

Pour chaque sommet s de V
coteur $[s] \leftarrow 0$

$$C \leftarrow 1$$

Pour chaque sommet s de V

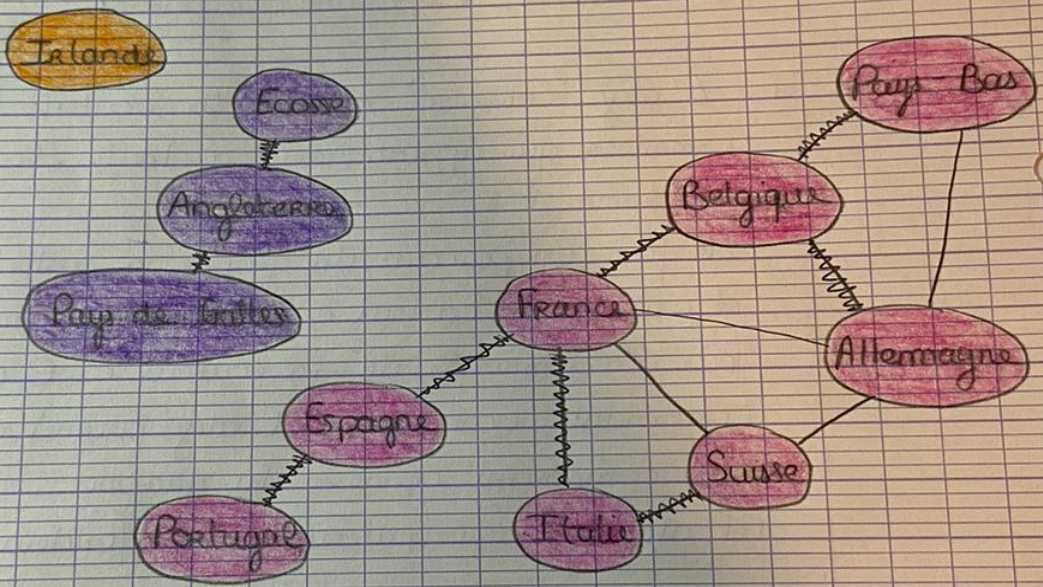
si contenu $[s] = 0$

Colorier (G, s, c)

C++

renvoyer couleur

3) + 4)



c = 1: Allemagne - Belgique - France - Espagne - Port
|
Pays-Bas
|
Italie - Suisse

c = 2 : Angleterre - Ecosse
|
Pays de Galles

$C = 3$: Irlande

II Composantes fortement connexes

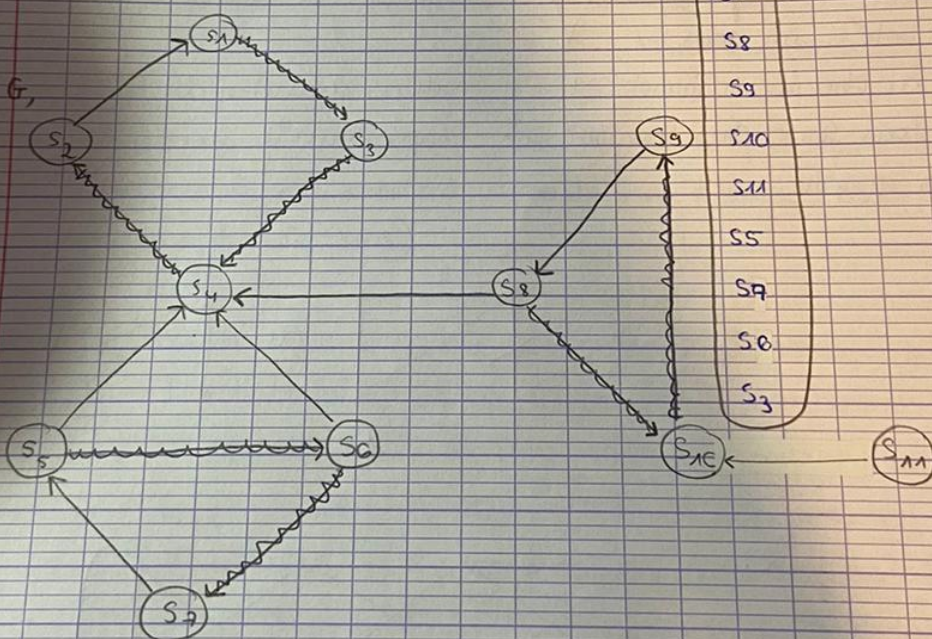
Sommet de G	début d	fin f	père
s_1	1	$22 \times$	
s_2	2	$21 \times s_1$	s_1
s_3	4	$5 \times s_4$	s_4
s_4	3	$20 \times s_2$	s_2
s_5	6	$11 \times s_4$	s_4
s_6	8	$9 \times s_7$	s_7
s_7	7	10	s_5
s_8	12	$19 \times s_4$	s_4
s_9	13	$18 \times s_7$	s_7
s_{10}	14	$17 \times s_9$	s_9
s_{11}	15	$16 \times s_{10}$	s_{10}

