Thermodynamique classique
LSPH201
Licence – 1ère année
2019-2020

TD 1

Formes différentielles

Exercice I : Dérivées partielles et différentielle d'une fonction f(x,y)

Soit la fonction de deux variables $f(x,y) = \dfrac{x^3}{y^2}$

1) Calculer les dérivées partielles premières de cette fonction.
2) Calculer les dérivées partielles secondes de cette fonction.
3) Vérifier que les dérivées "croisées" sont égales.
4) Ecrire la différentielle df de cette fonction.

Exercice II : Choix des variables thermodynamiques

On donne l'équation d'état du gaz parfait : $PV = nRT$

1) Rappeler la signification et l'unité S.I. des variables de cette équation d'état.
2) Dans ce module, on se restreint aux systèmes thermodynamiques **fermés**, où la quantité de matière est constante (ex : gaz enfermé dans une seringue). Montrer qu'alors on peut écrire l'équation du gaz parfait sous la forme d'une fonction des deux variables P et T.
   a) Donner les deux dérivées partielles de V(P,T)
   b) Vérifier que :

   $$\left.\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{V}{T}$$

   c) A-t-on :

   $$\left.\frac{\partial^2 V}{\partial T^2}\right)_{P,P} = -\frac{V}{T^2} \quad ?$$

Exercice III : Signification physique de la différentielle

Pour une fonction f d'une variable x, on rappelle que la différentielle de f au point x, notée df, est définie par :

$$df = f'(x)\, dx$$

où dx est la différentielle de x et f '(x) la dérivée de la fonction f au point x.

1) Soit la fonction $f(x)= x^2$. Calculer sa différentielle df.
2) On note $\Delta f = f(1 + \Delta x) - f(1)$, la variation de la fonction f entre 1 et $1 + \Delta x$.

   Quelles sont les valeurs de Δf pour $\Delta x = 1$ puis pour $\Delta x =0,01$?
3) Calculer df pour x = 1 avec dx = 1 puis dx =0,01.

   Comparer les valeurs obtenues pour df à celles de Δf.
4) Interprétation graphique : tracer la fonction f(x) et indiquer sur votre graphe les valeurs de df et Δf précédemment calculées.
5) Interprétation numérique :
   a) Calculer $\Delta f =f(x +\varepsilon) - f(x)$ en développant le terme en $(x + \varepsilon)^2$.
   b) Identifier df parmi les termes obtenus.
   c) Comparer df et Δf, lorsque ε est une quantité très petite devant 1.
6) Interprétation physique :
   a) En géométrie, pour un carré d'arête x, quelle est la grandeur que la fonction f permet de calculer ?
   b) Faire un schéma. Mettre en évidence le terme $(dx)^2$ vu à la question 5) et le fait qu'il est bien négligeable par rapport à df.
   c) x a la dimension d'une longueur. Quelles sont les dimensions de dx, f(x), f'(x) et df ?
7) Conclure à partir des observations faites dans les questions précédentes : en physique, que représente la différentielle d'une grandeur ?

Exercice IV : Problème inverse

On donne les formes différentielles suivantes :

$dg_1= 2x \ln y\, dx + \frac{x^2}{y} dy$

$dg_2= (x^2 - y)\, dx + x\, dy$

$dg_3 = \frac{dg_2}{x^2}$

$dg_4= 3x^3\, dx - e^{3y} dy$

$dg_5= f(x)\, dx + h(y)\, dy$ (cas important des variables séparées, généralisation de l'exemple précédent)

1) Est-ce que ces formes différentielles sont totales ?
2) Si oui, déterminer les fonctions correspondantes.

Exercice V : Mesures des coefficients thermo-élastiques et équation d'état

Pour une mole d'azote gazeux N_2, il a été mesuré que :

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = -\frac{RT}{V^2}\left(1+\frac{2A}{V}\right)$$

et

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{R}{V}\left(1+\frac{A}{V}\right)$$

où A est une constante déterminée expérimentalement.

1) Quelles variables indépendantes ont été choisies pour mener ces deux expériences ?
2) Contrôler la validité de ce résultat expérimental grâce aux propriétés des dérivées secondes.
3) Déduire l'équation d'état P(V,T) d'une mole d'azote gazeux.

Exercice VI : Intégrales curvilignes

Soient les points A(1,2) et B(2,1) dans un repère orthonormé direct où V est la variable portée en abscisse et P la variable portée en ordonnée. Γ est un chemin menant de A à B. Dans ce qui suit vous allez calculer l'intégrale curviligne S définie par :

$$S = \oint_{\Gamma} P\, dV$$

1) Dans cette question, le chemin entre A et B suit la courbe d'équation P = 2/V.
   a) Donner l'expression de S en fonction de V seulement. Calculer S.
   b) Donner l'expression de S en fonction de P seulement. Calculer S.
   c) Comparer les résultats et conclure.
2) Dans cette question, le chemin entre A et B suit la courbe d'équation P = -V +3.

   Donner l'expression de S en fonction d'une seule variable (au choix). Calculer S.
3) Pourquoi la valeur de S est-elle différente pour les questions 1) et 2) ?

Exercice VII : Intégrales curvilignes (facultatif)

A- Une particule se déplace dans un plan en étant soumise à une force $\vec{F}$ dont les composantes dans le repère cartésien Oxy sont $f_x = 2\ k\ y$ et $f_y = 0$, où k est une constante.

1) Donner l'expression du travail élémentaire dW de la force $\vec{F}$ lors d'un déplacement élémentaire $\overrightarrow{dl}$ de composantes (dx, dy) sachant que $dW = \vec{F} \cdot \overrightarrow{dl}$.
2) Calculer W_{OB}, le travail de la force $\vec{F}$ lorsque la particule se déplace de l'origine O au point B(1,1), en suivant :
   a) soit le segment OB selon une droite d'équation y = x.
   b) soit le segment OA jusqu'au point A(1,0) puis le segment AB.
3) Comparer les résultats du a) et du b)
4) Est-ce que dW est une forme différentielle totale ?

B- Reprendre les questions précédentes avec la force $\vec{F}$' de composantes (3ky, 3kx).

C- Existe-t-il une méthode plus directe pour calculer W_{OB}' pour la force $\vec{F}$'?

TD 2

Pression et forces de pression

On suppose dans ce TD que le champ de pesanteur $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$ est constant.

Exercice 1 - Tube en U

1) On met de l'eau dans un tube en U. Expliquer pourquoi le niveau est le même des deux côtés.
2) On ajoute une hauteur H=10 cm d'huile d'un côté. Sachant que l’huile flotte sur l’eau, de quel côté du tube le niveau de liquide sera le plus haut ? Faire un schéma.
3) Montrer que la mesure de la différence de niveau permet de déduire la masse volumique de l’huile ρ_{huile} en fonction de celle de l’eau ρ_{eau}.

<u>Nota bene: l'expérience sera réalisée au TP1</u>

Exercice 2 - Pression et poussée d’Archimède

Une bouée cylindrique (rayon R = 10 cm et hauteur H = 100 cm) flotte verticalement dans l'eau, avec une hauteur immergée h = 50 cm. On prendra $\rho_{eau} = 1\ kg.L^{-1}$ et la pression atmosphérique $P_0 = 10^5$ Pa.

