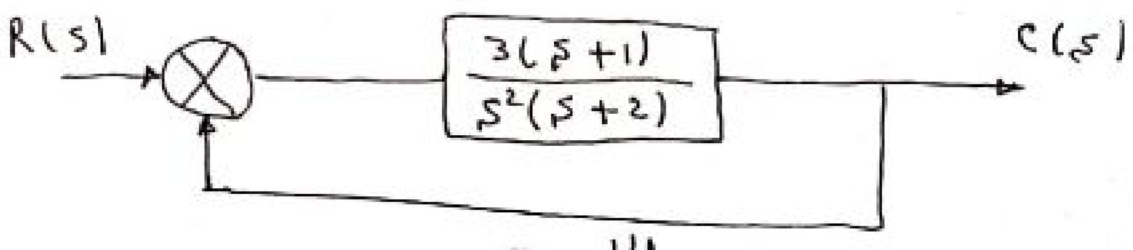
$$r(t) = R_3 t^2 \longrightarrow e_{ssa} = \frac{R_3}{K_a} \longrightarrow$$

ويكون خطأ الإستقرار الكلي

$$\boxed{E_{ss} = e_{ssp} + e_{ssv} + e_{ssa}}$$

EX في الشكل الموضح حدد درجة النظام ونوعه ومعاملات الخطأ وخطأ الإستقرار الكلي إذا كانت إشارة الدخل

$$r(t) = 3 + 8t + 6t^2$$



الحل

$$G(s) = \frac{3(s+1)}{s^2(s+2)} \quad \& \quad H(s) = 1$$

$$r(t) = 3 + 8t + 6t^2 = R_1 + R_2 t + R_3 t^2$$

$$\therefore R_1 = 3 \quad \& \quad R_2 = 8 \quad \& \quad R_3 = 6$$

$\because N = 2$ $\therefore$ النظام من النوع الثاني ومن الدرجة الثالثة.

في حالة دخل الخطوة (الوضع)

$R_1 = 3$

$$G(s)\cdot H(s) = \frac{3(s+1)}{s^2(2)(\frac{s}{2}+1)}\cdot 1 = \frac{\frac{3}{2}(s+1)}{s^2(\frac{s}{2}+1)}$$

$$\therefore K_p = \lim_{s\to 0} G(s)\cdot H(s) = \lim_{s\to 0} \frac{\frac{3}{2}(s+1)}{s^2(\frac{s}{2}+1)} =$$

$$= \frac{\frac{3}{2}(0+1)}{0(0+1)} = \infty$$

$$\therefore e_{ssp} = \frac{R_1}{1+K_p} = \frac{3}{1+\infty} = 0 \longrightarrow$$

في حالة الدخل سرعة (انحدار)

$R_2 = 8$

$$\therefore K_v = \lim_{s\to 0} s\,G(s)\cdot H(s) = \lim_{s\to 0} \frac{\frac{3}{2}(s+1)\cdot \cancel{s}}{s^{\cancel{2}}(\frac{s}{2}+1)}$$

$$= \frac{\frac{3}{2}(0+1)}{0(0+1)} = \infty$$

$$\therefore e_{ssv} = \frac{R_2}{K_v} = \frac{8}{\infty} = 0 \longrightarrow$$

في حالة الدخل دالة العجلة

$R_3 = 6$

$$\therefore K_a = \lim_{s\to 0} s^2\,G(s)\cdot H(s) = \lim_{s\to 0} \frac{\frac{3}{2}(s+1)\,\cancel{s^2}}{\cancel{s^2}(\frac{s}{2}+1)}$$

$$= \frac{\frac{3}{2}(0+1)}{(0+1)} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore e_{ssa} = \frac{R_3}{K_a} = \frac{6}{\frac{3}{2}} = 4 \longrightarrow$$

$$\therefore E_{ss} = e_{ssp} + e_{ssv} + e_{ssa}$$

$$E_{ss} = 0 + 0 + 4 = 4 \longrightarrow$$

$\therefore$ خطأ الاستقرار الكلي $= 4$

" تمارين "

أوجد نوع ودرجة النظام ومعامل الخطأ الاستاتيكي وكذلك خطأ حالة الاستقرار إذا كان الدخل كما هو موضح بكل مسألة

① $G(s) = \dfrac{900}{(s+4)(3s+1)}$ مع $H(s) = 1$

الدخل ① دالة الخطوة الوحدة ② دالة الانحدار الوحدة ③ دالة العجلة الوحدة

---

② $G(s) = \dfrac{10}{s(s+5)}$ مع $H(s) = 1$

الدخل ① دالة الخطوة الوحدة ② دالة الانحدار الوحدة ③ دالة العجلة الوحدة

---

③ $G(s) = \dfrac{60}{s^2(s+2)(s+3)}$ مع $H(s) = 1$

الدخل $r(t) = 2 + 3t + 4t^2$

Eng/Mohamed Abd Elghany 2020

" الباب الخامس "

" المتحكمات وإستجابة الأنظمة المحكومة "

⊗ دراسة إستقرار أنظمة التحكم الآلى :-

يمكن معرفة حالة النظام بالنسبة للإستقرار بواسطة معادلة الخواص للنظام حيث معادلة الخواص هى المقام لدالة التحويل فى دالة اللابلاس مساويًا للصفر.

