

Aluno: Raphael Henrique Braga Leivas

Código fonte LaTeX desse arquivo pode ser visto em meu GitHub pessoal:

<https://github.com/RaphaelLeivas/latex/tree/main/ListaCEII>

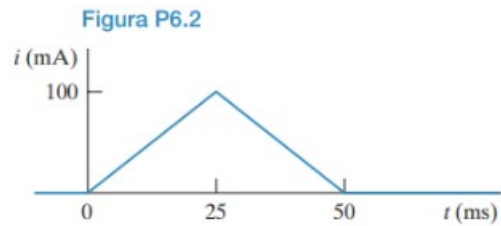
Aceito sugestões de melhoria do código :)

Problema P6.2

6.2 O pulso triangular de corrente mostrado na Figura P6.2 é aplicado a um indutor de 500 mH.

Pspice
Multisim

- a) Escreva as expressões que descrevem $i(t)$ nos quatro intervalos $t < 0$, $0 \leq t \leq 25$ ms, $25 \text{ ms} \leq t \leq 50$ ms e $t > 50$ ms.
- b) Deduza as expressões para a tensão, potência e energia do indutor. Use a convenção passiva.



(a)

Usando a figura, temos as expressões de $i(t)$ dadas por

$$i(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \frac{100 \cdot 10^{-3} - 0}{25 \cdot 10^{-3} - 0} t, & 0 \leq t < 25 \text{ ms} \\ \frac{0 - 100 \cdot 10^{-3}}{50 \cdot 10^{-3} - 25 \cdot 10^{-3}} t + (200 \cdot 10^{-3}), & 25 \leq t < 50 \text{ ms} \\ 0, & t \geq 50 \text{ ms} \end{cases} = \begin{cases} 0 \text{ A}, & t < 0 \\ 4t \text{ A}, & 0 \leq t < 25 \text{ ms} \\ 0.2 - 4t \text{ A}, & 25 \leq t < 50 \text{ ms} \\ 0 \text{ A}, & t \geq 50 \text{ ms} \end{cases}$$

(b)

Sabemos que a tensão em um indutor é dada por

$$v(t) = L \frac{di}{dt} \quad (6.2.1)$$

Portanto, aplicando (??) sobre o resultado do item (a), temos

$$v(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ L \cdot 4, & 0 \leq t < 25 \text{ ms} \\ L \cdot (-4), & 25 \leq t < 50 \text{ ms} \\ 0, & t \geq 50 \text{ ms} \end{cases} = \begin{cases} 0 \text{ V}, & t < 0 \\ 2 \text{ V}, & 0 \leq t < 25 \text{ ms} \\ -2 \text{ V}, & 25 \leq t < 50 \text{ ms} \\ 0 \text{ V}, & t \geq 50 \text{ ms} \end{cases}$$

Além disso, temos que a potência no indutor é dada por

$$p(t) = v(t) \cdot i(t) \quad (6.2.2)$$

Assim,

$$p(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 4t \cdot 2, & 0 \leq t < 25 \text{ ms} \\ (0.2 - 4t) \cdot (-2), & 25 \leq t < 50 \text{ ms} \\ 0, & t \geq 50 \text{ ms} \end{cases} = \begin{cases} 0 \text{ W}, & t < 0 \\ 8t \text{ W}, & 0 \leq t < 25 \text{ ms} \\ 8t - 0.4 \text{ W}, & 25 \leq t < 50 \text{ ms} \\ 0 \text{ W}, & t \geq 50 \text{ ms} \end{cases}$$

Finalmente, podemos determinar a energia $E(t)$ no indutor a partir de $p(t)$ substituindo (??) em (??).

