Théorème 26.70 - *sommation de Riemann (version générale)*

Soit f une fonction continue sur $[a;b]$. Soit $\left(\left(\sigma_k^{(n)}\right)_{k\in[\![0,\ell_n]\!]}\right)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite de subdivisions de $[a;b]$ dont on suppose la suite des pas respectifs vérifier :

$$p(\sigma^{(n)}) \xrightarrow[n\to+\infty]{} 0$$

et soit pour tout $n \in \mathbb{N}$ et tout $k \in [\![0, \ell_n - 1]\!]$, $\quad x_{n,k}$ un élément de $\left[\sigma_k^{(n)}; \sigma_{k+1}^{(n)}\right]$. Alors :

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to+\infty} \sum_{k=0}^{\ell_n-1} \left(\sigma_{k+1}^{(n)} - \sigma_k^{(n)}\right) f(x_{n,k})$$

Théorème 26.71 - *sommation de Riemann (cas particulier)*

Soit f une fonction continue sur $[a;b]$. Alors :

$$\int_a^b f(x)dx = \underbrace{\lim_{n\to+\infty} \frac{b-a}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(a + k\frac{b-a}{n}\right)}_{\text{appui par la gauche}} = \underbrace{\frac{b-a}{n} \sum_{k=1}^{n} f\left(a + k\frac{b-a}{n}\right)}_{\text{appui par la droite}}$$