

Séquence 1 : Statistiques



Objectifs :

- 5S14 : Calculer et interpréter la moyenne d'une série de données. (rappels)
- 4S11 : Calculer et interpréter la médiane d'une série de données de petit effectif total.
- 4S10 : Lire, interpréter et représenter des données sous forme de diagrammes circulaires.

I Moyenne d'une série de données

1. Moyenne arithmétique

Définitions :

En statistiques, un ensemble de nombres s'appelle une **série** et ces nombres sont appelés **valeurs**.
L'**effectif total** est le nombre total de valeurs de la série.

La **moyenne arithmétique** d'une série de valeurs est le nombre obtenu :

- en additionnant toutes les valeurs de la série
- puis en divisant cette somme par l'effectif total de la série.

Exemple :

Voici les distances parcourues (en km) par un sportif chaque matin pendant une semaine.

8 ; 10 ; 9 ; 12 ; 16 ; 13,4 ; 10

La distance journalière moyenne parcourue par celui-ci est 10,2 km.

En effet, $\frac{8+10+9+12+16+13,4+10}{7} = 10,2$ km.

Interprétation : Cela signifie qu'en une semaine, ce sportif a parcouru la même distance que s'il avait parcouru 10,2 km chaque jour.

2. Moyenne pondérée

Définition :

La **moyenne** d'une série de valeurs, **pondérée** par les effectifs, est le nombre obtenu :

- en additionnant les produits de chaque valeur par son effectif,
- puis en divisant cette somme par l'effectif total de la série.

Exemple :

Un sondage a été réalisé auprès de 10 000 collégiens pour connaître le nombre d'enfants présents dans leur foyer. Voici leurs réponses :

Nombre d'enfants	1	2	3	4	5	6
Nombre de familles	3170	4225	1894	436	248	27

Pour calculer la moyenne d'enfants par famille, on multiplie le nombre d'enfants par le nombre de familles, puis on les additionne, enfin on divise le résultat par le nombre total de familles.

$$\frac{1 \times 3170 + 2 \times 4225 + 3 \times 1894 + 4 \times 436 + 5 \times 248 + 6 \times 27}{3170 + 4225 + 1894 + 436 + 248 + 27} = \frac{20448}{10000} = 2,0448$$

Le nombre moyen d'enfants par famille est de 2,0448.

Interprétation : Cela signifie qu'au total, il y a autant d'enfants que s'il y avait 2,0448 enfant dans chaque famille.

II Médiane d'une série de données

Définition :

Lorsque les valeurs d'une série statistique sont rangées par ordre croissant, la **médiane** est un nombre M tel que :

- Au moins la moitié des valeurs de la série sont inférieures ou égales à M ;
- Au moins la moitié des valeurs de la série sont supérieures ou égales à M.

Méthode :

Pour déterminer la médiane d'une série statistique, on commence par ranger les valeurs par ordre croissant, puis on distingue deux cas :

- Dans le cas où l'effectif total est impair, la médiane correspond à la valeur du milieu.
- Dans le cas où l'effectif total est pair, la médiane correspond à la moyenne des deux valeurs au milieu.

Exemple 1 :

Voici les notes obtenues par un élève : 6 ; 15 ; 20 ; 16 ; 20 ; 20 ; 20 ; 17 ; 9 ; 12 ; 14

On **commence par les ranger par ordre croissant** : $\underbrace{6; 9; 12; 14; 15}_{5 \text{ valeurs}}; 16; \underbrace{17; 20; 20; 20; 20}_{5 \text{ valeurs}}$

L'effectif total est 11.

Donc la médiane est la 6ème valeur.

M = 16.

Interprétation : Cela signifie qu'au moins la moitié de ses notes sont inférieures ou égales à 16 et qu'au moins la moitié de ses notes sont supérieures ou égales à 16.

Exemple 2 :

Voici les températures relevée au cours de cette semaine (en °) : 16 ; 7 ; 11 ; 9 ; 14 ; 15

On **commence par les ranger par ordre croissant** : $\underbrace{7; 9; 11}_{3 \text{ valeurs}}; \underbrace{14; 15; 16}_{3 \text{ valeurs}}$

L'effectif total est 6.

Donc la médiane est la moyenne de la 3ème et de la 4ème valeur.

$$M = \frac{11+14}{2} = 12,5$$

Interprétation : Cela signifie que cette semaine, la température était plus élevée que 12,5° au moins la moitié des jours et que la température était plus basse que 12,5° au moins la moitié des jours.

Remarque :

On dit que la médiane et la moyenne sont des indicateurs de position.

Contrairement à la moyenne :

- La médiane d'une série de valeurs n'est pas sensible aux valeurs extrêmes de la série ;
- la détermination de la médiane nécessite d'ordonner la série.

III Diagramme circulaire

Règle :

Dans un diagramme circulaire, les mesures des angles sont proportionnelles aux effectifs de chaque catégorie.

Exemple :

Les ingrédients nécessaires pour fabriquer un gâteau au chocolat sont les suivants :

250 g de beurre, 200 g de farine, 100 g de chocolat en poudre, 200 g de sucre en poudre, 150 g de lait. Représente ces ingrédients sous la forme d'un diagramme circulaire

On sait qu'un tour complet fait 360° , on détermine d'abord la mesure d'angle correspondant à chaque ingrédient grâce à un tableau de proportionnalité.

Ingrédients	Beurre	Farine	Chocolat	Sucre	Lait	Total
Masse (en g)	250	200	100	200	150	900
Angle (en $^\circ$)	100	80	40	80	60	360

