PH100 Electrocinétique

Physique Générale (Université de Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines)

ELECTROCINETIQUE

CHAPITRE 1: LOIS GÉNÉRALES

Electrocinétique:

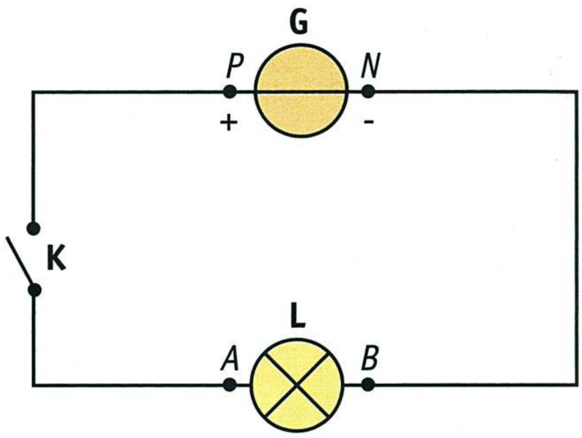
« Electro »: on parle d'électrons (ou plus généralement de charges + ou -)

« Cinétique »: on parle de mouvement.

Donc, on s'intéresse à l'étude de charges en mouvement.
=> courant électrique

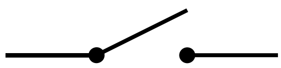
I. CIRCUIT ÉLECTRIQUE: GENERATEUR ET RECEPTEUR

1/ Montage



Le schéma représente une pile électrique reliée par des fils conducteurs à une ampoule électrique et délivrant un courant continu (circuit ouvert)

Lorsque le circuit est **ouvert**, le courant ne circule pas dans le circuit et l'ampoule est éteinte

Interrupteur **ouvert**: 

Lorsque le circuit est **fermé**, le générateur alimente l'ampoule et celle-ci brille.

Interrupteur **fermé**: 

2/ Transfert d'énergie

Le circuit électrique précédent est constitué d'un **générateur** (la pile) qui fourni de l'énergie électrique à un **récepteur** (l'ampoule)

La fonction d'un générateur est de fournir de l'énergie électrique.

La fonction d'un récepteur et de recevoir l'énergie fournie par le générateur et de la convertir en une autre forme d'énergie (mécanique, thermique, chimique, lumineuse, …)

Pour l'ampoule: $\Rightarrow$ énergie thermique et lumineuse

II. LE COURANT ÉLECTRIQUE:

Terme prononcé pour la première fois par André-Marie Ampère en 1820 à propos de la décharge d'une pile de Volta.

1/ Définition:

Le courant électrique est le résultat d'un déplacement d'ensemble, sous l'effet d'une action extérieure (champ électrique en général) de particules portant une charge électrique.

Les corps pouvant transporter l'électricité sont:

- Les conducteurs métalliques: les porteurs de charge sont les électrons libres (ou électrons de conduction).

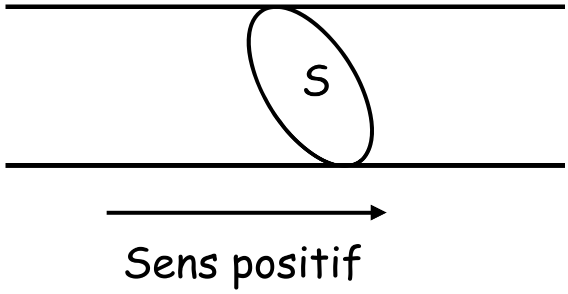
-Les semi-conducteurs: les porteurs de charges sont des électrons ou des trous.

Trous: lacunes d'électrons (manque local d'électrons autour de certains atomes).

Z: les charges négatives (électrons) sont entrainées dans le sens inverse du champ électrique (c'est l'inverse pour les trous).

2/ Intensité du courant électrique

Soit un fil conducteur et S une section quelconque de ce fil.



On « oriente » le fil en choisissant un sens positif arbitraire

Définition: Si *dq* est la charge électrique (algébrique) qui traverse la surface S pendant le temps *dt*, dans le sens positif choisi, l'intensité du courant, *i(t)*, est définie par:

$$i(t) = \frac{dq}{dt}$$

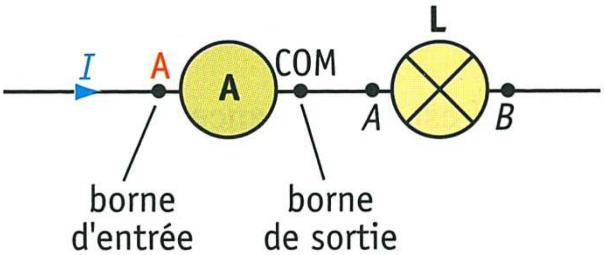
L'unité du courant électrique est l'ampère (A).

Sens du courant:
Si l'intensité du courant, *i(t)*, est positive, alors le sens du courant est le même que le sens positif arbitraire choisi. C'est l'inverse, si *i(t)* est négative.

Rappel:
Par convention, le sens du courant est le sens inverse du déplacement des charges négatives (électrons)

3/ Mesure de l'intensité du courant électrique

L'intensité du courant se mesure à l'aide d'un ampèremètre placé en série dans le circuit électrique



La borne A de l'ampèremètre est appelée « borne d'entrée » et la borne COM est appelée « borne de sortie »
Le courant mesuré est positif s'il va de la borne A vers la borne COM
L'ampèremètre n'offre aucune résistance au courant

4/ Régime continu, régime variable:

En régime continu, toutes les grandeurs sont indépendantes du temps.
En régime variable, les grandeurs sont dépendantes du temps

5/ Approximation des régimes quasi stationnaires (ARQS):

Dans le cas du régime variable, étudier un circuit à l'ARQS revient à négliger les phénomènes de propagation des intensités.

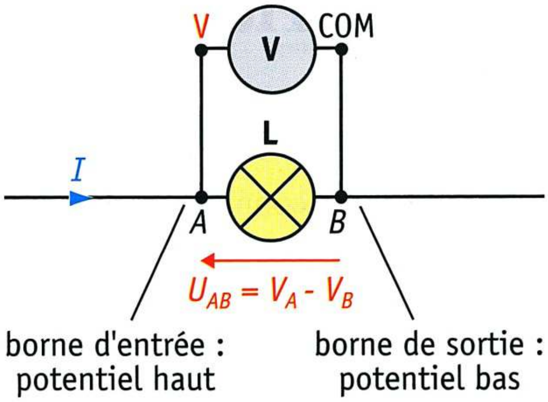
A un instant donné, l'intensité du courant est la même dans toute la branche du circuit considéré

III. LA TENSION ÉLECTRIQUE:

La tension électrique, appelée aussi différence de potentiel (d.d.p.), se mesure à l'aide d'un voltmètre.

Soit un voltmètre branché sur un appareil électrique (par exemple une ampoule).

On suppose que le courant va de A vers B.
La résistance du voltmètre est supposée infinie



La borne V du voltmètre est reliée au point A du circuit. Son potentiel est noté V_A.
La borne COM, reliée à B, est la borne de sortie. Le potentiel de B se note V_B.

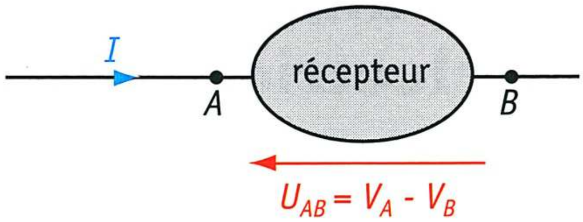
La différence de potentiel V_A-V_B est appelée tension électrique aux borne de l'appareil et notée U_{AB}

On représente la tension $U_{AB} = V_A - V_B$ par une flèche pointant vers A, c'est-à-dire vers la borne d'entrée

Remarque: le courant descend les potentiels, un peu comme l'eau, en s'écoulant, descend la pente.

