Chapitre 14

Isométries vectorielles, endomorphismes auto-adjoints

Théorème 14.4 - de représentation de Riesz

Soit E un espace vectoriel euclidien. Pour tout forme $f \in \mathcal{L}(E,\mathbb{R})$, il existe un unique vecteur y tel que:

$$\forall x \in E, f(x) = (x|y)$$

Ainsi tout forme linéaire f s'écrit de façon unique sous la forme $f = (\cdot|y)$.

Définition 14.6 - adjoint d'un endomorphisme

Soit E un espace vectoriel euclidien, et u un endomorphisme de E. Il existe un unique endomorphisme u^* tel que :

$$\forall (x, y) \in E^2, (u(x)|y) = (x|u^*(y))$$

Cet endomorphisme est appelé $adjoint\ de\ u.$

Définition 14.10 - ensemble O(E)

Soit E un espace euclidien. O(E) est l'ensemble des endomorphismes de E qui conservent le produit scalaire, dits isométries vectorielles:

$$\forall (x,y) \in E^2$$
, $(u(x)|u(y)) = (x|y)$

De tels endomorphismes sont injectifs et donc bijectifs, c'est pourquoi on les appelle aussi automorphismes orthogonaux.