**Définition 4.1** - *jeu sans mémoire*

On appelle *jeu sans mémoire* un jeu dans lequel à tout instant de la partie, il est possible de déterminer si un joueur a gagné ou si un coup est valide, *indépendament des précédents coups joués*.

**Définition 4.2** - *jeu à information complète*

On appelle *jeu à information complète* un jeu dans lequel il n'y *aucune information cachée* que les joueurs ne puissent *savoir ou prévoir*.

**Définition 4.3** - *graphe associé à un jeu à deux joueurs*

Un jeu à deux joueurs $J_1$ et $J_2$, sans mémoire, à information complète peut être *représenté par un graphe orienté biparti* :

$$G = (S, A) \quad \text{où } S = S_1 \sqcup S_2,\ A \subset (S_1 \times S_2) \cup (S_2 \times S_1)$$

Les sommets de $S_1$ sont appelés les *états contrôlés par $J_1$* et ceux de $S_2$ les *états conrôlés par $J_2$*.

**Définition 4.4** - *coup possible pour un joueur*

Soit un jeu à deux joueurs $J_1$ et $J_2$, sans mémoire, à information complète, de graphe associé $G = (S_1 \sqcup S_2, A)$. Pour $a \neq b$ dans $\{1; 2\}$, on appelle l'arc $(s_a, s_b) \in A \cap (S_a \times S_b)$ *un coup possible pour $J_a$ depuis l'état $s_a$ vers un état $s_b$ contrôlé par $J_b$*.

**Définition 4.5** - *jeu d'accessiblité*

Un jeu à deux joueurs $J_1$ et $J_2$, sans mémoire, à information complète de graphe associé $G = (S_1 \sqcup S_2, A)$ est dit *d'accessibilité* s'il est possible de définir pour chaque joueur $J_a$ ($a \in \{1; 2\}$), *un ensemble $F_a \subset S_a$ d'états gagnants pour $J_a$*.
$F_a$ est alors appelé *condition de gain du joueur $J_a$*.

**Définition 4.6** - *état final d'un jeu d'accessiblité*

Soit $G = (S, A)$ le graphe associé à un jeu d'accessiblité de conditions de gain $F_1$ et $F_2$. Un *état $s \in S$ final du jeu* est un *état depuis lequel il n'existe aucun coup possible*, *i.e.* $\deg_+(s) = 0$.

**Définition 4.7** - *partie partielle*

Soit $G = (S, A)$ le graphe associé à un jeu d'accessiblité. On appelle *partie partielle du jeu* tout chemin de $G$ partant de l'état inital de $G$ à un état quelconque de $G$. *L'ensemble des parties partielles du jeu est noté* $S^w$.

**Définition 4.8** - *stratégie*

Soit $G = (S, A)$ le graphe associé à un jeu d'accessiblité. Une stratégie est une *application* $\varphi : S^w \to S$ *qui à une partie partielle* $(s_0, \ldots, s_p)$ *associe un sommet la prolongeant* : $\Big(s_p, \varphi\big((s_0, \ldots, s_p)\big)\Big) \in A$. On dit alors qu'*un joueur suit une stratégie*.
Pour un jeu sans mémoire, l'image d'une stratégie ne dépend que du dernier sommet de la partie partielle : $\varphi\big((s_0, \ldots, s_p)\big) = \varphi(s_p)$ moralement.

**Définition 4.9** - *stratégie gagnante*

Soit $G = (S, A)$ le graphe associé à un jeu d'accessiblité. Une *stratégie* $\varphi$ *est gagnante depuis un état* $s$ lorsque depuis $s$, le joueur qui la suit gagne peu importe le choix de l'adversaire.

**Définition 4.10** - *suite convergeant vers l'attracteur*

Soit $G = (S, A)$ le graphe associé à un jeu d'accessiblité. Pour $i \in \{1; 2\}$, on définit $(\mathcal{A}_j^i)_{j \in \mathbb{N}}$ l'*ensemble des positions permettant au joueur* $J_i$ *de gagner en au plus* $j$ *coups*. On a bien sûr $\mathcal{A}_0^i = F_i$ et pour $j \in \mathbb{N}^*$ :

**1.**