IV. PUISSANCE ET ENERGIE:

1. Puissance



La puissance électrique P est égale au
Produit de la tension par l'intensité

$$P = U_{AB} I$$

La puissance s'exprime en Watt de symbole W

$P = U_{AB} I$ est la puissance reçue par le dipôle AB soumis à la tension U_{AB} et parcouru par le courant d'intensité I entrant par la borne A.

Lorsque, pour un appareil électrique, le produit $U_{AB} I$ est positif, on dit que cet appareil fonctionne en récepteur.

2. Energie

L'énergie électrique reçue par un récepteur pendant la durée Δt est:

$$W = P \cdot \Delta t$$

avec W en Joules (J)
P en watts (W)
Δt *en secondes (s)*

On peut écrire: $P = W / \Delta t$ *qui exprime que la puissance traduit la rapidité du transfert d'énergie*

Dans la vie courante (domestique) on utilise une autre unité d'énergie électrique: le kilowattheure (*kWh*).

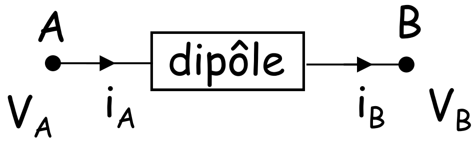
avec W en kilowattheure (*kWh*).
P en kilowatts (kW)
Δt en heure *(h)*

La correspondance entre les deux unités est: 1kWh= $3{,}6 \cdot 10^6$ J

V. LE DIPOLE ELECTROCINETIQUE:

1/ Définition:

On appelle dipôle, tout dispositif possédant deux bornes permettant de les raccorder à d'autres composants du circuit.



-En général un dipôle n'est pas symétrique: on distingue la borne d'entrée de la borne de sortie.

- $i_A = i_B = i$ il n'y a pas d'accumulation de charges dans le dipôle.

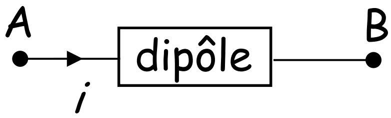
- A chaque borne du dipôle existe un potentiel électrique, V, définit par rapport à un potentiel de référence (0 Volt).

- la tension électrique aux bornes du dipôle est définie par la différence de potentiel entre les deux bornes du dipôle:

$$U = V_A - V_B \quad \text{ou} \quad U' = V_B - V_A$$

2/ Conventions d'orientation:

a): Convention sur le courant:

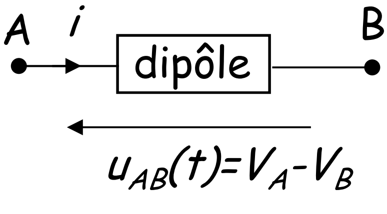


On fixe arbitrairement un sens positif (repéré par une flèche).

-Si les calculs ou les mesures donnent un courant positif, alors le sens réel du courant électrique est celui du sens positif choisi.

- Si le courant est négatif, alors le courant circule dans le sens inverse du sens positif choisi.

b): Convention sur la tension:

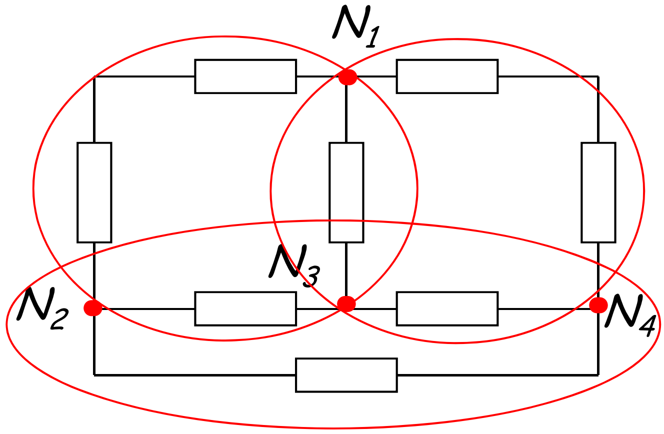


Après avoir défini le sens conventionnel du courant, il faut définir les tensions $u(t)$ aux bornes du dipôle.

Convention récepteur: on choisit $u_{AB}(t)=V_A-V_B$

Les flèches pour la tension et le courant positif sont en sens opposés pour un dipôle passif.

VI. LOIS DE KIRCHHOFF



Réseau électrique:
Ensemble de dipôles reliés entre eux par des fils conducteurs parfaits (de résistance nulle).

Nœud:
Point du circuit relié par des fils conducteurs à 3 dipôles au moins

Branche:
Portion du circuit comprise entre deux nœuds voisins

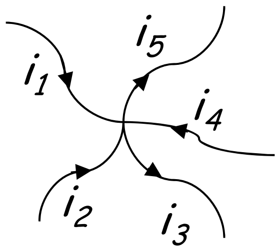
Maille: ensemble de branches formant un circuit fermé et qui ne repasse pas deux fois par le même nœud.

1/ Loi des nœuds:

La somme des courants arrivant à un nœud est égale à la somme des courants partant de ce nœud.

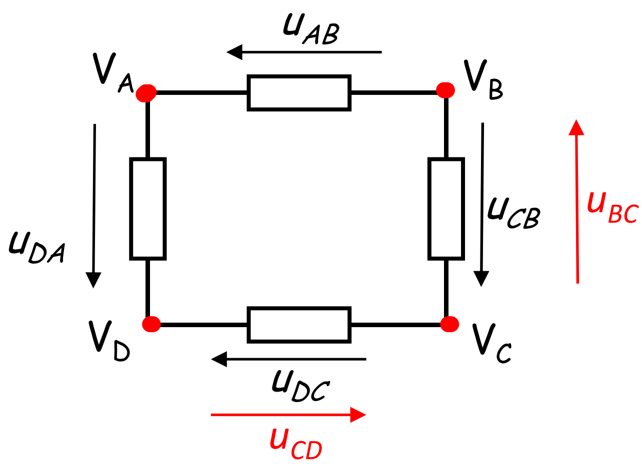
$$i_1 + i_2 + i_4 = i_3 + i_5$$

ou bien $$i_1 + i_2 + i_4 - i_3 - i_5 = 0$$



Remarque: Cette loi traduit la conservation de la charge électrique

2/ Lois des mailles:



On considère une maille :
- Chaque point du circuit a un potentiel électrique V_i
- la tension entre deux points est la différence de potentiel entre ces deux points (par exemple $u_{AB}=V_A-V_B$)

La loi des mailles exprime que la somme algébrique des tensions le long de la maille est nulle

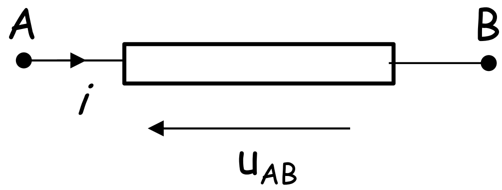
« Somme » des potentiels: $(V_A-V_B) + (V_B-V_C) + (V_C-V_D) + (V_D-V_A) = 0$

Somme des tensions : $u_{AB} \quad + u_{BC} \quad + u_{CD} \quad + u_{DA} = 0$

$\quad - u_{CB} \quad - u_{DC}$

VII. DIPOLES PASSIFS: *Ils reçoivent de l'énergie*

1/ Résistance ou résistor:



a) Loi d'Ohm macroscopique:

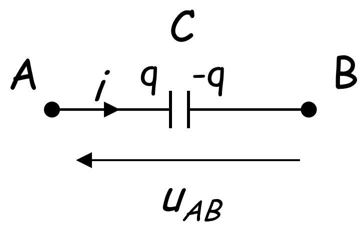
Loi mise en évidence par Georg Simon Ohm en 1827. De nombreux conducteurs vérifient la relation de proportionnalité suivante:

$u_{AB} = V_A - V_B = Ri$ avec u_{AB} tension aux bornes du conducteur
R résistance du conducteur. Unité: Ohm

On définit aussi la conductance par:

$i = Gu_{AB}$ avec $G = 1/R$ unité: Siemens S

2/ Condensateur (ou capacité)



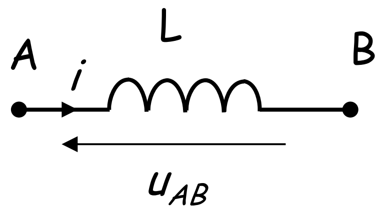
Un condensateur est formé de 2 plaques métalliques (armatures) séparées par un isolant (diélectrique)

Les deux armatures portent des charges électriques $+q$ et $-q$

$$u_{AB} = \frac{q}{C}$$ avec C: capacité du condensateur Unité: Farad (F)

comme $i = \frac{dq}{dt}$ alors $i = C\frac{du_{AB}}{dt}$

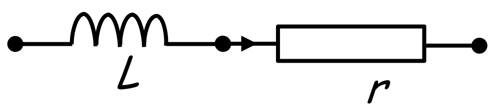
3/ Bobine (ou self-inductance ou inductance)



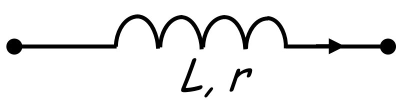
Enroulement de spires qui présentent un phénomène « d'auto-induction » et qui crée une tension à ses bornes dés que le courant qui le traverse varie

$$u_{AB} = L\frac{di}{dt}$$ Avec L: inductance unité: Henry (H)

Remarque: une inductance présente en pratique souvent une certaine résistance, donc:



ou bien

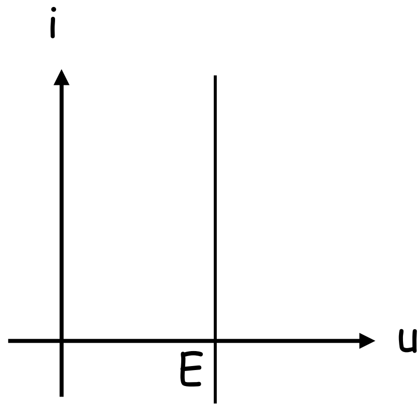


VIII. DIPOLES ACTIFS:

Ils fournissent de l'énergie

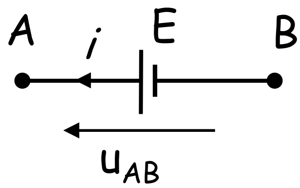
1/ Générateur idéal de tension:

Impose à ses bornes, une tension E constante quel que soit le courant débité :

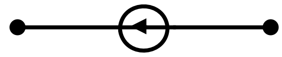


$u_{AB}=V_A-V_B=E$ *E: force électromotrice (fem)*

Notation:

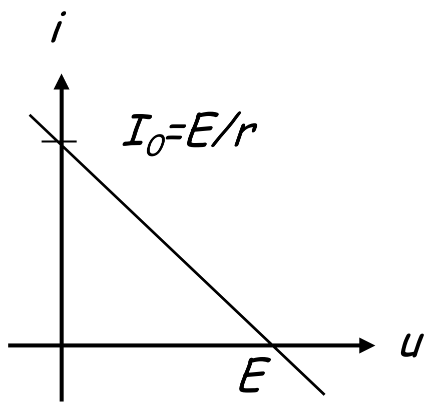


ou bien:



2/ Générateur de tension réel

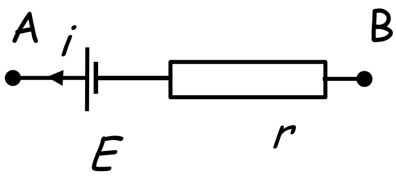
Le générateur de fem E possède une petite résistance interne r



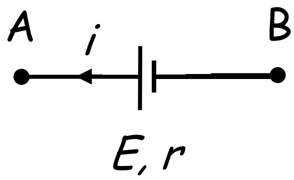
Alors: $u_{AB} = E - ri$

$$i = \frac{E}{r} - \frac{1}{r}u_{AB} = I_0 - \frac{1}{r}u_{AB}$$

Notation:

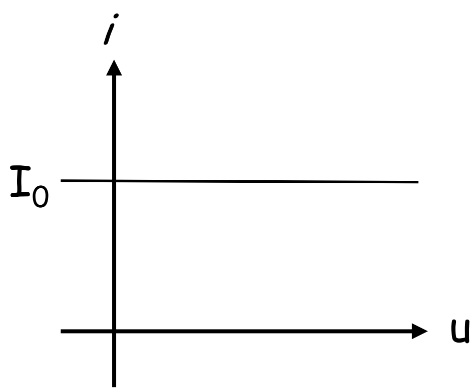


ou bien

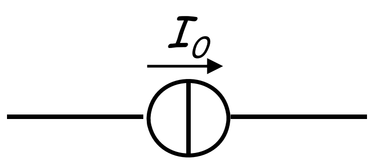


3/ Générateur de courant

Délivre un courant I_0 quelle que soit la tension à ses bornes

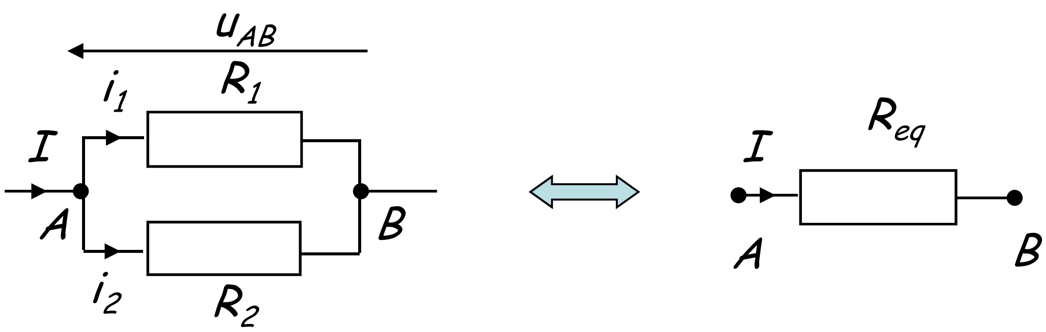


Notation:



VIII. APPLICATIONS:

1/ Résistance équivalente à 2 résistances en parallèle:



Loi des nœuds: $I = i_1 + i_2$; *Loi des mailles:* $\underbrace{(V_A - V_B)}_{u_{AB}} + \underbrace{(V_B - V_A)}_{u_{BA}} = 0$

avec: $u_{AB} = (V_A - V_B) = R_1 i_1 = R_2 i_2$ *et* $V_A - V_B = R_{eq} I$

Donc: $i_1 = \dfrac{V_A - V_B}{R_1}$ $\quad i_2 = \dfrac{V_A - V_B}{R_2}$ $\quad I = \dfrac{V_A - V_B}{R_{eq}}$

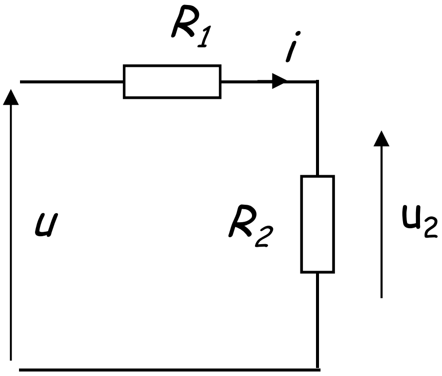
La loi des nœuds donne: $\dfrac{V_A - V_B}{R_{eq}} = \dfrac{V_A - V_B}{R_1} + \dfrac{V_A - V_B}{R_2}$