⊗ ويكون النظام مستقرًا إذا وقعت جميع أقطاب دالة الخواص فى النصف الأيسر من مستوى لابلاس.

⊗ ويكون النظام غير مستقر إذا وقع أحد أو بعض الأقطاب فى النصف الأيمن لمستوى لابلاس.

ومن الطرق الشائعة للكشف عن حالة إستقرار الأنظمة طريقة روث للإستقرار :-

$\boxed{1}$ كتابة معادلة خواص النظام $\longrightarrow 1 + G(s) \cdot H(s) = 0$

OR $a_0 s^m + a_1 s^{m-1} + a_2 s^{m-2} + \cdots\cdots + a_m = 0 \longrightarrow$

$\boxed{2}$ توافر شروط روث وهى

① جميع المعاملات موجبة $a_0, a_1, a_2, \cdots\cdots, a_m$

② جميع قوى s موجودة

⊗ نظرية روث للإستقرار :-

$$
\begin{array}{l|cccc}
s^m & a_0 & a_2 & a_4 \\
s^{m-1} & a_1 & a_3 & a_5 \\
s^{m-2} & b_1 & b_2 & b_3 \\
s^{m-3} & c_1 & c_2 & c_3 \\
s^{m-4} & d_1 & d_2 & d_3 \\
\vdots & \vdots & &
\end{array}
$$

⊗ إذا كانت جميع معاملات العمود الأول (عمود روث) موجبة يكون النظام مستقر.

⊗ إذا كانت أحد أو بعض المعاملات سالبة يكون النظام غير مستقر.

$$b_1 = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1}$$

$$b_2 = \frac{a_1 a_4 - a_0 a_5}{a_1}$$

$$b_3 = \frac{a_1 a_6 - a_0 a_7}{a_1}$$

$$c_1 = \frac{b_1 a_3 - a_1 b_2}{b_1}$$

$$c_2 = \frac{b_1 a_5 - a_1 b_3}{b_1}$$

$$c_3 = \frac{b_1 a_7 - a_1 b_4}{b_1}$$

$$d_1 = \frac{c_1 b_2 - b_1 c_2}{c_1}$$

$$d_2 = \frac{c_1 b_3 - b_1 c_3}{c_1}$$

ويتم ايجاد قيم المعاملات كما هو موضح

مثال ① اذا كانت معادلة خواص نظام تحكم آلي كما يلي

$$s^4 + 2s^3 + 3s^2 + 4s + 5 = 0$$

بين حالة استقرار النظام بطريقة روث.

الحل

s^4	1	3	5
s^3	2	4	0
s^2	b_1	b_2	0
s^1	c_1	0	
s^0	d_1	0	

$$b_1 = \frac{2(3) - 4(1)}{2} = 1$$

$$b_2 = \frac{2(5) - 0(1)}{2} = 5$$

$$c_1 = \frac{4b_1 - 2b_2}{b_1}$$

$$c_1 = \frac{4(1) - 2(5)}{1} = -6$$

$$d_1 = \frac{c_1 b_2 - b_1(0)}{c_1}$$

$$= b_2 = 5$$

$\because c_1 = -ve$

$\therefore$ النظام غير مستقر

مثال ② مستخدماً طريقة روث إدرس إستقرار النظام التالي

$$S^4 + 6S^2 + 3S^3 + 4S + 10 = 0$$

الحل

$$S^4 + 3S^3 + 6S^2 + 4S + 10 = 0$$

S^4	1	6	10
S^3	3	4	0
S^2	b_1	b_2	0
S^1	c_1	0	
S^0	d_1	0	

$$b_1 = \frac{3(6) - 1(4)}{3} = \frac{14}{3}$$

$$b_2 = \frac{3(10) - 1(0)}{3} = 10$$

$$c_1 = \frac{4b_1 - 3b_2}{b_1}$$

$$c_1 = \frac{4(\frac{14}{3}) - 3(10)}{\frac{14}{3}} = \frac{-17}{7}$$

$$d_1 = \frac{c_1 b_2 - b_1(0)}{c_1} = 10$$

$\because c_1 = -ve$

$\therefore$ النظام غير مستقر

مثال ③ أوجد قيمة K التي تجعل النظام مستقر

$$S^4 + 8S^3 + 24S^2 + 32S + K = 0$$

الحل

S^4	1	24	K
S^3	8	32	0
S^2	b_1	b_2	0
S^1	c_1	0	
S^0	d_1	0	

$$b_1 = \frac{8(24) - 1(32)}{8} = 20$$

$$b_2 = \frac{8(K) - 1(0)}{8} = K$$

$$c_1 = \frac{32b_1 - 8b_2}{b_1}$$

$$c_1 = \frac{32(20) - 8K}{20}$$

$$c_1 = 32 - \frac{2}{5}K$$

$$d_1 = \frac{c_1 b_2 - b_1(0)}{c_1} = b_2 = K$$

∴ النظام مستقر.

