Monitor: Raphael Henrique Braga Leivas

Quaisquer dúvidas na resolução abaixo pode entrar em contato no moodle ou na sala XXX nos horários abaixo:

Segunda-feira: 08:00 as 12:00
Terça-feira: 08:00 as 12:00
Quarta-feira: 08:00 as 12:00
Quinta-feira: 08:00 as 12:00
Sexta-feira: 08:00 as 12:00

Questão 1 (d)

Começamos no caminho certo invertendo a ordem de integração e separando a integral em duas na soma:

$$\int_2^4 \int_{-1010}^{1010} \left[y^5 e^{x^2+y^2} + 1 \right] \, dy \, dx$$

$$\int_2^4 \int_{-1010}^{1010} y^5 e^{x^2+y^2} \, dy \, dx + \int_2^4 \int_{-1010}^{1010} dy \, dx$$

Observe que a integral da esquerda é do tipo separável: os extremos de integração são constantes e podemos separar o integrando em apenas funções de x de um lado, e apenas funções de y do outro

$$\int_2^4 \int_{-1010}^{1010} \left[y^5 e^{y^2} \right] \left[e^{x^2} \right] \, dy \, dx + \int_2^4 \int_{-1010}^{1010} dy \, dx$$

$$\left[\int_{-1010}^{1010} y^5 e^{y^2} \, dy \right] \left[\int_2^4 e^{x^2} \, dx \right] + \int_2^4 \int_{-1010}^{1010} dy \, dx$$

Note que e^{y^2} é uma função par, e y^5 é uma função ímpar. Multiplicando função par por função ímpar, o resultado é uma função ímpar.

Logo, $y^5 e^{y^2}$ é uma função ímpar.

Quando integramos uma função ímpar em um intervalo simétrico em relação à origem (no caso, de -1010 a 1010), o resultado é zero, pois a área do lado esquerdo da origem "cancela" com a área do lado da direita. Assim, a expressão fica

$$0 \left[\int_2^4 e^{x^2} \, dx \right] + \int_2^4 \int_{-1010}^{1010} dy \, dx$$

Uma outra maneira de ver que a integral da esquerda da zero, sem usar paridade, é usar substituição.

$$\int_{-1010}^{1010} y^4 y e^{y^2} \, dy$$

Seja $u = y^2$, logo $du = 2y \, dy$

$$\frac{1}{2} \int_{-1010}^{1010} u^2 e^{u^2} \, du$$

Agora usamos integração por partes:

$$\frac{1}{2}\left[e^{u^2}\frac{u^3}{3} - \int 2ue^{u^2}\frac{u^3}{3}\right]\, du$$

Para aqui. Fica muito complicado.