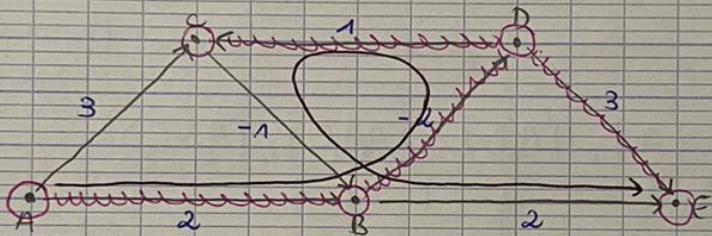


A	B	C	D	E
0	2	1	0	3
-	A	D	B	D

Application de l'algo de Dijkstra  
 Tableau initial  
 → ABDCE

→ Pas de problème avec le poids négatif.



A	B	C	D	E
0	2	1	0	3
-	A	D	B	D

Problème : Pas de chemin le plus court ("poids minimum")

chemin noir : ABDCE poids 2  
 → on peut boucler indéfiniment  
 on obtient un poids  $\rightarrow -\infty$

$\Sigma \text{ poids} < 0 \rightarrow$  circuit absorbant, Dijkstra ne fait pas, à chaque fois on peut faire mieux.

→ Quand poids neg, le not° de PP ne peut être def  
 quand circuit absorbant, l'algo n'est pas capable  
 de savoir si il a bien fonctionné, ainsi, on ne fait  
 pas Dijkstra quand poids neg → algo plus fiable  
 (=)

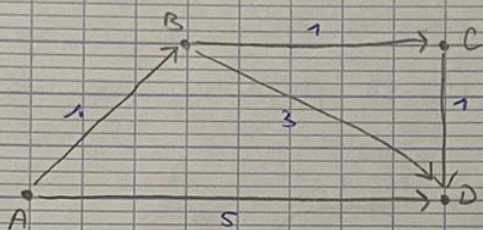


# Algo de Ford

	A	B	C	D	E
0	0	-	-	-	-
1	0	2	3	-	-
2	0	2	3	0	4
3	0	1	1	0	4
4	0	-1	1	-1	3
5	0	-1	0	-3	2

N =

Si j'atteins la n-ième étape et que le tableau continue de bouger → circuit absorbant par la peine de continuer



$A \rightarrow B$  1  
 $A \rightarrow D$  5  
 $B \rightarrow D$  3  
 $B \rightarrow C$  1  
 $C \rightarrow D$  1

me parait oublier les couple poids infini

$\{A\}, \{A,B\}, \{A,B,C\}, \{A,B,C,D\}$

↑  
sommet

intermédiaire ?

$A \rightarrow D$  4

$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$  (3)

ex

$A \rightarrow D$  5

$A \rightarrow B \rightarrow D$   
1 + 3 = 4

$B \rightarrow D$  (3)

$B \rightarrow C \rightarrow D$  (2)

$A \rightarrow D$  4

$A \rightarrow D$  3

$B \rightarrow D$  2

$A \rightarrow D$  (4)

$A \rightarrow C$  (2)

$A \rightarrow B$  (1)

$B \rightarrow D$  (3)

$B \rightarrow C$  (1)

$C \rightarrow D$  (1)

$A \rightarrow D$  (3)

$A \rightarrow C$  (2)

$A \rightarrow B$  (1)

$B \rightarrow D$  (2)

$B \rightarrow C$  (1)

$B \rightarrow D$  (1)

$A \rightarrow D$  (3)

$A \rightarrow C$  (2)

$A \rightarrow B$  (1)

$B \rightarrow D$  (2)

$B \rightarrow C$  (1)

$B \rightarrow D$  (1)

