Formulaire de Thermodynamique

Raphaël Jamann

1 Les différentes forces

1.1 Force de frottement solide

$F_f = \mu N$ avec μ le coefficient de frottement qui dépend des matériaux du support et du système et N la norme de la réaction normale du support.

1.2 Force de Pesanteur (Poids)

$$F_p = mg$$

- F_p : force de pesanteur.
- m : masse de l'objet (en kilogrammes).
- g : accélération due à la gravité ($9,81\ m\ s^{-2}$).

1.3 Force de Réaction Normale

$$N = F_p \cos(\theta)$$

- N : force normale.
- F_p : force de pesanteur.
- θ : angle entre la surface et l'horizontale.

1.4 Force de Frottement Solide

$$F_f = \mu N$$

- F_f : force de frottement.
- μ : coefficient de frottement (statique ou cinétique).
  $\mu_c = \frac{R_T}{R_N}$ quand le système glisse et $\mu_s = \frac{R_{Tmax}}{R_N}$ quand il est statique.
- N : force normale.

1.5 Force Élastique (Loi de Hooke)

$$\overrightarrow{F} = -k(L - l)\overrightarrow{u}$$

- F : force de rappel d'un ressort.
- k : constante de raideur (en N, m^{-1}).
- l : longueur "à vide" du ressort.
- L : longueur du ressort étiré ou compressé.
- $\overrightarrow{u}$: vecteur dirigé de l'extrémité fixe du ressort vers le système (l'autre extrémité).

1.6 Force Gravitationnelle

$$F_g = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

- F_g : force gravitationnelle.
- G : constante de gravitation universelle ($6,67 \times 10^{-11}\ N\ (m^2\, kg^{-2})$).
- m_1 et m_2 : masses des objets.
- r : distance entre les centres de masse.

1.7 Force de Lorentz

$$\overrightarrow{F} = q(\overrightarrow{E} + \overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B}) = \underbrace{q\overrightarrow{E}}_{\textit{électrique}} + \overbrace{q\overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B}}^{\textit{magnétique}}$$

Une charge q qui se déplace dans une région de l'espace où coexistent un champ électrique $\overrightarrow{E}$ et un champ magnétique $\overrightarrow{B}$, subit une force totale dite de Lorentz.

1.8 Force de Laplace

Soit un fil rectiligne de longueur l parcouru par un courant I. Si ce fil est situé dans une région de l'espace où il y a un champ magnétique $\overrightarrow{B}$, alors il est soumis à une force de Laplace donnée par :

$$\overrightarrow{F} = I \cdot \overrightarrow{l} \wedge \overrightarrow{B}$$

2 Les Lois de Newton

- **1ère loi de Newton : principe d'inertie**
  Il existe des référentiels privilégiés dits galiléens dans lesquels le mouvement d'un point isolé ou pseudo-isolé est rectiligne uniforme. Ainsi, si R_g est galiléen, alors tout référentiel en translation rectiligne uniforme par rapport à R_g est aussi galiléen.

$$\frac{\mathrm{d}\varepsilon_c}{\mathrm{d}t} = 0 \qquad \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{p}}{dt} = \overrightarrow{0} \qquad \frac{d\overrightarrow{\sigma}}{dt} = \overrightarrow{0}$$

- **2ème loi de Newton : principe fondamental de la dynamique (PFD)**
  Les forces sont à l'origine du mouvement : $\sum \overrightarrow{F}_{\text{ext}} = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{p}}{\mathrm{d}t} = m\overrightarrow{a}$ dans un référentiel galiléen.
- **3ème loi de Newton : principe des actions réciproques**
  Si deux points sont en interaction, on a deux forces : $\overrightarrow{f_{1/2}} = -\overrightarrow{f_{2/1}}$
  Une force unique existant seule n'existe pas, d'où la résultante nulle des forces intérieures à un système.

3 Définitions

3.1 Quantité de mouvement

La quantité de mouvement (ou résultante cinétique) est définie comme $\overrightarrow{p} = m\overrightarrow{v}$.

