

BGf 2

5)

 $O(n)$ $E := \text{Elemente}$ $Z = \text{Zyklen}$ $\frac{Spz}{Zps} = \text{sek pro Zyklus}$

$$1000E = 1000Z$$

$$\begin{aligned} Z &\rightarrow \frac{1000 \cdot 215}{2 \cdot 1000} = 215 \\ &\xrightarrow{\text{sek}} \frac{215}{2} = 107.5 \\ &\xrightarrow{\text{sek}} \frac{107.5}{1000} = 0.1075 \\ &\xrightarrow{\text{Z}} \frac{5}{1000} = 0.005 \quad \text{Ans Ang.} \end{aligned}$$

$$2000E = 2000Z$$

$$\begin{aligned} Z &\rightarrow 2000 \cdot 2ps = 10 \\ &\Rightarrow 2000E \text{ benötigen } 10 \text{ sek} \end{aligned}$$

$$3000E = 3000Z \quad \text{sek}$$

$$\begin{aligned} Z &\rightarrow 3000 \cdot 2ps = 15 \\ &\Rightarrow 3000E \text{ benötigen } 15 \text{ sek} \end{aligned}$$

$$10000E = 10000Z$$

$$\begin{aligned} 10000 \cdot 2ps &= 10000 \\ &\Rightarrow 10000E \text{ benötigen } 50 \text{ sek.} \end{aligned}$$

 $O(n^2)$

$$1000E = 1000^2Z$$

$$\frac{5}{1000^2} = 2ps$$

$$1000E = 1000^2Z$$

$$2000E = 2000^2Z$$

$$2000^2 \cdot 2ps = 20 \Rightarrow 2000E \text{ benötigen } 20 \text{ sek}$$

$$3000E = 3000^2Z$$

$$3000^2 \cdot 2ps = 45 \Rightarrow 3000E \text{ benötigen } 45 \text{ sek}$$

$$10000E = 10000^2Z$$

$$10000^2 \cdot 2ps = 500 \Rightarrow 10000E \text{ benötigen } 500 \text{ sek}$$

$\mathcal{O}(\log(n))$

$$1000E = \log(1000) \cdot 2$$

$$\frac{5}{\log(1000)} = Spz$$

$$2000E = \log(2000) \cdot 2$$

$$\log(2000) \cdot Spz \approx 5,5 \Rightarrow 2000E \text{ benötigt } 5,5 \text{ sek}$$

$$3000E = \log(3000) \cdot 2$$

$$\log(3000) \cdot Spz \approx 5,795 \Rightarrow 3000E \text{ benötige } 5,795 \text{ sek}$$

$$10000E = \log(10000) \cdot 2$$

$$\log(10000) \cdot Spz \approx 6,6 \Rightarrow 10000E \text{ benötigen } 6,6 \text{ sek}$$

 $\mathcal{O}(n \cdot \log(n))$

$$1000E = 1000 \cdot \log(1000) \cdot 2$$

$$\frac{5}{1000 \cdot \log(1000)} = Spz$$

$$2000E = 2000 \cdot \log(2000) \cdot 2$$

$$2000 \cdot \log(2000) \cdot Spz \approx 11,003 \Rightarrow 2000E \text{ benötige } 11,003 \text{ sek}$$

$$3000E = 3000 \cdot \log(3000) \cdot 2 \quad \#D$$

$$3000 \cdot \log(3000) \cdot Spz \approx 17,386 \Rightarrow 3000E \text{ benötigen } 17,386 \text{ sek}$$

$$10000E = 10000 \cdot \log(10000) \cdot 2$$

$$10000 \cdot \log(10000) \cdot Spz = 66,6 \Rightarrow 10000E \text{ benötigen } 66,6 \text{ sek}$$

5)

 $O(2^h)$

$$1000E = \cancel{2} \cdot 2^{1000} \cdot 2$$

$$\frac{5}{2^{1000}} = Spz$$

$$2000E = 2^{2000} \cdot 2$$

$2^{2000} \cdot Spz \approx$ Unrechenbar (Unschätzbar, hohe Zahl)
 $= \cancel{5} \cdot 2^{1000}$

3000E:

- - -

10000E:

- - -



$f \in O(2^h)$: $\Rightarrow f$ verdoppelt sich wenn sich das Argument um eins erhöht (Wikipedia)

\Rightarrow Von 1000 auf 2000 erhöht sich das Argument 1000 mal, daher werden die Sek 1000 mal verdoppelt was zu einer unerschätzbaren Zahl führt.

