

IN310 - Mathématiques pour l'informatique
3^{ième} contrôle continu 2018-2019

Durée : 1h10.

Les documents sont autorisés. Pas de calculatrices. Pas d'ordinateur. Pas de téléphone.

IMPORTANT : Pensez à noter le numéro du sujet sur votre copie.

Question 1

Soient $a = 301$ et $b = 253$.

1. Calculer le pgcd de a et b .
2. Utiliser l'algorithme d'Euclide étendu pour calculer deux entiers u et v tels que $\text{pgcd}(a, b) = au + bv$.
3. Calculer l'inverse de b modulo a .

Question 2

1. Donner le résultat des calculs ci-dessous. La réponse doit être un entier compris entre 0 et $n - 1$, où n est le module.

(a) $17 \cdot 10 + 2 \pmod{14}$ (b) $36 \cdot 19 \pmod{16}$ (c) $(17 + 27) \cdot 36 \pmod{22}$ (d) $547 \cdot 30 \pmod{27}$

(e) $695 \cdot 2355 \pmod{23}$

2. Donner la liste des éléments inversibles de $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$. S'agit-il d'un corps ? Justifier votre réponse.

Question 3

Calculer le déterminant des matrices A , B et C .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 0 & 3 \\ -2 & -1 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 14 & 0 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & 7 & 10 & 9 \\ 1 & -1 & 3 & 2 & 0 \\ 12 & -6 & 7 & 0 & 13 \\ 3 & -3 & 9 & 6 & 0 \end{pmatrix}$$

Question 4

Résoudre le système linéaire suivant par la méthode de Gauss.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 6 \\ 1 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 3 & 0 & -2 & -6 \\ 6 & 0 & 2 & 2 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 22 \\ -12 \\ -3 \\ 56 \end{pmatrix}$$