1) Evaluer numériquement l’intensité Π de la poussée d'Archimède s'exerçant sur la bouée.
2) Quelle est la pression à une profondeur h dans l’eau ?
3) Evaluer l’intensité F de la force pressante exercée par l'eau sur la face inférieure de la bouée.
4) D’où vient la différence entre Π et F ?

Exercice 3 - Glaçon et Iceberg

1) On met un glaçon dans un verre rempli d'eau à ras bord. Faire un schéma. Quand le glaçon va fondre, est-ce que l'eau va déborder ?
2) Montrer qu'effectivement 9/10 d'un iceberg est immergé. On donne les masses volumiques $\rho_{glace} = 0{,}918\ kg.L^{-1}$ et $\rho_{eau\ de\ mer} = 1{,}03\ kg.L^{-1}$.

Exercice 4 – Mal des montagnes

On étudie ici la variation de pression de l'air dans la couche superficielle de l'atmosphère (troposphère). On considèrera que l'air est à une température constante de 0°C.

1) A partir de l'équation d'état du gaz parfait et de la masse molaire M = m/n, établir l'expression de la masse volumique de l'air, ρ, en fonction de M, R, T, P.
2) Démontrer que la pression à l'altitude z peut s'écrire $P=P_0 \exp(-z/h)$ où $h=RT/Mg$ et P_0 est la pression atmosphérique au niveau de la mer.
3) Evaluer numériquement h ainsi que la pression au sommet de l'Everest (8848 m) en prenant $P_0 = 10^5$ Pa, M= 28,8 g.mol^{-1} et R=8,31 J.K^{-1}.mol^{-1}.

Exercice 5 - Pression et compressibilité (facultatif)

1) Hypothèse du liquide incompressible :
   a) Exprimer la pression P dans l'eau à une profondeur h, lorsqu'on considère la masse volumique du fluide constante.
   b) Dans cette hypothèse, calculer la pression dans une fosse océanique à 10 km de profondeur ($\rho_{\text{eau de mer}}$ = 1,03 kg.L^{-1} et la pression atmosphérique $P_0 = 1{,}013\ 10^5$ Pa).

2) En réalité, l'eau de mer est légèrement compressible avec un coefficient de compressibilité noté χ et défini par :

$$\frac{dV}{V} = - \chi \, dP$$

   On supposera ce coefficient constant valant $\chi = 4{,}5\ 10^{-10}$ Pa^{-1}.

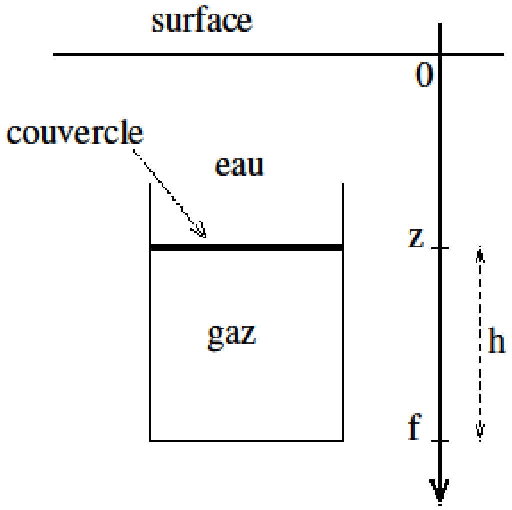
   a) Rappeler la définition de la masse volumique ρ. Différentier l'expression à masse constante pour montrer que :

$$\frac{dV}{V} = -\frac{d\rho}{\rho}$$

   b) En déduire l'expression de $\rho(P)$.
   c) A l'aide de la relation fondamentale de l'hydrostatique, établir l'expression de P(z), z étant la profondeur dans la fosse.
   d) Calculer la valeur de la pression à 10 km de profondeur dans la fosse océanique.
   e) Comparer à la valeur obtenue à la question 1) et conclure sur la compressibilité des liquides.

Exercice 6 - Variations de pression dans un piston immergé (facultatif)

On considère un gaz parfait enfermé dans un récipient cylindrique dont le couvercle de surface S est mobile : il coulisse verticalement sans frottement. Ce récipient est entièrement immergé dans de l'eau (masse volumique ρ), comme schématisé ci-dessous.



On repère la position du couvercle par la variable z, celle du fond du récipient par f, ainsi la hauteur de gaz s'écrit $h = f - z$.
La pression à la surface de l'eau est égale à la pression atmosphérique Pa.
La température du gaz est supposée constante.

Le but de l'exercice est de comprendre les variations de hauteur du gaz en fonction des variations de profondeur du récipient.

1) Déterminer l'expression du volume de gaz V par des considérations géométriques.
2) On note P la pression du gaz dans le piston. Donner l'expression de la force de pression exercée par le gaz sur le couvercle.
3) Rappeler la loi de l'hydrostatique. En déduire l'expression de la force de pression exercée par l'eau sur le couvercle.
4) En supposant que la masse du couvercle est négligeable, en déduire l'expression de P en fonction des constantes Pa, ρ, g, et de la variable z.
5) Si P et V sont les variables, calculer l'expression de la différentielle d(PV).
6) Que vaut la différentielle d(PV) pour une transformation isotherme d'un gaz parfait ?
7) Réécrire le résultat précédent à l'aide des variables z et h.
8) En déduire l'expression :

$$dh = -\frac{h}{z+\frac{Pa}{\rho g}}\,dz$$

9) Que peut-on dire du signe de dh en fonction du signe de dz ? Expliquer pourquoi ce résultat était prévisible qualitativement, sans calcul.
10) Introduire la variable f et montrer à partir de ce qui précède que l'on a toujours $|dz| > |df|$. Expliquer ce résultat en une phrase.

TD 3

Calculs de travail et quantité de chaleur pour le gaz parfait

Exercice I : étude de transformations simples

On va envisager des transformations subies par une quantité constante n = 1 mol d'un gaz parfait. Dans ce cas, on rappelle que $\Delta U = c_V \, \Delta T$, où c_V est un coefficient constant.

1) Cette mole d'un gaz parfait passe d'un état d'équilibre initial caractérisé par (P_A, V_A, T_A) à un état d'équilibre final (P_B, V_B, T_B) avec $V_B = 2V_A$ et $T_B=T_A$.
   a) Comment qualifier cette transformation ?
   b) Exprimer P_B en fonction de P_A.
   c) On se place dans des conditions expérimentales où la pression extérieure est maintenue constante égale à P_B tout au long de la transformation. Calculer le travail W fourni au gaz en fonction de P_A et V_A, puis de R et T_A. Imaginer une méthode expérimentale pour réaliser cette transformation à l'aide d'un piston : faire un schéma.
   d) Déterminer le travail W' fourni au gaz lorsque la pression extérieure est maintenue égale à la pression du gaz tout au long de la transformation. Imaginer une méthode expérimentale pour réaliser cette transformation : faire un schéma.
   e) A-t-on W = W'? Justifier.
   f) Pour la transformation de la question c), quelle est la variation d'énergie interne ΔU ? Même question pour la transformation de la question d).
   g) Pour la transformation de la question c), quelle est la quantité de chaleur Q fournie au gaz ? Même question pour la transformation de la question d).