Erklärung anhand von $O(h^2)$

$O(h^2)$: 1000 Elemente sind 1000^2 Zyklen

weil 1000^2 Zyklen benötigen 5sec (Aus Angabe)
 \Rightarrow 1 Zyklus folglich $\frac{5}{1000^2}$ sec.

2000 Elemente sind bei $O(h^2)$ 2000^2 Zyklen. Die Anzahl Zyklen multipliziert mit der dauer eines Zyklus ist die Gesamt-Dauer des Algorithmus.

Denn nach 2000^2 (Zyklen) $\cdot \frac{5}{1000^2}$ (sec) ~~für~~ ist die Gesamt-Dauer des für Algorithmus folglich bei 2000 Elemente 10 sec.

$$- f_1(n) = 25n + 278 \log n$$

* nach Def von $\Theta(n)$: $25n + 278 \log n \leq c \cdot n$

Wenn $c = 333$, $n_0 = 4$

dann gilt $25n + 278 \log n \leq 333 \cdot n \quad \forall n \geq n_0$

weil $25(4) + 278 \cdot 2 \leq (4) \cdot 333 \quad \forall n \geq 4$

$$100 + 556 \leq 1332$$

$$\Rightarrow f_1(n) \in \Theta(n) \quad ①$$

* nach Def von $\Omega(n)$: $25n + 278 \log n \geq c \cdot n$

Wenn $c = 1$, $n_0 = 4$

dann gilt $25n + 278 \log n \geq n \quad \forall n \geq n_0$

$$\Rightarrow f_1(n) \in \Omega(n) \quad ②$$

aus ①, ② $\Rightarrow f_1(n) \in \Theta(n)$ und $f_1(n) \in \Omega(n)$
 $\Rightarrow f_1(n) \in \Theta(n)$

$$f_2(n) = (3n^2 + n)^2$$

$$f_2(n) = 9n^4 + 6n^3 + n^2$$

* nach def von $O(n)$: $9n^4 + 6n^3 + n^2 \leq c \cdot n^4$

wenn $c = 16$, $n_0 = 1$

dann gilt $9n^4 + 6n^3 + n^2 \leq 16 \cdot n^4$

$\forall n \geq 1 \Rightarrow f_2(n) \in O(n^4) \quad ①$

* nach def von $\Omega(n)$: - $9n^4 + 6n^3 + n^2 \geq c \cdot n^4$

wenn $c = 1$, $n_0 = 1$

dann gilt $9n^4 + 6n^3 + n^2 \geq n^4 \Leftrightarrow n^4 \leq n \geq 1$

$\Rightarrow f_2(n) \in \Omega(n^4) \quad ②$

aus ①, ② $\Rightarrow f_2(n) \in \Theta(n)$ und $f_2(n) \in \Omega(n)$

$\Rightarrow f_2(n) \in \Theta(n)$

$$f_3(n) = \frac{n^3 + 3n}{2n^2 + 8}$$

nach def von $\Theta(n)$: $\frac{n^3 + 3n}{2n^2 + 8} \leq c n$

\Rightarrow wenn $c=1, n_0=1$

dann gilt $\frac{n^3 + 3n}{2n^2 + 8} \leq n \quad \forall n \geq 1$

Probe $\frac{1+3}{2+8} \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{10} \leq 1$ ✓

$\Rightarrow f_3(n) \in \Theta(n) \quad \textcircled{1}$

nach def von $\mathcal{L}(n)$: $\frac{n^3 + 3n}{2n^2 + 8} \geq c n$

wenn $c = \frac{1}{10}, n_0=1$

dann gilt $\frac{n^3 + 3n}{2n^2 + 8} \geq \frac{1}{10} n \quad \forall n \geq 1$

probe $\frac{1+3}{2+8} \geq \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{1}{10} \geq \frac{1}{10}$ ✓