∴ لابد أن تكون $(c_1 \text{ and } b_2) = +ve$

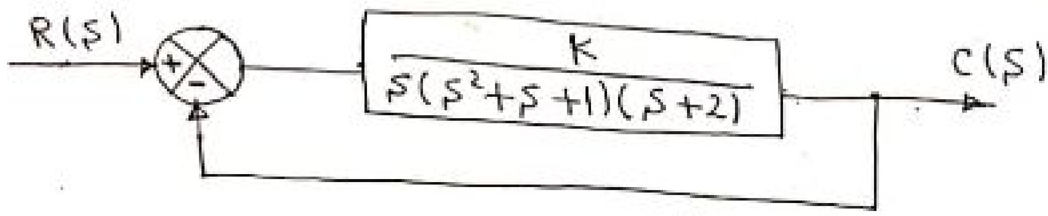
$$b_2 = K > 0 \longrightarrow$$

$$c_1 = 32 - \frac{2}{5}K > 0 \longrightarrow -\frac{2}{5}K > -32$$

$$\therefore K < \frac{32}{2/5} \longrightarrow K < 80$$

$$\therefore \boxed{0 < K < 80} \longrightarrow$$ شرط الاستقرار

مثال (4) أوجد قيمة K التي تجعل النظام مستقر



الحل

أولاً نوجد دالة التحويل

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\dfrac{K}{s(s^2+s+1)(s+2)}}{1 + \dfrac{K}{s(s^2+s+1)(s+2)}}$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{s(s^2+s+1)(s+2) + K}$$

∴ معادلة الخواص هي المقام لدالة التحويل = صفر

$$\therefore s(s^2+s+1)(s+2) + K = 0$$

$$(s^3 + s^2 + s)(s+2) + K = 0$$

$$s^4 + \underline{s^3} + s^2 + 2\underline{s^3} + 2s^2 + 2s + K = 0$$

$$\therefore s^4+3s^3+3s^2+2s+K=0 \longrightarrow$$

s^4	1	3	K
s^3	3	2	0
s^2	b_1	b_2	0
s^1	c_1	0	
s^0	d_1	0	

$$b_1=\frac{3(3)-1(2)}{3}=\frac{7}{3}$$

$$b_2=\frac{3(K)-0(1)}{3}=K$$

$$c_1=\frac{2b_1-3b_2}{b_1}=$$

$$c_1=\frac{2(7/3)-3K}{7/3}$$

$$c_1=2-\frac{9}{7}K$$

$$d_1=\frac{c_1b_2-b_1(0)}{c_1}=b_2=K$$

∴ النظام مستقر

∴ لابد أن تكون

$b_2=+ve \therefore K>0$

and $c_1=+ve \therefore 2-\frac{9}{7}K>0$

$\therefore -\frac{9}{7}K>-2 \longrightarrow K<\frac{2}{9/7}$

$\therefore K<\frac{14}{9}$

$\therefore \boxed{0<K<\frac{14}{9}} \longrightarrow$ شرط الإستقرار

تمارين

① $s^4+s^3+3s^2+4s+5=0$ إدرس الاستقرار

② $s^3+(4+K)s^2+6s+12=0$ أوجد قيمة K

③ $G(s)=\dfrac{K}{s(s^2+s+1)(s+1)}$ أوجد K

" دراسة إستجابة التردد "

من أهم طرق دراسة إستجابة التردد للنظام
هو منحنى بود " Bode diagram "

ويشمل منحنى بود على رسمتان
الأولى بين القيمة والتردد والثانية بين الزاوية والتردد
الرسمة الأولى :- تمثل القيمة اللوغاريتمية مع لوغاريتم التردد
الرسمة الثانية تمثل الزاوية بالدرجات مع لوغاريتم التردد

إذا كانت الدالة الإنتقالية على الصورة

$$G(s)\cdot H(s) = \frac{K(T_1 s+1)}{s(T_2 s+1)(T_3 s+1)(T_4 s+1)}$$

خطوات الحل :-

1. نجعل جميع حدود البسط والمقام من الدرجة الأولى على صورة $(Ts+1)$
2. نستبدل كل s بـ $j\omega$
3. نوجد تردد الركن لكل الأقواس حيث $\omega_c = \frac{1}{T}$
4. نحسب الزاوية θ للمسار وذلك بإيجاد θ لكل قوس