Donc: $\boxed{\dfrac{1}{R_{eq}} = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}}$ ou bien: $\boxed{R_{eq} = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}$

on a: $u_{AB} = R_1 i_1 = R_2 i_2 = R_{eq} I$

donc: $\boxed{i_1 = \dfrac{R_{eq}}{R_1} I = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} I}$ $\quad \boxed{i_2 = \dfrac{R_{eq}}{R_2} I = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2} I}$

2/ Pont diviseur de tension:



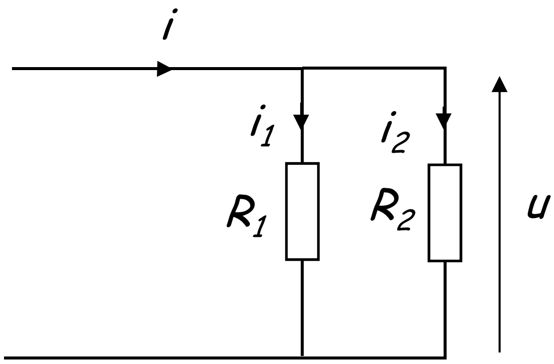
On cherche à exprimer la tension aux bornes de R_2 en fonction de u

Loi des mailles: $u = (R_1 + R_2)\, i$

$u_2 = R_2 i$

donc: $\boxed{u_2 = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} u}$ La tension u a été divisée par $\dfrac{R_1 + R_2}{R_2}$

3/ Pont diviseur de courant:



On cherche à exprimer le courant i_2 en fonction de i

Le résultat du 1/ donne:

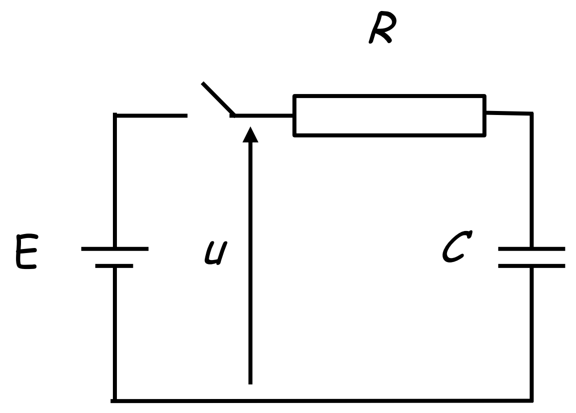
$$\boxed{i_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i}$$

Le courant i a été divisé par $\frac{R_1 + R_2}{R_1}$

CHAPITRE 2: RESEAU EN REGIME TRANSITOIRE

I. INTRODUCTION:

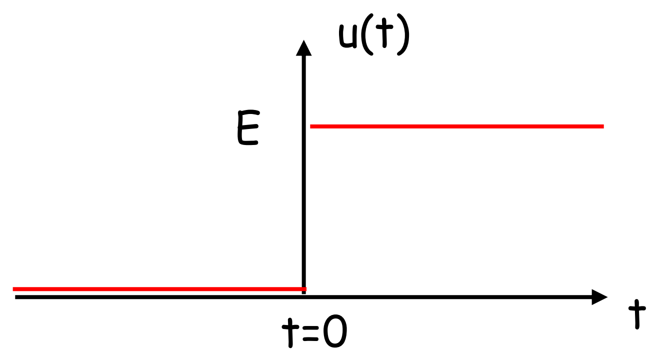
On s'intéresse à l'évolution temporelle d'un circuit composé de dipôles (R, C, ou L)



Avant ($t < 0$): circuit ouvert.
Les dipôles ne sont pas alimentés

Après ($t \geq 0$): circuit fermé:
Le circuit est soumis à une tension E.

On ferme l'interrupteur à $t=0$

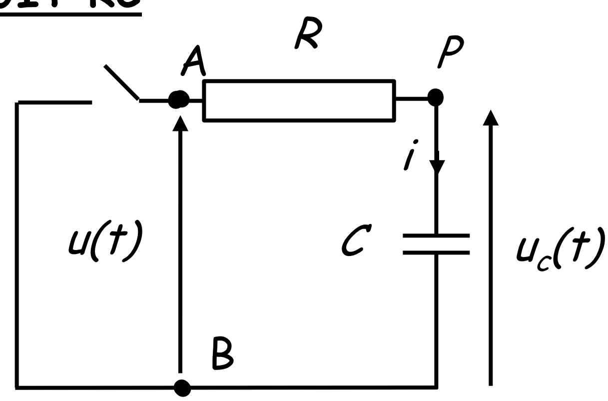


Comment évolue la tension aux bornes de C ?

Remarque:
On se place à l'approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS).
$\Rightarrow$ à l'instant t , le courant, i, est le même dans tout le circuit

II. REGIME TRANSITOIRE D'UN CIRCUIT RC

1/ Réponse libre d'un circuit RC:

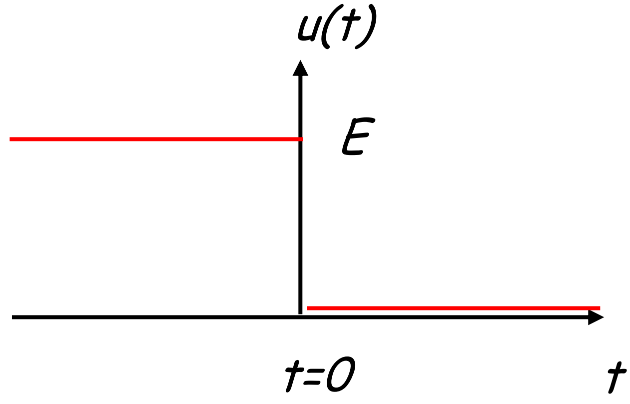


On suppose que:
-le condensateur C est initialement chargé ($t < 0$)
- la tension à ses bornes vaut E

Pour $t<0$: circuit ouvert, $i = 0$ donc la tension au borne de R est nulle: $u_R(t < 0) = 0$. On en déduit $u(t<0) = V_A - V_B = E$

On ferme le circuit à $t = 0$

Donc pour $t > 0$: $u(t) = V_A - V_B = 0$



Evolution de u_c ?
Evolution de i ?

a/ Evolution de la tension aux bornes du condensateur: $u_C(t)$

Pour $t>0$, la loi des mailles s'écrit:

$$u(t) = u_{AP} + u_{PB} = Ri + \frac{q}{C} = 0 \qquad \text{avec} \quad i = \frac{dq}{dt} \qquad \text{et} \quad u_c = u_{PB} = \frac{q}{C}$$

donc $\dfrac{dq}{dt} + \dfrac{1}{RC} q = 0$ et $\dfrac{du_c}{dt} + \dfrac{1}{RC} u_c = 0$

On définit la constante de temps du circuit: $\boxed{\tau = RC}$

$$[\tau] = \left[\frac{U}{I} \cdot \frac{Q}{U}\right] = \left[\frac{Q}{I}\right] = \left[\frac{Q}{Q/t}\right] = T$$

τ a bien la dimension d'un temps

L'équation vérifiée par u_c est donc: $\boxed{\dfrac{du_c}{dt} + \dfrac{1}{\tau} u_c = 0}$

On a affaire à une équation différentielle linéaire du premier ordre à second membre nul:

- <u>différentielle</u> car terme en d/dt
- du <u>1^{er} ordre</u> car pas de terme en d^2/dt^2 ou d^3/dt^3 …
- <u>*linéaire*</u> car pas de terme en $(u_c)^2$ ou $(d/dt)^2$ ou $(d/dt)^3$ …
- <u>second membre nul</u> car:

On dit que le circuit RC est un <u>circuit du 1^{er} ordre</u>

La solution générale s'écrit sous la forme (cf cours de Mathématique):

$$\boxed{u_c(t) = Ae^{-t/\tau}}$$

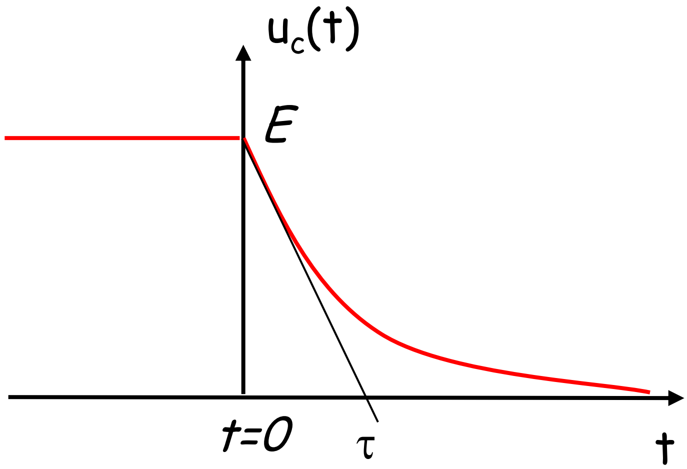
Vérification: $\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{\tau}u_c = 0 \quad \Rightarrow \quad A(-\frac{1}{\tau})e^{-t/\tau} + \frac{1}{\tau}Ae^{-t/\tau} = 0$

La valeur de A sera déterminée par les conditions initiales

Dans notre cas: $u_c(t=0) = E = Ae^{-0/\tau} = A$ donc $A = E$

Donc pour $t \geq 0$:

$$\boxed{u_c(t) = Ee^{-t/\tau}}$$



Remarque:
On a utilisé la propriété de continuité de la tension, $u_c(t)$, et aussi de la charge, q.

$$\boxed{\text{Décharge du condensateur dans la résistance}}$$

- La pente de la tangente à l'origine est: $\left(\frac{du_C}{dt}\right)_{t=0} = -\frac{E}{\tau}$

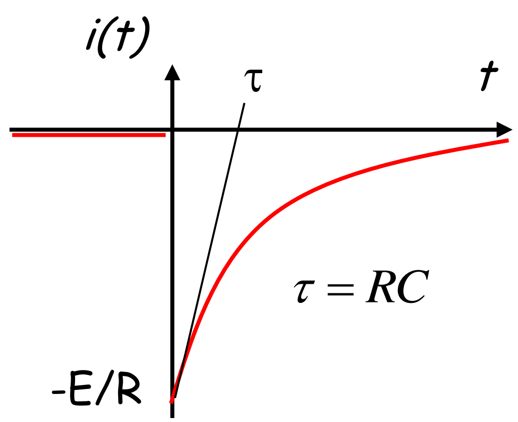
L'équation de la tangente à l'origine est donc: $u_p(t) = -\frac{E}{\tau}t + E$

$$\boxed{\tau \text{ est le temps caractéristique de décharge du condensateur}}$$

b/ Evolution du courant i(t):

$q(t) = Cu_c(t)$ donc $i(t) = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_c(t)}{dt}$

$$\boxed{i(t) = -\frac{E}{R}e^{-t/\tau}}$$ pour $t \geq 0$

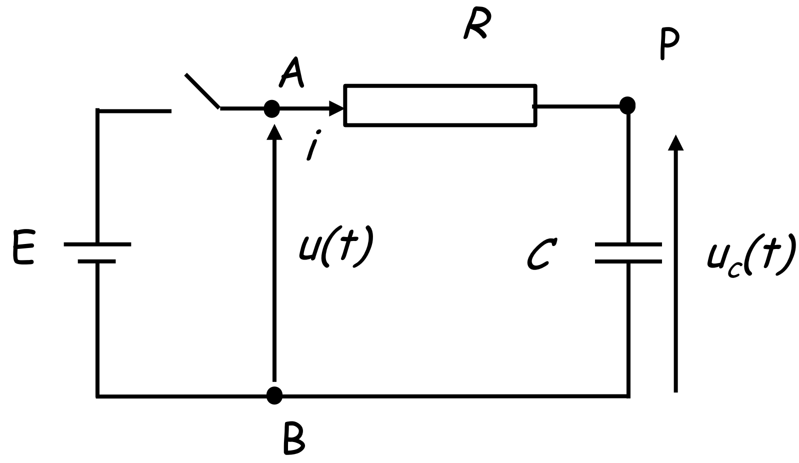


- Il y a discontinuité du courant !

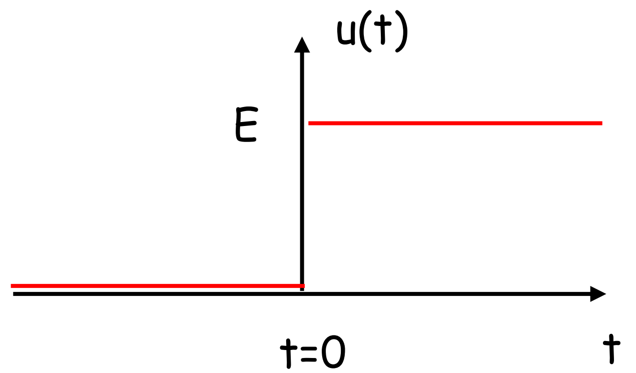
- Le sens du courant est inversé par rapport à la convention

2/ Réponse d'un circuit RC à un échelon de tension:

Un générateur de fem E est branché sur le circuit



Le condensateur étant initialement déchargé, on ferme l'interrupteur à t=0



a/ Evolution de la tension aux bornes de C:

Loi des mailles pour t≥0: $V_A-V_B = (V_A-V_P) + (V_P-V_B)$ avec $i = \frac{dq}{dt}$ et $u_c = \frac{q}{C}$

$$E = Ri + q/C$$

Il vient: $\frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC}q = \frac{E}{R}$ et $\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{RC}u_c = \frac{E}{RC}$ donc $\boxed{\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{\tau}u_c = \frac{E}{\tau}}$

avec $\tau = RC$

On a affaire à une équation différentielle linéaire du premier ordre <u>avec</u> second membre:

- <u>différentielle</u> car terme en d/dt
- du <u>1er ordre</u> car pas de terme en d^2/dt^2 ou d^3/dt^3 …
- <u>linéaire</u> car pas de terme en $(u_c)^2$ ou $(d/dt)^2$ ou $(d/dt)^3$ …
- <u>avec second</u>

La solution d'une telle équation est : $u_c(t) = u_{c1}(t) + u_{c2}(t)$
avec

-$u_{c1}(t)$, solution générale de l'équation différentielle sans second membre:

$$u_{c1}(t) = Ae^{-t/\tau}$$

- $u_{c2}(t)$: solution particulière de l'équation avec second membre

Cherchons $u_{c2}(t)$ solution particulière de : $\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{\tau}u_c = \frac{E}{\tau}$

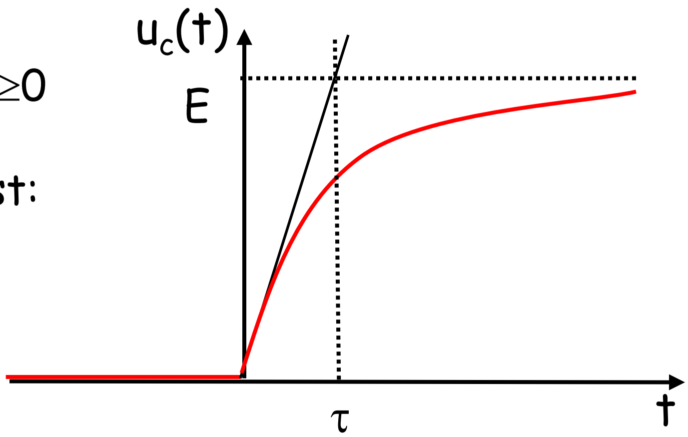
1. essayons $u_{c2}(t) = 0$ alors $0 + 1/\tau \times 0 = E/\tau$ impossible !
2. Essayons $u_{c2}(t) = B = cste$ alors $0 + 1/\tau \times B = E/\tau$ donc $B = E$ OK!

alors: $u_c(t) = Ae^{-t/\tau} + E$

La valeur de A sera donnée par les conditions initiales (C.I.)

