

**Définition 2.8** - *éléments associés*

Deux un éléments d'un anneaux sont dits *associés* lorsqu'ils sont égaux à multiplication près par un élément inversible.

**Définition 2.20 (1)** - *diviseurs de zéro*

Soit  $(A, +, \times)$  un anneau. on appelle *diviseurs de zéro* deux éléments  $a$  et  $b$  de  $A$ , tels que  $ab = 0_A$

**Définition 2.20 (2)** - *anneau intègre*

Soit  $(A, +, \times)$  un anneau. on dit que  $A$  est *intègre* lorsque :

1.  $A \neq \{0_A\}$
2.  $\times$  est commutative
3.  $A$  n'admet pas de diviseur zéro :  $\forall (a, b) \in A^2, a \neq 0 \text{ et } b \neq 0 \implies ab \neq 0$

**Théorème 2.23** - *caractérisation de la structure de corps*

Soit  $(\mathbb{K}, +, \times)$  un ensemble muni de deux lois de composition internes.  $\mathbb{K}$  est un corps si et seulement si :

1.  $(\mathbb{K}, +)$  est un groupe abélien
2.  $(\mathbb{K} \setminus \{0_{\mathbb{K}}\}, \times)$  est un groupe abélien
3.  $\times$  est distributive sur  $+$

**Théorème 2.26** - *caractérisation de sous-corps*

Soit  $(\mathbb{K}, +, \times)$  un corps et  $L \subset \mathbb{K}$ .  $L$  est un sous-corps de  $\mathbb{K}$  si et seulement si :

1.  $L$  est un sous-anneau de  $\mathbb{K}$
2. tout élément non nul de  $L$  est inversible dans  $L$

**Proposition 2.29** - *condition suffisante de caractère de corps*

Tout anneau intègre fini est un corps.

**Définition 2.30** - *structure d'idéal*

Soit  $(A, +, \times)$  un anneau commutatif. On appelle *idéal de  $A$*  une partie  $I$  de  $A$  telle que :

1.  $(I, +)$  est un sous-groupe de  $(A, +)$
2.  $I$  est attracteur pour  $\times$  :  $\forall i \in I, \forall a \in A, ai = ia \in I$