Définition 7.1 - système de preuve

Un système de preuve est un cadre formel permettant de dériver des énoncés logiques à partir de règles bien définies et d'hypothèses. On le caractérise par :

- 1. un ensemble d'axiomes : propositions admises comme vraies.
- 2. un ensemble de règles d'inférence.

On représente une preuve par un arbre dont les feuilles sont des instances d'axiomes et les noeuds internes des instances de règles d'inférence.

Définition 7.2 - instance d'un axiome, d'une règle d'inférence

Une instance d'un axiome ou d'une règle d'inférence est obtenue à partir de l'axiome ou de la règle, en choisissant pour chaque variable une formule logique et en remplaçant chaque occurrence de la variable par la formule.

Définition 7.3 - séquent

Un séquent (également jugement), est une affirmation qui exprime que, sous certaines hypothèses, une conclusion peut être déduite. Il est généralement écrit sous la forme :

$$\Gamma \vdash C$$

où : $\begin{cases} \Gamma & \text{est un ensemble d'hypothèses (formules de la logique propositionnelle supposées vraies)} \\ C & \text{est la conclusion qui peut être déduite à partir des hypothèses de } \Gamma \end{cases}$

Intuitivement, cela signifie : "Si les hypothèses de Γ sont vérifiées, alors C peut être démontrée"

Définition 7.4 - règle d'inférence

Dans un système de preuve, une règle d'inférence est constituée d'une famille de prémisses P_1, \ldots, P_k , et d'une conclusion C. On représente une règle d'inférence par :

$$\frac{P_1 \quad \dots \quad P_k}{C}$$