Pour $t=0$ alors $u_c(t=0)=0$ donc $A+E = 0$ donc $A=-E$

Donc: $\boxed{u_c(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$ pour $t \geq 0$



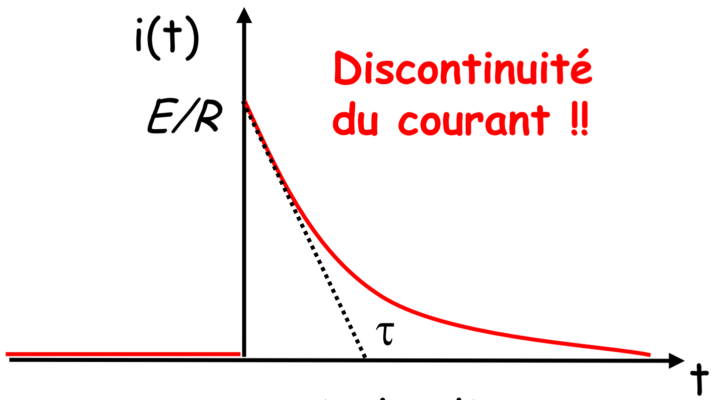
- La pente de la tangente à l'origine est:

$$\left(\frac{du_C}{dt}\right)_{t=0} = \frac{E}{\tau}$$

Remarque: pour $t \to \infty$ alors $u_c(t) \to u_{c2}(t) = E$. La solution $u_{c1}(t)$ a disparue

$\boxed{\tau = RC \text{ est l'ordre de grandeur de la durée du régime transitoire}}$

b/ Evolution du courant:



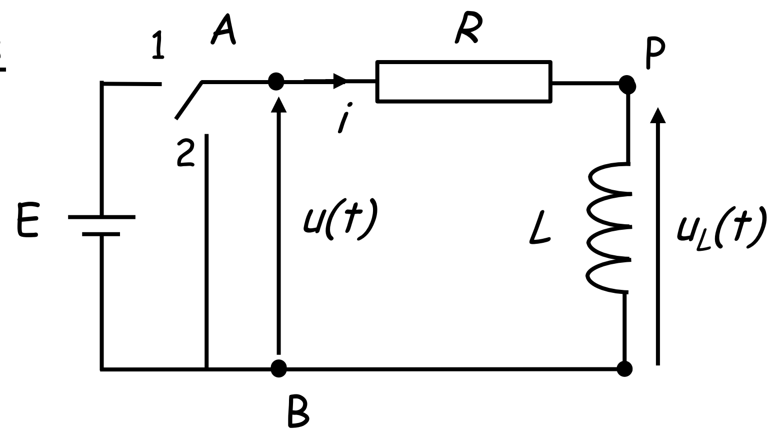
On a: $u_c = \frac{q}{C}$ $\quad i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_c}{dt}$

donc: $\boxed{i(t) = \frac{E}{R}e^{-t/\tau}}$

À $t=0$, $i(t)=E/R$ donc C se comporte comme un court-circuit

III. REGIME TRANSITOIRE D'UN CIRCUIT RL

1/ Réponse libre d'un circuit RL:



On considère un générateur de fem E branché en série sur une résistance R et une inductance L

Pour *t < 0* l'interrupteur est en position 1:

Le régime permanent continu est supposé établi.

on a donc: $u_{AB} = u(t) = E = u_{AP} + u_{PB} = Ri + L\dfrac{di}{dt}$

avec $\dfrac{di}{dt} = 0$ car *i* est constant

donc : $i = I_0 = \dfrac{E}{R}$

A t = 0 , on place l'interrupteur est en position 2:

on a donc: *u_{AB} = u(t) = 0 pour t>0, on obtient alors:* $Ri + L\dfrac{di}{dt} = 0$

on pose: $\boxed{\tau = \dfrac{L}{R}}$ *il vient:* $\boxed{\dfrac{di}{dt} + \dfrac{1}{\tau} i = 0}$

τ a la dimension d'un temps: constante de temps du circuit RL

On a affaire à une équation différentielle linéaire du premier ordre à second membre nul:

- différentielle car terme en d/dt
- du 1er ordre car pas de terme en d^2/dt^2 ou d^3/dt^3 …
- *linéaire* car pas de terme en $(u_c)^2$ ou $(d/dt)^2$ ou $(d/dt)^3$ …
- second mer

La solution <u>générale</u> s'écrit sous la forme

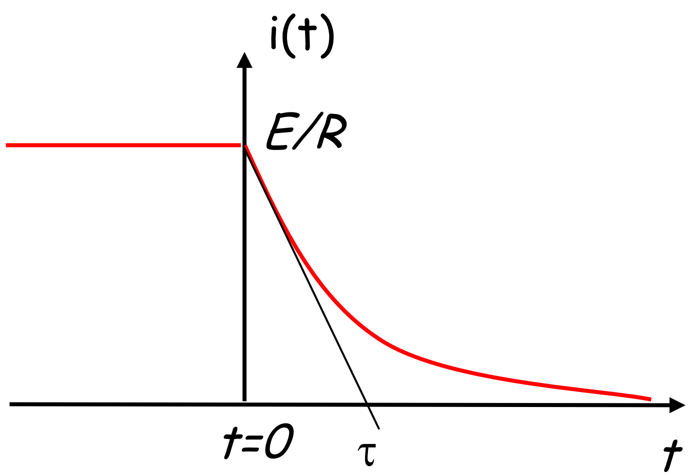
$$\boxed{i(t) = Ae^{-t/\tau}}$$

La valeur de A sera déterminée par la <u>condition initiale</u>:

$$i(t=0) = \frac{E}{R} = Ae^{-0/\tau} = A$$

donc pour $t \geq 0$:

$$\boxed{i(t) = \frac{E}{R} e^{-t/\tau}}$$



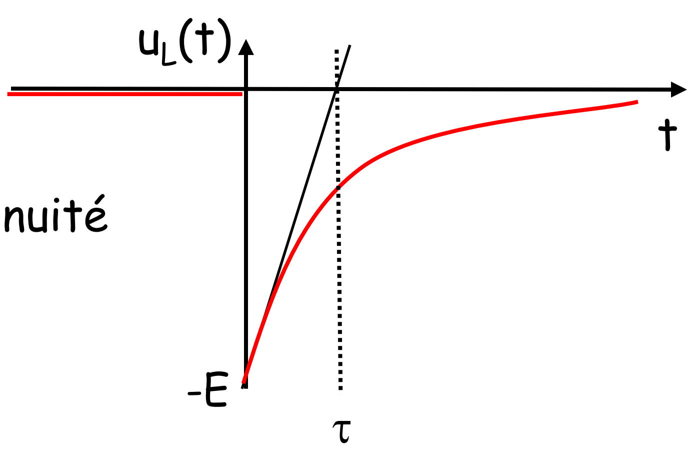
- <u>La pente de la tangente à l'origine</u> est: $\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0} = -\frac{E/R}{\tau} = -\frac{E}{L}$