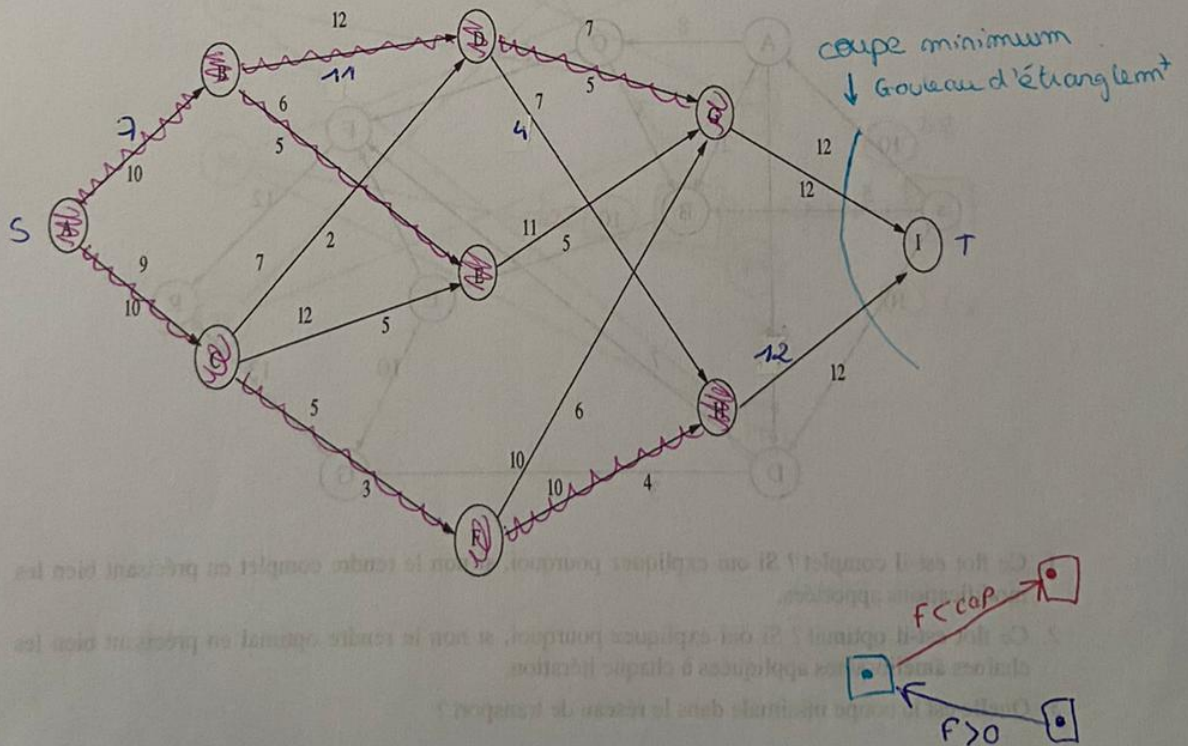
(on peut faire ça sous forme de matrice)



## 1 L'autoroute des vacances

Neuf villes désignées par des lettres de A à I sont actuellement reliées entre elles par le réseau routier ci-dessous. Afin d'accroître le trafic possible entre A et I, un projet de construction d'une autoroute est à l'étude. Le coût des travaux nécessaires pour la construction de chaque tronçon est indiqué sur le graphe au dessus de l'arc correspondant.

1. A quel problème d'optimisation correspond la recherche du tracé le plus économique ? Donnez ce tracé et sa valeur.
2. On a également évalué pour chacune des routes actuelles le nombre maximal de voitures qu'elle peut écouler par heure. Ces évaluations, données en centaines de véhicules par heure sont indiquées en dessous de chaque arc. Quel est le débit horaire total maximal de véhicules pouvant s'écouler entre les villes A et I ?
3. On décide finalement de construire l'autoroute passant par les villes A, C, D, H et I. Si l'on désire améliorer le trafic de A vers I le plus vite possible, lequel de ces 4 tronçons doit-on construire en premier ? Sachant que chaque tronçon d'autoroute remplacera la route actuelle et permettra l'écoulement de 2500 véhicules à l'heure (25 centaines), quelle amélioration permettra déjà ce premier tronçon ?





