

ICP 103: Análise de Risco

Prof. Eber

Lista 07

Data: 14/05/2024

Entrega: 21/05/2024

1-Este problema descreve, de forma fictícia, o que é entendido como uma das causas da grande crise do mercado financeiro americano de 2007. A solução do Banco Central americano, chamada de QE (Quantitative Easing) foi emprestar dinheiro a juros negativos...e os reflexos são sentidos até hoje.

Um investidor quer aplicar \$10M em investimentos imobiliários. Foi oferecido a ele a chance de dividir o total em um conjunto de 10 aplicações distintas porém com as mesmas características de risco.

O retorno de cada um dos ativos é distribuído normalmente com média de \$1M com um desvio padrão de \$1.3M. O investidor acredita que individualmente os investimentos não são atrativos mas, ao montar uma carteira com 10 investimentos idênticos, seu risco de perda diminuirá consideravelmente.

Será isto verdade?

Calcule a probabilidade de perda ($Prob[retorno\ total < 0]$) no investimento da carteira quando o coeficiente de correlação (ρ) entre os ativos for igual a: (0, 0.25, 0.50, 0.75, 0.90) respectivamente. Este caso modela as situações onde os investimentos são completamente não correlacionados $\rho = 0$ até quando são fortemente correlacionados $\rho = 0.9$

Este caso modela as situações onde os investimentos são completamente não correlacionados $\rho = 0$ até quando são fortemente correlacionados $\rho = 0.9$.

O desvio padrão é 1.3, logo a variância é $(1,3)^2 = 1,69$

$$\sum_{i=1}^{10} (1,3)^2 = 10 \times 1,69 = 16,9$$

Pesquisando sobre a variância de retorno → A variância do retorno total de uma carteira de n ativos é dada por:

$$\sigma_T^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n COV(X_i, X_j), \text{ isso eu encontrei na WEB.}$$

Usando o Chat:

fórmula para n ativos é:

$$\sigma_T^2 = n\sigma^2 + n(n-1)\rho\sigma^2$$

No nosso caso $n=10$ e desvio igual 1,3

$$\sigma_T^2 = 10\sigma^2 + 10(10-1)\rho\sigma^2$$

$$\sigma_T^2 = 10\sigma^2 + 10(9)\rho\sigma^2$$

$$\sigma_T^2 = 10(1+9\rho)\sigma^2$$

$$\sigma_T^2 = 10(1+9\rho)1,3^2$$

$$\sigma_T^2 = 10(1+9\rho)1,69$$

$$\sigma_T^2 = 16,9(1+9\rho)$$

Quando $\rho = 0$

$$\sigma_T^2 = 16,9(1+9 \times 0)$$

$$\sigma_T^2 = 16,9$$

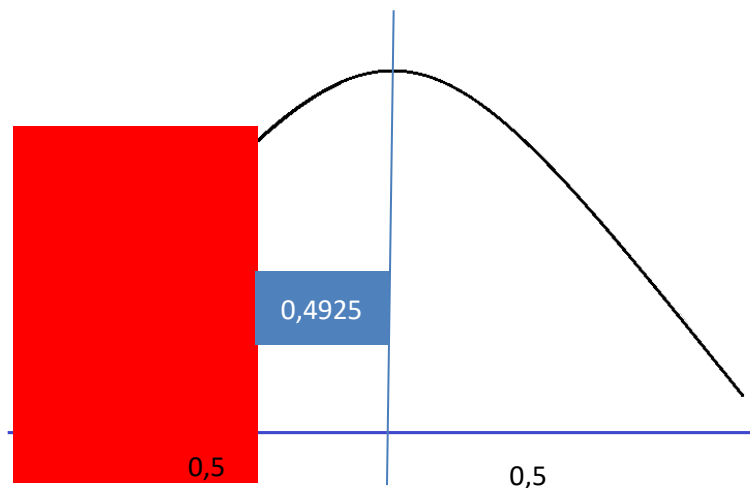
$$\sigma_T = \sqrt{16,9} \approx 4,11$$

$$Z = \frac{-10}{4,11} \approx -2,43 \rightarrow \text{Esta parte tirei da explicação dele no quadro}$$

$$P(Z < -2.43)$$

Consultado a tabela:

2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925
-----	--------	--------	--------	--------



$$P(Z < -2.43) = 0,5 - 0,4925 = 0,0075 = 0,75\%$$

Quando $\rho = 0,25$

$$\sigma_T^2 = 16,9(1 + 9 \times 0,25)$$

$$\sigma_T^2 = 16,9(3,25)$$

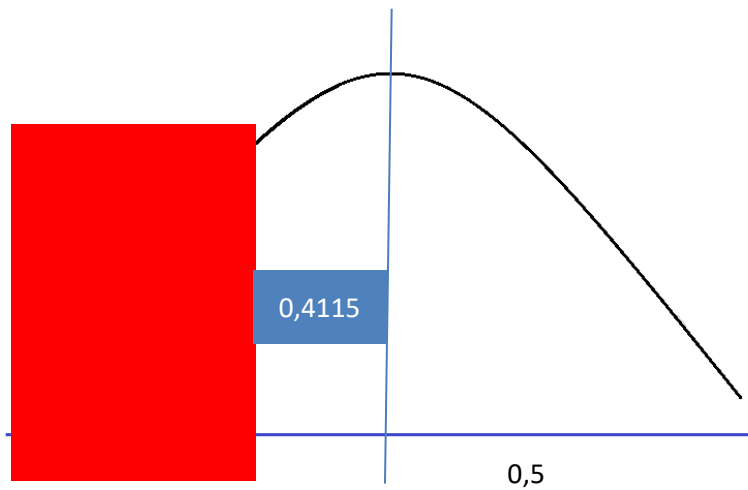
$$\sigma_T = \sqrt{54,92} \approx 7,41$$

$$Z = \frac{-10}{7,41} \approx -1,35 \rightarrow \text{Esta parte tirei da explicação dele no quadro}$$

$$P(Z < -1,35)$$

Consultado a tabela:

1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115
-----	--------	--------	--------	--------	--------	--------



$$P(Z < -2,43) = 0,5 - 0,4115 = 0,0885 = 8,85\%$$

Quando $\rho = 0,50$

$$\sigma_T^2 = 16,9(1 + 9 \times 0,50)$$

$$\sigma_T^2 = 16,9(5,5)$$

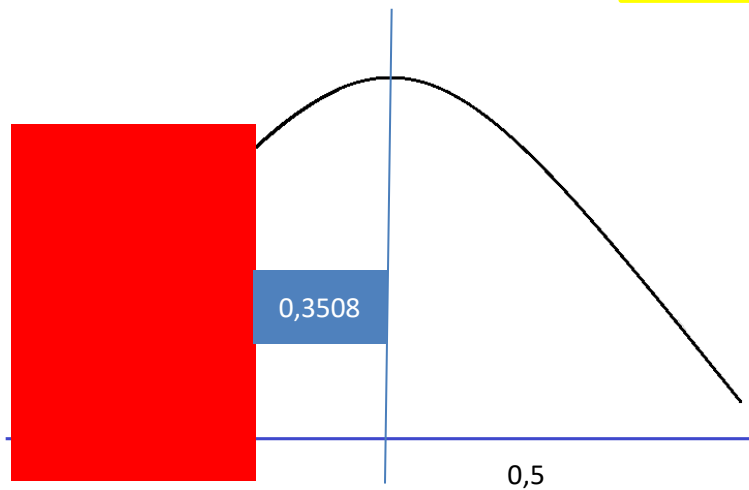
$$\sigma_T = \sqrt{92,95} \approx 9,64$$

$$Z = \frac{-10}{9,64} \approx -1,04 \rightarrow \text{Esta parte tirei da explicação dele no quadro}$$

$$P(Z < -1,04)$$

Consultado a tabela:

