

Aluno: Raphael Henrique Braga Leivas

Código fonte LaTeX desse arquivo pode ser visto em meu GitHub pessoal:

<https://github.com/RaphaelLeivas/latex/tree/main/ListaCEII>

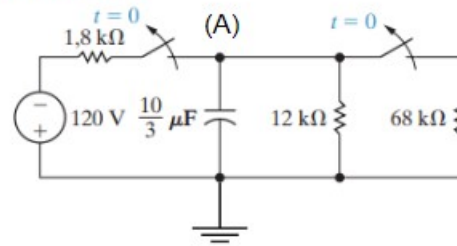
Aceito sugestões de melhoria do código :)

Problema P7.26

7.26 No circuito mostrado na Figura P7.26, ambas as chaves funcionam em conjunto; isto é, abrem-se ou fecham-se ao mesmo tempo. Elas estiveram fechadas por um longo tempo antes de se abrirem em $t = 0$.

- Quantos microjoules de energia foram dissipados no resistor de $12\text{ k}\Omega$, 12 ms depois da abertura das chaves?
- Quanto tempo leva para dissipar 75% da energia inicialmente armazenada?

Figura P7.26



(a)

O primeiro passo é entender o que está acontecendo antes das chaves se abrirem, ou seja, quando $t < 0$. Nesse caso, temos o capacitor atuando como um circuito aberto. Assim, usando análise nodal no nó essencial (A),

$$\begin{aligned}\frac{V_A - (-120)}{1.8\text{ k}} + \frac{V_A}{12\text{ k}} + \frac{V_A}{68\text{ k}} &= 0 \\ V_A \left(\frac{1}{1.8\text{ k}} + \frac{1}{12\text{ k}} + \frac{1}{68\text{ k}} \right) &= -\frac{120}{1.8\text{ k}} \\ V_A &= -\frac{\frac{120}{1.8\text{ k}}}{\frac{1}{1.8\text{ k}} + \frac{1}{12\text{ k}} + \frac{1}{68\text{ k}}} \\ V_A = v_c(0) &= -102\text{ V}\end{aligned}$$

Uma vez calculado a tensão inicial do capacitor, partimos para o $t > 0$. Quando as chaves abrem, o capacitor descarrega no resistor $R_2 = 12\text{ k}\Omega$, resultando na função já conhecida de descarga do capacitor

$$v(t) = v(0)e^{-\frac{t}{RC}}\text{ V} \quad (7.26.1)$$

Substituindo com os valores do exercício,

$$v(t) = -102e^{-25t}\text{ V}$$

A potência dissipada no resistor R_2 é dada por

$$p(t) = \frac{[v(t)]^2}{R_2} = \frac{[-102e^{-25t}]^2}{12000} = 0.867e^{-50t}\text{ W}$$

Integrando $p(t)$ no intervalo $0 \leq t \leq 12 \text{ ms}$, temos a energia dissipada pelo resistor nesse período de tempo.

$$E = \int_0^{12 \text{ ms}} p(t) dt$$

$$E = \int_0^{12 \text{ ms}} 0.867 e^{-50t} dt$$

$$E = 0.867 \frac{1}{-50} \left[e^{-50(12 \text{ ms})} - e^0 \right]$$

$$\boxed{E = 7823.6 \text{ } \mu\text{J}}$$

(b)

A energia em um capacitor é dada por

$$E(t) = \frac{1}{2} C [v(t)]^2 \quad (7.26.2)$$

Isolando t ,

$$v(t) = \sqrt{\frac{2E(t)}{C}}$$

Substituindo (7.26.1) na expressão acima, temos

$$e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{1}{v_0} \sqrt{\frac{2E(t)}{C}}$$

$$-\frac{t}{RC} = \ln \left(\frac{1}{v_0} \sqrt{\frac{2E(t)}{C}} \right)$$

$$t = -RC \ln \left(\frac{1}{v_0} \sqrt{\frac{2E(t)}{C}} \right)$$

Queremos que seja dissipado 75% da energia inicial armazenada. Isso significa que precisamos de um instante t tal que

$$E(t) = 25\% E(0) = \frac{1}{4} E(0) = \frac{1}{4} \frac{1}{2} C v_o^2$$

Substituindo esse $E(t)$ na expressão de t acima,

$$t = -RC \ln \left(\frac{1}{v_0} \sqrt{\frac{2 \frac{1}{4} \frac{1}{2} C v_o^2}{C}} \right)$$

$$t = -RC \ln \left(\sqrt{\frac{1}{4}} \right)$$

$$t = -RC \ln \left(\frac{1}{2} \right)$$

Substituindo tudo,

$$\boxed{t = 27.725 \text{ ms}}$$