2) Une mole d'un gaz parfait (PV = RT) passe d'un état d'équilibre initial caractérisé par (P_A, V_A, T_A) à un état d'équilibre final (P_B, V_B, T_B) avec $T_B = T_A/2$ et $P_B=P_A$. La pression extérieure est constante pendant la transformation et vaut P_A.
   a) Comment qualifie-t-on ce type de transformation ?
   b) Comment réaliser expérimentalement une telle transformation ? Faire un schéma.
   c) Exprimer V_B en fonction de V_A.
   d) Déterminer le travail W fourni au gaz en fonction de R et T_A.
   e) Exprimer la variation d'énergie interne du gaz en fonction de c_V et T_A.
   f) En déduire Q, la quantité de chaleur fournie au gaz en fonction de R, c_V et T_A.

Exercice II : loi de Laplace

1) On se propose de démontrer que, lors d'une transformation adiabatique et réversible d'un gaz parfait, la quantité PV^γ reste constante, γ étant un coefficient constant.

   a) Que peut-on écrire si la transformation est adiabatique ?

   b) Comment s'exprime le travail élémentaire des forces de pression dW si la transformation est réversible ?

   c) Pour un gaz parfait, on peut écrire $dU = n\, c_V\, dT$, où c_V est un coefficient constant. A l'aide du premier principe, montrer que la quantité PV^γ reste constante pour une transformation adiabatique et réversible. On donnera l'expression de γ en fonction de R et de c_V.

2) Du gaz enfermé dans un piston passe d'un état d'équilibre initial caractérisé par (P_A, V_A, T_A) à un d'équilibre final (P_B, V_B, T_B). On donne $P_B = 3P_A$. La transformation est de type adiabatique et réversible. On suppose le gaz parfait.

   a) Que vaut Q, la chaleur fournie au gaz ?

   b) Comment réaliser une telle transformation ?

   c) Exprimer V_B en fonction de γ et de V_A. De même exprimer T_B en fonction de γ et T_A.

   d) A partir de la relation $dW=-P_{ext}\, dV$, montrer que le travail W fourni au gaz vaut

$$W = \frac{P_A V_A - P_B V_B}{1-\gamma}.$$

   e) Montrer que cette relation peut s'écrire sous la forme $W= n\, c_V\, (T_B-T_A)$.

3) Retrouver plus rapidement cette dernière expression du travail en raisonnant sur la variation d'énergie interne ΔU.

4) <u>Application numérique</u> : on considère n=0,1 mol d'argon enfermé dans un piston adiabatique à la température ambiante $T_A = 300$ K. Calculer T_B puis le travail fourni au gaz à l'issu de la transformation.

   On prendra pour la constante des gaz parfaits $R = 8{,}31\ J.K^{-1}.mol^{-1}$ et on rappelle, pour un gaz parfait monoatomique, d'une part que $c_V = 3R/2$ et d'autre part que $\gamma = 5/3$.

TD 4

Diagramme de Clapeyron et transformations du GP

Exercice I : Diagramme de Clapeyron

On considère un système fermé constitué d'une mole de gaz parfait.

1) Tracer dans un diagramme de Clapeyron (P en ordonnée, V en abscisse) les deux courbes correspondant aux transformations isothermes réversibles réalisées aux températures T_1 et T_2 avec $T_1 > T_2$.
2) On a montré au TD 3 que lors d'une transformation adiabatique et réversible d'un gaz parfait, la quantité PV^γ reste constante. Tracer la courbe correspondant à cette transformation dans le diagramme de Clapeyron.
3) Démontrons ici que « *la courbe d'une adiabatique est plus verticale que celle d'une isotherme* » dans un diagramme de Clapeyron (résultat à connaître). On utilisera le fait que $\gamma > 1$.
   a) Soit le point M_0 de coordonnées (P_0, V_0) dans le diagramme de Clapeyron. Donner les équations de l'isotherme et de l'adiabatique réversibles qui passent par cet état.
   b) Calculer les pentes des tangentes en M_0 à ces deux courbes et les comparer.

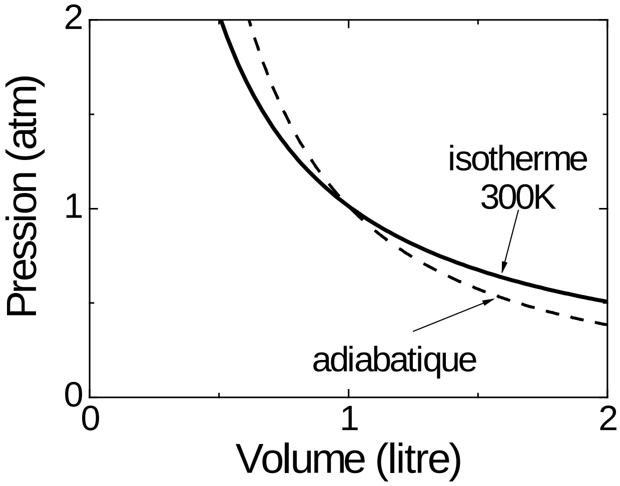


Figure : Tracés à l'échelle des isotherme et adiabatique réversibles d'un gaz parfait biatomique (γ=7/5). Le point M_0 (1, 1) correspond par exemple à 1 litre d'air enfermé dans un piston dans les conditions normales de pression et de température.

Exercice II : Les principales transformations simples du gaz parfait

On considère n moles d'un gaz parfait dont l'état initial est : P_0, T_0 et V_0.
On rappelle : $PV = nRT$ et $\Delta U= n\, c_V\, \Delta T$.
Ces n moles vont subir une transformation j qui les amènera dans l'état final P_j, T_j et V_j.
On rappelle qu'une transformation réversible se caractérise par le fait que, tout au long de cette transformation, on a $T=T_{ext}$ et $P=P_{ext}$.

1) Transformation 1 : isobare **réversible** telle que $V_1= 2V_0$.
2) Transformation 2 : isobare **irréversible** telle que $V_2= 2V_0$.On précise que pendant la transformation la pression extérieure est constante et vaut la pression finale.

3) Transformation 3 : isochore **réversible** telle que $P_3= 2P_0$.
4) Transformation 4 : isochore **irréversible** telle que $P_4= 2P_0$.

5) Transformation 5 : isotherme **réversible** telle que $V_5= 2V_0$.
6) Transformation 6 : isotherme **irréversible** telle que $V_6= 2V_0$. On précise que pendant la transformation la pression extérieure est constante et vaut la pression finale.

7) Transformation 7: adiabatique **réversible** telle que $V_7= 2V_0$.
8) Transformation 8: adiabatique **irréversible** telle que $V_8= 2V_0$. On précise que pendant la transformation la pression extérieure est constante et vaut la pression finale.

Pour toutes ces transformations, on vous demande de calculer :
a) les caractéristiques de l'état final du gaz (pression, volume et température).
b) le travail W fourni au gaz, la chaleur Q fournie au gaz et la variation d'énergie interne du gaz ΔU.

Exercice III : Puissance de la bouilloire électrique

On met à chauffer un litre d'eau à température ambiante (25°C) dans une bouilloire électrique de puissance constante 3000 W. Au bout de combien de temps l'eau se met à bouillir ?

On prendra comme capacité calorifique massique de l'eau 4 $kJ.kg^{-1}.K^{-1}$ supposée constante dans la gamme de température considérée.

TD 5

Variations d'entropie du gaz parfait

Dans les exercices P désigne la pression, V le volume et T la température, n, le nombre de moles, U, l'énergie interne et S l'entropie. R est la constante des gaz parfaits.