d : date de début de traitement d'un sommet, première fois qu'on le rencontre

f : date de fin, dernière fois que l'on voit ce sommet, tous ses successeurs traités

sommet de T

s_1
 s_2
 s_4
 s_8
 s_9
 s_{10}
 s_{11}
 s_5
 s_7
 s_6
 s_3



un parcours en profondeur de T

Composantes fortement connexe : $s_1 - s_3 - s_4 - s_2$

• $s_8 - s_{10} - s_9$

• s_{11}

• $s_5 - s_6 - s_7$

III. k -connexité

Un graphe k -connexe est un graphe connexe qu'il est possible de déconnecter en supprimant k arêtes et tel que ce k soit minimal.

(k : le nombre minimal d'arêtes à supprimer dans le graphe pour le rendre non connexe.)

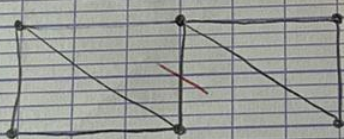
clique dans un graphe non orienté : un sous graphe où chaque sommet est relié à tous les autres sommets du sous graphe.



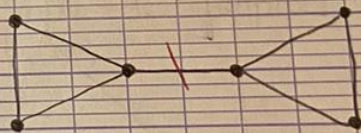
Graphe 2-connexe (si on supprime 1 arête toujours connexe)

→ donc 2 arêtes à sup pour le rendre non connexe

1.



ou

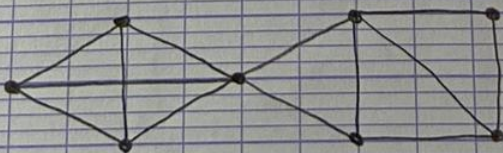


1-connexe

2.



ou

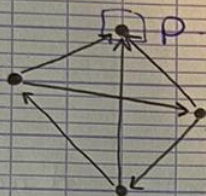


2-connexe

3. Un graphe n'est pas k -connexe s'il existe au plus $k+1$ chaînes dont les arêtes sont toutes disjointes, entre k paires de sommets.

Car si on a $k+1$ chaînes entre deux sommets, il faut enlever $k+1$ arêtes (1 de chaque chaîne) pour déconnecter le graphe.

IV Un exercice supplémentaire et optionnel



1. * Un graphe G contenant un puits parfait ne peut pas être fortement connexe, car il n'existe pas de chemins entre le sommet p et les autres sommets. (par def du puits parfait)
* Le Graphe G' associé sera connexe puisque pour tout couple de sommet il existe une chaîne (sans prendre en compte le sens)
2. Le Graphe G ne peut pas contenir plusieurs puits parfaits. En effet, prenons un graphe G contenant 2 puits parfaits p_1 et p_2 . Il doit y avoir un arc entre p_1 et p_2 (p_2 puits parfait) mais aussi de p_2 vers p_1 (p_1 puits parfait). Or ce sont deux puits parfaits donc il ne doivent pas avoir d'arcs sortants. \rightarrow problème donc impossible.

3. nombre minimum d'arcs atteint s'il n'y a dans le graphe que les arcs des autres $m-1$ sommets vers le puit: $m-1$ arcs au minimum

• nombre max d'arcs atteint s'il y a un arc entre tout couple de sommets (u, v) , $u \neq v$ et $v \neq p$:

$$\underbrace{m-1}_{\text{nbr d'arcs des } m-1 \text{ sommets jusqu'au puit}} + \underbrace{(m-1)(m-2)}_{\text{nbr d'arcs entre les } (m-1) \text{ sommets}} = (m-1)^2$$

On recherche un sommet tel que il n'y ait que des 0 sur la ligne i et que des 1 sur la colonne j (sauf la case (i, i) pas de boucle)

4. Puits-perfect (MG: matrice d'adjacence d'un graphe orienté $G = (V, A)$): booléen.
Sortie: vrai si G contient un puit parfait, faux sinon

Début.

$j \leftarrow 0$

Pour i de 0 à $|V|-1$

Tant que $j < |V|$

Si $MG[i][j] = 0$ et $((MG[j][i] = 1 \text{ ET } i \neq j) \text{ OU } (MG[j][i] = 0 \text{ ET } i = j))$

$j \leftarrow j + 1$

Si $j == |V|$

Renvoyer vrai

Sinon

$j \leftarrow |V| \leftarrow$ le sommet d'indice i n'est pas un puit, on peut passer au suivant

Renvoyer faux

Complexité: $\Theta(m^2)$ m : nbr de sommet.
(au pire des cas) \hookrightarrow parcours de la matrice.