

# Filtres Électroniques Passifs

Raphaël Jamann

## 1 Qu'est ce qu'un filtre

Un filtre est un quadripôle linéaire (constitué de dipôles linéaires R,L et C) qui **permet d'atténuer certaines fréquences** en régime sinusoïdal.

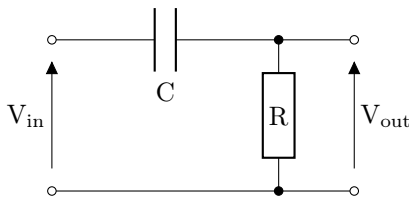
Les filtres fonctionnent grâce à l'impédance complexe des dipôles R et C qui dépendent de la pulsation  $\omega$  et donc de la fréquence  $f = \frac{\omega}{2\pi}$ .

En effet, l'impédance d'un condensateur est  $\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C}$ .

L'impédance d'une bobine L est  $\underline{Z}_L = j\omega L$

## 2 Exemples de filtres passe haut

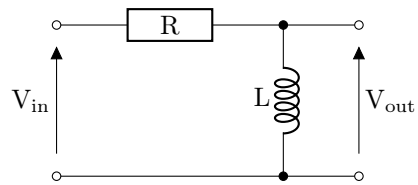
### 2.1 High Pass RC Filter



Sur ce montage, lorsque la fréquence est basse, l'impédance du condensateur est très grande donc la tension de sortie est plus faible que celle d'entrée.

Lien de la [simulation](#).

### 2.2 High Pass RL Filter



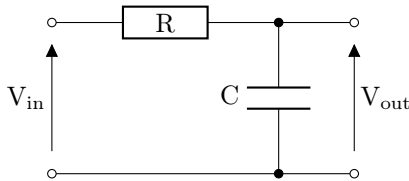
Sur ce montage, lorsque la fréquence est basse, l'impédance de la bobine est faible donc la tension de sortie est faible également.

$$\underline{V}_{out}(t) = \underline{Z}_L \underline{i}(t) = \underline{Z}_L = j\omega L \underline{i}(t)$$

Lien de la [simulation](#).

## 3 Exemples de filtres passe bas

### 3.1 Low Pass RC Filter

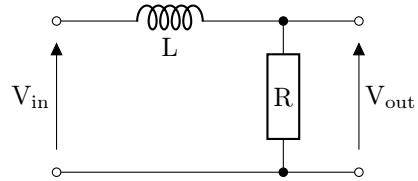


Sur ce montage, lorsque la fréquence est haute, l'impédance du condensateur est basse donc la tension de sortie est basse également.

$$\underline{V}_{out}(t) = \underline{Z}_C \underline{i}(t) = \frac{1}{j\omega C} \underline{i}(t)$$

Lien de la [simulation](#).

### 3.2 Low Pass RL Filter



Sur ce montage, lorsque la fréquence est haute, l'impédance de la bobine est grande donc la tension de sortie est plus faible que celle d'entrée.

Lien de la [simulation](#).

## 4 Fonction de transfert : définitions

Fonction complexe qui indique le rapport entre la tension de sortie et celle d'entrée, notée :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e} = \frac{U_{sm}}{U_{em}} e^{j\varphi_{u_s} - \varphi_{u_e}}$$

Pour trouver  $\underline{u}_s$ , on applique le pont diviseur de tension.

\* Module de  $H$  : gain  $G(\omega) = |\underline{H}| = \frac{U_{sm}}{U_{em}}$

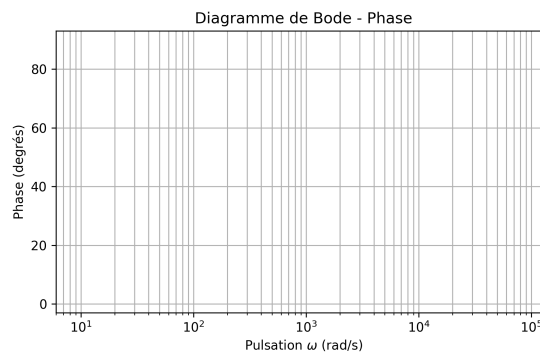
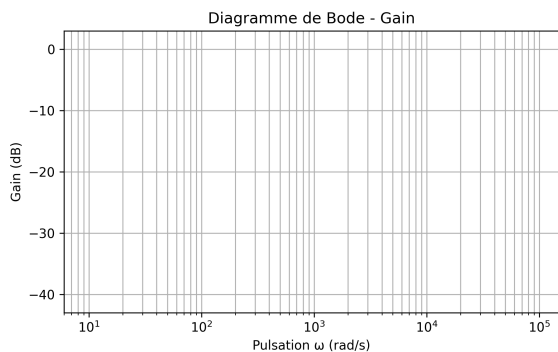
\* Gain en décibels :  $G_{dB} = 20 \log |\underline{H}|$

\* Argument de  $H$  : déphasage  $\varphi(\omega) = \varphi_{u_s} - \varphi_{u_e}$

## 5 Diagrammes de Bode

Les diagrammes de bodes sont une façon de représenter le comportement d'un filtre.

