

**Définition 7.1** - *endomorphisme diagonalisable*

Soit  $E$  un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel de dimension finie  $n$  et  $u$  un endomorphisme de  $E$ . On dit que  $u$  est diagonalisable s'il existe une base  $\mathcal{B}$  de  $E$  dans laquelle la matrice de  $u$  est diagonale.

**Proposition 7.2** - *CNS de diagonalisabilité*

Soit  $E$  un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel de dimension finie  $n$  et  $u$  un endomorphisme de  $E$ . Les assertions suivantes sont équivalentes.

1. Il existe une base de  $E$  constituée de vecteurs propres de  $u$ .
2. L'endomorphisme  $u$  est diagonalisable.
3. Les sous-espaces propres de  $u$  sont supplémentaires dans  $E$  :  $E = \bigoplus_{\lambda \in \text{Sp}(u)} E_\lambda(u)$

**Théorème 7.6** - *caractérisation de la diagonalisabilité par la dimension des sous-espaces propres*

Soit  $E$  un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel de dimension finie  $n$  et  $u$  un endomorphisme de  $E$ .  $u$  est diagonalisable si et seulement si la somme des dimensions des sous-espaces propres de  $u$  vaut la dimension de  $E$  :

$$\sum_{\lambda \in \text{Sp}(u)} \dim(E_\lambda(u)) = \dim(E)$$

**Théorème 7.7** - *caractérisation de la diagonalisabilité par la multiplicité de ses valeurs propres*

Soit  $E$  un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel de dimension finie  $n$  et  $u$  un endomorphisme de  $E$ .  $u$  est diagonalisable si et seulement si  $\chi_u$  est scindé et si la dimension de chaque sous-espace propre associé à la valeur propre  $\lambda$  vaut la multiplicité de  $\lambda$  :

$$\forall \lambda \in \text{Sp}(u), \dim(E_\lambda(u)) = m_\lambda$$