

# Séquence 1 : Probabilités

## Objectifs :

3S20 : Calculer des probabilités pour des expériences aléatoires simples à une ou deux épreuves à partir de dénombrements

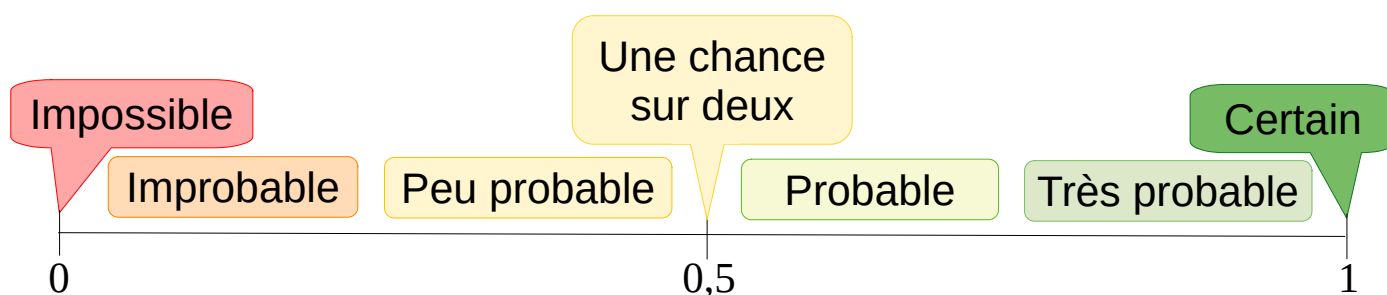
## I Modéliser une expérience aléatoire

### Définitions :

Une **expérience aléatoire** est une expérience dans laquelle intervient le hasard et dont les différentes possibilités sont appelées **issues**.

**Modéliser une expérience aléatoire**, c'est associer une probabilité à chaque issue de sorte que :

- la **probabilité d'une issue** (la proportion de chance qu'elle se produise) soit un nombre compris entre 0 et 1 ;
- la somme des probabilités de toutes les issues soit égale à 1.



### Définition :

Lorsque toutes les issues d'une expérience aléatoire ont la même probabilité, on dit que les issues sont **équiprobables**.

### Propriété :

Si une expérience aléatoire comporte  $n$  issues équiprobables, la probabilité de chacune d'entre elles vaut  $\frac{1}{n}$ .

### Exemple :

On fait tourner cette roue équilibrée et divisée en huit secteurs de même aire. Les issues 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 et 8 sont équiprobables.

La probabilité de chacune d'entre elles vaut  $\frac{1}{8} = 0,125 = 12,5 \%$

(On peut exprimer une probabilité sous forme de fraction, d'écriture décimale, ou de pourcentage)



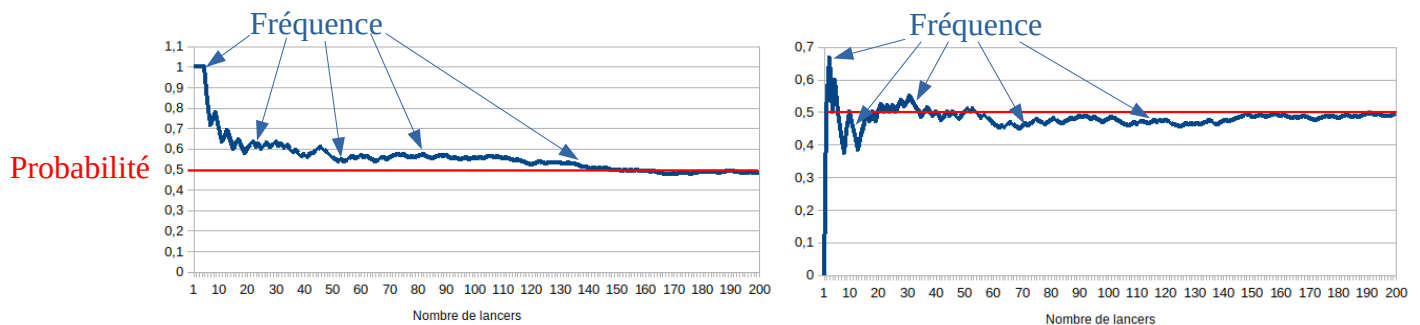
### Remarque :

Il y a des situations où la probabilité d'une issue ne peut pas être déduite de façon intuitive.

