Définition 2.1 - *automate fini déterministe*

Un automate fini déterministe $\mathcal{A}$ est défini par un quintuplet $(\Sigma, Q, q_0, F, \delta)$, où :

1. Σ est un alphabet fini ;
2. Q est un *ensemble fini d'états* ;
3. $q_0 \in Q$ est l'*état initial* ;
4. $\mathcal{F} \subset Q$ est un *ensemble d'états finaux* ;
5. δ est une application d'une partie de $Q \times \Sigma$ dans Q est la *fonction de transition*.

Il est commun de représenter par un tableau à double entrées, dit *table de transition*, les valeurs prises par δ.

Définition 2.2 - *chemin, étiquette d'un chemin*

Un *chemin* dans un automate est une suite finie d'états $(q_1, \ldots, q_n)$ telle qu'il existe $a_1, \ldots, a_{n-1}$ dans Σ, tel que :

$$\forall i \in [\![1, n]\!], \delta(q_i, a_i) = q_{i+1}$$

Assertion que l'on notera :

$$q_1 \xrightarrow{a_1} q_2 \xrightarrow{a_2} \ldots \xrightarrow{a_{n-1}} q_n$$

L'*étiquette du chemin* est alors le mot $a_1 \ldots a_{n-1}$.

Définition 2.3 - *chemin acceptant*

Un chemin $(q_1, \ldots, q_n)$ d'un automate $\mathcal{A}$ est *acceptant* lorsque q_1 est l'état initial (ou un état initial si AFND) de $\mathcal{A}$ et q_n est un état final de $\mathcal{A}$.
On dit alors que l'étiquette de $(q_1, \ldots, q_n)$, qui est un mot, *est reconnue par* $\mathcal{A}$.

Définition 2.4 - *langage reconnu*

L'ensemble des mots reconnus par $\mathcal{A}$ un automate fini est noté $\mathcal{L}(\mathcal{A})$ et est appelé *langage reconnu par* $\mathcal{A}$.

Définition 2.5 - *état accessible*

Un état q d'un automate fini $\mathcal{A}$ est dit accessible lorsqu'il existe un chemin de $\mathcal{A}$ de l'état initial (ou d'un état initial) de $\mathcal{A}$ menant à q.

Définition 2.6 - *état co-accessible*

Un état q d'un automate fini $\mathcal{A}$ est dit co-accessible lorsqu'il existe un chemin de $\mathcal{A}$ reliant q à un état final de $\mathcal{A}$.

Définition 2.7 - *état utile*

Un état d'un automate fini est dit utile s'il est accessible et co-accessible.

Définition 2.8 - *automate fini émondé*

La présence d'états non utiles (non accessibles ou non co-accessibles) n'altère pas le langage reconnu par un automate fini $\mathcal{A}$.
On dit alors qu'un automate $\mathcal{A}'$ est *émondé* s'il ne contient que des états utiles.

Définition 2.9 - *automate des parties d'un AFND*

Soit $\mathcal{A}_{\mathrm{ND}} = (\Sigma, Q, I, F, \delta)$ un automate fini non déterministe. On appelle *automate des parties de $\mathcal{A}_{ND}$*, noté $\mathcal{A}_{\mathrm{D}} = (\Sigma, Q_{\mathrm{D}}, q_{0,\mathrm{D}}, F_{\mathrm{D}}, \delta_{\mathrm{D}})$ tel que :

1. $Q_{\mathrm{D}} = \mathcal{P}(Q)$;
2. $q_{0,\mathrm{D}} = I$;
3. $F_{\mathrm{D}} = \{P \in Q_{\mathrm{D}},\ P \cap F \neq \varnothing\}$, l'ensemble des états de $\mathcal{A}_{\mathrm{D}}$ contenant au moins un état final de $\mathcal{A}_{\mathrm{ND}}$.
4. $\delta_{\mathrm{D}} : \begin{array}{ccl} Q_{\mathrm{D}} \times \Sigma & \to & Q_{\mathrm{D}} \\ (P, a) & \mapsto & \{q \in Q,\ \exists p \in P,\ q \in \delta(p, a)\} = \bigcup_{p \in P} \{q \in Q,\ q \in \delta(p, a)\} \end{array}$

Pour $P \in Q_{\mathrm{D}}$ et $a \in \Sigma$, $\delta_{\mathrm{D}}(P, a)$ est l'ensemble des états de Q accessibles en lisant a depuis un élément de P.
$\mathcal{A}_{\mathrm{D}}$ est alors un automate fini déterministe.

Définition 2.10 - *ϵ-fermeture d'un état d'un ϵ-AFND*

Soit $(\Sigma, Q, I, F, \delta)$ un ϵ-AFND. On appelle ϵ-fermeture d'un état q est l'ensemble des états accessibles depuis un chemin dont l'étiquette est le mot vide. On la note ϵ-$F(q)$.