1,0	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508
-----	--------	--------	--------	--------	--------



$$P(Z < -1,04) = 0,5 - 0,3508 = 0,1492 = 14,92\%$$

Quando $\rho = 0,75$

$$\sigma_T^2 = 16,9(1 + 9 \times 0,75)$$

$$\sigma_T^2 = 16,9(7,75)$$

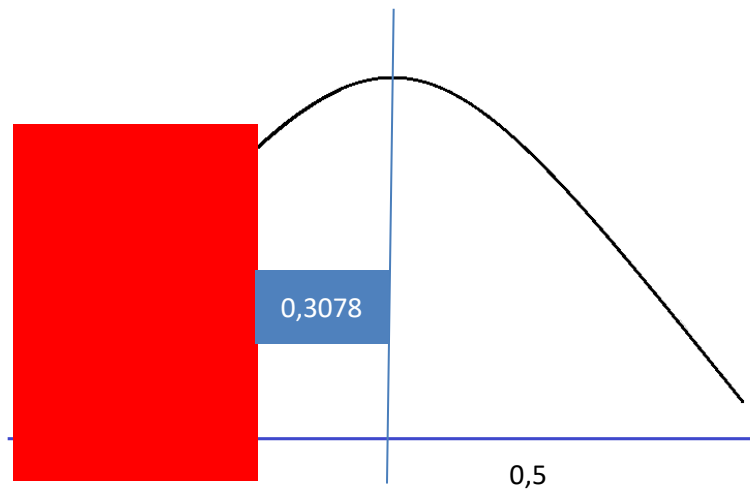
$$\sigma_T = \sqrt{130,975} \approx 11,44$$

$$Z = \frac{-10}{11,44} \approx -0,87 \rightarrow \text{Esta parte tirei da explicação dele no quadro}$$

$$P(Z < -0,87)$$

Consultado a tabela:

0,8 | 0,2881 | 0,2910 | 0,2939 | 0,2967 | 0,2995 | 0,3023 | 0,3051 | **0,3078**



$$P(Z < -0,87) = 0,5 - 0,3078 = 0,1992 = 19,92\%$$

Quando $\rho = 0,90$

$$\sigma_T^2 = 16,9(1 + 9 \times 0,90)$$

$$\sigma_T^2 = 16,9(9,1)$$

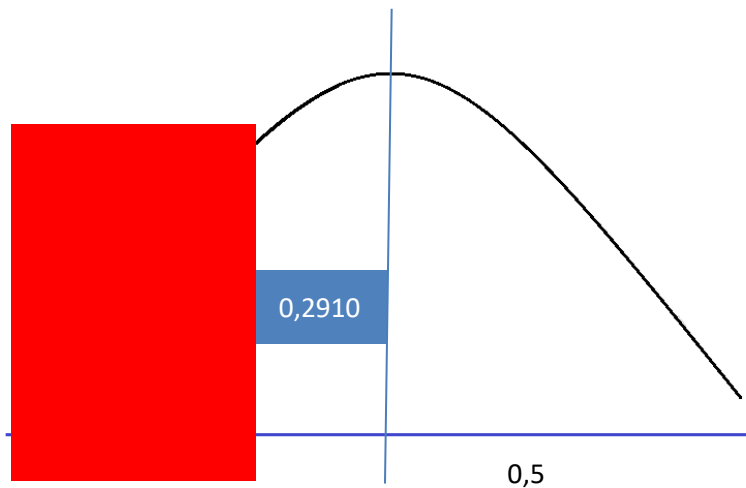
$$\sigma_T = \sqrt{153,79} \approx 12,40$$

$$Z = \frac{-10}{12,40} \approx -0,81 \rightarrow \text{Esta parte tirei da explicação dele no quadro}$$

$$P(Z < -0,81)$$

Consultado a tabela:

0,8	0,2881	0,2910
-----	--------	--------



$$P(Z < -0,81) = 0,5 - 0,2910 = 0,209 = 20,9\%$$

Resultados do programa (Rapha)

	rho	probabilidade_perda
1	0.00	0.007497055
2	0.25	0.088617097
3	0.50	0.149814210
4	0.75	0.191117012
5	0.90	0.210013919

A divergência é pq nos meus cálculos usei duas casas.