$20 \log K$

أ) الكسب
وهو رقم أكبر من الوحدة بإشارة موجبة دائما
ويرسم خط أفقي ارتفاعه $20 \log K$
وبزاوية $\theta =$ صفر

ب) العنصر $(j\omega)$ قيمته $20 \log \omega$
بزاوية 90 ويكون خط مائل -20 القطاع

ج) العنصر $(j\omega)^{-1}$ قيمته $-20 \log \omega$
ويكون خط مائل 20 القطاع بزاوية -90

ب) العنصر $(1+jwT)$ قيمته $20\log\sqrt{1+w^2T^2}$

ويكون خط مائل // (20-) القطاع

بزاوية من $(0 \longrightarrow 90)$

هـ) العنصر $(1+jwT)^{-1}$ قيمته $-20\log\sqrt{1+w^2T^2}$

ويكون خط مائل // (20) القطاع

بزاوية من $(0 \longrightarrow -90)$

$$\boxed{\theta_t = \pm 90 + \tan^{-1} w_1 - \tan^{-1} w_2 - \tan^{-1} w_3 - \cdots}$$

لإيجاد phase margon (ph M)

من تقاطع |A| مع محور w وما تنزل بعمود يتقاطع مع الزاوية

لإيجاد Gaim margon (G M)

من تقاطع θ مع 180- نطلع بعمود يقطع القدار |A|

ك) اذا كان (ph M) و (G M) ~~موجبة~~ يكون النظام مستقر اذا كان ph M > -180

(اي فوق 180-)

ك) اذا كان (ph M) و (G M) ~~سالبة~~ يكون النظام غير مستقر ph M < -180

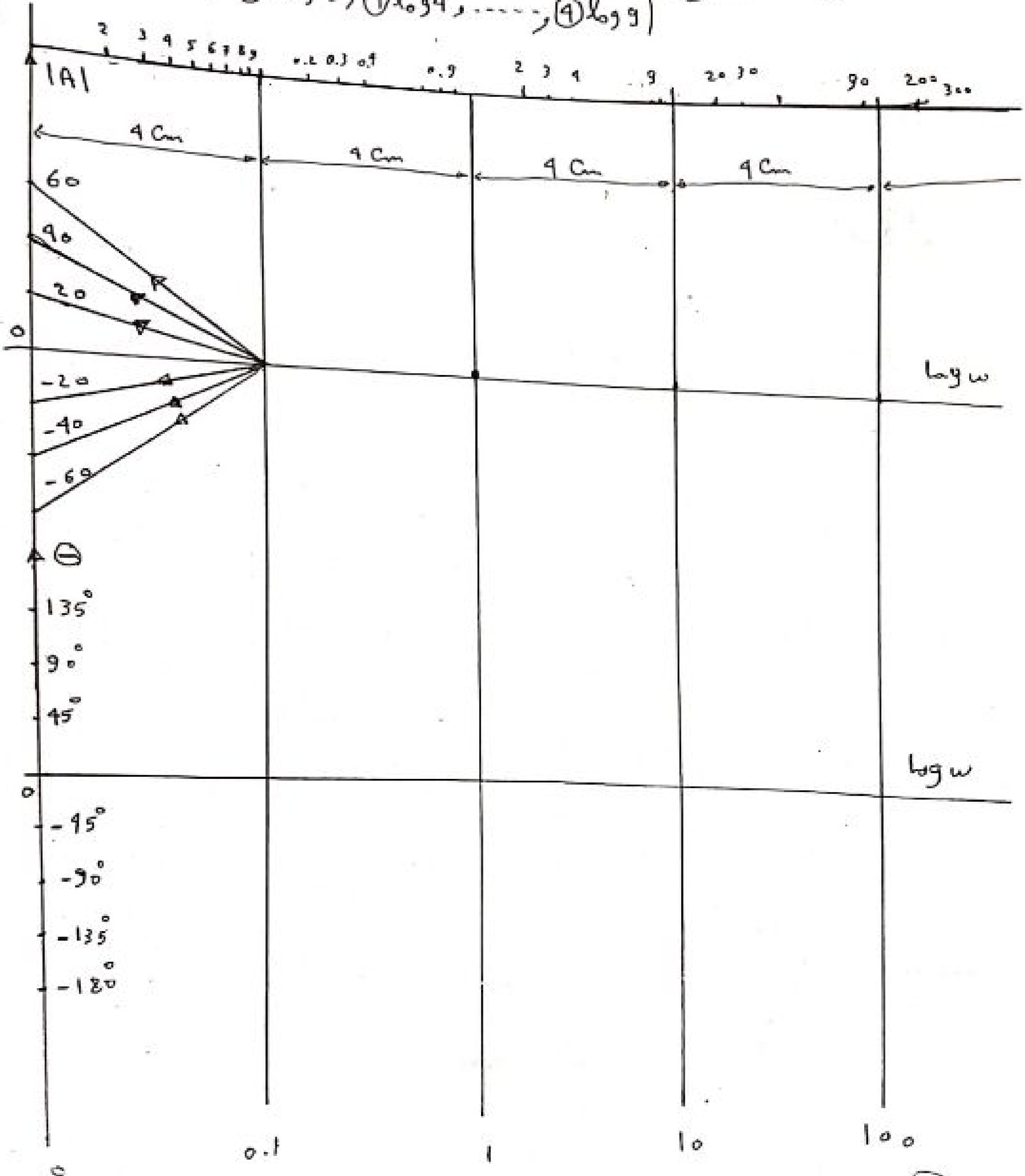
(اي تحت 180-)

