

Exercice 1 :

1) Somme (n : entier) : entier

-> Entrée : n (nombre limite)

-> Sortie : Somme renvoie la variable locale som qui stocke la somme des multiples

-> Variables locales : i, som : entier

Début

i <- 0;

som <- 0;

Tant que i < n

Si i mod 3 = 0

som <- som + i;

Sinon si i mod 5 = 0

som <- som + i;

Fin Si

i <- i + 1;

Fin Tant que

Retourner som;

Fin

2) Il y a $4n$ opérations arithmétiques dans le pire des cas. La borne supérieure est $O(n)$.

$$\sum_{i=1}^n 3i + \sum_{i=1}^n 5i - \sum_{i=1}^n 15i$$

$$\rightarrow 3 \frac{n(n+1)}{2} + 5 \frac{n(n+1)}{2} - 15 \frac{n(n+1)}{2}$$

Exercice 2 :

A) Il y a $n/2 + n \bmod 2 + 1$ affectations. $O(n)$

B) Il y a $n + 2$ affectations. $O(n)$

C) Il y a $1 + n^2 + 2n$ affectations. $O(n^2)$

D) Il y a $1 + 2n + (n*(1-n)/2) = 1 + n*((n+5)/2) = 1 + (3/2)n + (n^2/2)$.
affectations. $O(n^2)$

E) Il y a $1 + \min(m, n)$ affectations. $O(\min(m, n))$

F) Il y a $1 + \max(m, n)$ affectations. $O(\max(m, n))$

G) Il y a $2 + n + m$ affectations. $O(n + m)$

H) Il y a $2 + m*n + m/n$ affectations. $O(n * m)$

Les algorithmes ayant un coût linéaire sont A, B, E, F, G, H.

Les algorithmes ayant un coût quadratique sont C, D.

Exercice 3 :

1) Cet algorithme calcule $2^n - 1$.

L'algo initialise r à 0. Puis la boucle ayant l'affectation $r \leftarrow 2r + 1$ est répétée $n-1$ fois. i est initialisé à 1 et sort de la boucle quand i est égal à n . Ce qu'on aura est $u(n)$.

2) Cet algorithme calcule la même chose que l'algorithme précédent. Sa complexité est $O(2^n)$ si on considère que l'opération fondamentale est l'affectation. Si l'opération fondamentale est la condition \parallel l'opération arithmétique alors sa complexité est $O(n)$.

Exercice 4 :

1)

Minimum ($t : \text{tab}$) : entier

-> Entrée : t (le tableau qu'on va examiner pour en déterminer son minimum)

-> Sortie : La fonction renvoie une variable locale min dans laquelle est stockée la plus petite valeur du tableau

-> Variables locales : i, min : entier;

Début

$\text{min} \leftarrow t[0];$

Pour i de 1 à $t.n$ faire

Si $t[i] < \text{min}$

$\text{min} \leftarrow t[i];$

Fin Si

Fin Pour

$i \leftarrow i + 1;$

Retourner $\text{min};$

Fin

2) Cet algorithme fait $t.n$ comparaisons.

3) Il suffit de modifier "<" en le remplaçant par ">". (renommer "min" par "max" pour le sens)
OU on fait $t[i] * (-1)$ à toutes les valeurs du tableau et on réutilise .

4)

Extremum ($t : \text{tab}$) : entier

-> Entrée : t (le tableau qu'on va examiner pour en déterminer son minimum)

-> Sortie : La fonction renvoie les variables locales min et max dans lesquelles sont stockées la plus petite valeur du tableau et la plus grande valeur du tableau respectivement.

-> Variables locales : $i, \text{min}, \text{max}$: entier;

Début

$\text{min} \leftarrow t[0];$

$\text{max} \leftarrow t[0];$

Pour i de 1 à $t.n$ faire

Si $t[i] < \text{min}$

$\text{min} \leftarrow t[i];$

Sinon si $t[i] > \text{max}$

$\text{max} \leftarrow t[i];$

Fin Si

```

    i <- i + 1;
Fin Pour
Retourner min;
Retourner max;
Fin

```

Dans le meilleur des cas, on a $t.n$ comparaisons.

Dans le pire des cas, on a $t.n*2$ comparaisons.

5)

Extremum_Rem (t : tab) : entier

-> Entrée : t (le tableau qu'on va examiner pour en déterminer son minimum)

-> Sortie : La fonction renvoie les variables locales min et max dans lesquelles sont stockées la plus petite valeur du tableau et la plus grande valeur du tableau respectivement.

-> Variables locales : i, min, max : entier;

Début

```

    min <- t[0];
    max <- t[0];
    Pour i de 1 à t.n faire
        Si t[i] <= t[i+1]
            Si t[i] < min
                min <- t[i];
            Sinon si t[i+1] > max
                max <- t[i+1];
            Fin Si
        Sinon
            Si t[i+1] < min
                min <- t[i+1];
            Sinon si t[i] > max
                max <- t[i];
            Fin Si
        Fin Si
    i <- i + 2;
Fin Pour
Retourner min;
Retourner max;

```

Fin

Le complexité de cet algorithme est $3n/2$

6)

Maximum_deux (t : tab) : entier

-> Entrée : t (le tableau qu'on va examiner pour en déterminer ses deux maximums)

-> Sorties : La fonction retourne les variables locales max1 et max2 dans lesquelles est stockées la première plus grande valeur du tableau et la deuxième plus grande valeur du tableau respectivement.

-> Variables locales : i, max1, max2 : entier;

Début

```

    max1 <- t[0];
    max2 <- t[0];
    Pour i de 1 à t.n faire

```

```

Si t[i] <= t[i+1]
  Si t[i] > max2
    max2 <- t[i];
  Si t[i+1] > max1
    max1 <- t[i+1];
  Fin Si
Sinon
  Si t[i+1] > max2
    max2 <- t[i+1];
  Si t[i] > max1
    max1 <- t[i];
  Fin Si
Fin Si
i <- i + 2;
Fin Pour
Retourner max1;
Retourner max2;
Fin

```

La complexité de cet algorithmes est de $3n/2$.

7) 8)

Maximum_huit (t : tab) : entier

-> Entrée : t (le tableau de 8 éléments qu'on va examiner pour en déterminer ses deux maximums)

-> Sorties : La fonction retourne les variables locales max1 et max2 dans lesquelles est stockées la première plus grande valeur du tableau et la deuxième plus grande valeur du tableau respectivement.

-> Variables locales : i, max1, max2 : entier;

Début

```

Si ( t[0] < t[1] )
  max1 <- t[1];
  max2 <- t[0];
Sinon
  max1 <- t[0];
  max2 <- t[1];
Fin Si
Pour i de 2 à t.n faire
  Si t[i] <= t[i+1]
    Si t[i] > max2
      max2 <- t[i];
    Si t[i+1] > max1
      max1 <- t[i+1];
    Fin Si
  Sinon
    Si t[i+1] > max2
      max2 <- t[i+1];
    Si t[i] > max1
      max1 <- t[i];
    Fin Si
  Fin Si
i <- i + 2;

```

```
Fin Pour  
Retourner max1;  
Retourner max2;  
Fin
```

La complexité de cet algorithme est $1 + 3*((n-1)/2)$