Rappel préliminaire :

Pour un gaz : $dU = TdS-PdV$ (avec n constant) = $dQ+dW$
Pour une source de chaleur : $dW_c=0$ d'où $dU_c=T_cdS_c=dQ_c$
Pour une source de travail : $dQ_t=0$ d'où $dU_t= -P_tdV_t$

Un thermostat est une source de chaleur dont la température est constante.

Quand le système isolé est constitué d'un gaz, d'une source de travail et d'une source de chaleur, alors le gaz échange de la chaleur avec la source de chaleur et du travail avec la source de travail.

On a ainsi :
$dQ= - dQ_c$ et $dW = - dW_t$

Exercice I : Entropie d'un gaz parfait

1) Enoncer le second principe de la thermodynamique.
2) Ecrire l'identité fondamentale thermodynamique qui est, on le rappelle, la différentielle de la fonction U(S,V,n).
3) Pour n moles du gaz parfait, on rappelle son équation d'état $PV= nRT$ et la variation élémentaire de son énergie interne $dU=n\,c_V\,dT$ où c_V est une constante. Montrer que la variation d'entropie du gaz entre un état initial (T_A, V_A) et un état final (T_B, V_B) vaut :

$$\Delta S = n\,c_V \ln(T_B/T_A) + n\,R \ln(V_B/V_A)$$

On pourra utiliser ce dernier résultat dans les exercices suivants.

Exercice II : Transformation isotherme (donné en CC en amphi en 2011-2012)

Soit une transformation isotherme réversible du gaz parfait.
On note (T_i, V_i, P_i) les paramètres de l'état d'équilibre initial.

1) Donner ceux de l'état final (T_f, V_f, P_f) sachant que $V_f = V_i/3$.
2) Que vaut la variation d'énergie interne du gaz ΔU au cours de cette transformation ?
3) Déterminer l'expression du travail W et de la chaleur Q échangées au cours de cette transformation. Donner les résultats en fonction de n, R et T_i.
4) Que dire du signe de W ?
5) Calculer l'expression de la variation d'entropie du gaz ΔS, grâce au résultat de l'exercice I.
6) Déterminer de deux manières différentes la variation d'entropie du milieu extérieur. On précise que le système isolé est constitué d'un gaz, d'une source de travail et d'une source de chaleur.

Exercice III : Isobare réversible et irréversible

Revenons sur une partie de l'exercice II du TD 4 :

On considère n moles d'un gaz parfait dont l'état initial est : P_0, T_0 et V_0.
On rappelle : $PV = nRT$ et $\Delta U = n\, c_V \Delta T$.
Ces n moles vont subir une transformation j qui les amènera dans l'état final P_j, T_j et V_j.
On rappelle qu'une transformation réversible se caractérise par le fait que, tout au long de cette transformation, on a $T=T_{ext}$ et $P=P_{ext}$.

1) *Transformation 1 : isobare* ***réversible*** *telle que $V_1= 2V_0$.*
2) *Transformation 2 : isobare* ***irréversible*** *telle que $V_2= 2V_0$.On précise que pendant la transformation la pression extérieure est constante et vaut la pression finale.*

On demande de calculer :
a) Les caractéristiques de l'état final du gaz (pression, volume et température)
b) Le travail W fourni au gaz, la chaleur Q fournie au gaz et la variation d'énergie interne du gaz ΔU.

On n'avait trouvé, en faisant ces calculs, aucune différence entre l'isobare réversible et l'isobare irréversible en ce qui concernait les résultats demandés.

Pour la transformation 1, le système isolé est constitué: du gaz, d'une infinité de thermostats dont la température s'échelonne entre T_0 et T_1 et d'une source de travail.
Pour la transformation 2, le système isolé est constitué: du gaz, d'un thermostat à la température finale T_2, avec lequel le gaz est mis en contact dès le début et d'une source de travail.

Exprimer la variation d'entropie du système isolé pour chacun des cas 1 et 2.
Vérifier que les deux transformations sont bien différentes.

Exercice IV : Détentes d'un gaz parfait.

1) Dans cette première question, n moles d'un gaz parfait ($PV = nRT$ et $\Delta U = n\, c_V\, \Delta T$) subissent une détente de Joule décrite ci-dessous.

   Un récipient aux parois rigides et adiabatiques est partagé en deux compartiments de même volume V_0 par un piston adiabatique également. Dans l'état initial, les n moles du gaz, à la pression P_0 et à la température T_0 sont dans un des deux compartiments. L'autre compartiment est vide, le piston est bloqué. A t=0, on débloque le piston. Dans l'état d'équilibre final, les n moles occupent le volume total $2V_0$.

   a) Faire un schéma de la transformation.

   b) Quel est le travail W reçu par le gaz ? Quelle est la quantité de chaleur Q reçue par le gaz ?

   c) On demande, en appliquant le premier principe, de déterminer la température finale du gaz.

   d) En considérant les conditions expérimentales décrites, cette détente vous parait-elle réversible ? Qu'attendez-vous pour la variation d'entropie du système isolé lors de cette transformation ?

   e) Calculer les variations d'entropie du gaz, du milieu extérieur et en déduire celle du système isolé. Conclusion.

2) On fait à présent passer les n moles du gaz parfait **du même état initial au même état final** que dans la question 1, mais cette fois par une détente **réversible.** Le système isolé est constitué du gaz, d'une source de travail et d'une source de chaleur.

   a) Comparer la variation d'entropie du gaz dans cette détente à la précédente.

   b) Que vaut la variation d'entropie du système isolé ?

   c) En déduire la variation d'entropie du milieu extérieur.

   d) Retrouver cette dernière variation d'entropie par le calcul de la chaleur échangée par le gaz.

   e) Le gaz se sera-t-il refroidi lors de cette nouvelle détente ?

3) On fait subir à présent à ces n moles de gaz parfait une détente **adiabatique réversible** l'amenant de l'état P_0,V_0,T_0 à l'état P_1,V_1,T_1 avec $P_1=P_0/2$. Le système isolé est constitué du gaz et d'une source de travail.

   a) Exprimer T_1 en fonction de T_0 et du coefficient γ et en déduire que le gaz se refroidit.

   b) Déterminer les variations d'entropie du système isolé, du milieu extérieur, puis du gaz.

TD 6

Sources de chaleur
Sens des échanges thermiques entre corps incompressibles

Exercice I : Thermostat et sa variation d’entropie

On fournit à un thermostat qui est à la température T_c une quantité de chaleur Q_c.

1) Rappeler ce qu’est un thermostat.
2) Exprimer sa variation d'énergie interne.
3) Exprimer sa variation d'entropie ΔS_c. Que devient ΔS_c si Q_c est positif ? négatif ?
4) On donne Q_c= 10 kJ. Calculer ΔS_c si T_c=1000K et ΔS_c si T_c=10K. Comparez les deux variations d’entropie, en raisonnant sur la notion de désordre à l’échelle microscopique.

Exercice II: Transformation impossible

A travers un cas concret, on va montrer qu’une conséquence du deuxième principe est que la chaleur se transmet spontanément d’un corps chaud à un corps froid. C’est le deuxième principe qui explique pourquoi une masse d’eau tiède 4m= (3m + m), à la température de 30°C (T_0=303K) ne se transforme pas spontanément en une masse 3m froide à 20°C (T_1= 293K) et une masse m chaude à 60°C (T_2=333K).
Pour cela on va calculer la variation d’entropie du système isolé pour cette transformation.
Le système isolé est constitué uniquement de deux masses d’eau m et 3m, séparées par une paroi diatherme, l’ensemble étant isolé du milieu extérieur.
Les deux masses d’eau sont des sources de chaleur, c’est-à-dire des systèmes pour lesquels
$U_C = U_C(S)$ ou encore $dU_C = T_C\, dS_C$.

