Aluno: Raphael Henrique Braga Leivas
Matrícula: 2020028101

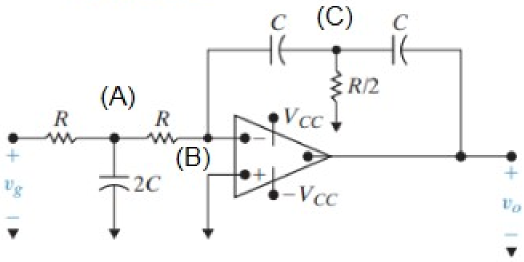
Código fonte LaTeX desse arquivo pode ser visto em meu GitHub pessoal:
https://github.com/RaphaelLeivas/latex/tree/main/ListaCEII

Aceito sugestões de melhoria do código :)

Problema P8.62

8.62 a) Deduza a equação diferencial que relaciona a tensão de saída com a tensão de entrada para o circuito mostrado na Figura P8.62.
b) Compare o resultado com a Equação 8.75 quando $R_1C_1 = R_2C_2 = RC$ na Figura 8.18.
c) Qual é a vantagem do circuito mostrado na Figura P8.62?

Figura P8.62



(a)

Usando o amplificador operacional como ideal, temos duas premissas que podemo tomar antes de começar a análise:

$$V_+ = V_- = 0 \tag{8.62.1}$$

$$i_+ = i_- = 0 \tag{8.62.2}$$

(8.62.1) se refere ao curto circuito virtual entre os terminais de entrada do AmpOp, e (8.62.2) se refere à impedância de entrada infinita; Assim, temos três nós essenciais no circuito, nomeados (A), (B) e (C). Vamos aplicar análise nodal em cada um deles.
Nó (A):

$$\frac{V_A - v_g}{R} + i_C + \frac{V_A - 0}{R} = 0$$

$$\frac{V_A - v_g}{R} + 2C\frac{\mathrm{d}V_A}{\mathrm{d}t} + \frac{V_A}{R} = 0$$

$$\frac{\mathrm{d}V_A}{\mathrm{d}t} + \frac{V_A}{2RC} - \frac{v_g}{2RC} + \frac{V_A}{2RC} = 0$$

$$\frac{\mathrm{d}V_A}{\mathrm{d}t} + \frac{V_A}{RC} - \frac{v_g}{2RC} = 0 \tag{8.62.3}$$

Nó (B):

$$\frac{V_B - V_A}{R} + 0 + i_C = 0$$

$$\frac{V_B - V_A}{R} + C\frac{\mathrm{d}(V_B - V_C)}{\mathrm{d}t} = 0$$

$$\frac{V_B}{R} - \frac{V_A}{R} + C\frac{\mathrm{d}V_B}{\mathrm{d}t} - C\frac{\mathrm{d}V_C}{\mathrm{d}t} = 0$$

Note que $V_B = 0$ devido à (8.62.1). Assim,

$$\frac{V_A}{R} + C\frac{\mathrm{d}V_C}{\mathrm{d}t} = 0 \tag{8.62.4}$$

Nó (C):

$$i_C + i_C + \frac{V_C}{0.5R} = 0$$

$$C\frac{\mathrm{d}(V_C - V_B)}{\mathrm{d}t} + C\frac{\mathrm{d}V_C - v_o}{\mathrm{d}t} + \frac{V_C}{0.5R} = 0$$

$$C\frac{\mathrm{d}V_C}{\mathrm{d}t} + C\frac{\mathrm{d}V_C}{\mathrm{d}t} - C\frac{\mathrm{d}v_o}{\mathrm{d}t} + \frac{V_C}{0.5R} = 0$$

$$2C\frac{\mathrm{d}V_C}{\mathrm{d}t} - C\frac{\mathrm{d}v_o}{\mathrm{d}t} + \frac{V_C}{0.5R} = 0 \tag{8.62.5}$$

A partir de (8.62.4) é possível extrair duas informações:

$$V_A = -RC\frac{\mathrm{d}V_C}{\mathrm{d}t} \quad , \quad \frac{\mathrm{d}V_A}{\mathrm{d}t} = -RC\frac{\mathrm{d}^2V_C}{\mathrm{d}t^2}$$

Substituindo essas duas novas informações em (8.62.3), temos

$$-RC\frac{\mathrm{d}^2V_C}{\mathrm{d}t^2} + \frac{-RC\frac{\mathrm{d}V_C}{\mathrm{d}t}}{RC} - \frac{v_g}{2RC} = 0$$

$$\frac{\mathrm{d}^2V_C}{\mathrm{d}t^2} + \frac{1}{RC}\frac{\mathrm{d}V_C}{\mathrm{d}t} = -\frac{v_g}{2R^2C^2} \tag{8.62.6}$$

Note que, diferenciando (8.62.5), temos

$$2C\frac{\mathrm{d}^2V_C}{\mathrm{d}t^2} - C\frac{\mathrm{d}^2v_o}{\mathrm{d}t^2} + \frac{1}{0.5R}\frac{\mathrm{d}V_C}{\mathrm{d}t} = 0$$

$$\frac{\mathrm{d}^2V_C}{\mathrm{d}t^2} + \frac{1}{RC}\frac{\mathrm{d}V_C}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}^2v_o}{\mathrm{d}t^2} \tag{8.62.7}$$

Igualando os termos direitos das equações (8.62.6) e (8.62.7), obtemos finalmente uma expressão da saída v_o em função da entrada v_g.

$$-\frac{v_g}{2R^2C^2} = \frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}^2v_o}{\mathrm{d}t^2}$$

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}^2v_o}{\mathrm{d}t^2} = -\frac{v_g}{R^2C^2}}$$

(b)

Se $R_1C_1 = R_2C_2$, temos

$$R_1C_1 \cdot R_2C_2 = R^2C^2$$

E a equação 8.75 do livro se torna a mesma equação deduzida no item (a) do problema. A única diferença é que o circuito do problema inverte o sinal da entrada.

(c)

O circuito da Figura P8.62 é capaz ter a mesma função resposta do circuito da Figura 8.18 do livro usando apenas um amplificador operacional, ao passo que o do livro usa dois AmpOps. A única desvantagem é que ele também inverte o sinal, o que pode ser indesejado em algumas aplicações.