مسافات الرسم تكون متساوية 3 Cm or 4 Cm or 5 Cm

للديكات: وتقسم إلى ..100 ، 10 و 1 و 0.1

وكل مسافة تقسم إلى 10 أجزاء كل جزء منها كالتالي

بفرض أنه للديكات 4Cm ($4\log 2$, $4\log 3$, $4\log 4$, ... , $4\log 9$)



EX ①

ارسم منحنى بود للنظام

$$G(s)\cdot H(s) = \frac{10(s+1)}{(s+2)(s+5)}$$

الحل

$$G(s)\cdot H(s) = \frac{10(s+1)}{(2)(\frac{s}{2}+1)(5)(\frac{s}{5}+1)} = \frac{(s+1)}{(\frac{s}{2}+1)(\frac{s}{5}+1)}$$

$$G(J\omega)\cdot H(J\omega) = \frac{(J\omega+1)}{(J\frac{\omega}{2}+1)(J\frac{\omega}{5}+1)}$$

أولاً جدول المقدار

$\therefore K=1 \longrightarrow 20\log K = 20\log 1 = 0$

	0.1	1	2	5	10	100
$(J\omega+1)$ بسط تردد الركن = 1	0	+20	+20	+20	+20	+20
$(J\frac{\omega}{2}+1)$ مقام تردد الركن = 2	0	0	-20	-20	-20	-20
$(J\frac{\omega}{5}+1)$ مقام تردد الركن = 5	0	0	0	-20	-20	-20
المجموع	0	20	0	-20	-20	-20

يرسم خط ميله صفر من ارتفاع 20log1 — يرسم خط // الشعاع -20 — يرسم خط ميله صفر — يرسم خط // الشعاع 20 — يرسم خط // الشعاع 20 — ~

ثانياً حساب الزاوية θ

$$\theta = \tan^{-1}\omega - \tan^{-1}\frac{\omega}{2} - \tan^{-1}\frac{\omega}{5} \longrightarrow$$

نحسب θ عند كل من $\omega = 0.1$ و 1 و 2 و 5 و 10 و 100 .

at $\omega = 0.1$

$$\theta = \tan^{-1} 0.1 - \tan^{-1}\frac{0.1}{2} - \tan^{-1}\frac{0.1}{5} = 2^\circ$$

at $\omega = 1$

$$\theta = \tan^{-1} 1 - \tan^{-1}\frac{1}{2} - \tan^{-1}\frac{1}{5} = 7^\circ$$

at $\omega = 2$

$$\theta = \tan^{-1} 2 - \tan^{-1}\frac{2}{2} - \tan^{-1}\frac{2}{5} = -4^\circ$$

at $\omega = 5$

$$\theta = \tan^{-1} 5 - \tan^{-1}\frac{5}{2} - \tan^{-1}\frac{5}{5} = -35^\circ$$