$$p(t) = L \frac{di}{dt} \cdot i(t) = L i(t) \frac{di}{dt}$$

Note que a potência é energia por unidade de tempo, logo $p(t) = \frac{dE}{dt}$. Substituindo,

$$\frac{dE}{dt} = L i(t) \frac{di}{dt}$$

$$dE = L i(t) di$$

Integrando ambos lados, temos

$$\int_{t_i}^{t_f} E(t) dt = \int_{i_i}^{i_f} L i(t) di$$

$$E(t_f) - E(t_i) = \frac{1}{2} L [i_f^2 - i_i^2]$$

Assumimos a corrente inicial $i_i = 0$ e energia inicial $E_i = 0$ também nula. Além disso, fazemos a energia final $E(t_f) = E(t)$ e a corrente do estado final como $i_f = i(t)$. Assim, isolando $E(t)$,

$$E(t) = \frac{1}{2} L [i(t)]^2 \quad (6.2.3)$$

Usando (??), temos

$$E(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \frac{1}{2} L (4t)^2, & 0 \leq t < 25 \text{ ms} \\ \frac{1}{2} L (0.2 - 4t)^2, & 25 \leq t < 50 \text{ ms} \\ 0, & t \geq 50 \text{ ms} \end{cases} = \begin{cases} 0 \text{ J}, & t < 0 \\ 4t^2 \text{ J}, & 0 \leq t < 25 \text{ ms} \\ 0.01 - 0.4t + 4t^2 \text{ J}, & 25 \leq t < 50 \text{ ms} \\ 0 \text{ J}, & t \geq 50 \text{ ms} \end{cases}$$

Problema P6.21

6.21 O pulso de corrente de formato retangular mostrado na Figura P6.21 é aplicado a um capacitor de $0,1 \mu\text{F}$. A tensão inicial no capacitor é uma queda de 15 V na direção de referência da corrente. Deduza a expressão da tensão no capacitor para os intervalos descritos nos itens (a)–(d).

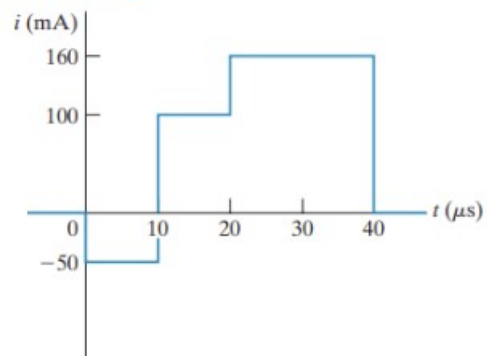
Pspice
Multisim

- a) $0 \leq t \leq 10 \mu\text{s}$;
- b) $10 \mu\text{s} \leq t \leq 20 \mu\text{s}$;
- c) $20 \mu\text{s} \leq t \leq 40 \mu\text{s}$;

d) $40 \mu\text{s} \leq t < \infty$;

e) Faça um gráfico de $v(t)$ no intervalo $-10 \mu\text{s} \leq t \leq 50 \mu\text{s}$.

Figura P6.21



(a), (b), (c), (d)

Sabemos que a tensão em um capacitor de capacitância C é dada por

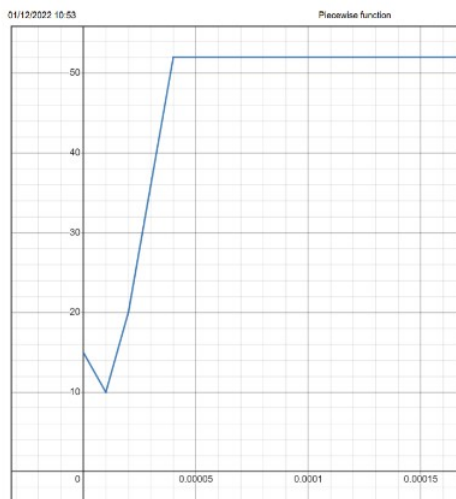
$$v(t) = V_0 + \frac{1}{C} \int_{t_i}^{t_f} i(t) dt \quad (6.21.1)$$

Usando a figura, e aplicando (??) nos intervalos correspondetes ao enunciado, temos

$$v(t) = \begin{cases} 15 + \frac{1}{C} \int_0^t (-50 \text{ mA}) dt, & 0 \leq t \leq 10 \mu\text{s} \\ 10 + \frac{1}{C} \int_{10 \mu\text{s}}^t (100 \text{ mA}) dt, & 10 \leq t \leq 20 \mu\text{s} \\ 20 + \frac{1}{C} \int_{20 \mu\text{s}}^t (160 \text{ mA}) dt, & 20 \leq t \leq 40 \mu\text{s} \\ 52 + \frac{1}{C} \int_{40 \mu\text{s}}^t (0 \text{ mA}) dt, & t > 40 \mu\text{s} \end{cases} = \begin{cases} 15 - 5 \cdot 10^5 t \text{ V}, & 0 \leq t \leq 10 \mu\text{s} \\ 10^6 t \text{ V}, & 10 \leq t \leq 20 \mu\text{s} \\ 1.6 \cdot 10^6 t - 12 \text{ V}, & 20 \leq t \leq 40 \mu\text{s} \\ 52 \text{ V}, & t > 40 \mu\text{s} \end{cases}$$