<u>Evolution de la tension aux bornes de la bobine:</u>

La tension u_L se déduit de la relation: $u_L = L\frac{di}{dt}$

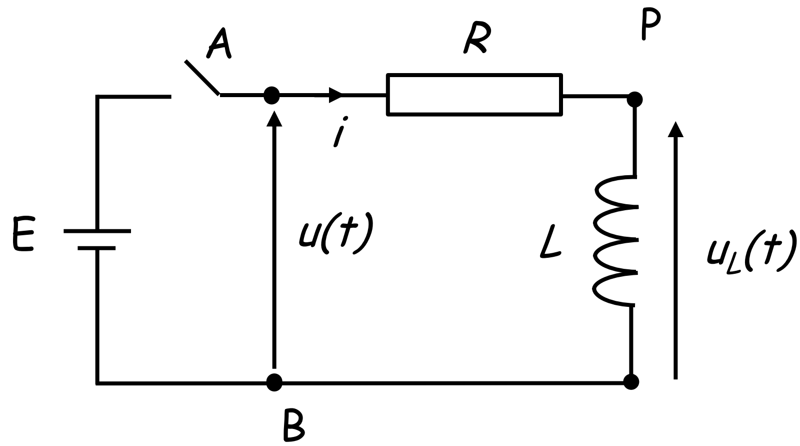
$$\Rightarrow \quad u_L = -\frac{L}{\tau}\frac{E}{R}e^{-t/\tau} = -Ee^{-t/\tau}$$

La tension u_L présente une discontinuité à t=0.

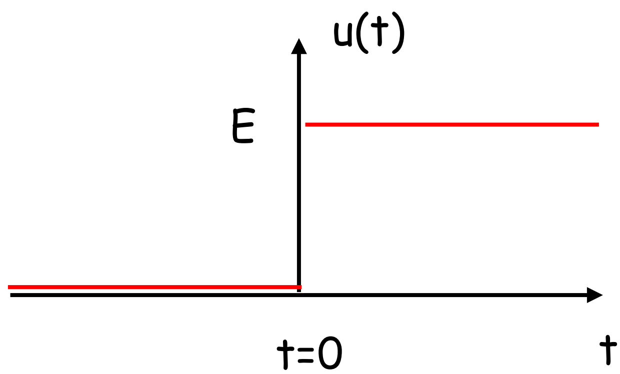


2/ Réponse libre d'un circuit RL à un échelon de tension:

On considère un générateur de fem E branché en série sur une résistance R et une inductance L



À t=0, on ferme l'interrupteur, ce qui revient à appliquer un échelon de tension entre les bornes A et B



Evolution de l'intensité du courant:

Loi des mailles: $u_{AP} + u_{PB} + u_{BA} = 0$ donc $u_R + u_L - E = 0$

donc: $$Ri + L\frac{di}{dt} - E = 0$$

il vient: $\boxed{\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}i = \frac{E}{L}}$ avec $\boxed{\tau = \frac{L}{R}}$

On a affaire à une équation différentielle linéaire du premier ordre avec second membre: $\frac{E}{L}$

La solution d'une telle équation est : $i(t) = i_1(t) + i_2(t)$
avec

- $i_1(t)$, solution générale de l'équation différentielle sans second membre:

$$i_1(t) = Ae^{-t/\tau}$$

- $i_2(t)$: <u>solution particulière</u> de l'équation <u>avec</u> second membre

Cherchons $i_2(t)$ solution particulière de : $\frac{di}{dt}+\frac{1}{\tau}i=\frac{E}{L}$

1. essayons $i_2(t)=0$ alors $0 + 1/\tau \times 0 = E/L$ impossible !
2. Essayons $i_2(t) = B = cste$ alors $0 + 1/\tau \times B = E/L$ donc $B = E\,\tau/L = E/R$

alors: $i(t) = Ae^{-t/\tau} + E/R$

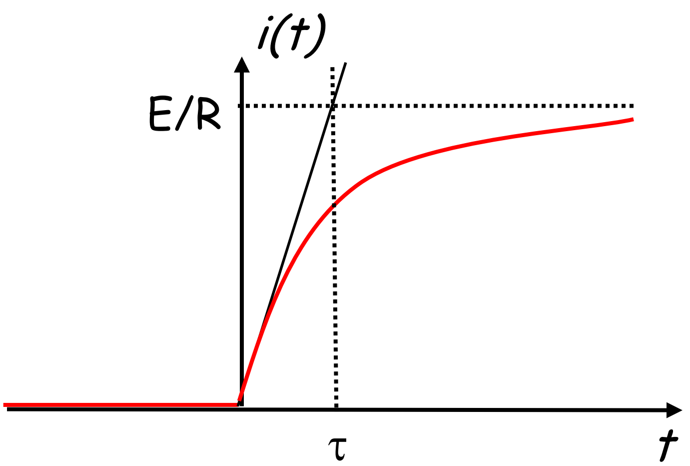
On applique maintenant la <u>condition initiale</u>: $i(t=0) = 0$

alors: $A + E/R = 0$ donc $A = -E/R$

On obtient finalement: $\boxed{i(t)=\frac{E}{R}\left(1-e^{-t/\tau}\right)}$ avec $\tau = \frac{L}{R}$

En l'absence de bobine, le courant i prendrait instantanément la valeur $i = E/R$.

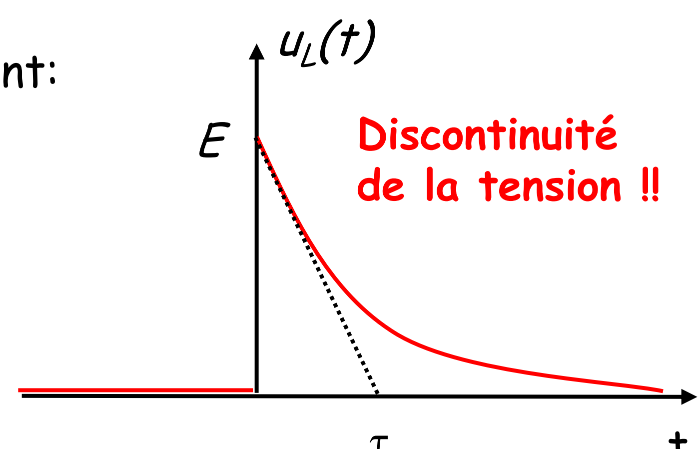
La présence de la bobine introduit un « retard » à l'établissement du courant: la valeur E/R n'est atteinte qu'après une durée de l'ordre de quelques τ



<u>Evolution de la tension aux bornes de la bobine:</u>

La tension u_L se déduit facilement:

$$\boxed{u_L(t)=L\frac{di}{dt}=Ee^{-t/\tau}}$$



IV. REGIME TRANSITOIRE – REGIME PERMANENT

Lors de l'étude des circuits RC et RL en régime transitoire, nous avons été amenés à résoudre des équations différentielles du type:

$$\frac{du}{dt} + \frac{1}{\tau}u = f(t) \qquad avec\ f(t) : \text{second membre (SM)}$$

Les mathématiques nous apprennent que la solution générale s'écrit:

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t)$$

avec:

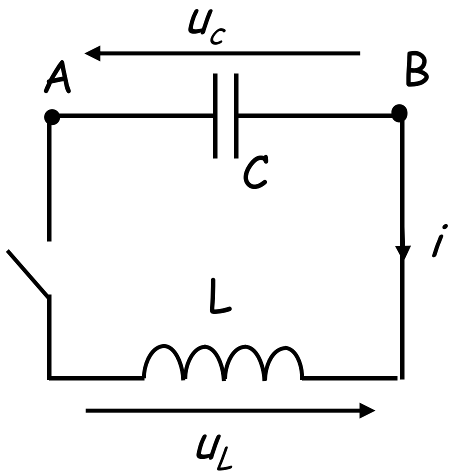
- $u_1(t)$, solution générale de l'équation différentielle homogène (sans second membre) qui représente le régime libre du circuit. ***Elle va s'atténuer et disparaitre au cours du temps (pour $t \gg \tau$).*** Par exemple: Circuit RC II. 1/. Cette solution décrit le ***régime transitoire***.