$f_3(n) \in \mathcal{L}(n) \quad \textcircled{2}$

$\Rightarrow f_3(n) \in \Theta(n) \wedge f_3(n) \in \mathcal{L}(n)$

aus $\textcircled{1}, \textcircled{2} \Rightarrow$

$f_3(n) \in \Theta(n)$

$\Rightarrow f_3(n) \in \Theta(n)$

$$\begin{aligned}
 f_4(n) &= 7 \cdot f_1(n) + f_2(n) \\
 &= 7 \cdot (25n + 278 \log n) + (3n^2 + n)^2 \\
 &= 175n + 1946 \log n + \underline{9n^4 + 6n^3 + n^2} \\
 &= 9n^4 + 6n^3 + n^2 + 175n + 1946 \log n
 \end{aligned}$$

- Nach def von $O(n)$

$$9n^4 + 6n^3 + n^2 + 175n + 1946 \log n \leq c \cdot n^4$$

Wenn $c = 2137$, $n_0 = 4$
 dann gilt:

$$\begin{aligned}
 9n^4 + 6n^3 + n^2 + 175n + 1946 \log n &\leq 2137 \cdot n^4 \\
 \sqrt{n}^{7/4} &\leq 2137 \cdot 256 \\
 \text{Probe } (2304 + 384 + 16 + 350 + 3092) &\leq 547072 \quad \Rightarrow f_4(n) \in O(n^4) \quad \textcircled{1}
 \end{aligned}$$

- Nach def von $S2(O)$

$$9n^4 + 6n^3 + n^2 + 175n + 1946 \log n \leq c \cdot n^4$$

Wenn $c = \frac{1}{10}$, $n_0 = 4$
 dann gilt: $6946 \sqrt{\frac{1}{10}} \cdot 256$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow f_4(n) &\in S2(n^4) \quad \textcircled{2} \\
 \Rightarrow f_4(n) &\in \Theta(n^4)
 \end{aligned}$$

- aus \textcircled{1}, \textcircled{2}

aufgabe 6

- die Grundidee hinter generischen Typen ist eine Abstraktion um Code, der für unterschiedliche Datentypen prinzipiell gleich funktioniert (bspw. Sortier oder listenalgorithmen), unabhängig vom genauen Typ implementieren zu können:

Ein generischer Typ kann dabei von einem zu Grunde liegenden Datentypen (bspw.) Integer und String abstrahieren von Comparable abstrahieren

Wie werden sie in Java verwendet?

Sobald eine Klasse / Methode oder ein Interface generisch implementiert wird, dann werden erst bei Verwendung des Parameters ($<T>$) durch konkrete Datentyp ersetzt.

Syntax, z.B. zwei Listen von unterschiedlichen Datentypen erzeugen

```
List<Integer> listA = new List<Integer>();  
List<String> listB = new List<String>();
```

// Methode add funktioniert für alle listen
gleich

```
ListA.add(10);  
ListB.add("My name");
```

- ein einfaches Beispiel

Generische Klasse zur Speicherung von 2
Koordinaten x,y

```
public class Coordinate2D<T> {
```

```
    private T x;
```

```
    private T y;
```

```
    public Coordinate2D(T x, T y) {
```

```
        this.x = x;
```

```
        this.y = y;
```

y

}

- Was sind die eingeschränkte TypParameter und generische Methoden?
 - eingeschränkte TypParameter sind TypParameter die über Festlegung eines ober Typen eingeschränkt werden (bspw) muss bei `<T extends Comparable<T>>` der Typ Parameter T auf jeden Fall unter Typ des Comparable - Interface sein, ist das nicht der Fall, meldet der Compiler bereits einen Fehler

Unter generischen Methoden versteht man Methoden, die unter Verwendung von generischen Typen arbeiten. Dies macht wie bereits beschrieben Sinn wenn eine Methode für unterschiedliche Datentypen gleich funktioniert (z.B. Sortieren)

```
public < T extends Comparable<T>> void check(T p){  
    public < T extends Comparable<T>> void check(T p){
```