وهكذا

at $\omega = 10$ $\quad \theta = -58^\circ$

at $\omega = 100$ $\quad \theta = -87^\circ$

ω	0.1	1	2	5	10	100
θ	2	7	-4	-35	-58	-87

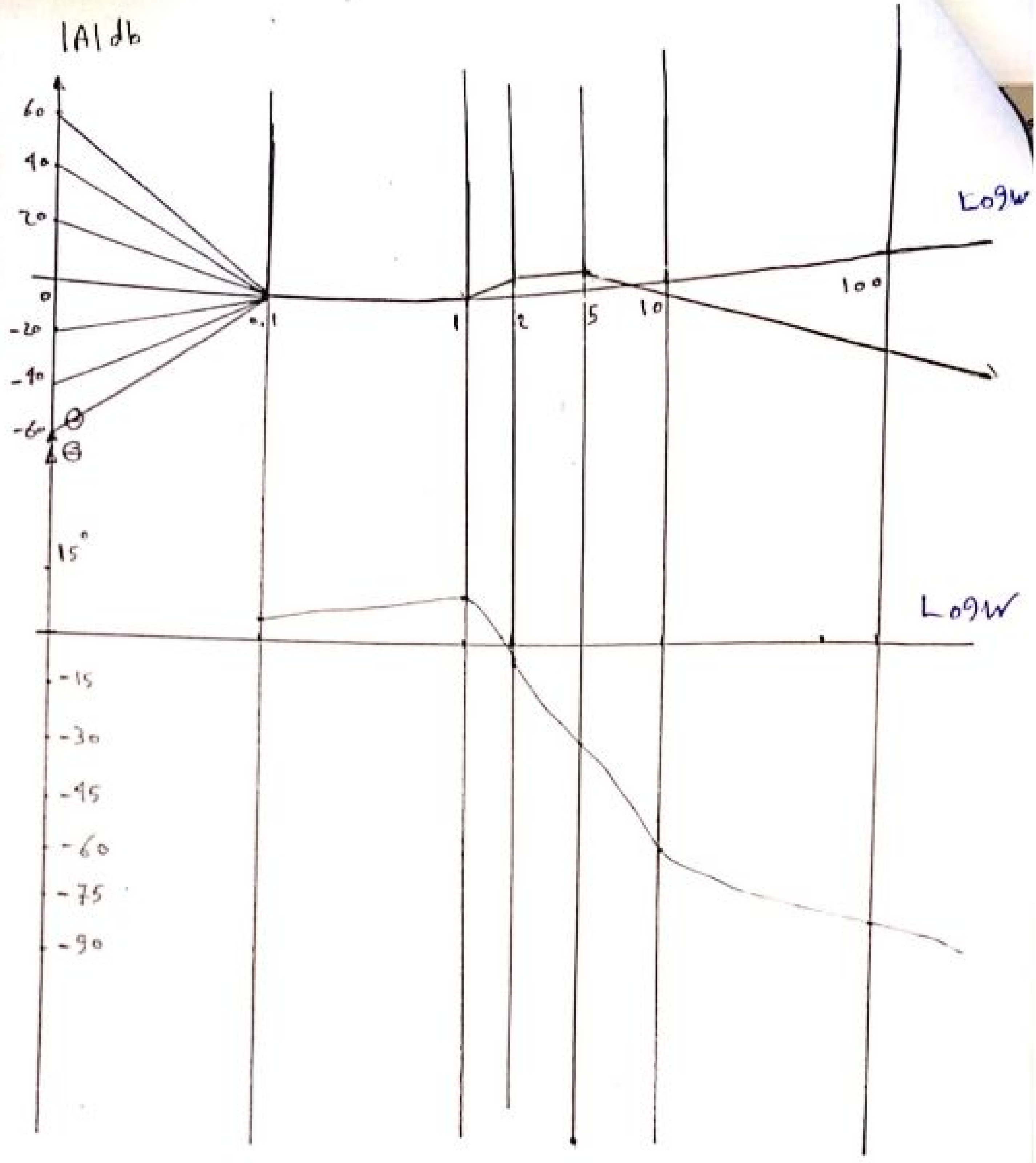
مسائل على منحنى بود   ارسم منحنى بود اذا كانت التغذية الخلفية $H = 1$

① $G(s) = \dfrac{10}{s(s+10)(s+0.1)}$

② $G(s) = \dfrac{(1+s)}{s(0.1s+1)(0.01s+1)}$

③ $G(s) = \dfrac{300}{s(s+10)(3+s)}$

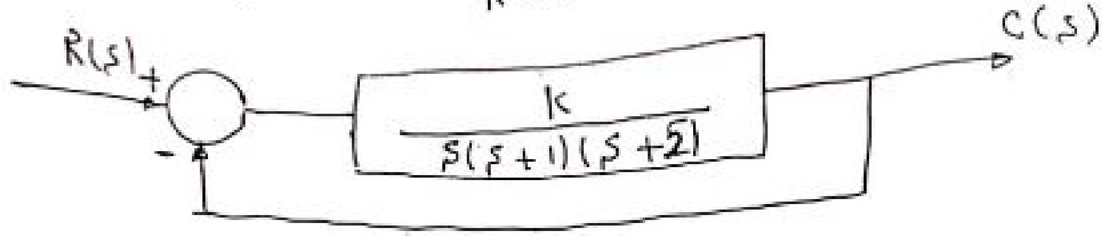
④ $G(s) = \dfrac{100(1+s)}{s(1+0.5s)(1+0.1s)}$



|A|db
60
40
20
0
-20
-40
-60
Θ
0.1
1
2
5
10
100
Logw
15°
Logw
-15
-30
-45
-60
-75
-90

EX ②

ارسم منحنى بود اذا كانت $K=10$



الحل

$$G(s).H(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+5)}$$

$$= \frac{10}{s(s+1)(5)(\frac{s}{5}+1)} = \frac{2}{s(s+1)(\frac{s}{5}+1)}$$

$$\therefore G(j\omega).H(j\omega) = \frac{2}{j\omega(j\omega+1)(j\frac{\omega}{5}+1)}$$