Dans ce cas, en reproduisant un grand nombre de fois une expérience aléatoire, on remarque que la fréquence d'une issue a tendance à se stabiliser autour d'un nombre  $p$  qui est la probabilité de cette issue.

### Exemple 1 :

On peut l'observer en simulant de nombreux lancers de pièces.



### Exemple 2 :

On pourrait procéder de cette façon pour déterminer la probabilité qu'un volant de badminton retombe « debout » ou sur le côté.



## II Déterminer la probabilité d'un événement

### Définitions :

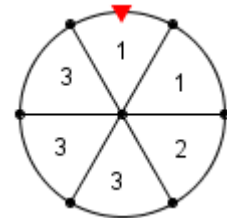
Un **événement** est constitué d'une ou de plusieurs issues d'une expérience aléatoire.

On dit qu'une de ces issues **réalise** l'événement.

La **probabilité d'un événement** est la somme des probabilités des issues qui le réalisent.

### Exemple :

On tourne la roue bien équilibrée ci-contre et on relève le numéro du secteur qui s'arrête en face du repère.



On note S l'événement « Sortie d'un nombre supérieur ou égal à 2 ».

Il est réalisé par les issues « Sortie du 2 » et « Sortie du 3 ».

La probabilité de sortie du 2 est  $\frac{1}{6}$

La probabilité de sortie du 3 est  $\frac{3}{6}$

On a simplifié la fraction

La probabilité de l'événement S est donc  $P(S) = \frac{1}{6} + \frac{3}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ .

### Propriété :

La probabilité d'un événement est (toujours) un nombre compris entre 0 et 1.

### Définition :

L'**événement contraire** d'un événement A est l'événement qui se réalise chaque fois que A n'est pas réalisé : il est réalisé par toutes les issues qui ne réalisent pas l'événement A.

Cet événement est noté  $\bar{A}$ .

### Propriété :

La somme des probabilités d'un événement et de son contraire vaut 1 :  $P(A) + P(\bar{A}) = 1$

### Remarque :

On peut en déduire que  $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

### Exemple :

Dans l'exemple précédent, l'événement contraire de l'événement S « Sortie d'un nombre supérieur ou égal à 2 » est l'événement  $\bar{S}$  « Sortie d'un nombre strictement inférieur à 2 ».

Le seul nombre strictement inférieur à 2 ici est le nombre 1.

La probabilité de sortie du 1 est  $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

donc  $P(\bar{S}) = \frac{1}{3}$

On aurait pu le trouver aussi grâce à l'égalité :

$$P(\bar{S}) = 1 - P(S) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{3}{3} - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

### III Expériences aléatoires à deux épreuves

#### Définition :

Une **expérience aléatoire à deux épreuves** est constituée de deux expériences aléatoires qui se suivent.

#### Exemples :

On peut par exemple faire tourner une roue deux fois.

On peut aussi tirer à pile ou face, puis piocher une boule.

Ou encore choisir au hasard un short, puis choisir au hasard un tee shirt.

#### Définition :

Lorsque le résultat de la deuxième épreuve ne dépend pas du résultat de la première, on dit que les deux épreuves sont **indépendantes**.

#### Exemples :

Les épreuves des trois exemples précédents sont indépendantes.

Si on tire deux fois à la suite une boule dans une urne les deux épreuves ne sont pas indépendantes (si par exemple je tire une boule noire à la première épreuve, il y aura une boule noire de moins de disponible à la deuxième épreuve)

#### Méthode :

Pour étudier une expérience aléatoire à deux épreuves, on peut utiliser un tableau à double entrée.

#### Exemple :

Une urne contient 3 boules numérotées 1, 2 et 3.

On considère l'expérience aléatoire suivante :

- on tire une première boule au hasard, on note son numéro, puis on la remet dans l'urne ;
- on tire ensuite une autre boule et on note son numéro.

On peut noter toutes les issues dans un tableau à double entrée.

1 <sup>re</sup> boule \ 2 <sup>e</sup> boule	1	2	3
1	(1 ; 1)	(1 ; 2)	(1 ; 3)
2	(2 ; 1)	(2 ; 2)	(2 ; 3)
3	(3 ; 1)	(3 ; 2)	(3 ; 3)