1) Questions préliminaires : entropie des corps incompressibles (liquide ou solide)
   a) Ecrire dS, la variation élémentaire d’entropie, en fonction de dU, la variation élémentaire d’énergie interne d’une masse m d’eau incompressible.
   b) Ecrire dS pour la masse m d’eau à la température T, quand elle reçoit une quantité de chaleur élémentaire dQ.
   c) Pour une masse d’eau m incompressible, on peut écrire que dU= m c dT, où c est la capacité calorifique massique de l’eau et dT, la variation élémentaire de température de l’eau. On précise que c est une constante positive.

      En déduire l’expression de dS en fonction de m, c et T.

2) Montrer tout d’abord que le premier principe n’est pas en contradiction avec cette décomposition spontanée d’eau tiède en eau froide et eau chaude.

3) Calculer ΔS_1, la variation d'entropie de la masse 3m d'eau quand sa température passe de T_0 à T_1, en fonction de m, c, T_0 et T_1.

4) Calculer ΔS_2, la variation d'entropie de la masse m d'eau quand sa température passe de T_0 à T_2, en fonction de m, c, T_0 et T_2.

5) Les deux masses d'eau constituant un système isolé, exprimer la variation d'entropie du système isolé $\Delta S_{isolé}$ en fonction de m, c, T_0, T_1 et T_2.

6) On donne m= 100g et c= 4,18 $kJ.kg^{-1}.K^{-1}$. Calculer $\Delta S_{isolé}$. Conclusion.

TD 7

Réversibilité et irréversibilité d'une transformation

Dans ce TD, on se propose d'analyser les conditions expérimentales de réversibilité d'une transformation.

A- Transformation adiabatique

On met 0,1 mole de gaz parfait dans un récipient cylindrique fermé par un piston qui glisse le long des parois. Le cylindre est vertical. Les parois du récipient et du piston sont adiabatiques et indéformables. Des ouvertures contrôlées permettent, si besoin, d'établir des contacts thermiques entre le gaz et des thermostats.

On donne pour un gaz parfait : $PV = nRT$ et $\Delta U = n\, c_V\, \Delta T$. On prendra $c_V = 3/2\ R$.

→ **Dans l'état d'équilibre initial A**, le gaz est en contact avec un thermostat, a, à la température Ta=400K et sur le dessus du piston on a déposé des masses M_1 et M_2. On appelle m la masse du piston et Σ sa surface.

1) Donner les expressions et les valeurs numériques de P_A, V_A et T_A.

   A.N. : $\Sigma = 100\ cm^2$, $M_1 + M_2 + m = 50$ kg, $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$, la pression atmosphérique $P_0 = 1{,}013\ 10^5$ Pa et $R = 8{,}31\ J.\ K^{-1}.\ mol^{-1}$.

→ On coupe le contact avec le thermostat, puis on enlève la masse M_2. Le gaz atteint ainsi **un état d'équilibre B.**

2) Comment appelle-t-on la transformation AB ? Que vaut Q_{AB} ?
3) Calculer l'expression de W_{AB}, le travail reçu par le gaz, en fonction de T_A, T_B et du rapport $x=P_B/P_A$.
4) Trouver une seconde relation reliant T_B et T_A.
5) En déduire que :

$$T_B = \frac{c_V + xR}{c_P} T_A$$

6) Calculer P_B, x puis T_B et V_B, sachant que M_2=40 kg. Le gaz s'échauffe ou se refroidit ?
7) A.N. : Evaluer numériquement ΔS_{AB}.

8) A.N. : Evaluer $\Delta S_{AB})_{isolé}$, la variation d'entropie du système isolé.

   La transformation AB est-elle réversible ou irréversible ?

→ On remet la masse M_2 sur le piston et on laisse évoluer le système sans contact avec aucun thermostat vers l'**état d'équilibre C.**

9) A.N. : Evaluer P_C, W_{BC}, T_C, V_C, et ΔS_{BC}.

10) La transformation BC est-elle réversible ?

11) Représenter les états A, B, C dans un diagramme de Clapeyron à l'échelle.

12) Proposer une méthode expérimentale pour ramener le gaz dans l'état A.

→ **On repart de l'état d'équilibre A**. On coupe le contact avec le thermostat et on enlève une masse M_2 de manière réversible, c'est-à-dire de la manière suivante :

- on enlève une masse M_2/N, où N est un entier. On obtient un état d'équilibre 1.
- on enlève à nouveau la masse M_2/N. On obtient un état d'équilibre 2
- …. et ainsi de suite.

L'état i est atteint lorsqu'on a enlevé iM_2/N et **l'état final D** est atteint lorsqu'on a enlevé N masses M_2/N.
Du point de vue théorique, quand $N \to \infty$ la transformation est quasi-statique.
Elle est réversible en l'absence de phénomènes dissipatifs (ex : frottements du piston).
Du point de vue expérimental, il suffit que N soit suffisamment grand et les frottements suffisamment faibles. C'est le cas que l'on étudiera ici.

13) A quoi est égal P_D ?

14) Sachant que la transformation AD est réversible, que vaut $\Delta S_{AD})_{isolé}$ pour le système isolé ?
    En déduire ΔS_{AD} et la relation qui relie P_D et V_D.

15) Calculer V_D et T_D avec γ =5/3.

16) Placer sur le diagramme de Clapeyron le point D et représenter la transformation AD.

17) Quelle est la détente adiabatique qui refroidit le plus le gaz ? AB ou AD ?

B- Transformation isochore (facultatif)

Soient n moles de gaz parfait à la température T_A, enfermées dans un récipient de volume constant. On souhaite porter le gaz à la température T_B ($T_B > T_A$) par une transformation isochore.

1) Première méthode : le gaz dans l'état A est mis en contact avec un thermostat à la température T_B puis on attend que s'établisse l'état d'équilibre final B.
   a) Déterminer la variation d'entropie du gaz ΔS_{AB} en fonction de n, c_V et des températures.
   b) Déterminer la variation d'entropie du thermostat $\Delta S_{AB})_{th}$ en fonction de n, c_V et des températures.
   c) En déduire la variation d'entropie du système isolé $\Delta S_{AB})_{isolé}$.
   d) L'expression de $\Delta S_{AB})_{isolé}$ vérifie-t-elle le deuxième principe de la thermodynamique ?

      On posera $z = T_A/T_B$. La transformation AB est-elle réversible ?

