

uméro!

**Définition 0.1** - opérateur  $\vec{\nabla}$

$\vec{\nabla}$  est un *opérateur différentiel vectoriel*.

1. dans la base cartésienne :

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \vec{u}_x + \frac{\partial}{\partial y} \vec{u}_y + \frac{\partial}{\partial z} \vec{u}_z$$

2. dans la base polaire :

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial r} \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \vec{u}_\theta + \frac{\partial}{\partial z} \vec{u}_z$$

3. dans la base sphérique :

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial r} \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \vec{u}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \vec{u}_\varphi$$

**Définition 0.2** - gradient d'une fonction scalaire

le *gradient d'une fonction scalaire*  $f$  correspond au produit du vecteur  $\vec{\nabla}$  par  $f$  :

$$\overrightarrow{\text{grad}} f = \vec{\nabla} f$$

**Définition 0.3** - divergence d'une fonction vectorielle

la *divergence d'une fonction vectorielle*  $\vec{A}$  correspond au produit scalaire de  $\vec{\nabla}$  par  $\vec{A}$  :

$$\text{div } \vec{A} = \vec{\nabla} \cdot \vec{A}$$

**Définition 0.4** - rotationnel d'une fonction vectorielle

Le *rotationnel d'une fonction vectorielle*  $\vec{A}$  correspond au produit vectoriel de  $\vec{\nabla}$  par  $\vec{A}$  :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A}$$

**Définition 0.5** - *laplacien d'une fonction scalaire en coordonnées cartésiennes*

Le *laplacien d'une fonction scalaire*  $f$  est, en coordonnées cartésiennes :

$$\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

**Théorème 0.6** - *de Green-Ostrogradski*

Soit  $\mathcal{S}$  une surface orientée vers l'extérieur délimitant un volume  $\mathcal{V}$ . Pour toute fonction vectorielle  $\vec{A}$  de classe  $\mathcal{C}^1$  de l'espace :

$$\iiint_{\mathcal{V}} (\operatorname{div} \vec{A}) \, d\tau = \oiint_{\mathcal{S}} \vec{A} \cdot \vec{dS}$$

**Théorème 0.7** - *équation locale de Maxwell-Gauss*

En tout point  $M$  de l'espace :

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

avec  $\begin{cases} \epsilon_0 & \text{la permittivité diélectrique du vide} \\ \rho & \text{la densité volumique de charge} \end{cases}$

**Définition 0.8** - *surface de Gauss*

On appelle *surface de Gauss* un objet topologique :

1. fermé ;
2. comportant le point  $M$  d'étude ;
3. facilitant les calculs sachant les symétries et variance de la distribution des charges.

**Théorème 0.9** - *théorème de Gauss*

Le flux  $\Phi$  du champ électrostatique sortant d'une surface de Gauss  $\Sigma_G$  est relié à la charge  $Q_{\text{int}}$  contenue à l'intérieur de cette surface :

$$\Phi = \oiint_{\Sigma_G} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

avec  $\begin{cases} \epsilon_0 & \text{la permittivité diélectrique du vide} \\ Q_{\text{int}} = \iiint_{V(\Sigma_G)} \rho \, d\tau & \text{la charge contenue à l'intérieur de } \Sigma_G \\ \rho & \text{la densité volumique de charge} \end{cases}$