

Aufgabe 10

gruppe Nikolic
No Fal.
Hattinger

Um lineare suche zu verbessern wird divide & conquer design benutzt, in dem man immer in der mitte von der liste (teilfolge oder array) schaut und vergleicht dieses element mit dem gesuchten element, wurde das element gefunden, wird die index zurück gegeben. Wurde nichts gefunden, wird es ~~wieder~~ wieder halbiert aber es muss zuerst überprüft werden ob das gesuchte element kleiner oder grösser ist ~~als~~ ^{ist} das gesuchte element kleiner als das element ^(hälfte) in der mitte wird in der linken seite weiter gesucht und halbiert, ist das gesuchte element grösser als das element in der mitte, wird es nur in der rechten hälfte gesucht (und weiter halbiert falls nichts gefunden). So lange wird es halbiert bis das element gefunden oder bis 1 erreicht wurde (sprich eine ¹ elementige teilfolge).

annahme: - die liste oder das array ist aufsteigend sortiert sonst ~~funktioniert~~ funktioniert den algorithmus nicht, das gibt's nämlich zwei implementierungen iterativ & rekursiv

Iterativ

Binarysearch($A[lo \dots hi]$, x)

while $lo \leq hi$

mid $\leftarrow \lfloor (lo+hi)/2 \rfloor$

if $x = A[mid]$

then return mid

elseif $x < A[mid]$

hi $\leftarrow mid - 1$

else

low $\leftarrow mid + 1$

return "not found"

Rekursiv

Binarysearch($A[lo \dots hi]$, x)

if $lo > hi$

then return

~~if~~ ~~else~~

else

mid $\leftarrow \lfloor (lo+hi)/2 \rfloor$

if $x = A[mid]$

then return mid

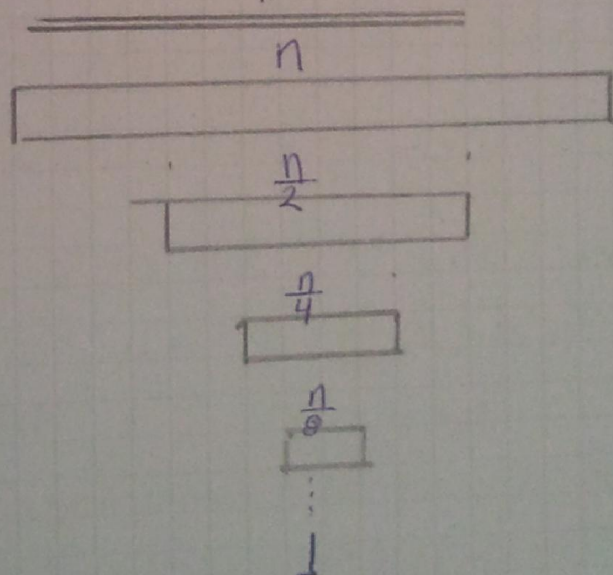
elseif $x < A[mid]$

then return Binarysearch($A, lo, mid-1, x$)

else

then return Binarysearch($A, mid+1, hi, x$)

$\log n$



$$\frac{n}{2^0}$$

$$\frac{n}{2^1}$$

$$\frac{n}{2^2}$$

$$\frac{n}{2^3}$$

$$\frac{n}{2^x}$$

Wie oft müssen wir das interval halbieren bis wir 1 erreichen aus dem obigen diagramm $\Rightarrow \frac{n}{2^x} = 1 \Rightarrow n = 2^x$



$$n = 2^x \Rightarrow \log n = \log 2^x \Rightarrow \log n = x$$

\Rightarrow oder anderes mit Hilfe von Rekurrenz

der Algorithmus braucht $O(1)$ für vergleichen und dann wird das Intervall halbiert

$$\Rightarrow T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + 1$$

mit Hilfe von Master Theorem

$$T(n) = aT\left(\frac{n}{b}\right) + cn^k, \text{ in diesem Fall}$$

$$a=1, b=2, k=0$$

$$a=1 = b^k = 2^0 = 1$$

$$\Rightarrow T(n) \in \Theta(n^k \log n)$$

$$\Rightarrow T(n) \in \Theta(\log n)$$

im schlechtesten Fall (Worstcase) läuft der Algorithmus von oben $n, \frac{n}{2}, \frac{n}{4}, \frac{n}{8}, \dots, 1 \Rightarrow \log n$

Beweis (für Rekursive Version)

Base case $n=0 = b-a+1$, array ist leer

$\Rightarrow a = b+1 \Rightarrow a > b$ Algorithmus endet

Inductivestep: $n = b-a+1 > 0$

(FA) angenommen $\text{binarysearch}(A, lo, hi, x)$

gibt den richtigen Wert zurück $\forall j: 0 \leq j \leq n-1$

Wobei $j = b-a+1$

der Algorithmus berechnet $\text{mid} = \lfloor (a+b)/2 \rfloor$,

$$a \leq \text{mid} \leq b$$



Wenn $x = A[\text{mid}]$, dann ist $x \in A[\text{lo}, \dots, \text{hi}]$
und der Algorithmus gibt mid zurück

Wenn $x < A[\text{mid}]$, wir wissen dass A schon
sortiert ist, x ist in $A[\text{lo}, \dots, \text{hi}]$ genau dann wenn
 $A[\text{lo}, \dots, \text{mid}-1]$ nach (IA) $\text{binary search}(A, a, \text{mid}-1, x)$
gibt den richtigen Wert zurück da $0 \leq (\text{mid}-1) - a + 1 \leq n-1$

Wenn $x > A[\text{mid}]$ ist analog zu $x < A[\text{mid}]$.
wzww.

aufgabe 11

Dual Pivot Quicksort (A , left, right)

if $right - left \geq 1$

$p = A[left]$

$q = A[right]$

if $p > q$ then swap p and q endif

$l = left + 1$

$g = right - 1$

$k = l$

while $k \leq g$

if $A[k] < p$

swap $A[k]$ and $A[l]$

$l = l + 1$

else

if $A[k] > q$

while $A[g] > q$ and $k < g$ do $g = g - 1$ endwhile

swap $A[k]$ and $A[g]$

$g = g - 1$

if $A[k] < p$

swap $A[k]$ and $A[l]$

$l = l + 1$

endif

endif

endif

$k = k + 1$

endwhile

$l = l - 1$

$g = g + 1$

swap $A[left]$ and $A[l]$

swap $A[right]$ and $A[g]$

DualPivotQuicksort(A , left, $l - 1$)

DualPivotQuicksort(A , $l + 1$, $g - 1$)

DualPivotQuicksort(A , $g + 1$, right)

endif