Définition 3.1 - *opérateur $\vec{\nabla}$*

$\vec{\nabla}$ est un *opérateur différentiel vectoriel*.

1. dans la base cartésienne :
$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\vec{u_x} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{u_y} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{u_z}$$

2. dans la base polaire :
$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial r}\vec{u}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}\vec{u}_\theta + \frac{\partial}{\partial z}\vec{u}_z$$

3. dans la base sphérique :
$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial r}\vec{u}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}\vec{u}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \varphi}\vec{u}_\varphi$$

Définition 3.2 - *gradient d'une fonction scalaire*

le *gradient d'une fonction scalaire* f correspond au produit du vecteur $\vec{\nabla}$ par f :

$$\overrightarrow{\text{grad}} f = \vec{\nabla} f$$

Définition 3.3 - *divergence d'une fonction vectorielle*

la *divergence d'une fonction vectorielle* $\vec{A}$ correspond au produit scalaire de $\vec{\nabla}$ par $\vec{A}$:

$$\text{div}\,\vec{A} = \vec{\nabla}\cdot\vec{A}$$

Définition 3.4 - *rotationnel d'une fonction vectorielle*

Le *rotationnel d'une fonction vectorielle* $\vec{A}$ correspond au produit vectoriel de $\vec{\nabla}$ par $\vec{A}$:

$$\overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{A} = \vec{\nabla}\wedge\vec{A}$$

Théorème 3.5 - *équation locale de Maxwell-Gauss*

En tout point M de l'espace :
$$\text{div}\,\vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

avec $\begin{cases} \epsilon_0 & \text{la permittivité diélectrique du vide} \\ \rho & \text{la densité volumique de charge} \end{cases}$

Définition 3.6 - *surface de Gauss*

On appelle *surface de Gauss* un objet topologique :

1. fermé ;
2. comportant le point M d'étude ;
3. facilitant les calculs sachant les symétries et variance de la distribution des charges.

Théorème 3.7 - *théorème de Gauss*

Le flux Φ du champ électrostatique sortant d'une surface de Gauss Σ_G est relié à la charge Q_{int} contenue à l'intérieur de cette surface :

$$\Phi = \oiint_{\Sigma_G} \overrightarrow{E} \cdot \mathrm{d}\overrightarrow{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

avec $\begin{cases} \epsilon_0 \ \text{ la permittivité diélectrique du vide} \\ \mathrm{Q}_{\text{int}} = \iiint_{V(\Sigma_G)} \rho \, \mathrm{d}\tau \ \text{ la charge contenue à l'intérieur de } \Sigma_G \\ \rho \ \text{ la densité volumique de charge} \end{cases}$