(e)

Usando a ferramenta online Desmos, temos o gráfico de $v(t)$ em função do tempo t abaixo.



- 1 $v(t) = \{0 < t < 10 \cdot 10^{-6}; 15 - 5 \cdot 10^5 t\}$
- 2 $v(t) = \{10 \cdot 10^{-6} < t < 20 \cdot 10^{-6}; 10^6 t\}$
- 3 $v(t) = \{20 \cdot 10^{-6} < t < 40 \cdot 10^{-6}; 1.6 \cdot 10^6 t - 12\}$
- 4 $v(t) = \{t > 40 \cdot 10^{-6}; 52\}$
- 5

<https://www.desmos.com/calculator/3zabdb3vgf?lang=pt-BR>

Problema P6.25

6.25 Os três indutores no circuito da Figura P6.25 estão ligados aos terminais de uma caixa preta em $t = 0$. Sabe-se que a tensão resultante para $t > 0$ é

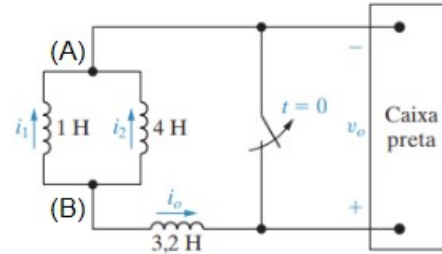
$$v_o = 2.000e^{-100t} \text{ V.}$$

Se $i_1(0) = -6 \text{ A}$ e $i_2(0) = 1 \text{ A}$, determine:

- $i_o(0)$;
- $i_o(t), t \geq 0$;
- $i_1(t), t \geq 0$;
- $i_2(t), t \geq 0$;

- a energia inicial armazenada nos três indutores;
- a energia total fornecida à caixa preta;
- a energia final retida nos indutores ideais.

Figura P6.25



(a)

Aplicando análise nodal no nó essencial (B), temos

$$i_o(t) + i_1(t) + i_2(t) = 0 \Rightarrow i_o(t) = -i_1(t) - i_2(t)$$

Substituindo no instante $t = 0$,

$$i_o(0) = -(-6) - 1$$

$$i_o(0) = 5 \text{ A}$$

(b)

Reduzindo os três indutores da figura via redução série-paralelo, temos um indutor equivalente L_{eq} dado por

$$L_{eq} = (1 \text{ H} // 4 \text{ H}) + 3.2 \text{ H}$$

$$L_{eq} = 4.0 \text{ H}$$

Assim, usando a expressão da corrente no indutor

$$i(t) = i_0 + \frac{1}{L} \int_{t_i}^{t_f} v_L(t) dt \quad (6.25.1)$$

Note que no sentido em que $i_o(t)$ está definida na figura, temos, via análise de malhas,

$$+v_o(t) + v_{L_{eq}}(t) = 0 \Rightarrow v_{L_{eq}}(t) = -v_o(t)$$

Assim, temos que (??) deve ter o sinal ajustado para atender a convenção passiva definida acima, ficando

$$i(t) = i_0 - \frac{1}{L} \int_{t_i}^{t_f} v_o(t) dt \quad (6.25.2)$$

Substituindo os valores do enunciado e resultado do item (a) em (??), temos

$$i(t) = 5 - \frac{1}{4} \int_0^t 2000e^{-100t} dt$$

$$i(t) = 5 - 2000 \frac{1}{4} \frac{1}{-100} [e^{-100t} - e^0]$$

$$i(t) = 5 + 5 [e^{-100t} - 1]$$

$$\boxed{i(t) = 5e^{-100t} \quad , \quad t > 0}$$

(c)

Retornando ao circuito original, temos que a queda de tensão no indutor de