Aluno: Raphael Henrique Braga Leivas

Código fonte LaTeX desse arquivo pode ser visto em meu GitHub pessoal:

https://github.com/RaphaelLeivas/latex/tree/main/ListaCEII

Aceito sugestões de melhoria do código :)

Problema P6.25

6.25 Pspice Multisim Os três indutores no circuito da Figura P6.25 estão ligados aos terminais de uma caixa preta em $t = 0$. Sabe-se que a tensão resultante para $t > 0$ é

$$v_o = 2.000e^{-100t}\ \text{V}.$$

Se $i_1(0) = -6$ A e $i_2(0) = 1$ A, determine:

a) $i_o(0)$;

b) $i_o(t), t \geq 0$;

c) $i_1(t), t \geq 0$;

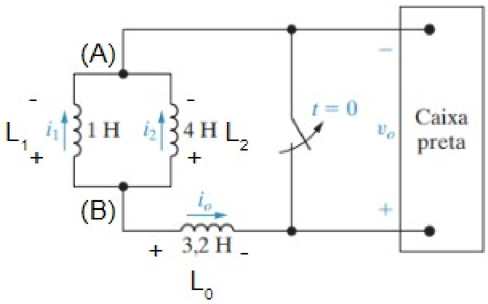
d) $i_2(t), t \geq 0$;

e) a energia inicial armazenada nos três indutores;

f) a energia total fornecida à caixa preta;

g) a energia final retida nos indutores ideais.

Figura P6.25



(a)

Aplicando análise nodal no nó essencial (B), temos

$$i_0(t) + i_1(t) + i_2(t) = 0 \quad \Rightarrow \quad i_0(t) = -i_1(t) - i_2(t)$$

Substituindo no instante $t = 0$,

$$i_0(0) = -(-6) - 1$$

$$\boxed{i_0(0) = 5\ \text{A}}$$

(b)

Reduzindo os três indutores da figura via redução série-paralelo, temos um indutor equivalente L_{eq} dado por

$$L_{eq} = (1\ \text{H} \ //\ 4\ \text{H}) + 3.2\ \text{H}$$

$$L_{eq} = 4.0\ \text{H}$$

Assim, usando a expressão da corrente no indutor

$$i_0(t) = i_0(0) + \frac{1}{L}\int_{t_i}^{t_f} v_L(t)\, dt \tag{6.25.1}$$

Note que no sentido em que $i_o(t)$ está definida na figura, temos, via análise de malhas,

$$+v_o(t) + v_{L_{eq}}(t) = 0 \quad \Rightarrow \quad v_{L_{eq}}(t) = -v_o(t)$$

Assim, temos que (6.25.1) deve ter o sinal ajustado para atender a convenção passiva definida acima, ficando

$$i_0(t) = i_0(0) - \frac{1}{L}\int_{t_i}^{t_f} v_0(t)\,dt \tag{6.25.2}$$

Substituindo os valores do enunciado e resultado do item (a) em (6.25.2), temos

$$i_0(t) = 5 - \frac{1}{4}\int_0^t 2000e^{-100t}\,dt$$

$$i_0(t) = 5 - 2000\frac{1}{4}\frac{1}{-100}\left[e^{-100t} - e^0\right]$$

$$i_0(t) = 5 + 5\left[e^{-100t} - 1\right]$$

$$\boxed{i_0(t) = 5e^{-100t} \quad , \quad t \geq 0}$$

(c)

Retornando ao circuito original, temos que a queda de tensão no indutor $L_0 = 3.2\ \mathrm{H}$ é dada por

$$v_{L_0}(t) = L_0\frac{\mathrm{d}i_0}{\mathrm{d}t}$$

Substuindo o resultado encontrado no item (b), temos

$$v_{L_0}(t) = 3.2(-500e^{-100t})\ \mathrm{V} = -1600e^{-100t}\ \mathrm{V}$$

Assim, aplicamos análise de malhas para determinar a queda de tensão indutor $L_1 = 1\ \mathrm{H}$, assumindo $i_0(t)$ como a corrente de malha no sentido que ela foi definida na figura.

$$v_o(t) + v_{L_0}(t) - v_{L_1}(t) = 0$$

$$v_{L_1}(t) = v_o(t) + v_{L_0}(t) \tag{6.25.3}$$

Substituindo os resultados encontrados em (6.25.3), temos

$$v_{L_1}(t) = 2000e^{-100t} - 1600e^{-100t}$$

$$v_{L_1}(t) = 400e^{-100t}\ \mathrm{V}$$

Assim, novamente usando (6.25.1), temos a corrente $i_1(t)$ dada por

$$i_1(t) = -6 + \frac{1}{1}\int_0^t 400e^{-100t}\,dt$$

$$i_1(t) = -6 + \frac{1}{-100}400\left[e^{-100t} - e^0\right]$$

$$\boxed{i_1(t) = -2 - 4e^{-100t}\ \mathrm{A} \quad , \quad t \geq 0}$$

(d)

Usando a análise nodal do item (a), temos

$$i_2(t) = -i_0(t) - i_1(t)$$

Substituindo os valores encontrados nos itens anteriores,

$$i_2(t) = -(5e^{-100t}) - (-2 - 4e^{-100t})$$

$$\boxed{i_2(t) = 2 - e^{-100t} \text{ A} \quad , \quad t \geq 0}$$

(e)

Sabemos que a energia armazena em um indutor é dada por

$$E(t) = \frac{1}{2} L\,[i(t)]^2 \tag{6.25.4}$$

Em $t = 0$ usamos os valores de $i(0)$ para cada um dos indutores, obtendo

$$E_0(0) = 40 \text{ J} \quad , \quad E_1(0) = 18 \text{ J} \quad , \quad E_2(0) = 2 \text{ J}$$

A energia total armazenada em $t = 0$ é, portanto,

$$E_T(0) = E_0(0) + E_1(0) + E_2(0)$$

$$\boxed{E_T(0) = 60 \text{ J}}$$

(f)

Usando o circuito equivalente com $L_{eq} = 4$ H e (6.25.4) em $t = 0$, temos

$$E_{ent}(0) = \frac{1}{2} L_{eq} [i_0(0)]^2$$

$$E_{ent}(0) = \frac{1}{2} 4 [5]^2$$

$$\boxed{E_{ent}(0) = 50 \text{ J}}$$

(g)

A energia retida $E_R(t)$ em $t = 0$ é dada pela diferença entre a energia inicialmente armazenada e a entregue. Assim,

$$E_R(0) = E_T(0) - E_{ent}(0)$$

$$E_R(0) = 60 \text{ J} - 50 \text{ J}$$

$$\boxed{E_R(0) = 10 \text{ J}}$$