

Théorème 30.22 - *unique forme n -linéaire alternée envoyant une base finie sur le neutre de \mathbb{K}*

Soit $E \neq \{0\}$ un \mathbb{K} -ev de dimension finie et de base (e_1, \dots, e_n) . Il existe une unique application $\varphi \in \mathcal{L}_n(E)$ alternée telle que $\varphi(e_1, \dots, e_n) = 1$. Cette forme n -linéaire est entièrement déterminée par :

1. son caractère alterné :

$$\varphi(e_{i_1}, \dots, e_{i_n}) = 0 \quad \text{s'il existe } j \neq k \text{ tel que } i_j = i_k$$

2. son antisymétrie :

$$\forall \sigma \in \mathcal{S}_n, \varphi(e_{\sigma(1)}, \dots, e_{\sigma(n)}) = \epsilon(\sigma)$$

Toute autre forme n -linéaire alternée sur E est de la forme $\lambda\varphi$, où $\lambda \in \mathbb{K}$.