2) Deuxième méthode : le gaz dans l'état A est mis en contact successivement avec N thermostats dont la température est régulièrement répartie entre T_A et T_B. L'équilibre est atteint à chaque étape.
   a) La température T_k du k-ième thermostat est $T_k = T_{k-1} + \varepsilon$. Donner l'expression de ε en fonction de T_A, T_B et N. Quelle est la dimension de ε ?
   b) Déterminer la variation d'entropie du système isolé $\Delta S_k)_{isolé}$ lors de la k-ième étape c'est-à-dire lorsqu'on remplace le (k-1)-ième thermostat à T_{k-1} par le k-ième à T_k. On utilisera un raisonnement similaire à celui de la question 1) et on exprimera $\Delta S_k)_{isolé}$ en fonction de T_{k-1}, T_k, n et c_V.
   c) En utilisant l'approximation $\ln(1 + x) = x - x^2/2$ valable lorsque x est voisin de 0 c'est-à-dire lorsque $x << 1$, montrer que l'expression de $\Delta S_k)_{isolé}$ se simplifie en

$$\Delta S_k)_{isolé} \approx \frac{n\, c_V\, \varepsilon^2}{2T_k^{\,2}}$$

   d) ΔS_{tot} est la variation totale d'entropie du système isolé lors du passage de T_A à T_B par la série des N transformations successives. Que vaut ΔS_{tot} en fonction des variations d'entropie $\Delta S_{k;tot}$ de chaque transformation ? Montrer alors que

$$\Delta S)_{isolé} \leq \frac{n\, c_V\, (T_B - T_A)^2}{2T_A^{\,2} N}$$

   e) Conclure lorsque $N \to \infty$.

TD 8

Etude de cycles moteurs

Exercice I - Cycle moteur réversible

Un fluide décrit un **cycle** réversible en échangeant de la chaleur avec deux thermostats aux températures T_1 et T_2. **T_1 est supérieure à T_2**. Le fluide échange la quantité de chaleur Q_1 (positive) avec le thermostat à la température T_1 (thermostat 1) et la quantité de chaleur Q_2 (négative) avec le thermostat à la température T_2 (thermostat 2). Le fluide échange d'autre part un travail W avec une source de travail mécanique. L'ensemble (fluide + source de travail+ thermostat 1+ thermostat 2) constitue un système isolé.

1) On se propose de redémontrer la relation générale donnant le rendement d'un **moteur réversible** fonctionnant entre deux thermostats.
   a) Si le cycle est moteur, quel est le signe de W ?
   b) Que vaut ΔU, la variation d'énergie interne du fluide sur un cycle ?
   c) Exprimer ΔU en fonction de W, Q_1 et Q_2.
   d) Quelle est la définition du rendement r d'un cycle moteur ?

      Donner son expression en fonction de Q_1 et Q_2.
   e) Que vaut ΔS, la variation d'entropie du fluide sur un cycle ? Justifier la réponse.
   f) Que vaut $\Delta S_{isolé}$, la variation d'entropie du système isolé sur un cycle ? Justifier la réponse.
   g) Exprimer $\Delta S_{isolé}$ en fonction de Q_1, Q_2, T_1 et T_2.
   h) En déduire une relation entre Q_1, Q_2, T_1 et T_2.
   i) En déduire r_{rev} en fonction de T_1 et T_2 uniquement.

2) On se propose de vérifier cette relation sur un cas concret : le **cycle de Carnot**.

   Une mole de gaz parfait décrit un cycle moteur réversible ABCDA comportant :
   AB : isotherme réversible à la température T_1
   BC : adiabatique réversible
   CD : isotherme réversible à la température $T_2 < T_1$
   DA : adiabatique réversible

   Les pressions, volumes et températures caractéristiques du cycle ABCDA sont les suivantes : $A(P_A,V_A,T_1)$, $B(P_B,V_B,T_1)$, $C(P_C,V_C,T_2)$ et $D(P_D,V_D,T_2)$.

a) Tracer le cycle dans un diagramme de Clapeyron.

b) Que valent Q_{BC} et Q_{DA} ?

c) Combien de thermostats sont utilisées pour réaliser ce cycle ?

d) Trouver l'expression de $Q_{AB} = Q_1$ en fonction de R, T_1, V_A et V_B.

e) Trouver l'expression de $Q_{CD} = Q_2$ en fonction de R, T_2, V_C et V_D.

f) En déduire Q_2/Q_1 en fonction de T_1, T_2, V_A, V_B, V_C et V_D.

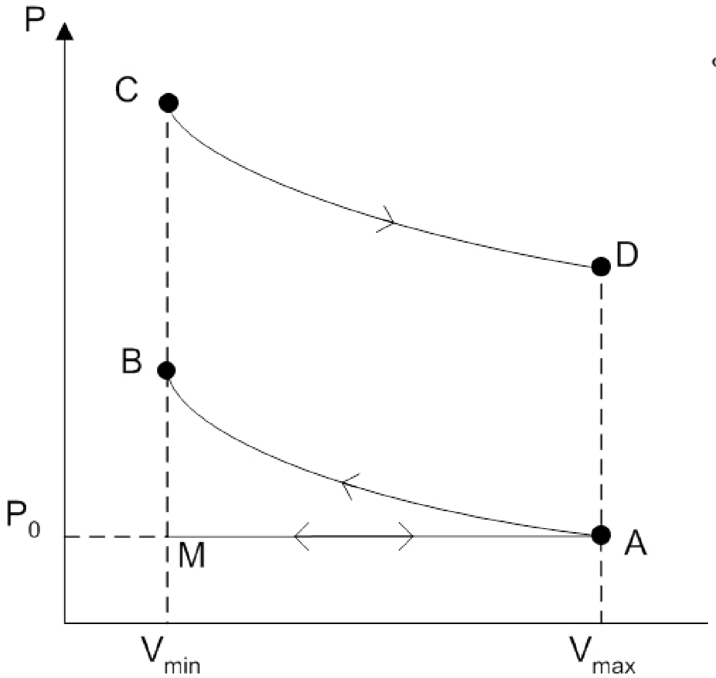
g) Montrer que pour une transformation adiabatique réversible d'un gaz parfait on a la relation $T\,V^{\gamma-1} = K$ où K est une constante et γ le rapport des capacités caloriques à pression et à volume constant. On partira de la relation connue $PV^{\gamma} = K'$, où K' est une constante.

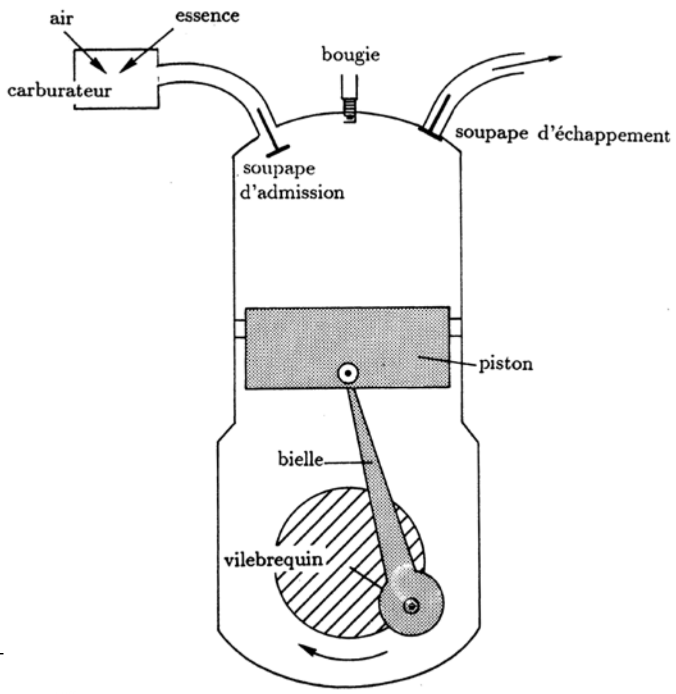
h) En utilisant cette relation pour les deux adiabatiques, trouver une expression de Q_2/Q_1 en fonction de T_1 et T_2 seulement.

i) En déduire r_{rev}, le rendement du cycle moteur et vérifier qu'on retrouve bien la relation générale démontrée à la question 1).

