

Séquence 5 : Programmes de calcul

« somme et différence »



Objectifs :

- 5R10 : Utiliser la notion d'opposé.
- 5R11 : Repérer un nombre décimal relatif par un point sur une droite graduée.
- 5R22 : Effectuer une somme algébrique.
- 5R20 : Additionner des nombres relatifs.

I Rendre plus simple des calculs pour calculer mentalement

1. Consigne 1

Consigne 1 :
Effectue mentalement les calculs suivants :
 $17 + 21 - 1$;
 $148 + 199 - 99$;
 $17 + 35 - 15$;
 $131 + 256 - 56$;
 $39 + 58 - 8$;
 $185 + 2017 - 17$.

Ajouter 21 et soustraire 1 à un nombre revient à ajouter 20 à ce nombre

Ajouter 199 et soustraire 99 à un nombre revient à ajouter 100 à ce nombre
etc.

On a simplifié des programmes de calculs pour calculer mentalement

2. Consigne 2

Consigne 2 :
Effectue mentalement les calculs suivants :
 $14 + 17 - 15$;
 $114 + 17 - 15$;
 $1802 + 319 - 315$;
 $4374 + 62 - 61$;
 $4374 + 61 - 62$;
 $7081 + 61 - 62$.

Ajouter 17 et soustraire 15 à un nombre revient à ajouter 2 à ce nombre

Ajouter 319 et soustraire 315 à un nombre revient à ajouter 4 à ce nombre

Ajouter 62 et soustraire 61 à un nombre revient à ajouter 1 à ce nombre

!/ Mais attention !/!

Ajouter 61 et soustraire 62 à un nombre revient à soustraire 1 à ce nombre

En effet, c'est ce que montre l'exemple suivant :

$$\begin{aligned} 4374 + 61 - 62 &= 4373 + 1 + 61 - 62 \\ &= 4373 + (61 + 1) - 62 \\ &= 4373 + 62 - 62 \\ &= 4373. \end{aligned}$$

Donc : $4374 + 61 - 62 = 4374 - 1$.

Simplifier un programme de calcul revient parfois à soustraire

3. Une nouvelle notation pour simplifier l'écriture

Consigne 3 :

Effectue mentalement les calculs suivants :

$458 + 45 - 46 ;$	$3469 + 45 - 46 ;$
$3469 + 124 - 125 ;$	$15627 + 124 - 125 ;$
$15627 + 313 - 314 ;$	$823 + 313 - 314 ;$
$823 + 32 - 33 ;$	$4586 + 32 - 33 ;$
$4586 + 7538 - 7539.$	$823 + 7,2 - 8,2.$

Pour simplifier l'écriture du programme de calcul, « à un nombre, on ajoute 45 et on soustrait 46 », on aurait pu écrire : ... + 45 - 46 = ... -1.

On a préféré écrire :

$$+45 - 46 = -1$$

qui signifie que si à un nombre, on ajoute 45 puis on soustrait 46, alors on lui soustrait 1.

$$\text{Ainsi : } 458 + 45 - 46 = 458 - 1 = 457$$

$$+124 - 125 = -1, \text{ ainsi } 15627 + 124 - 125 = 15627 - 1 = 15626$$

$$+313 - 314 = -1, \text{ ainsi } 823 + 313 - 314 = 823 - 1 = 822$$

$$+32 - 33 = -1, \text{ ainsi } 4586 + 32 - 33 = 4586 - 1 = 4585$$

$$+7538 - 7539 = -1, \text{ ainsi } 4586 + 7538 - 7539 = 4586 - 1 = 4587$$

$$+7,2 - 8,2 = -1, \text{ ainsi } 823 + 7,2 - 8,2 = 823 - 1 = 822$$

On écrit aussi :

$$+34 - 37 = -3$$

$$+34 - 38 = -4$$

$$+12 - 15 = -3$$

$$+5241 - 5246 = -5$$

$$+21 - 31 = -10$$

$$+22 - 29 = -7$$

II Un nouveau type de calculs

1. Exemples

$$+7 - 11 = -4$$

$$-3 + 8 = +5$$

2. Propriété de ce nouveau type de calculs

Propriété :

Si on change l'ordre des opérations dans un programme de calcul contenant des additions et des soustractions, on obtient un programme de calcul équivalent.

Exemples :

$$+7 - 11 = -11 + 7 = -4$$

$$-3 + 8 = +8 - 3 = +5$$

III De nouveaux nombres : les nombres négatifs

1. Les nombres négatifs, les nombres relatifs

Définition :

On décide de considérer $-1, -2, -3 \dots$ comme de nouveaux nombres.
Ils sont précédés d'un signe « $-$ » et on les appelle « **nombres négatifs** ».
On les écrit : $-1, -2, -3, \dots$

Remarques :

a) $-5 + 5 - 1 = -1$

Donc : $0 - 1 = -1$

b) $+4 - 4 + 2 = +2$

Or $0 + 2 = 2$

Donc $+2 = 2$

Définitions :

a) Les nombres entiers peuvent donc être notés avec un signe $+$,
on les appelle des **nombres positifs**.

b) On a vu que $-8 + 8 = 0$, que $-5 + 5 = 0$, que $+4 - 4 = 0 \dots$
On dit que -8 est **l'opposé** de $+8$ et que $+8$ est **l'opposé** de -8 ,
ou encore que $+8$ et -8 sont **opposés**.

