Aluno: Raphael Henrique Braga Leivas

Código fonte LaTeX desse arquivo pode ser visto em meu GitHub pessoal:

https://github.com/RaphaelLeivas/latex/tree/main/ListaCEII

Aceito sugestões de melhoria do código :)

Problema P7.12

7.12 No circuito da Figura P7.12, as expressões para tensão e corrente são

$$v = 160e^{-10t}\ \text{V}, t \geq 0^+;$$
$$i = 6{,}4e^{-10t}\ \text{A}, t \geq 0.$$

Determine

a) R.

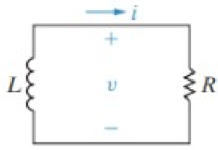
b) τ (em milissegundos).

c) L.

d) A energia inicial armazenada no indutor.

e) O tempo (em milissegundos) necessário para dissipar 60% da energia inicial armazenada.

Figura P7.12



(a)

Aplicando análise de malhas, temos

$$-v(t) + Ri = 0$$

Isolando R,

$$R = \frac{v(t)}{i(t)}$$

Substituindo os valores do enunciado,

$$R = \frac{160e^{-10t}}{6.4e^{-10t}}$$

$$\boxed{R = 25\ \Omega}$$

(b)

Em regime transitório CC, a função da corrente no indutor é

$$i(t) = i(0)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Onde τ é a constante de tempo. Comparando com o valor do enunciado,

$$\boxed{\tau = \frac{1}{10} = 100\ \text{ms}}$$

(c)

Usando

$$\tau = \frac{L}{R} \quad \Rightarrow \quad L = R\tau$$

Temos

$$\boxed{L = 25\ \Omega \cdot 100\ \text{ms} = 2.5\ \text{H}}$$

(d)

A energia em um indutor é

$$E(t) = \frac{1}{2}L[i(t)]^2 \tag{7.12.1}$$

Em $t = 0$, temos

$$\boxed{E(0) = \frac{1}{2} \cdot 2.5 \cdot (6.4)^2 = 51.2\ \text{J}}$$

(e)

Usando (7.12.1), vamos isolar t.

$$\frac{2E(t)}{L} = [i(t)]^2$$

$$\sqrt{\frac{2E(t)}{L}} = i_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\frac{1}{i_0}\sqrt{\frac{2E(t)}{L}} = e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$-\frac{t}{\tau} = \ln\left(\frac{1}{i_0}\sqrt{\frac{2E(t)}{L}}\right)$$

$$t = -\tau \ln\left(\frac{1}{i_0}\sqrt{\frac{2E(t)}{L}}\right)$$

Para que seja dissipado 60% da energia inicial do indutor, buscamos um instante t para o qual a energia $E(t)$ é 40% da inicial, ou seja,

$$E(t) = \frac{4}{10}E(0) = \frac{4}{10}\frac{1}{2}Li_0^2$$

Substituindo na expressão de t,

$$t = -\tau \ln\left(\frac{1}{i_0}\sqrt{\frac{2\frac{4}{10}\frac{1}{2}Li_0^2}{L}}\right)$$

$$t = -\tau \ln\left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)$$

$$\boxed{t = 41.81 \text{ ms}}$$