

**Proposition 19.8** - *inégalité des pentes*

Soit  $f : I \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction convexe. Alors pour tout  $(a, b, c) \in I^3$  avec  $a < b < c$  :

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} \leq \frac{f(c) - f(a)}{c - a} \leq \frac{f(c) - f(b)}{c - b}$$

**Proposition 19.20** - *caractérisation du minimum global d'une fonction convexe*

Soit  $f$  une fonction convexe définie au voisinage d'un réel  $x_0$ , dérivable en  $x_0$ .  $f$  admet un minimum global en  $x_0$  si et seulement si  $f'(x_0) = 0$ .

**Théorème 19.26** - *inégalité de Hölder*

Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $(p, q) \in (\mathbb{R}_+^*)^2$  tel que  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ . Soit  $(a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_n) \in (\mathbb{R}_+^*)^{2n}$ . On a :

$$\sum_{k=1}^n a_k b_k \leq \sqrt[p]{\sum_{k=1}^n a_k^p} \sqrt[q]{\sum_{k=1}^n b_k^q}$$

**Théorème 19.27** - *inégalité de Minkowski*

Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $p \in (\mathbb{R}_+^*)$ . Soit  $(a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_n) \in (\mathbb{R}_+^*)^{2n}$ . On a :

$$\sqrt[p]{\sum_{k=1}^n (a_k + b_k)^p} \leq \sqrt[p]{\sum_{k=1}^n a_k^p} + \sqrt[p]{\sum_{k=1}^n b_k^p}$$