3.2 Moment cinétique

Le moment cinétique est le moment de la quantité de mouvement $\overrightarrow{p}$.

$$\overrightarrow{\sigma} = \overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{p} = \overrightarrow{OM} \wedge m\overrightarrow{v}$$

3.3 Moment d'inertie

Le moment d'inertie d'un solide (domaine $\mathcal{D}$) par rapport à un axe fixe Δ est :

$$J_\Delta = \iiint_{\mathcal{D}} r^2 dm$$

3.4 Énergie cinétique

L'énergie cinétique d'un point matériel de masse m et de vitesse v est :

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

Cas du mouvement de rotation autour d'un axe fixe Δ :

$$E_c = \frac{1}{2}J_\Delta\omega^2$$

3.5 Énergie Potentiel

Si le travail élémentaire de la force F peut s'écrire sous la forme d'une différentielle exacte alors, on peut définir une énergie potentielle E_p telle que :

$$\mathrm{d}E_p = -\mathrm{d}W$$

On dit que la force dérive d'une énergie potentielle et aussi que cette force est conservative.

3.6 Énergie mécanique

Définition de l'énergie mécanique :

$$E_M = E_C + \sum E_P$$

3.7 Travail d'une force

Le travail mécanique représente la quantité d'énergie échangée entre le système et le milieu extérieur et pouvant être transformée d'une forme en une autre.

Pour une force constante, $W_{A \to B}(\overrightarrow{F}) = \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{AB}$

On note aussi, $\delta W = \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}l}$, ce qui donne pour une force quelconque :

$$W_{A \to B}(\overrightarrow{F}) = \int_A^B \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}l}$$

Dans le cas d'une rotation élémentaire du point M autour de (Oz) :

$$\delta W = \mathcal{M}_{Oz}(\overrightarrow{F})\mathrm{d}\theta$$

3.8 Puissance d'une force

La puissance d'une force F, qui s'exerce sur un point M de vitesse $\overrightarrow{v}$ est définie par :

$$P = \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{v}$$

Lorsque la puissance d'une force est nulle ($P = 0$), la force peut dévier la trajectoire du système mais pas modifier la norme de sa vitesse.

4 Les théorèmes importants

4.1 Théorème de l'énergie mécanique

Dans un référentiel galiléen, la variation d'énergie mécanique d'un point matériel est égale à la somme des travaux des forces non-conservatives :

$$\Delta E_M = E_M(B) - E_M(A) = \sum_i W_{A \to B}(\overrightarrow{F}_{i,\mathbf{nc}}) = W_{A \to B}(\overrightarrow{F}_{ext,\mathbf{nc}})$$

4.2 Théorème de l'énergie cinétique (TEC)

Dans un référentiel galiléen, la variation de l'énergie cinétique d'un point matériel est égale à la somme des travaux de toutes les forces :

$$\Delta E_C = E_C(B) - E_C(A) = \sum_i W_{A \to B}(\overrightarrow{F_i}) = W_{A \to B}(\overrightarrow{F_{ext}})$$

$$\mathrm{d}E_c = \delta W_{(\overrightarrow{F})}$$

4.3 Théorème du moment cinétique (TMC)

Pour un point matériel en rotation autour d'un axe fixe Δ ($J_\Delta \ddot{\theta}$ la dérivée du moment cinétique sur Δ) :

$$\sum \mathcal{M}_{\overrightarrow{F}}(\Delta) = J_\Delta \ddot{\theta} = J_\Delta \dot{\omega}$$

Ou alors dans un référentiel galiléen, la dérivée par rapport au temps du moment cinétique $\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{\sigma_O}}{\mathrm{d}t}$ du point matériel calculé en O (point fixe) est égal au moment $\overrightarrow{\Gamma_O}$ par rapport à O de la résultantedes forces $\overrightarrow{R}$.

$$\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{\sigma_O}}{dt} = \sum \overrightarrow{\mathcal{M}_{0(\overrightarrow{F}_{ext})}} = \overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{R} = \overrightarrow{\Gamma_O}$$

Attention cependant à être en méanique du point. Sinon $\overrightarrow{\Gamma_O} \neq \overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{R}$!

4.4 Théorème de la puissance cinétique

Dans un référentiel galiléen, la dérivée par rapport au temps de l'énergie cinétique d'un point matériel est égale à la puissance de toutes les forces appliquées.

$$P_{tot} = \frac{\mathrm{d}E_c}{\mathrm{d}t}$$