Il en est de même pour -5 et $+5$ qui sont deux nombres opposés, pour $+4$ et -4 qui sont deux nombres opposés.

c) Les nombres positifs et négatifs sont appelés « **nombres relatifs** »,
ils sont écrits avec un signe $+$ ou $-$ et un nombre que l'on appelle la **valeur absolue**.

Remarques :

a) Le nombre 0 est un nombre à la fois positif et négatif.

b) Sur une droite graduée, un nombre et son opposé sont « symétriques » par rapport à 0 .

S'entraîner sur topmaths.fr

5R10 : Utiliser la notion d'opposé



topmaths.fr/5r10

5R11 : Repérer un nombre décimal relatif par un point sur une droite graduée



topmaths.fr/5r11

2. L'addition des nombres relatifs

Définition :

Étant donnés deux nombres relatifs, on peut calculer leur somme qui est un nombre relatif.
L'opération qui, à deux relatifs, associe leur somme s'appelle l'**addition des relatifs**.

Exemples :

Différents cas sont possibles :

- On ajoute **deux nombres positifs**

$+7 + (+4) = 7 + 4 = 11 = +11$ on obtient un nombre positif dont la valeur absolue est la somme des valeurs absolues

- On ajoute **deux nombres négatifs**

$-7 + (-4) = -7 - 4 = -11$ on obtient un nombre négatif dont la valeur absolue est la somme des valeurs absolues

- On ajoute **un négatif et un positif**

$-7 + (+2) = -7 + 2 = -5$

$-7 + (+10) = -7 + 10 = +3 = 3$

- On ajoute **un positif et un négatif**

$+7 + (-2) = 7 - 2 = 5$

$+7 + (-10) = 7 - 10 = -3$

Règle de calcul de la somme de deux relatifs :

Si on ajoute deux relatifs de **même signe**, leur somme est le relatif de **même signe** qui a pour valeur absolue la **somme des valeurs absolues**.

Si on ajoute deux relatifs de **signes différents**, leur somme est le relatif de signe le **signe de celui qui a la plus grande valeur absolue** et de valeur absolue la **différence des valeurs absolues**.

Deux remarques importantes :

- l'addition des relatifs est **commutative** : on ne change pas la valeur de la somme lorsqu'on change l'ordre des termes d'une addition : $-15 + (+10) = +10 + (-15) = 10 - 15 = -5$

- on s'aperçoit que :

$+7 + (+4) = 7 + 4$;

$+7 + (-4) = 7 - 4$;

$-7 + (+4) = -7 + 4$;

$-7 + (-4) = -7 - 4$.

Dans une somme de relatifs, il est plus simple de supprimer les parenthèses et les signes + d'addition afin de pouvoir calculer comme dans les programmes de calcul.

S'entraîner sur topmaths.fr

5R20 : Additionner des nombres relatifs.

topmaths.fr/5r20



3. La soustraction des nombres relatifs

Définitions :

Étant donnés deux nombres relatifs, on peut calculer leur **différence** qui est un nombre relatif. L'opération qui, à deux relatifs, associe leur différence s'appelle la **soustraction des relatifs**.



Règle de calcul de la différence de deux relatifs :

Pour soustraire un nombre relatif, on ajoute son opposé.

Exemples :

$$10 - (-15) = 10 + 15 ;$$

$$-9 - (-3) = -9 + 3 ;$$

$$+7 - (+2) = 7 - 2 = 7 + (-2) ;$$

$$-5 - (+3) = -5 - 3 = -5 + (-3)$$

$$-3 - (-9) = -3 + 9 ;$$

$$8 - (-5) = 8 + 5.$$

Deux remarques importantes :

$10 - (-15) = 25$ alors que $-15 - 10 = -25$; la soustraction n'est **pas commutative**

$9 - 11 = -2$; la soustraction est toujours possible

IV Repérer un point du plan

Définitions :

Un **repère du plan** est formé par deux droites graduées de même origine (le même « 0 »).

La première est appelée l'**axe des abscisses** (elle est souvent **horizontale**).

La deuxième est appelée l'**axe des ordonnées** (elle est souvent **verticale**).

Quand ces deux droites sont perpendiculaires, on dit que le repère est **orthogonal** (ce sera toujours le cas au collège).

Définitions :

Dans un repère du plan, chaque point est repéré par deux nombres relatifs qu'on appelle ses **coordonnées**.

Le premier est l'**abscisse**, le second est l'**ordonnée**.

On les note toujours dans cet ordre : (**abscisse** ; **ordonnée**)

Exemple :

L'**abscisse** du point A est **2**

L'**ordonnée** du point A est **3**

Les coordonnées du point A se notent (**2 ; 3**)

Le point B a pour coordonnées (**-3 ; 0**)

Les coordonnées du point C sont (**0 ; -2**)

D(**-3 ; -2**)