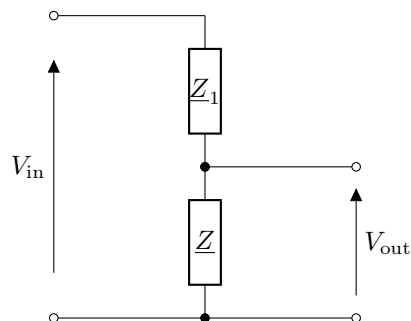
On représente d'une part le gain en fonction et la fréquence (ou pulsation) et d'autre part le déphasage de la tension de sortie par rapport à la tension d'entrée en fonction de la fréquence.



## 6 Diviseur de Tension

La formule du pont diviseur de tension dans ce circuit est :

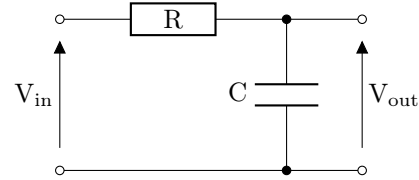
$$V_{out} = V_{in} \times \frac{Z}{Z + Z_1}$$



## 7 Etude complète d'un filtre simple

### 7.1 Schéma électrique du filtre

On reconnaît un filtre passe-bas  $RC$  du premier ordre.



### 7.2 Comportement du filtre à basse et haute fréquence

- \*  $\omega \rightarrow 0$  : Le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert ( $Z_C \rightarrow +\infty$ ).  
 $V_{out} = V_{in}$  Le signal basse fréquence passe.
- \*  $\omega \rightarrow +\infty$  : Le condensateur se comporte comme un fil ( $Z_C \rightarrow 0$ ).  
 $V_{out} = 0$  Le signal haute fréquence est coupé (car la tension au borne d'un fil est nulle).

### 7.3 Calcul fonction de transfert

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e} = \frac{1}{\underline{u}_e} \times \underline{u}_e \times \frac{\frac{1}{jC\omega}}{\frac{1}{jC\omega} + R} = \frac{\frac{1}{jC\omega}}{\frac{1}{jC\omega} + R} = \frac{1}{1 + jRC\omega} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} \quad \text{avec } \omega_0 = \frac{1}{RC}$$

$$G = |\underline{H}(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$

$$G_{dB} = 20 \log |\underline{H}(j\omega)|$$

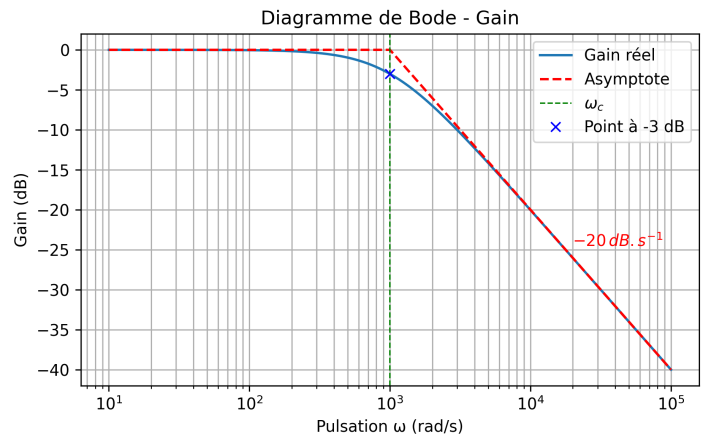
### 7.4 Etude asymptotique du gain

- \*  $\omega \rightarrow +\infty$  :  $G_{dB} \rightarrow 20 \log \left( \frac{\omega_0}{\omega} \right) = 20 \log(\omega_0) - 20 \log(\omega)$  car  $\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} \underset{\omega \rightarrow \infty}{\sim} \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} = \frac{\omega_0}{\omega}$

La pente est alors de  $-20 \text{ dB}$  par décade (multiplication/division par 10 de la pulsation) pour les hautes fréquences.

- \*  $\omega \rightarrow 0$  :  $G_{dB} \rightarrow 1$

- \*  $\omega \rightarrow \omega_0$  :  $G_{dB} \rightarrow 20 \log \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \approx -3 \text{ dB}$



### 7.5 Etude de la Phase

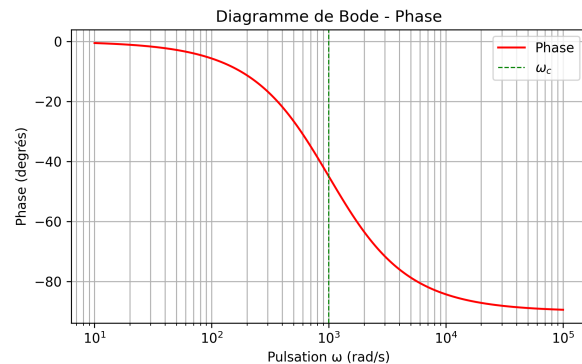
On étudie la différence de phase entre le signal de sortie et le signal d'entrée :  $\varphi_{\underline{u}_s/\underline{u}_e}$

$$\arg(H) = \arg(1) - \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) = -\arctan\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$$