Exercice II –Moteur à combustion interne (essence à 4 temps)

On considère un moteur à combustion interne à allumage par bougies. On se limite à l'étude de l'un des cylindres du moteur. Le cycle thermodynamique décrit par le gaz dans le piston est le cycle de Beau de Rochas. On en donne ci-dessous la représentation dans le diagramme de Clapeyron.





Les différentes étapes du cycle sont les suivantes :

M-A : admission du mélange gazeux air-essence à la pression atmosphérique, P_0, constante.
En A, il y a fermeture de la soupape d'admission et le volume est alors égal à V_{max}.

A-B : compression adiabatique réversible du mélange. En B, le volume est égal à V_{min}.

B-C : échauffement isochore du gaz.

C-D : détente adiabatique réversible du gaz. Dans l'état D, le volume est V_{max}.

D-A : refroidissement isochore du gaz.

A-M : refoulement des gaz vers l'extérieur, à la pression P_0.

Le système thermodynamique envisagé est le gaz qui décrit le cycle ABCD. La quantité de gaz n considérée est celle qui a été admise dans l'état A. Le transfert thermique de l'étape B-C est dû à la combustion « interne » du mélange gazeux admis. Les réactifs et les produits de la réaction de combustion sont gazeux. Dans une approche simplifiée, on admettra que la quantité de gaz n n'est pas modifiée par la combustion interne.

Le gaz est assimilé à un gaz parfait, pour lequel les capacités calorifiques molaires c_P et c_V sont constantes. Il convient de nommer « taux de compression », le rapport $\tau = V_{max}/V_{min}$.

1) Soit Q_1 la chaleur échangée par le gaz dans l'étape B-C. Exprimer Q_1 en fonction de n, c_V, T_B et T_C. Préciser le signe de cette grandeur. Dans quel sens s'effectue le transfert thermique ?
2) Soit, de la même manière, Q_2, la chaleur mise en jeu dans l'étape D-A. Exprimer Q_2 en fonction de n, c_V, T_A et T_D.
3) On note W le travail total du gaz sur le cycle ABCD. Exprimer W en fonction de Q_1 et Q_2.
4) Définir le rendement η du moteur. Exprimer η en fonction de Q_1 et Q_2.
5) Exprimer η en fonction de T_A, T_B, T_C, et T_D, puis en fonction de τ et γ.
6) Le pétrole est raffiné pour produire les essences utilisées dans les moteurs à combustion. A votre avis, à quoi sert le raffinement du pétrole ?

On envisage maintenant d'évaluer numériquement les grandeurs en jeu pour un moteur:

- on raisonnera sur un monocylindre, possédant une cylindrée C de 2 litres définie selon :

$$C = V_{max} - V_{min}$$

- le taux de compression τ est égal à 10.
- le mélange air-essence est admis à la température T_A = 320 K et à la pression $P_0 = 10^5$Pa.
- la valeur de γ est prise égale à 1,33.
- le carburant est l'octane C_8H_{18} de masse molaire 114 g/mol et de densité 0,7.

7) Calculer le rendement du moteur η pour les valeurs suivantes : $\tau = 10$ et $\gamma = 1{,}33$.
8) Exprimer V_{max} et V_{min} en fonction de τ et C. Calculer les valeurs de V_{max} et V_{min}.
9) Calculer la quantité de moles de mélange gazeux n et d'essence n'= n / 60 consommé par cycle. On prendra $R=8{,}3\ J.K^{-1}.mol^{-1}$.

10) La chaleur dégagée lors de la combustion est de 4200 kJ par mole d'essence. Calculer les valeurs de température et de pression maximales du gaz atteintes dans l'état C du cycle.

11) Ce moteur équipe une voiture roulant à 100 km/h au régime de 1000 cycles/min, calculer la consommation de carburant pour parcourir 100 km.

12) Dans la pratique, le rendement d'un moteur à combustion interne est au mieux de l'ordre de 30%. Donner au moins deux raisons rendant compte de cette différence.

<u>Question supplémentaire :</u> calculer la puissance du moteur (en kW ou en ch) et les émissions de CO_2 (en g/km)

<u>Questions subsidiaires :</u> Le cycle de ce moteur est-il ditherme ? Comparer le rendement η de ce moteur avec celui du moteur ditherme réversible (exercice I). Si les isochores étaient réversibles, est-ce que le rendement η du moteur à combustion serait modifié ? Pourquoi ?

Exercice III – Etude thermodynamique d'une centrale thermique (nucléaire, charbon, ..)

Une centrale fournissant une puissance électrique de P=1000 MW est installée au bord d'un fleuve dont la température T_2 est 300K et le débit 400 $m^3.s^{-1}$. La température de la source chaude T_1 est 700K. Le but de ce problème est le calcul numérique de l'élévation de température de l'eau du fleuve, utilisée comme source froide.

La centrale est associée à un système thermodynamique fermé constitué d'un fluide qui effectue des cycles moteurs (ex : vapeur d'eau qui entraine des turbines équipées d'alternateurs électriques de rendement ~ 1). On notera : $\dot{W}$ l'énergie mécanique cédée par seconde aux turbines ($\dot{W}$=-P < 0), $\dot{Q}_1$ la quantité de chaleur reçue par seconde de la source chaude ($\dot{Q}_1 > 0$) et $\dot{Q}_2$ la quantité de chaleur reçue par seconde de la source froide ($\dot{Q}_2 < 0$).

1) Faire un schéma de la centrale en indiquant le sens des échanges d'énergie.

2) Définir le rendement η de la centrale en fonction de P et $\dot{Q}_1$.

3) A l'aide du premier principe exprimé en énergie puis en puissance, exprimer η en fonction de P et $\dot{Q}_2$.

4) En déduire l'expression de $\dot{Q}_2$ en fonction de P et η.

5) Donner le rendement d'un moteur ditherme réversible en fonction de T_1 et T_2.

6) On considère que le rendement de la centrale vaut 70% de la valeur théorique maximale d'un moteur ditherme. Calculer numériquement le rendement η de la centrale.

7) Calculer la valeur numérique de $\dot{Q}_2$.

8) Sachant que la capacité calorifique massique de l'eau est d'environ 4 $kJ.kg^{-1}.K^{-1}$, en déduire l'élévation de température de l'eau du fleuve en aval de la centrale.

TD 9

Etude de cycles réfrigérateurs

On cherche dans ce TD à fabriquer un réfrigérateur. On rappelle que les principes de la thermodynamique montrent que cette machine doit être au minimum ditherme et qu'alors le gaz reçoit une quantité de chaleur positive Q_P du thermostat le plus froid. Il reçoit aussi un travail positif W d'un système mécanique. L'efficacité e du réfrigérateur est alors :

$$e = Q_P / W$$

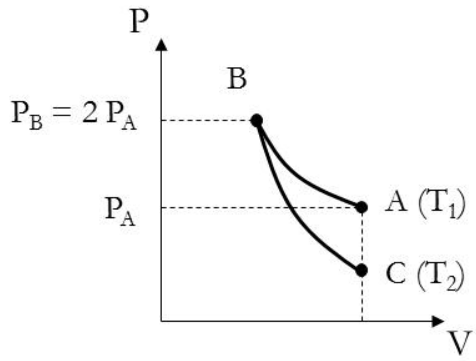


Figure 1

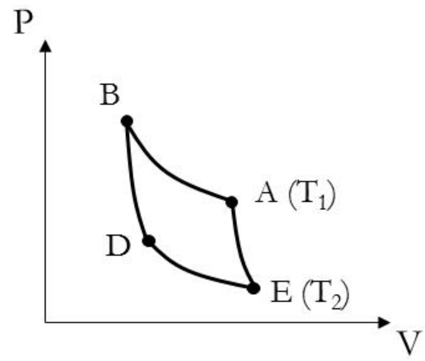


Figure 2

Premier essai

On fait subir à **une mole** de gaz parfait la transformation ACBA dont on donne le diagramme de Clapeyron (Figure 1) :

A-C : Détente isochore irréversible. On précise qu'alors, le gaz est en contact avec un thermostat à la température constante T_2. On note T_2 la température en C.