# I. L'autoroute des vacances

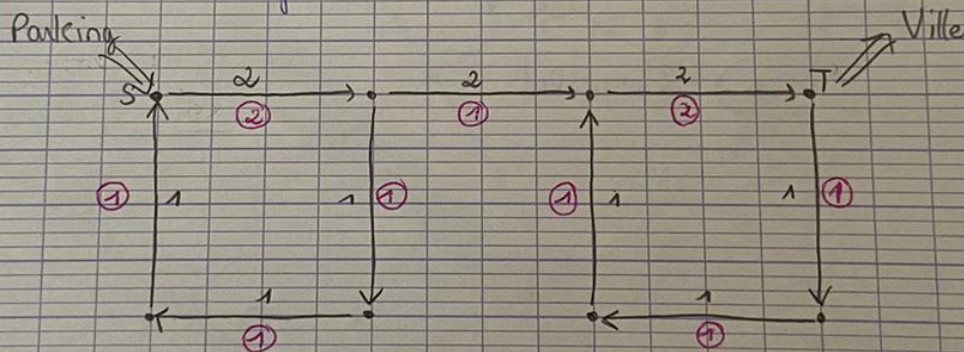
Graphe orienté  $G = (V, A)$   
pondération  $\text{cap} : A \rightarrow \mathbb{N}^*$   
source, puit dans  $V$   
 $(S) (T)$

Flot :  $F : \text{Arc} \rightarrow \mathbb{N}$   
 $(u, v) \rightarrow F(u, v)$

$\forall (u, v) \in A$   
 $F(u, v) \leq \text{cap}(u, v)$

$\forall x \in V - \{S, T\} \quad \sum_{(y, x) \in A} F(y, x) = \sum_{(x, z) \in A} F(x, z)$

Valeur d'un flot ?



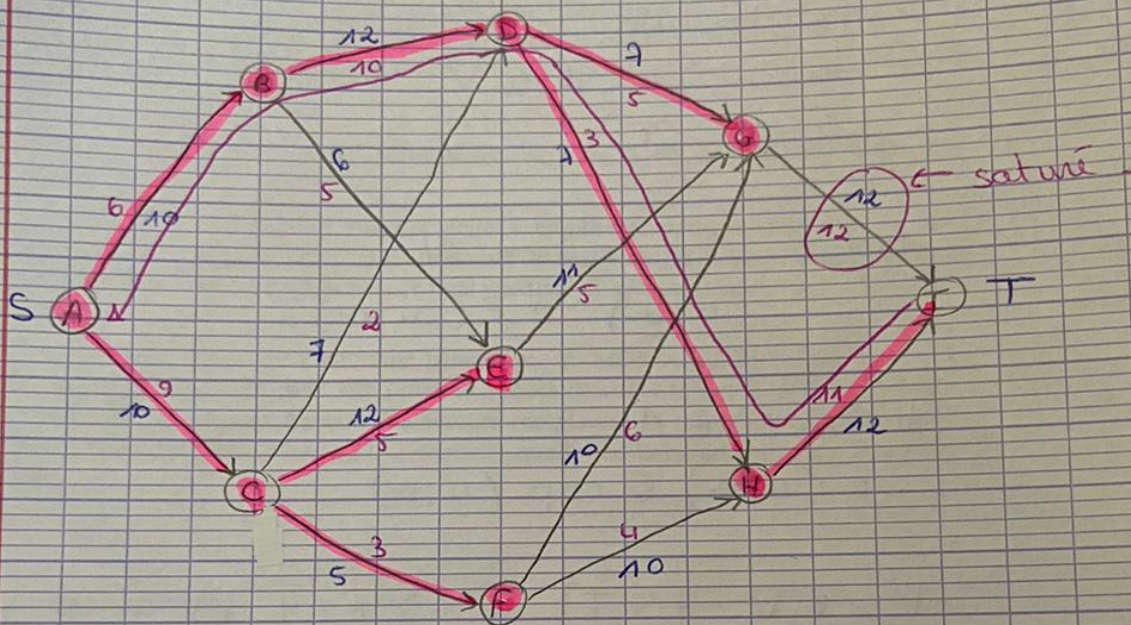
Pour chaque sommet (hors S et T) les flots entrants  
= les flots sortants.

