

Question I.1) Définition inductive de la concaténation en Ocaml

Pour toutes listes l et q , et tout élément e :

$$\begin{cases} [] @ l = l \\ (e :: q) @ l = e :: (q @ l) \end{cases}$$

Question I.3) associativité de la concaténation

Soit l_2, l_3 deux listes quelconques de même nature.

Montrons par induction structurelle sur l_1 que pour tout l_1 , $(l_1 @ l_2) @ l_3 = l_1 @ (l_2 @ l_3)$

- Si $l_1 = []$, alors
- Si $l_1 = e :: q$, supposons que $(q @ l_2) @ l_3 = q @ (l_2 @ l_3)$ (*hypothèse d'induction*)

$$\text{Donc } e :: ((q @ l_2) @ l_3) = e :: q @ (l_2 @ l_3)$$

$$\text{Donc } ((e :: q) @ l_2) @ l_3 = (e :: q) @ (l_2 @ l_3) \text{ par définition de } @$$

$$\text{Donc } ((l_1 @ l_2) @ l_3) = l_1 @ (l_2 @ l_3)$$

Par induction structurelle $(l_1 @ l_2) @ l_3 = l_1 @ (l_2 @ l_3)$ Pour toute l_1 , donc pour toutes listes l_1, l_2 et l_3 .

Question M o

Montrons par induction structurelle sur l_1 que $|l_1 @ l_2| = |l_1| + |l_2|$ pour toute liste l_1 .

- Si $l_1 = e :: q$, On suppose que $|q @ l_2| = |q| + |l_2|$.