ICP 103: Análise de Risco
Prof. Eber
Lista 07
Data: 14/05/2024
Entrega: 21/05/2024

1-Este problema descreve, de forma fictícia, o que é entendido como uma das causas da gande crise do mercado financeiro americano de 2007. A solução do Banco Central americano, chamada de QE (Quantitative Easing) foi emprestar dinheiro a juros negativos...e os reflexos são sentidos até hoje.

Um investidor quer aplicar $10M em investimentos imobilarios. Foi oferecido aele a chance de dividir o total em um conjunto de 10 aplicações distintas porém com as mesmas caracter´ısticas de risco.

O retorno de cada um dos ativos é distribuido normalmente com média de $1M com um desvio padrão de $1.3M. O investidor acredita que individualmente os investimentos não são atrativos mas, ao montar uma carteira com 10 investimentos identicos, seu risco de perda diminuirá consideravelmente.

Será isto verdade?

Calcule a probabilidade de perda ($Prob[retorno\ total < 0]$) no investimento da carteira quando o coeficiente de correlação (ρ) entre os ativos for igual a: (0, 0.25,0.50,0.75,0.90) respectivamente. Este caso modela as situações onde os investimentos são completamente não correlacianados $\rho = 0$ até quando são fortemente correlacionados $\rho = 0.9$

.

Este caso modela as situações onde os investimentos são completamente não correlacianados $\rho = 0$ até quando são fortemente correlacionados $\rho = 0.9$.

O desvio padrão é 1.3, logo a variância é $(1,3)^2$ = 1,69

$$\sum_{i=1}^{10} (1,3)^2 = 10x1,69 = 16,9$$

Pesquisando sobre a variância de retorno → A variância do retorno total de uma carteira de n ativos é dada por:

$\sigma_T^2 = \sum_{i=1}^{n} \square \sum_{i=j}^{n} COV(X_i, Y_j)$, isso eu encontrei na pesquisa.

fórmula para n ativos é:
$\sigma_T^2 = n\sigma^2 + n(n-1)\rho\sigma^2$

No nosso caso n=10 e desvio igual 1,3

$\sigma_T^2 = 10\sigma^2 + 10(10-1)\rho\sigma^2$
$\sigma_T^2 = 10\sigma^2 + 10(9)\rho\sigma^2$
$\sigma_T^2 = 10(1+9\rho)\sigma^2$
$\sigma_T^2 = 10(1+9\rho)1{,}3^2$
$\sigma_T^2 = 10(1+9\rho)x1{,}69$
$\sigma_T^2 = 16{,}9(1+9\rho)$

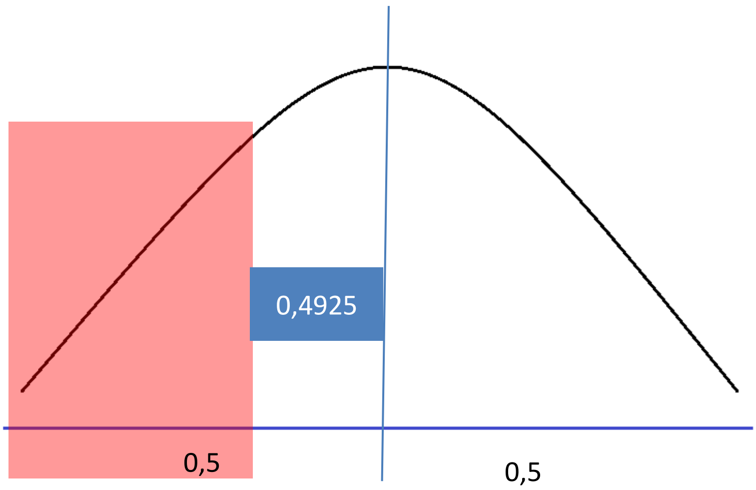
Quando $\rho = 0$

$\sigma_T^2 = 16{,}9(1+9x0)$
$\sigma_T^2 = 16{,}9$
$\sigma_T = \sqrt{16{,}9} \approx 4{,}11$