- \*  $\omega \rightarrow 0$  :  $\arg(H) = -\arctan(0) \rightarrow 0$

- \*  $\omega \rightarrow +\infty$  :  $\arg(H) = -\arctan\left(\frac{\infty}{\omega_0}\right) \rightarrow -\frac{\pi}{2}$

- \*  $\omega \rightarrow \omega_0$  :  $\arg(H) = -\arctan(1) \rightarrow -\frac{\pi}{4}$



## 8 Etude complète d'un filtre passe haut

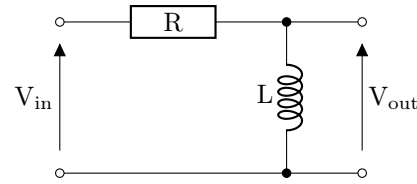
### 8.1 Comportement du filtre à basse et haute fréquence

\*  $\omega \rightarrow 0$  : La bobine se comporte comme un fil ( $Z_L \rightarrow 0$ ).

$V_{out} = 0$  Le signal basse fréquence est coupé.

\*  $\omega \rightarrow +\infty$  : La bobine se comporte comme un interrupteur ouvert ( $Z_L \rightarrow +\infty$ ).

$V_{out} = V_{in}$  Le signal haute fréquence passe.



### 8.2 Calcul fonction de transfert

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e} = \frac{jL\omega}{jL\omega + R} = \frac{\frac{jL\omega}{R}}{1 + \frac{jL\omega}{R}} = \frac{\frac{j\omega}{\omega_0}}{1 + \frac{j\omega}{\omega_0}} \quad \text{avec } \omega_0 = \frac{R}{L}$$

On pourrait décomposer la fonction de transfert afin de retrouver la fonction de transfert d'un filtre passe bas.

$$\underline{H}(j\omega) = \underline{H}_1(j\omega) * \underline{H}_2(j\omega) = \frac{j\omega}{\omega_0} * \frac{1}{1 + \frac{j\omega}{\omega_0}}$$

$$G_{dB} = 20 \log |\underline{H}(j\omega)| = 20 \log \left( \frac{\frac{\omega}{\omega_0}}{\sqrt{1 + (\frac{\omega}{\omega_0})^2}} \right)$$

### 8.3 Etude asymptotique du gain

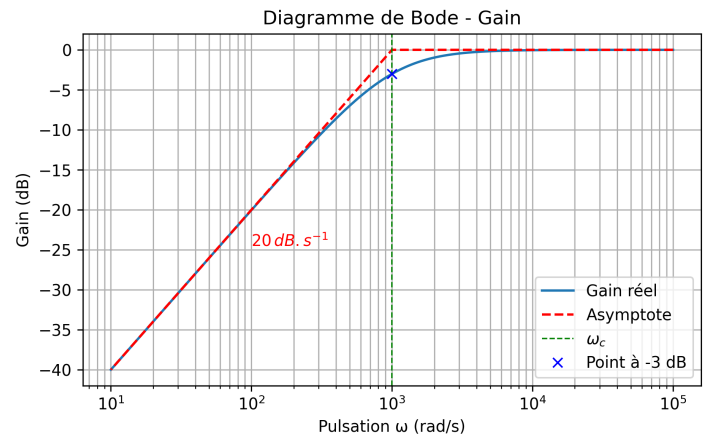
\*  $\omega \rightarrow 0$  :  $G_{dB} \rightarrow 20 \log \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)$

$= 20 \log(\omega) - 20 \log(\omega_0) \rightarrow -\infty$

La pente est alors de  $+20 \text{ dB}$  par décade.

\*  $\omega \rightarrow +\infty$  :  $G_{dB} \rightarrow 20 \log(1) = 0$

\*  $\omega \rightarrow \omega_0$  :  $G_{dB} \rightarrow 20 \log \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \approx -3 \text{ dB}$



### 8.4 Etude de la Phase

On étudie la différence de phase entre le signal de sortie et le signal d'entrée :  $\varphi_{u_s/u_e}$

$$\arg(H) = \arg(1) - \arctan \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right) = -\arctan \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)$$

\*  $\omega \rightarrow 0$  :  $\arg(H) = -\arctan(0) \rightarrow 0$

\*  $\omega \rightarrow +\infty$  :  $\arg(H) = -\arctan \left( \frac{\infty}{\omega_0} \right) \rightarrow -\frac{\pi}{2}$

\*  $\omega \rightarrow \omega_0$  :  $\arg(H) = -\arctan(1) \rightarrow -\frac{\pi}{4}$

