

Aluno: Raphael Henrique Braga Leivas

Código fonte LaTeX desse arquivo pode ser visto em meu GitHub pessoal:

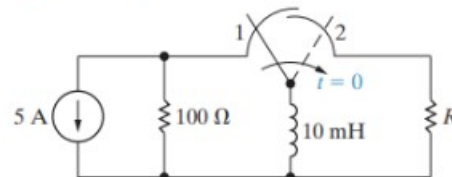
<https://github.com/RaphaelLeivas/latex/tree/main/ListaCEII>

Aceito sugestões de melhoria do código :)

Problema P7.10

7.10 A chave no circuito da Figura P7.10 esteve na posição 1 por um longo tempo. Em $t = 0$, ela passa instantaneamente para a posição 2. Determine o valor de R de modo que 10% da energia inicial armazenada no indutor de 10 mH seja dissipada em R em 10 μs .

Figura P7.10



Vamos entender primeiramente como estava o estado inicial antes da chave comutar ($t < 0$). Em regime permanente de corrente contínua, o indutor se comporta como um curto-circuito. Assim, toda a corrente $i = 5\text{ A}$ da fonte passava sobre ele, e a queda de tensão no resistor era zero. Portanto,

$$i_L(0) = 5\text{ A}$$

Quando a chave comuta, temos a seguinte equação de malha

$$L \frac{di}{dt} + iR = 0$$

Que é uma EDO cuja solução já é conhecida

$$i(t) = i(0)e^{-\frac{R}{L}t} \quad (7.10.1)$$

Com constante de tempo $\tau = \frac{L}{R}$.

A energia no indutor é dada por

$$E(t) = \frac{1}{2}L[i(t)]^2 \quad (7.10.2)$$

Substituindo (7.10.1) em (7.10.2), temos

$$E(t) = \frac{1}{2}L[i(0)e^{-\frac{R}{L}t}]^2$$

Isolando R , temos

$$-\frac{2t}{L}R = \ln\left(\frac{2E(t)}{Li_0^2}\right)$$

$$R = -\frac{L}{2t} \ln\left(\frac{2E(t)}{Li_0^2}\right)$$

Para que o resistor R dissipe 10% da energia inicial no indutor, temos o indutor deve ter 90% da energia inicial no instante t , ou seja,

$$E(t) = \frac{9}{10} E_0$$

Substituindo na expressão de R ,

$$R = -\frac{L}{2t} \ln \left(\frac{2 \frac{9}{10} E_0}{Li_0^2} \right)$$

Note que $E_0 = \frac{1}{2} Li_0^2$. Logo,

$$R = -\frac{L}{2t} \ln \left(\frac{2 \frac{9}{10} \frac{1}{2} Li_0^2}{Li_0^2} \right)$$

$$R = -\frac{L}{2t} \ln \left(\frac{9}{10} \right)$$

Assim, para que essa dissipação de energia ocorra no instante $t = 10 \mu s$, temos

$$\boxed{R = 52.68 \Omega}$$