

Séquence 2 : Calcul littéral (1ère partie)

Objectifs :

3L11-1 : Réduire des expressions algébriques simples

3L13 : Résoudre algébriquement des équations du 1er degré

I Expression littérale

Définition :

Une **expression littérale** est une expression (un calcul) dans laquelle un ou plusieurs nombres sont désignés par des lettres.

Règle :

Dans une expression littérale, on peut supprimer le signe \times lorsqu'il est placé devant une lettre ou une parenthèse.

Exemple :

On veut simplifier l'écriture de l'expression suivante.

$$A = -3 \times x + 2 \times (5 \times x + 2 \times 4)$$

$$A = -3 \times x + 2 \times (5 \times x + 2 \times 4)$$

$$A = -3x + 2(5x + 8)$$

II Réduire une expression littérale

Exemples :





Tout comme 2  + 3  = 5  ;

$$2x + 3x = 5x$$

Lorsqu'on a 2 objets identiques (2 fois la même lettre), on peut les réunir

Tout comme 5  - 3  = 2  ;

$$5x - 3x = 2x$$

Tout comme 2  + 3  = 2  + 3  ;

$$2x + 3y = 2x + 3y$$

Lorsqu'on a 2 objets différents (2 lettres différentes), on ne peut pas les réunir

Tout comme 5  - 3  = 5  - 3  ;

$$5x - 3y = 5x - 3y$$

III Équation du premier degré à une inconnue

1. Notion d'équation

Définition :

Une **équation** est une égalité dans laquelle figurent un ou plusieurs nombres **inconnus**, désignés le plus souvent par des lettres.

Exemple :

$2x + 5 = 7x - 1$ est une équation à une inconnue x .

Vocabulaire :

On nomme **membre de gauche** la partie d'une équation située à gauche du signe égal.

Exemple :

Dans l'équation précédente, le membre de gauche est $2x + 5$ et le membre de droite est $7x - 1$.

2. Solution d'une équation

Définitions :

Résoudre une équation, c'est trouver toutes ses **solutions**, c'est à dire toutes les valeurs pour lesquelles l'égalité est vraie.

Exemple :

Le nombre 1,2 est solution de l'équation $2x + 5 = 7x - 1$. En effet :

Calcul du membre de gauche pour $x = 1,2$: $2 \times 1,2 + 5 = 2,4 + 5 = 7,4$

Calcul du membre de droite pour $x = 1,2$: $7 \times 1,2 - 1 = 8,4 - 1 = 7,4$

IV Résolution algébrique d'une équation

Propriété :

a, b, c désignent des nombres.

Si $a = b$, alors $a + c = b + c$.

Si $a = b$, alors $a - c = b - c$.

Exemple :

Si x est un nombre tel que $x - 8 = 4$

alors $x - 8 + 8 = 4 + 8$

donc $x = 12$

Propriété :

a, b, c désignent des nombres avec $c \neq 0$.

Si $a = b$, alors $a \times c = b \times c$.

Si $a = b$, alors $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$.

Exemple :

Si x est un nombre tel que $-3x = 5$

alors $\frac{-3x}{-3} = \frac{5}{-3}$

donc $x = -\frac{5}{3}$

Méthode de résolution d'une équation du type $ax + b = cx + d$:

1. On élimine le plus petit terme « en x » (+ ou -)
2. On élimine le terme « sans x » qui est à côté du terme « en x » qui reste (+ ou -)
3. On élimine le nombre qui est « collé » à x (\times ou \div)

Exemple :

Résolution de l'équation $5x - 4 = 3x + 2$

$5x - 4 = 3x + 2$ ← 1. Pour éliminer « $3x$ » on fait $-3x$ des deux côtés

$2x - 4 = 2$ ← 2. Pour éliminer « -4 » on fait $+4$ des deux côtés

$2x = 6$ ← 3. Pour éliminer « $2 \times$ » on fait $\div 2$ des deux côtés

$x = 3$

3 est solution de l'équation.

V Modélisation d'une équation

Méthode :

1. Choix de l'inconnue de façon à pouvoir exprimer toutes les données de l'énoncé facilement en fonction de celle-ci (le choix de l'inconnue est souvent aidé par la question).
2. Exprimer les autres données de l'énoncé en fonction de l'inconnue
3. Exprimer la ou les équations induites par l'énoncé

Exemple :

Arnaud a 3 ans de plus que Bernard et Chloé est deux fois plus âgée qu'Arnaud.

En ajoutant leurs âges respectifs, on obtient 49 ans.

Quel âge a Arnaud ?

1. On note x l'âge d'Arnaud. \leftarrow La question demande l'âge d'Arnaud et on voit que les âges de chaque personne ont un lien avec l'âge d'Arnaud
2. Bernard a $x - 3$ ans \leftarrow Si Arnaud a 3 ans de plus que Bernard, Bernard a 3 ans de moins
Chloé a $x \times 2$ ans \leftarrow Le double d'un nombre, c'est ce nombre $\times 2$. l'âge d'Arnaud est x
3. $A_{\text{Arnaud}} + A_{\text{Bernard}} + A_{\text{Chloé}} = 49 \leftarrow$ « En ajoutant leurs âges respectifs, on obtient 49 ans »
 $x + x - 3 + x \times 2 = 49 \leftarrow$ On remplace les âges par les expressions qu'on a trouvés
 $4x - 3 = 49 \leftarrow$ On réduit (on met ensemble ce qui va ensemble)
 $4x = 49 + 3 = 52 \leftarrow$ On résout l'équation
 $x = \frac{52}{4} = 13$
Arnaud a 13 ans