Séquence 2 : Calcul littéral (1ère partie)

Objectifs:

3L11-1 : Réduire des expressions algébriques simples

3L13 : Résoudre algébriquement des équations du 1er degré

I Expression littérale

Définition:

Une expression littérale est une expression (un calcul) dans laquelle un ou plusieurs nombres sont désignés par des lettres.

Règle:

Dans une expression littérale, on peut supprimer le signe × lorsqu'il est placé devant une lettre ou une parenthèse.

Exemple:

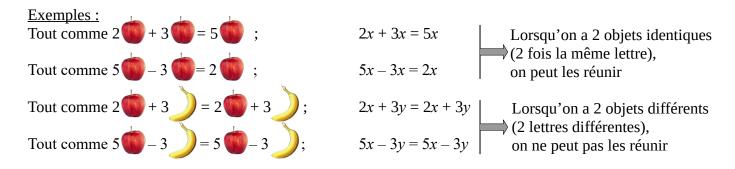
On veut simplifier l'écriture de l'expression suivante.

$$A = -3 \times x + 2 \times (5 \times x + 2 \times 4)$$

$$A = -3 \times x + 2 \times (5 \times x + 2 \times 4)$$

$$A = -3 x + 2(5 x + 8)$$

II Réduire une expression littérale



III Équation du premier degré à une inconnue

1. Notion d'équation

Définition:

Une équation est une égalité dans laquelle figurent un ou plusieurs nombres inconnus, désignés le plus souvent par des lettres.

Exemple:

2x + 5 = 7x - 1 est une équation à une inconnue x.

Vocabulaire:

On nomme membre de gauche la partie d'une équation située à gauche du signe égal.

Exemple:

Dans l'équation précédente, le membre de gauche est 2x + 5 et le membre de droite est 7x - 1.

2. Solution d'une équation

Définitions:

Résoudre une équation, c'est trouver toutes ses solutions, c'est à dire toutes les valeurs pour lesquelles l'égalité est vraie.

Exemple:

Le nombre 1,2 est solution de l'équation 2 x + 5 = 7 x - 1. En effet : Calcul du membre de gauche pour x = 1,2 : 2 × 1,2 + 5 = 2,4 + 5 = 7,4 Calcul du membre de droite pour x = 1,2 : 7 × 1,2 - 1 = 8,4 - 1 = 7,4

IV Résolution algébrique d'une équation

Propriété:

a, b, c désignent des nombres. Si a = b, alors a + c = b + c. Si a = b, alors a - c = b - c.

Exemple:

Si x est un nombre tel que x - 8 = 4alors x - 8 + 8 = 4 + 8donc x = 12

Propriété:

a, b, c désignent des nombres avec $c \neq 0$. Si a = b, alors $a \times c = b \times c$. Si a = b, alors $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$.

Exemple:

Si x est un nombre tel que -3 x = 5

alors
$$\frac{-3x}{-3} = \frac{5}{-3}$$

donc $x = -\frac{5}{3}$

Méthode de résolution d'une équation du type a x + b = c x + d:

- 1. On élimine le plus petit terme « en x » (+ ou -)
- 2. On élimine le terme « sans x » qui est à côté du terme « en x » qui reste (+ ou -)
- 3. On élimine le nombre qui est « collé » à x (× ou \div)

Exemple:

Résolution de l'équation 5x - 4 = 3x + 2

5x-4=3x+2 \leftarrow 1. Pour éliminer « 3x » on fait -3x des deux côtés 2x-4=2 \leftarrow 2. Pour éliminer « -4 » on fait +4 des deux côtés 2x=6 \leftarrow 3. Pour éliminer « $2\times$ » on fait \div 2 des deux côtés x=3

3 est solution de l'équation.

V Modélisation d'une équation

Méthode:

- 1. Choix de l'inconnue de façon à pouvoir exprimer toutes les données de l'énoncer facilement en fonction de celle-ci (le choix de l'inconnue est souvent aidé par la question).
- 2. Exprimer les autres données de l'énoncé en fonction de l'inconnue
- 3. Exprimer la ou les équations induites par l'énoncé

Exemple:

Arnaud a 3 ans de plus que Bernard et Chloé est deux fois plus âgée qu'Arnaud. En ajoutant leurs âges respectifs, on obtient 49 ans. Quel âge a Arnaud ?

1. On note x l'âge d'Arnaud. \leftarrow La question demande l'âge d'Arnaud et on voit que les âges de chaque personne ont un lien avec

l'âge d'Arnaud

- 2. Bernard a x 3 ans \leftarrow Si Arnaud a 3 ans de plus que Bernard, Bernard a 3 ans de moins Chloé a $x \times 2$ ans \leftarrow Le double d'un nombre, c'est ce nombre \times 2. l'âge d'Arnaud est x
- 3. $A_{Amaud} + A_{Bernard} + A_{Chloé} = 49 \leftarrow$ « En ajoutant leurs âges respectifs, on obtient 49 ans » $x + x 3 + x \times 2 = 49 \leftarrow$ On remplace les âges par les expressions qu'on a trouvés
 - $x + x 3 + x \times 2 = 49$ \leftarrow On remplace les ages par les expressions qu'on a trouve 4x 3 = 49 \leftarrow On réduit (on met ensemble ce qui va ensemble)
 - 4x = 47 + 3 = 52 \leftarrow On résout l'équation $x = \frac{52}{4} = 13$

Arnaud a 13 ans