## Chapitre 14

# Isométries vectorielles, endomorphismes auto-adjoints

**Théorème 14.4** - *de représentation de Riesz*

Soit $E$ un espace vectoriel euclidien. Pour tout forme $f \in \mathcal{L}(E, \mathbb{R})$, il existe un unique vecteur $y$ tel que :

$$\forall x \in E,\ f(x) = (x|y)$$

Ainsi tout forme linéaire $f$ s'écrit de façon unique sous la forme $f = (\cdot|y)$.

**Définition 14.6** - *adjoint d'un endomorphisme*

Soit $E$ un espace vectoriel euclidien, et $u$ un endomorphisme de $E$. Il existe un unique endomorphisme $u^*$ tel que :

$$\forall (x, y) \in E^2,\ (u(x)|y) = (x|u^*(y))$$

Cet endomorphisme est appelé *adjoint de $u$*.

**Définition 14.10** - *ensemble $O(E)$*

Soit $E$ un espace euclidien. $O(E)$ est l'ensemble des endomorphismes de $E$ qui conservent le produit scalaire, dits *isométries vectorielles* :

$$\forall (x, y) \in E^2,\ (u(x)|u(y)) = (x|y)$$

De tels endomorphismes sont injectifs et donc bijectifs, c'est pourquoi on les appelle aussi *automorphismes orthogonaux*.