تردد الركبة = 1   تردد الركبة = 5

$20\log 2 \simeq 6$

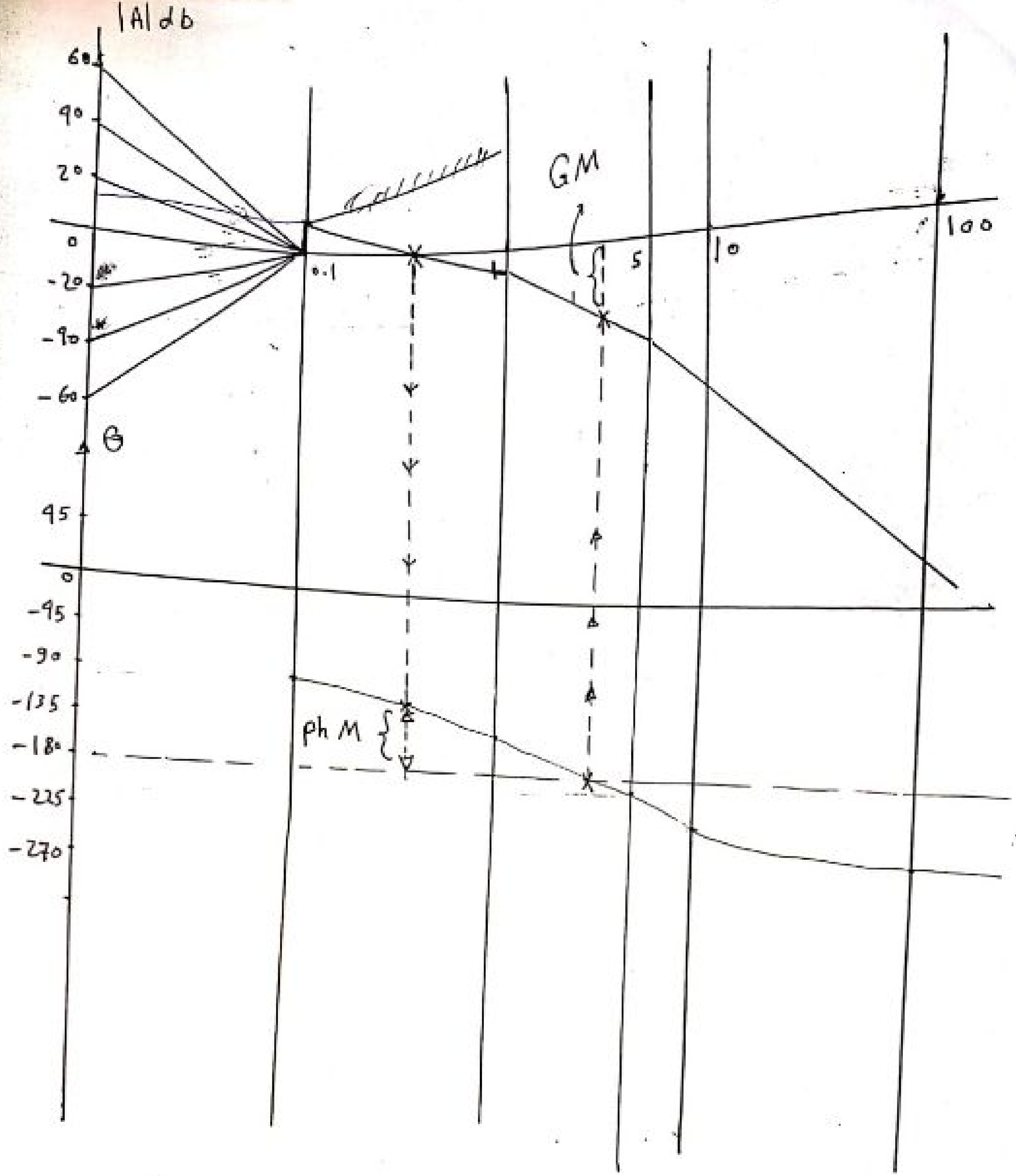
جدول المقدار

	0.1 – 1	1 – 5	5 – 10	10 – 100	100 –
معامل $j\omega$	-20	-20	-20	-20	-20
معامل $(j\omega+1)$	0	-20	-20	-20	-20
معامل $(j\frac{\omega}{5}+1)$	0	0	-20	-20	-20
المجموع	-20	-40	-60	-60	-60

