Aluno: Raphael Henrique Braga Leivas

Código fonte LaTeX desse arquivo pode ser visto em meu GitHub pessoal:

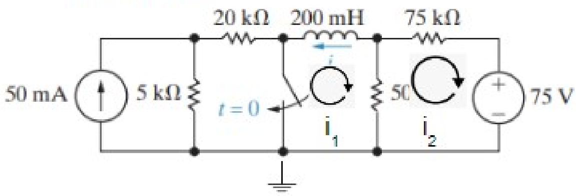
https://github.com/RaphaelLeivas/latex/tree/main/ListaCEII

Aceito sugestões de melhoria do código :)

Problema P7.35

7.35 Depois de a chave no circuito da Figura P7.35 estar aberta por um longo tempo, ela é fechada em $t = 0$. Calcule (a) o valor inicial de i; (b) o valor final de i; (c) a constante de tempo para $t \geq 0$ e (d) a expressão numérica para $i(t)$ quando $t \geq 0$.

Figura P7.35



(a)

Para calcular o valor inicial $i(0)$ de i, analisamos o circuito em $t < 0$, quando o indutor se comporta como um curto-circuito. Assim, aplicando análise de malhas com as correntes i_1 e i_2. Na malha 1,

$$5\ \mathrm{k}(i_1 - 50\ \mathrm{m}) + 20\ \mathrm{k}(i_1) + 50\ \mathrm{k}(i_1 - i_2) = 0$$

$$i_1\,(5\ \mathrm{k} + 20\ \mathrm{k} + 50\ \mathrm{k}) + i_2\,(-50\ \mathrm{k}) = (5\ \mathrm{k})(50\ \mathrm{m})$$

$$i_1\,(75\ \mathrm{k}) + i_2\,(-50\ \mathrm{k}) = 250$$

Para a malha 2,

$$50\ \mathrm{k}(i_2 - i_1) + 75\ \mathrm{k}(i_2) + 75 = 0$$

$$i_1(-50\ \mathrm{k}) + i_2(125\ \mathrm{k}) = -75$$

Com as duas equações de malha, temos o sistema linear

$$\begin{bmatrix} 75\ \mathrm{k} & -50\ \mathrm{k} \\ -50\ \mathrm{k} & 125\ \mathrm{k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 250 \\ 75 \end{bmatrix}$$

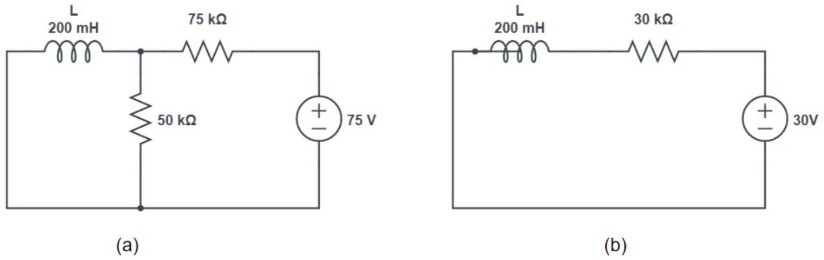
$$\begin{bmatrix} 75 & -50 \\ 0 & 275 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 250\ \mathrm{m} \\ 275\ \mathrm{m} \end{bmatrix}$$

$$i_1 = 4\ \mathrm{mA} \quad , \quad i_2 = 1\ \mathrm{mA}$$

Note que a corrente de malha i_1 está no sentido contrário ao definido para i no enunciado. Assim,

$$\boxed{i(0) = -4\ \mathrm{mA}}$$

Figure 7.35.1: (a) Circuito do problema com a chave fechada. (b) Redução via transformações de fonte.



(b)

Vamos primeiro determinar a expressão de $i(t)$ no indutor para $t > 0$. Quando as chaves se fecham, temos o circuito de 7.35.1 (a). Reduzindo o circuito de 7.35.1 (a) via transformações de fonte, temos o circuito de 7.35.1 (b).

Em 7.35.1 (b), aplicamos análise de malhas

$$L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + Ri = 30$$

$$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{R}{L}i = \frac{30}{L}$$

Usando o fator integrante $M(t) = e^{\frac{R}{L}t}$

$$e^{\frac{R}{L}t}\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + e^{\frac{R}{L}t}\frac{R}{L}i = e^{\frac{R}{L}t}\frac{30}{L}$$

$$\frac{\mathrm{d}[i \cdot e^{\frac{R}{L}t}]}{\mathrm{d}t} = e^{\frac{R}{L}t}\frac{30}{L}$$

$$i \cdot e^{\frac{R}{L}t} = \int e^{\frac{R}{L}t}\frac{30}{L}\,dt$$

$$i(t) = e^{-\frac{R}{L}t}\frac{30}{L}\frac{L}{R}\left[e^{\frac{R}{L}t} + K\right]$$

$$i(t) = 0.001 + Ke^{-150000t}$$

Usando o resultado encontrado no item (a) que $i(0) = -4$ mA, temos $K = -0.005$. Portanto,

$$\boxed{i(t) = 1 - 5e^{-150000t} \text{ mA}\,,\; t \geq 0}$$

O valor final $i(\infty)$ da corrente é

$$\lim_{t\to\infty} i(t) = 1 - 0 = 1 \text{ mA}$$

(c)

A constante de tempo do circuito 7.35.1 (b) é

$$\boxed{\tau = \frac{L}{R} = 6.67\ \mu\text{s}}$$

(d)

Como mostrado no item (b),

$$\boxed{i(t) = 1 - 5e^{-150000t} \text{ mA} \, , \, t \geq 0}$$