-$u_2(t)$, solution particulière de l'équation avec second membre. ***Elle représente le régime permanent (ou bien forcé) vers lequel tend le circuit (pour $t \gg \tau$).***
Si f(t)=cte alors les grandeurs physiques tendent vers une valeur constante (cf II.2/): régime continu (cas particulier de régime permanent).
Si f(t) varie au cours du temps (par exemple ~$\sin\omega t$) alors régime permanent ou forcé

Le régime transitoire correspond à la durée pendant laquelle $u_1(t)$ n'est pas encore négligeable.

A la fin du régime transitoire, il ne subsiste alors que la solution $u_2(t)$

CHAPITRE 3: CIRCUIT EN REGIME OSCILLANT



On considère un circuit LC dans lequel le condensateur a été préalablement chargé sous une d.d.p. *E*.

On ferme l'interrupteur à *t=0*

Comment évoluent :

- **La charge, *q(t)* ,du condensateur ?**
- **l'intensité, *i(t),* du courant dans le circuit ?**

Pour $t \geq 0$ on a: $(V_A-V_B) + (V_B-V_A) = 0$

$$u_c + u_L = 0$$

avec $u_c(t) = \frac{q}{C}$ et $u_L(t) = L\frac{di}{dt}$ donc: $L\frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0$

or $\frac{di}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dq}{dt}\right) = \frac{d^2q}{dt^2}$ donc: $\boxed{\frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0{}^2 q = 0}$ avec $\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$

Equation différentielle linéaire du deuxième ordre sans second membre – Equation de l'oscillateur harmonique (OH)

La solution générale s'écrit: $q(t) = K\cos(\omega_0 t + \varphi)$

ω_0: pulsation de l'oscillateur harmonique

Les paramètres K et φ seront donnés par les conditions initiales :

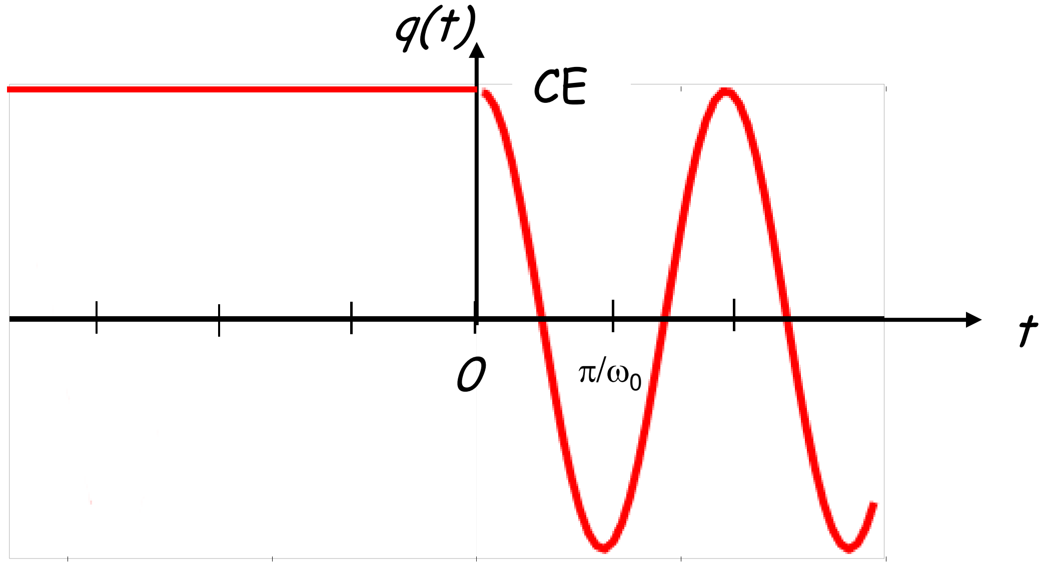
1. Condensateur préalablement chargé $u_c(t=0) = \frac{q(t=0)}{C} = E$

   donc $q(t=0) = CE$

2. La charge du condensateur varie de façon continue $\left.\frac{dq}{dt}\right|_{t=0} = 0$

Il vient: $\begin{cases} q(t=0)=K\cos\varphi=CE \\ \left.\dfrac{dq}{dt}\right|_{t=0}=-K\omega_0\sin\varphi=0 \end{cases} \Rightarrow \sin\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 0 \Rightarrow K=CE$

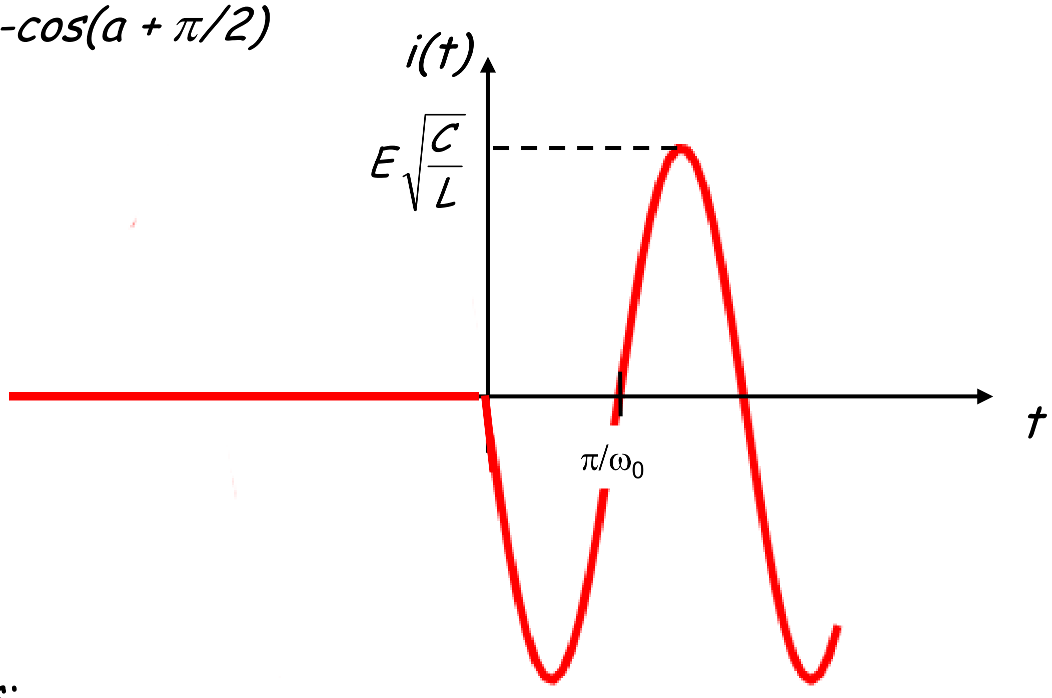
La solution s'écrit: $\boxed{q(t) = CE.\cos\omega_0 t}$



donc: $i(t)=\dfrac{dq}{dt}=-CE\omega_0\sin\omega_0 t$

$$\boxed{i(t)=E\sqrt{\frac{C}{L}}\cos\left(\omega_0 t+\pi/2\right)}$$

car $\sin(a)=-\cos(a+\pi/2)$



<u>Conclusions:</u>

- Le circuit oscille à la pulsation ω_0
- Le courant et la charge du condensateur sont déphasés de $\pi/2$