

IN310 - Mathématiques pour l'informatique
2^e contrôle continu 2020-2021

Durée : 1h20.

Les documents sont autorisés. Pas de calculatrices. Pas d'ordinateur. Pas de téléphone.

Tous les calculs et toutes les réponses doivent être détaillés.

IMPORTANT : Pensez à noter votre numéro de groupe sur votre copie.

Question 1

Montrer par induction que $3^n > n^2$ pour tout $n \geq 0$.

Question 2 Soit E et F deux ensembles, soit A, C deux sous-ensembles de E et soit B, D deux sous-ensembles de F . Démontrer que

$$(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D).$$

Question 3

Soit $f : A \rightarrow B$ la fonction définie comme $f(x) = x^2$ pour tout $x \in A$. Donner un domaine de départ A et un domaine d'arrivée B de façon que

- (a) f soit injective mais pas surjective
- (b) f soit surjective mais pas injective

Expliquer vos choix.

Question 4

Soit A l'ensemble $\{0, 1, 2, 3\}$. Pour chacune des relations sur A ci-dessous (exprimées comme des sous-ensembles de $A \times A$, dire si elle est réflexive, symétrique, anti-symétrique, transitive. Justifier vos réponses.

- (a) $\mathcal{R} = \{(0, 3), (0, 2), (1, 1), (2, 0), (2, 1), (2, 3)\}$,
- (b) $\mathcal{S} = \{(0, 0), (1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$,
- (c) $\mathcal{T} = \{(0, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 1), (2, 3), (3, 2)\}$.

Question 5

On considère la relation \mathcal{R} sur $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ (paires d'entiers) définie par

$$(a, b)\mathcal{R}(c, d) \text{ si et seulement si } a - b \geq c - d$$

La relation \mathcal{R} est-elle une relation d'ordre? Justifier votre réponse.