La valeur d'un flot  $F = \sum_{(S, x) \in A} F(S, x) - \sum_{(y, S) \in A} F(y, S)$

flot  $F =$  somme des flots sortants - somme des flots entrants.



$$\text{et } \text{Flots} := \sum_{(x,T) \in A} F(x,T) - \sum_{(T,y) \in A} F(T,y)$$



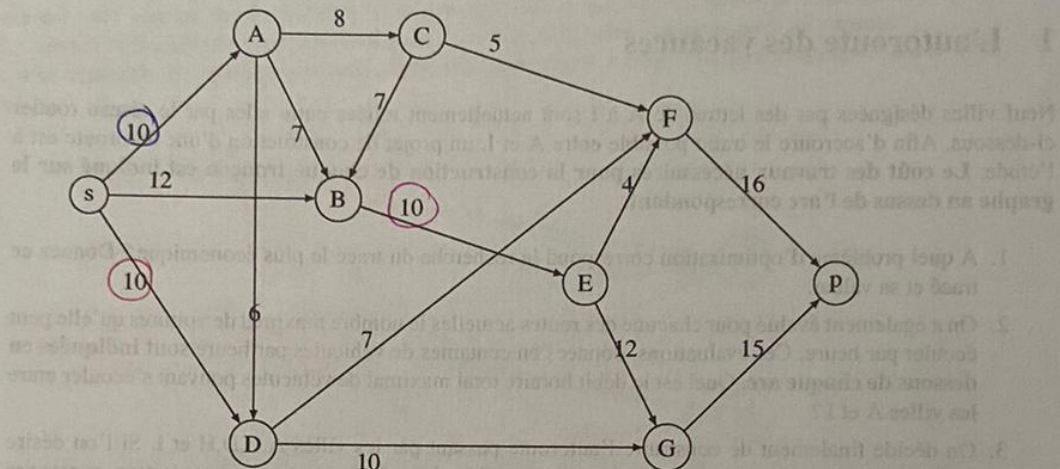
II Le rivage est plus sûr mais j'aime me battre avec les flots

1.) Complet

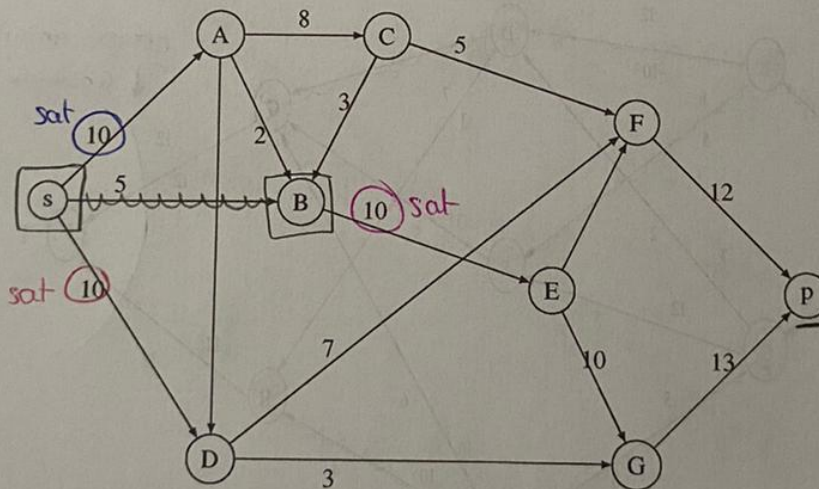


## 2 Le rivage est plus sûr mais j'aime me battre avec les flots (exo partiel 2019)

Le premier graphe ci-dessous représente un réseau de transport avec la capacité de chacun de ses arcs.



Et le graphe suivant donne le flot actuellement appliqué d'une valeur de 25 (il ne circule rien sur (A,D) et (E,F)).



1. Ce flot est-il complet ? Si oui expliquez pourquoi, si non le rendre complet en précisant bien les modifications apportées.
2. Ce flot est-il optimal ? Si oui expliquez pourquoi, si non le rendre optimal en précisant bien les chaînes améliorantes appliquées à chaque itération.
3. Quelle est la coupe minimale dans le réseau de transport ?