

Monitor: Raphael Henrique Braga Leivas

Quaisquer dúvidas na resolução abaixo pode entrar em contato no moodle ou na sala XXX nos horários abaixo:

Segunda-feira: 08:00 as 12:00

Terça-feira: 08:00 as 12:00

Quarta-feira: 08:00 as 12:00

Quinta-feira: 08:00 as 12:00

Sexta-feira: 08:00 as 12:00

## Exemplo 1 Página 883

**EXEMPLO 1** Calcule o valor das integrais iteradas

(a)  $\int_0^3 \int_1^2 x^2 y \, dy \, dx$

(b)  $\int_1^2 \int_0^3 x^2 y \, dx \, dy$

(a)

$$\int_{x=0}^{x=3} \int_{y=1}^{y=2} x^2 y \, dy \, dx \quad (1)$$

Começamos integrando a integral "de dentro"  $dy$ :

$$\int_{y=1}^{y=2} x^2 y \, dy \quad (2)$$

Note que, do ponto de vista de  $y$ , o termo  $x^2$  é uma constante.

$$\int_{y=1}^{y=2} x^2 y \, dy = x^2 \int_{y=1}^{y=2} y \, dy = x^2 \left[ \frac{y^2}{2} \right]_{y=1}^{y=2} = x^2 \left[ \frac{2^2}{2} - \frac{1^2}{2} \right] = x^2 \frac{3}{2} \quad (3)$$

Assim, encontramos o valor da integral "de dentro".

$$\int_{y=1}^{y=2} x^2 y \, dy = \frac{3}{2} x^2 \quad (4)$$

Substituindo (4) em (1), temos

$$\int_{x=0}^{x=3} \frac{3}{2} x^2 \, dx \quad (5)$$

Primitivando (5), obtemos

$$\frac{3}{2} \left[ \frac{x^3}{3} \right]_{x=0}^{x=3} = \frac{3}{2} \left[ \frac{3^3}{3} - \frac{0^3}{3} \right] = \frac{27}{2} \quad (6)$$

Finalmente,

$$\boxed{\int_{x=0}^{x=3} \int_{y=1}^{y=2} x^2 y \, dy \, dx = \frac{27}{2}}$$

**(b)**

$$\int_{y=1}^{y=2} \int_{x=0}^{x=3} x^2 y \, dx \, dy \quad (7)$$

Começamos integrando a integral "de dentro"  $dx$ :

$$\int_{x=0}^{x=3} x^2 y \, dx \quad (8)$$

Note que, do ponto de vista de  $x$ , o termo  $y$  é uma constante.

$$\int_{x=0}^{x=3} x^2 y \, dx = y \int_{x=0}^{x=3} x^2 \, dx = y \left[ \frac{x^3}{3} \right]_{x=0}^{x=3} = y \left[ \frac{3^3}{3} - \frac{0^3}{3} \right] = 9y \quad (9)$$

Assim, encontramos o valor da integral "de dentro".

$$\int_{x=0}^{x=3} x^2 y \, dx = 9y \quad (10)$$

Substituindo (10) em (7), temos

$$\int_{y=1}^{y=2} 9y \, dy \quad (11)$$

Primitivando (11), obtemos

$$9 \left[ \frac{y^2}{2} \right]_{y=1}^{y=2} = 9 \left[ \frac{2^2}{2} - \frac{1^2}{2} \right] = 9 \frac{3}{2} = \frac{27}{2} \quad (12)$$

Finalmente,

$$\boxed{\int_{y=1}^{y=2} \int_{x=0}^{x=3} x^2 y \, dx \, dy = \frac{27}{2}}$$