

Théorème 10.11 - *dérivée d'une composée par une application linéaire*

Soit E, F deux \mathbb{R} -espaces vectoriels normés de dimension finie, u une application linéaire de E dans F , et f une fonction de classe \mathcal{C}^1 définie sur un intervalle I de \mathbb{R} à valeurs dans E . Alors $u \circ f$ est une fonction de classe $\mathcal{C}^1(I, F)$ et :

$$(u \circ f)' = u \circ f'$$

Théorème 10.12 - *dérivée d'une composée par une application bilinéaire*

Soit E, F et G trois espaces vectoriels normés de dimension finie, B une application bilinéaire de $E \times F$ vers G , et f et g deux fonctions de classe \mathcal{C}^1 sur un intervalle I de \mathbb{R} à valeurs respectives dans E et F . Alors $B(f, g)$ est une fonction de classe $\mathcal{C}^1(I, G)$, et :

$$\left(B(f, g) \right)' = B(f', g) + B(f, g')$$

Théorème 10.29 - *construction de l'intégrale d'une fonction continue par morceaux*

Soit E un espace vectoriel normé de dimension finie, $f \in \mathcal{CM}([a; b], E)$. Si $(\varphi_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite de fonctions en escalier convergeant uniformément vers f , alors la suite $\left(\int_{[a; b]} \varphi_n \right)_{n \in \mathbb{N}}$ est convergente.

Définition 10.30 - *intégrale d'une fonction continue par morceaux*

Soit E un espace vectoriel normé de dimension finie, $f \in \mathcal{CM}([a; b], E)$. Il existe par densité de $\mathcal{E}([a; b], E)$ dans $\mathcal{CM}([a; b], E)$ une suite $(\varphi_n)_{n \in \mathbb{N}}$ de fonctions de $\mathcal{E}([a; b])$ convergeant uniformément vers f . On appelle *intégrale de f sur $[a; b]$* , notée $\int_{[a; b]} f$ le vecteur $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_{[a; b]} \varphi_n$. Cette intégrale ne dépend pas de la suite de $\mathcal{E}([a; b])^{\mathbb{N}}$ choisie.