

Nous avons jusqu'à présent étudié des structures de données séquentielles (piles, files, tables de hachage, etc.). Dans ce chapitre, on étudie des structures de données hiérarchiques.

On peut définir la structure d'*arbre* de différentes façons, avec quelques subtilités, ce qui offre une certaine souplesse et permet de s'adapter au problème étudié. **Il convient d'être particulièrement vigilant à la lecture des sujets proposés pour identifier correctement la structure attendue.**

1 Arbres binaires

Définition 7.1 - Arbre binaire

Un *arbre binaire* est un ensemble (éventuellement vide) de *noeuds* et est défini de manière inductive. Un arbre binaire est :

- Ou bien *l'arbre vide*
- Ou bien constitué d'un noeud R , appelé *racine*, et de deux *sous-arbres* binaires. Si existence, on appelle *fil gauche* (resp. *fil droit*) du noeud R la racine du sous-arbre gauche (resp. droit).
Voir Figure 1

Remarque 7.2 - à propos la précédente définition

- Dans cette définition, si on permute les sous-arbres gauche et droit, on obtient un arbre différent. Ainsi, les deux arbres représentés ci-dessous sont deux arbres distincts : *Voir Figure 2*

Définition 7.3 - feuille, père, arête, taille

- Une *feuille* est un noeud dont les sous-arbres gauche et droit sont l'arbre vide.
- Un noeud est le *père* de ses éventuels fils. La liaison d'un père vers un fils est appelée une *arête*.
- Tous les noeuds d'un arbre, hormis la racine et les feuilles, sont appelés des *noeuds internes*.
- La *taille* d'un arbre est son nombre de noeuds. On note $|\mathcal{A}|$ la taille de l'arbre \mathcal{A}

Remarque 7.4 - *définition inductive de la taille d'un arbre binaire*

- La taille de l'arbre vide est nulle
- Un arbre binaire comportant un sous-arbre gauche de taille n_g et un sous-arbre droit de taille n_d est de taille $1 + n_g + n_d$

Définition 7.5 - *hauteur, profondeur*

La *hauteur* d'un arbre binaire est définie inductivement :

- L'arbre vide est de hauteur : -1
- Un arbre binaire comportant un sous-arbre gauche de hauteur h_g et un sous-arbre droit de hauteur h_d est de hauteur $1 + \max h_g, h_d$.

La *profondeur* d'un noeud est la distance de celui-ci à la racine (si existence). La hauteur d'un arbre est alors la profondeur maximale de ses neuds, et donc la profondeur maximale de ses feuilles.

Remarque 7.6 - *sur les étiquettes*

- Les noeuds et les arêtes d'un arbre peuvent porter des *étiquettes* : on leur associe une valeur.

Exemple 7.7

- Considérons l'arbre binaire suivant.