Définition 3.1 - *opérateur* $\overrightarrow{\nabla}$

$\overrightarrow{\nabla}$ est un *opérateur différentiel vectoriel*.

1. dans la base cartésienne :
$$\overrightarrow{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\overrightarrow{u_x} + \frac{\partial}{\partial y}\overrightarrow{u_y} + \frac{\partial}{\partial z}\overrightarrow{u_z}$$
2. dans la base polaire :
$$\overrightarrow{\nabla} = \frac{\partial}{\partial r}\overrightarrow{u}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}\overrightarrow{u}_\theta + \frac{\partial}{\partial z}\overrightarrow{u}_z$$
3. dans la base sphérique :
$$\overrightarrow{\nabla} = \frac{\partial}{\partial r}\overrightarrow{u}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}\overrightarrow{u}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \varphi}\overrightarrow{u}_\varphi$$

Définition 3.2 - *gradient d'une fonction scalaire*

le *gradient d'une fonction scalaire* f correspond au produit du vecteur $\overrightarrow{\nabla}$ par f :
$$\overrightarrow{\mathrm{grad}} f = \overrightarrow{\nabla} f$$

Définition 3.3 - *divergence d'une fonction vectorielle*

la *divergence d'une fonction vectorielle* $\overrightarrow{A}$ correspond au produit scalaire de $\overrightarrow{\nabla}$ par $\overrightarrow{A}$:
$$\mathrm{div}\,\overrightarrow{A} = \overrightarrow{\nabla}\cdot\overrightarrow{A}$$

Définition 3.4 - *rotationnel d'une fonction vectoriel*

Le *rotationnel d'une fonction vectorielle* $\overrightarrow{A}$ correspond au produit vectoriel de $\overrightarrow{\nabla}$ par $\overrightarrow{A}$:
$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\overrightarrow{A} = \overrightarrow{\nabla}\wedge\overrightarrow{A}$$

Théorème 3.5 - *équation locale de Maxwell-Gauss*

En tout point M de l'espace :
$$\mathrm{div}\,\overrightarrow{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$
avec $\begin{cases}\epsilon_0 & \text{la permittivité diélectrique du vide}\\ \rho & \text{la densité volumique de charge}\end{cases}$

Définition 3.6 - *surface de Gauss*

On appelle *surface de Gauss* un objet topologique :

1. fermé ;
2. comportant le point M d'étude ;
3. facilitant les calculs sachant les symétries et variance de la distribution des charges.

Théorème 3.7 - *théorème de Gauss*

Le flux Φ du champ électrostatique sortant d'une surface de Gauss Σ_G est relié à la charge Q_{int} contenue à l'intérieur de cette surface :

$$\Phi = \oiint_{\Sigma_G} \overrightarrow{E} \cdot \mathrm{d}\overrightarrow{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

$$\text{avec} \begin{cases} \epsilon_0 \ \text{ la permittivité diélectrique du vide} \\ \mathrm{Q}_{\text{int}} = \iiint_{V(\Sigma_G)} \rho \, \mathrm{d}\tau \ \text{ la charge contenue à l'intérieur de } \Sigma_G \\ \rho \ \text{ la densité volumique de charge} \end{cases}$$