Définition 11.1 - *série entière*

On appelle *série entière* de la variable complexe x de coefficients $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la série de fonctions $\sum_n a_n x^n$.

Théorème 11.3 - *lemme d'Abel*

Soit $\sum_n a_n z^n$ une série entière et z_0 un nombre complexe non nul tel que $(a_n z_0^n)_{n\in\mathbb{N}}$ est bornée. Pour tout $z \in \mathbb{C}$ tel que $|z| < |z_0|$, la série $\sum_n a_n z^n$ est absolument convergente.

Définition 11.4 - *rayon de convergence d'une série entière*

On appelle *rayon de convergence de la série entière* $\sum_n a_n z^n$ la borne supérieure (au sens large) de cet intervalle :

$$R = \sup\{r \geq 0,\ (a_n r^n)_{n\in\mathbb{N}} \text{ est bornée}\}$$

Théorème 11.5 - *propagation sur le cercle de convergence des caractères forts*

Soit $\sum_n a_n z^n$ une série entière de rayon de convergence.

1. Si la série converge absolument en un point du cercle, alors elle converge absolument sur tout le cercle.
2. Si la série diverge grossièrement en un point du cercle, alors elle diverge grossièrement sur tout le cercle.