Théorème 18.13 - *CS pour l'existence d'un point critique*

Soit f une fonction définie au voisinage d'un réel x_0. Si f est dérivable en x_0 et admet un extremum local en x_0, alors $f'(x_0) = 0$.

Théorème 18.30 - *caractérisation du caractère lipschitzien par la dérivée*

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I. f est lipschitzienne sur I si et seulement si f' est bornée sur I.

Le cas échéant, si $k \in \mathbb{R}$ est un majorant de $|f'|$ sur I, alors f est k-lipschitzienne.

Théorème 18.39 - *de la limite de la dérivée*

Soit I un intervalle de $\mathbb{R}$, $x_0 \in I$ et f définie et continue sur I, dérivable sur $I \setminus \{x_0\}$. Si $\lim\limits_{x \to x_0} f'(x)$ existe et vaut $\ell \in \mathbb{R}$, alors f est dérivable sur I entier et :

$$f'(x_0) = \ell$$

Théorème 18.42 - *de prolongement par la classe $\mathcal{C}^n$*

Soit I un intervalle et $x_0 \in I$. Soit $f \in \mathcal{C}^n(I \backslash \{x_0\})$. Si $\lim\limits_{x \to x_0} f^{(n)}(x) \in \mathbb{R}$, alors f est prolongeable en une fonction de classe $\mathcal{C}^n$ sur I.
Si de plus pour tout $k \in [\![0, n]\!]$, $\lim\limits_{x \to x_0} f^{(k)}(x) \in \mathbb{R}$, alors f peut être prolongée sur I en une fonction $\tilde{f}$ de classe $\mathcal{C}^n$ sur I vérifiant alors :

$$\forall k \in [\![0, n]\!], \tilde{f}^{(k)}(x_0) = \lim_{x \to x_0} f^{(k)}(x)$$