حساب الزاوية θ

$$\theta = -90 - \tan^{-1}\omega - \tan^{-1}\frac{\omega}{5}$$

ω	0.1	1	5	10	100
θ	-98	-146	-214	-237	-266



G.M = -ve سالب ≃ -20

ph.M ≯ -180

∴ النظام مستقر

EX 3 ارسم منحنى بود لدالة التحويل التالية:
علما بأن $H(s)=1$

$$G(s) = \frac{100(s+1)}{s(s+10)}$$

الحل

$$G(s)\cdot H(s) = \frac{100(s+1)}{s(10)(\frac{s}{10}+1)} = \frac{10(s+1)}{s(\frac{s}{10}+1)}$$

$$G(J\omega)\cdot H(J\omega) = \frac{10(J\omega+1)}{J\omega(J\frac{\omega}{10}+1)}$$

$$K = 10 \Rightarrow 20\log K = 20\log 10 = 20$$

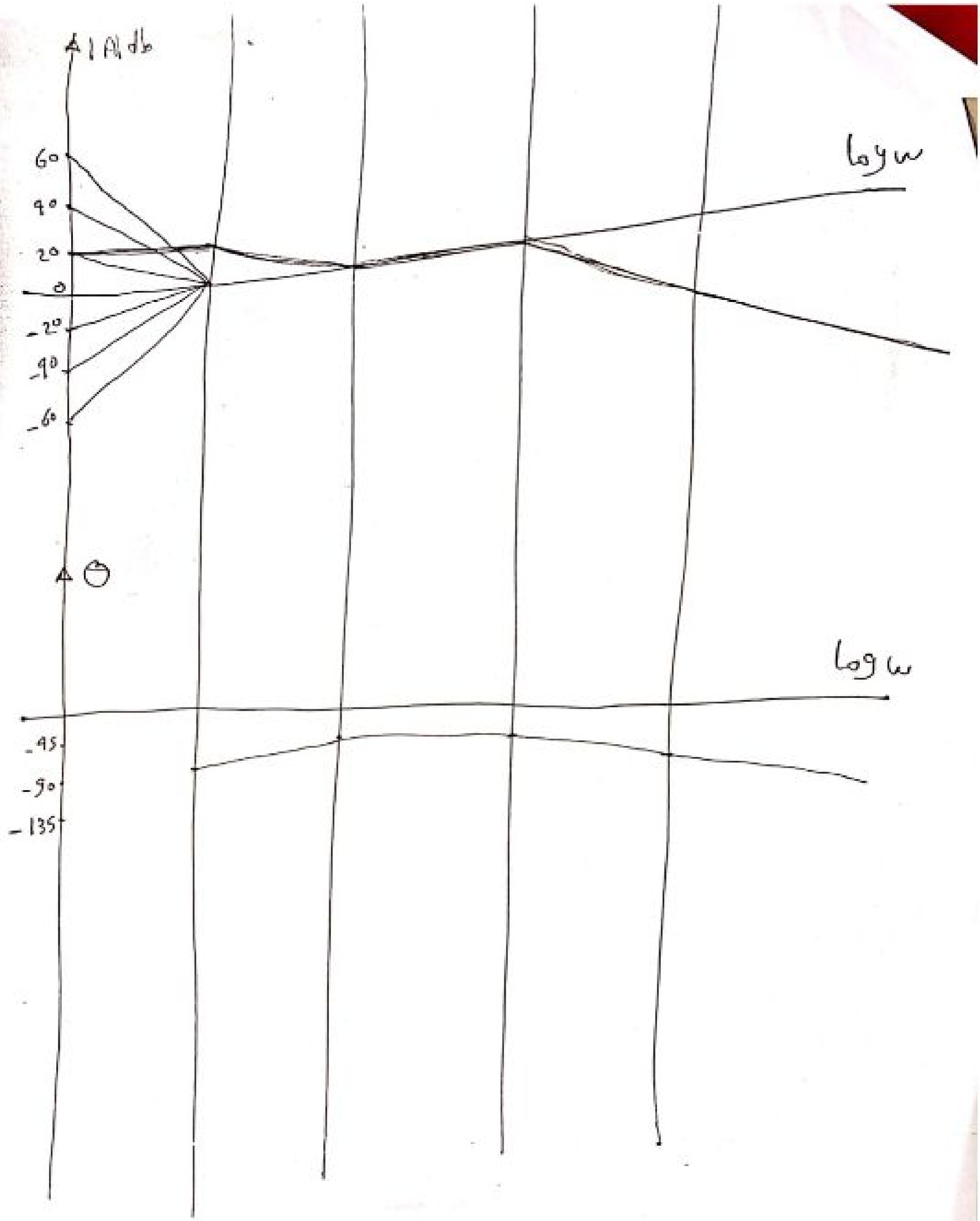
أولا جدول المقدار

	0.1	1	10	100
$(J\omega+1)$ بسط تردد الركن 1	0	+20	+20	+20
$J\omega$ المقام تردد الركن 1	−20	−20	−20	−20
$(J\frac{\omega}{10}+1)$ مقام تردد الركن 10	0	0	−20	−20
المجموع	−20	0	−20	−20

ثانيا حساب الزاوية θ

$$\theta = -90 + \tan^{-1}\omega - \tan^{-1}\frac{\omega}{10}$$

ω	0.1	1	10	100	1000
θ	−85	−51	−51	−85	−90



|A|db
60
40
20
0
-20
-40
-60
log ω
Θ
log ω
-45
-90
-135