$Z = \frac{-10}{4{,}11} \approx -2{,}43$ → Esta parte tirei da explicação de aula
$P(Z<-2.43)$

Consultado a tabela:

2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925



$P(Z<-2.43)$ = 0,5 – 0,4925 = 0,0075 = 0,75%

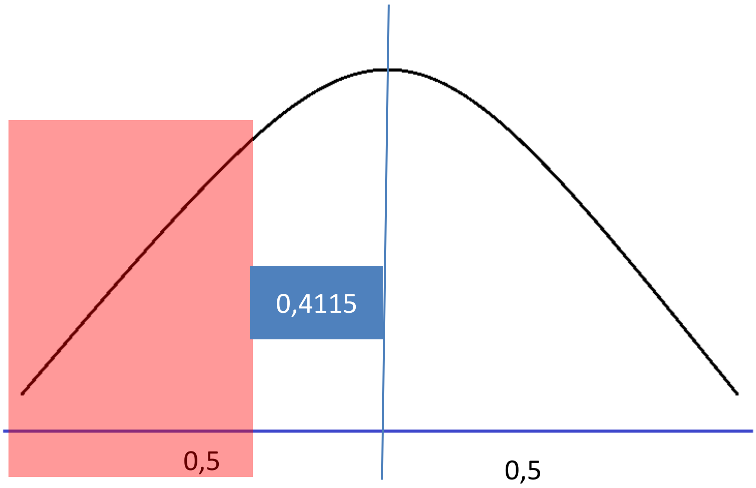
Quando $\rho = 0,25$

$\sigma_T^2 = 16{,}9(1 + 9x0{,}25)$
$\sigma_T^2 = 16{,}9(3{,}25)$
$\sigma_T = \sqrt{54{,}92} \approx 7{,}41$

$Z = \frac{-10}{7{,}41} \approx -1{,}35 \rightarrow$ Esta parte tirei da explicação de aula
$P(Z<-1{,}35)$

Consultado a tabela:

1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115



$P(Z<-2.43)$ = 0,5 – 0,4115 = 0,0885 = 8,85%

Quando $\rho = 0,50$

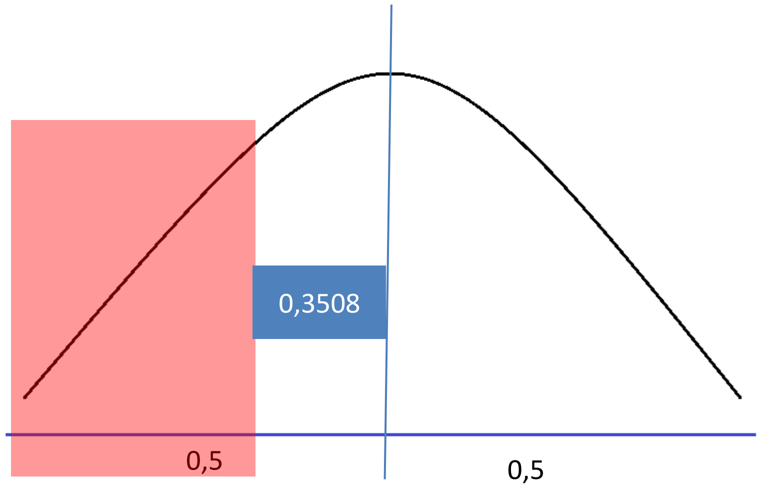
$\sigma_T^2 = 16,9(1 + 9x0,50)$
$\sigma_T^2 = 16,9(5,5)$
$\sigma_T = \sqrt{92,95} \approx 9,64$

$Z = \frac{-10}{9,64} \approx -1,04$ → Esta parte tirei da explicação de aula

$P(Z < -1,04)$

Consultado a tabela:

1,0	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508



$P(Z < -1,04)$ = 0,5 – 0,3508 = 0,1492 = 14,92%

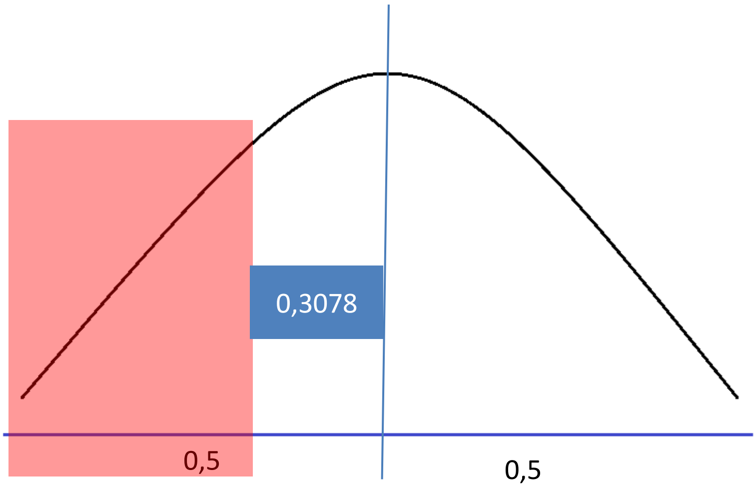
Quando $\rho = 0,75$

$\sigma_T^2 = 16{,}9(1 + 9x0{,}75)$
$\sigma_T^2 = 16{,}9(7{,}75)$
$\sigma_T = \sqrt{130{,}975} \approx 11{,}44$

$Z = \frac{-10}{11{,}44} \approx -0{,}87$ → Esta parte tirei da explicação de aula
$P(Z<-0{,}87)$

Consultado a tabela:

0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078



$P(Z<-0{,}87)$ = 0,5 – 0,3078 = 0,1992 = 19,92%

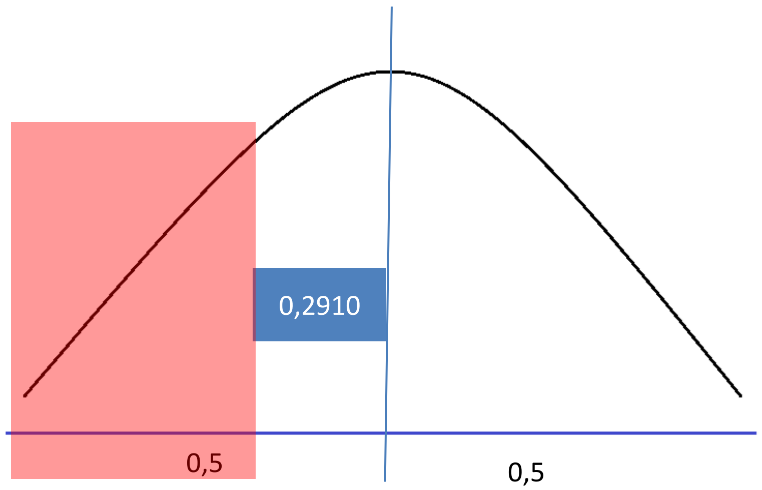
<u>Quando $\rho = 0,90$</u>

$\sigma_T^2 = 16{,}9(1 + 9x0{,}90)$
$\sigma_T^2 = 16{,}9(9{,}1)$
$\sigma_T = \sqrt{153{,}79} \approx 12{,}40$

$Z = \frac{-10}{12{,}40} \approx -0{,}81$ → Esta parte tirei da explicação de aula
$P(Z<-0{,}81)$

Consultado a tabela:

0,8	0,2881	$\boxed{0{,}2910}$



$P(Z<-0{,}81) = 0{,}5 - 0{,}2910 = 0{,}209 = 20{,}9\%$

Resultados do programa

```
   rho probabilidade_perda
1 0.00         0.007497055
2 0.25         0.088617097
3 0.50         0.149814210
4 0.75         0.191117012
5 0.90         0.210013919
```

A divergência é por razão de nos meus cálculos eu usei duas casas.