

## TP 11 : Loi de Hooke

Cédric, Raphaël J, Romain

# Sommaire

## I Formule de Hooke

I.1 À tout instant

I.2 À l'équilibre

## II Déterminer $k$

II.1 Par régression linéaire (étude à l'équilibre)

II.2 Par étude périodique (étude du mouvement)

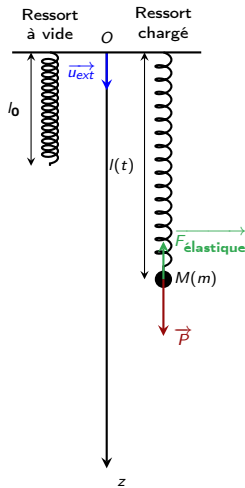
# I Formule de Hooke

## I.1 À tout instant

D'après la **Loi de Hooke**,

$$\forall t, \quad \overrightarrow{F_{\text{élastique}}} = -k \times (l(t) - l_0) \overrightarrow{u_{\text{ext}}}$$

avec :  $\begin{cases} k \text{ la constante de raideur du ressort} \\ l_0 \text{ la longueur à vide du ressort} \\ l(t) \text{ la longueur instantanée du ressort} \end{cases}$



# I Formule de Hooke

## I.2 À l'équilibre

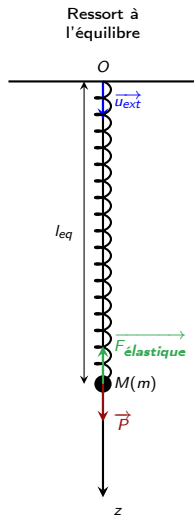
À l'équilibre, on a le principe fondamental de la dynamique suivant :

$$\vec{P} + \vec{F}_{\text{élastique}} = \vec{0}$$

En projetant selon  $(Oz)$ , on obtient :

$$mg = k(l_{\text{eq}} - l_0)$$
$$\Rightarrow \boxed{m = \frac{k}{g} \cdot x}$$

avec :  $\boxed{x = l_{\text{eq}} - l_0}$  l'allongement du ressort chargé



# II Déterminer k

## II.1 Par régression linéaire (étude à l'équilibre)

```
import numpy as np

x_list = np.array([...])
m_list = np.array([...])

a,b = np.polyfit(x_list,m_list,1)
```

Figure 1 : Code essentiel à la régression

$$m = \underbrace{\frac{k}{g}}_a x + \underbrace{0}_b$$

Figure 2 : Relation entre formule et code

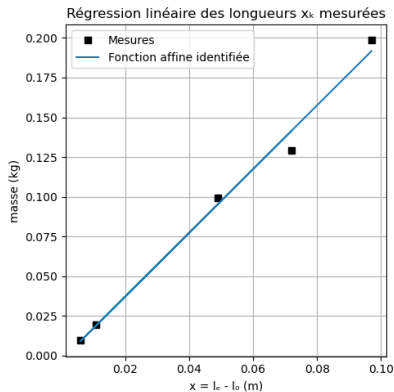


Figure 3 : Régression linéaire de  $m = ax + b$

# II Déterminer k

## II.2 Par étude périodique (étude du mouvement)

Principe fondamental de la dynamique :

$$m\overrightarrow{a(M/R)} = m\overrightarrow{g} + \overrightarrow{F_{\text{élastique}}}$$

En projetant selon  $(Oz)$  :

$$m\ddot{z}(t) = mg - k(z(t) - l_0)$$

$$\Rightarrow \ddot{z}(t) + \frac{k}{m}z(t) = g + \frac{kl_0}{m}$$

$$\Rightarrow \ddot{z}(t) + \omega_0^2 z(t) = g + \frac{kl_0}{m}$$

$$\omega_0 \text{ vérifie alors : } \begin{cases} \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \\ \omega_0 = \frac{2\pi}{T} \end{cases}$$

$$\text{On a donc : } \sqrt{k} = \frac{2\pi\sqrt{m}}{T}$$

$$\Rightarrow k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$$

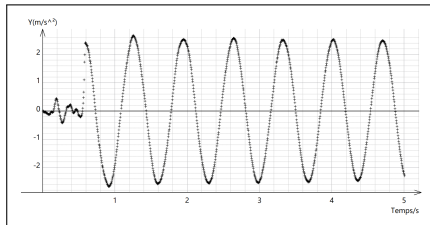


Figure 4 : Courbe de l'accélération verticale en fonction du temps