Aluno: Raphael Henrique Braga Leivas

Código fonte LaTeX desse arquivo pode ser visto em meu GitHub pessoal:

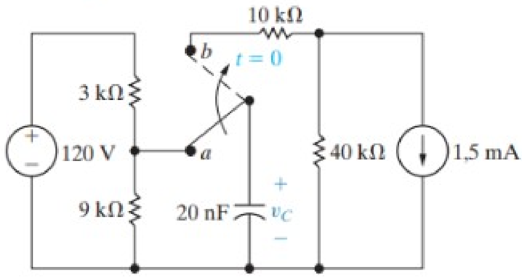
https://github.com/RaphaelLeivas/latex/tree/main/ListaCEII

Aceito sugestões de melhoria do código :)

Problema P7.53

7.53 A chave no circuito da Figura P7.53 esteve na posição a por um longo tempo. Em $t = 0$, ela é colocada na posição b. Calcule (a) a tensão inicial no capacitor; (b) a tensão final no capacitor; (c) a constante de tempo (em microssegundos) para $t > 0$ e (d) o tempo (em microssegundos) necessário para a tensão no capacitor anular-se, depois de a chave ser colocada na posição b.

Figura P7.53



(a)

Em $t < 0$, como o capacitor está em paralelo com um divisor de tensão, a tensão inicial no capacitor é dada por

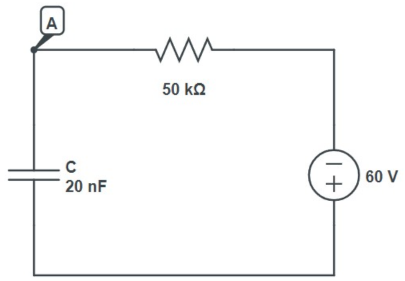
$$v(0) = 120 \frac{9 \text{ k}}{3 \text{ k} + 9 \text{ k}}$$

$$\boxed{v(0) = 90 \text{ V}}$$

(b)

Vamos determinar a função da tensão no capacitor para $t > 0$. Usando transformações de fonte, podemos reduzir o circuito com a chave na posição b para o circuito em 7.53.1.

Figure 7.53.1: Circuito com a chave em b reduzido.



Feito isso, aplicamos análise nodal no nó (A) mostrado em 7.53.1.

$$-i_c + \frac{V_A - (-60)}{50 \text{ k}} = 0$$

Usando $V_A = v$, $i_c = C\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ (com a convenção passiva), temos

$$-(-C\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}) + \frac{v}{50\ \mathrm{k}} = -12 \cdot 10^{-3}$$

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + \frac{v}{C50\ \mathrm{k}} = -\frac{12 \cdot 10^{-3}}{C}$$

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + \frac{v}{0.001} = -60000$$

Usando o fator integrante $M(t) = e^{1000t}$,

$$e^{1000t}\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + e^{1000t}\frac{v}{0.001} = -60000e^{1000t}$$

Aplicando o inverso da regra da derivada do produto,

$$\frac{\mathrm{d}[v(t) \cdot e^{1000t}]}{\mathrm{d}t} = -60000e^{1000t}$$

$$v(t) \cdot e^{1000t} = \int -60000e^{1000t}\, dt$$

$$v(t) = e^{-1000t}(-60000)\frac{1}{1000}[e^{1000t} + K]$$

$$v(t) = -60 - 60Ke^{-1000t}$$

Sabemos que, do item (a), $v(0) = 90\ \mathrm{V}$, logo temos $K = -2.5$ e

$$v(t) = -60 + 150e^{-1000t}\ \mathrm{V}\, ,\ t \geq 0 \tag{7.53.1}$$

Uma vez determinado a função de $v(t)$, temos que valor final $v(\infty)$ da tensão é

$$\lim_{t\to\infty} v(t) = -60 + 0 = -60\ \mathrm{V}$$

$$\boxed{v(\infty) = -60\ \mathrm{V}}$$

(c)

Na expressão de $v(t)$ encontrada em (7.53.1), temos

$$\boxed{\tau = \frac{1}{1000} = 1\ \mathrm{ms}}$$

(d)

Isolando t em (7.53.1), temos

$$e^{-1000t} = \frac{v(t) + 60}{150}$$

$$-1000t = \ln\left(\frac{v(t) + 60}{150}\right)$$

$$t = -\frac{1}{1000} \ln \left(\frac{v(t) + 60}{150} \right)$$

Queremos o instante t tal que $v(t) = 0$. Substituindo $v(t) = 0$ na expressão acima, temos

$$t = -\frac{1}{1000} \ln \left(\frac{60}{150} \right)$$

$$\boxed{t = 916.29\ \mu\text{s}}$$