C-B : Compression adiabatique réversible.

B-A : Détente isotherme réversible à la température T_1.

On rappelle que la capacité calorifique molaire c_V est constante pour le gaz parfait.

On note W_{BA} (respectivement W_{CB}, W_{AC}) le travail reçu par le gaz lors de la transformation BA (resp . CB, AC) et Q_{BA} (resp. Q_{CB} , Q_{AC}), la chaleur reçue par le gaz lors de la transformation BA (resp . CB, AC).

On se place dans le cas $P_B = 2\,P_A$ où P_A est la pression en A et P_B la pression en B.

1) Exprimer V_B en fonction de V_A.
2) Rappeler la relation caractérisant une transformation adiabatique réversible d'un gaz parfait et en déduire que $T_2 = 0{,}76\ T_1$
3) Avec combien de thermostats le gaz échange-t-il de la chaleur dans la transformation ACBA ? Vu le nombre de thermostats impliqués, le cycle peut-il être utile pour fabriquer un réfrigérateur ?

4) Calcul des quantités de chaleur et de travail échangés au cours du cycle :

   a) Exprimer Q_{AC} en fonction de R et T_1.

   b) Que vaut Q_{CB} ?

   c) Exprimer Q_{BA} en fonction de R et T_1 .

   d) En déduire le travail total W_1 reçu par le gaz lors de la transformation ACBA. Quel est le signe de W_1? Le cycle est-il réfrigérateur ?

5) Quel nom peut-on donner à cette machine? Calculer son rendement.

Deuxième essai
Pour tenter d'obtenir un réfrigérateur, on fait maintenant subir à la mole de gaz parfait le cycle de la figure 1 avec les modifications suivantes : (i) le sens suivi est ABCA et (ii) pour réaliser la transformation CA, il est maintenant nécessaire de disposer d'un thermostat à la température T_1. Les conditions expérimentales des autres transformations restent les mêmes.

1) Exprimer Q_{AB}, Q_{CA} et W_2, le travail total reçu par le gaz au cours d'un cycle.

2) Avec combien de thermostats le gaz échange-t-il de la chaleur au cours d'un cycle?

   La machine obtenue est-elle un réfrigérateur ?

Troisième essai
On fait subir à présent à cette mole de gaz parfait le cycle ABDEA dont on donne le diagramme de Clapeyron (Figure 2).
A-B: Compression isotherme réversible à la température T_1.
B-D et E-A: Transformations adiabatiques et réversibles.
D-E: Détente isotherme réversible à la température T_2

1) Le nombre de thermostats avec lesquels le gaz échange de la chaleur au cours d'un cycle est-il suffisant pour réaliser un moteur ou réfrigérateur ?

2) Est-ce que le sens de rotation du cycle dans le diagramme de Clapeyron est adapté pour réaliser un réfrigérateur ?

3) Quel est le signe de Q_{AB} ? Quel est le signe de Q_{DE} ? En déduire l'efficacité e_{rev} du réfrigérateur obtenu en fonction de Q_{AB} et Q_{DE}.

4) Le cycle étant totalement réversible, montrer en utilisant le second principe (sans calculer explicitement les quantités de chaleur pour chaque transformation) que l'efficacité e_{rev} du réfrigérateur peut s'exprimer en fonction de T_1 et T_2 seulement.

5) Si les isothermes étaient irréversibles, le nombre de thermostats à utiliser changerait-il? Que peut-on dire a priori de l'efficacité e_{irrev} du cycle irréversible par rapport à e_{rev} ?

On donne :

$\gamma=1{,}4$ $2^{1-\gamma}=0{,}76$ $c_V=R/(\gamma-1)$ $(0{,}24)/(0{,}4)=0{,}6$ $\ln 2 = 0{,}7$ $(1/7)=0{,}14$

Exemple de sujet de CC d'amphi

Pompe à chaleur

A- Fonctionnement ditherme réversible:

On considère une machine ditherme dans laquelle un fluide subit un cycle de transformations toutes réversibles. Ce fluide reçoit au cours d'un cycle: du travail W, de la chaleur Q_1 échangée avec la source chaude (à température constante T_1) et de la chaleur Q_2 échangée avec la source froide (à température constante $T_2 < T_1$).

a) En utilisant le second principe sur un cycle réversible, démontrer que $\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$.

On s'intéressera dans la suite au fonctionnement d'une pompe à chaleur. On utilisera les notations ci-dessus pour les échanges de chaleur et les températures des 2 sources.

b) Rappeler le principe de fonctionnement d'une pompe à chaleur avec un schéma du système isolé précisant le sens des échanges d'énergie entre ses sous-systèmes.

c) On rappelle que l'efficacité de la pompe à chaleur est définie par : $e = \frac{-Q_1}{W}$. Exprimer cette efficacité uniquement en fonction de Q_1 et Q_2.

d) Dans le cas réversible, exprimer e en fonction de T_1 et T_2 uniquement.

e) Application numérique : évaluer e pour T_1=300K et T_2=250K.

B- Etude de cas:

On fait parcourir à une mole d'un gaz parfait (n = 1 mol) le cycle ABCDA suivant :

AB : détente adiabatique réversible

BC : détente isotherme réversible à la température T_2 = 250 K.

CD : compression adiabatique réversible

DA : compression isotherme **irréversible** à la température T_1 = 300 K. Lors de cette transformation, la pression extérieure est maintenue constante et égale à la pression finale P_A.

On notera $x = V_C / V_B$ et on prendra x = 2.

1) Tracer le diagramme de Clapeyron du cycle ABCDA.
2) A partir de la loi de Laplace exprimée en variables T et V, montrer que $V_C / V_B = V_D / V_A$.

3) Avec combien de thermostats le gaz échange-t-il de la chaleur au cours du cycle ? Justifier la réponse pour chaque transformation.
4) Calculer l'expression de la chaleur Q_2 échangée par le gaz avec la source froide lors de l'isotherme réversible BC. Vous l'exprimerez en fonction de x, R et T_2.
5) Montrer que la chaleur Q_1 échangée par le gaz avec la source chaude lors de l'isotherme irréversible DA s'écrit $Q_1 = RT_1(1-x)$.
6) Justifier le signe de Q_1 pour une utilisation de ce cycle en pompe à chaleur.
7) On note W le travail total échangé par le gaz au cours du cycle.
6) Montrer que $W= - RT_2\ln(x) - RT_1(1-x)$.
8) En déduire l'expression de l'efficacité e_{ABCDA} de cette pompe à chaleur.
9) Calculer la valeur numérique de e_{ABCDA}.
10) Interpréter votre résultat en comparant e_{ABCDA} à l'efficacité e de la partie A.