Proposition 22.30 - *base de* $\mathcal{L}(E,F)$

Soit E et F deux espaces vectoriels de dimension finie. Soit $(b_i)_{i\in I}$ une base de E et $(c_j)_{j\in J}$ une base de F.
Alors pour tout $(i,j)\in I\times J$ il existe une unique application linéaire $u_{i,j}$ telle que $u_{i,j}(b_i)=c_j$ et pour tout $k\neq i$, $u_{i,j}(b_k)=0$, soit :

$$\forall k\in I, u_{i,j}b_k=\delta_{i,k}c_j$$

Cette famille $(u_{i,j})_{(i,j)\in I\times J}$ est alors une base de $\mathcal{L}(E,F)$

Théorème 22.40 - *effet de la composition sur le rang*

Soit E, F et G des $\mathbb{K}$-espaces vectoriels de dimension finie. Soit $u\in\mathcal{L}(E,F)$ et $v\in\mathcal{L}(F,G)$. Alors :

1. $\mathrm{rg}(v\circ u)\leq\min(\mathrm{rg}(u),\,\mathrm{rg}(v))$

2. si v est injective, alors $\mathrm{rg}(v\circ u)=\mathrm{rg}(u)$

3. si u est surjective, alors $\mathrm{rg}(v\circ u)=\mathrm{rg}(v)$

Corollaire 22.42 - *restriction de* u *à un supplémentaire de* $\ker(u)$

Soit E un $\mathbb{K}$-ev de dimension finie et S un supplémentaire de $\ker(u)$ dans E. Alors u induit un isomorphisme de S sur $\mathrm{Im}(u)$