Aluno: Raphael Henrique Braga Leivas

Email: rapha.lei8@gmail.com

# Atividade 3 - Capítulo 4

O código completo usado nessa atividade se encontra no ANEXO A.

## Exercício 1

Usando o software (veja ANEXO A), as transformadas de Laplace pedidas são

$$(a)\ \frac{s-3}{(s-3)^2+4} \quad (b)\ \frac{120}{(s-4)^6} \quad (c)\ \frac{5\left(s^2-11\right)}{\left(s^2+1\right)\left(s^2+121\right)} \quad (d)\ \frac{1}{s^2-1}$$

## Exercício 2

Usando o software (veja ANEXO A), e definindo a função degrau unitário como $\theta(t)$, as transformadas inversas são dadas por

$$(a)\ \frac{e^{3t}\theta(t)}{4} - \frac{e^{-t}\theta(t)}{4} \quad (b)\ \frac{t^8\theta(t)}{896} + \frac{t^7\theta(t)}{1008}$$

$$(c)\ -\left(\frac{\sqrt{3}e^{\frac{t}{2}}\sin\left(\frac{\sqrt{3}t}{2}\right)}{3} + \frac{e^{\frac{t}{2}}\cos\left(\frac{\sqrt{3}t}{2}\right)}{3}\right)\theta(t) + \frac{e^{-t}\theta(t)}{3}$$

$$(d)\ \left(-\frac{81\sqrt{11}\sin\left(\sqrt{11}t\right)}{110} + \frac{11\cos\left(\sqrt{11}t\right)}{10}\right)\theta(t) + \left(\frac{81\sin(t)}{10} - \frac{\cos(t)}{10}\right)\theta(t)$$

## Exercício 3

Temos uma EDO linear dada por

$$32c(t) + 12\frac{d}{dt}c(t) + \frac{d^2}{dt^2}c(t) = t^2$$

Tiramos o Laplace de ambos lados da equação, considerando as condições iniciais nulas

$$32C(s) + 12sC(s) + s^2C(s) = \frac{2}{s^3}$$

Cuja solução é

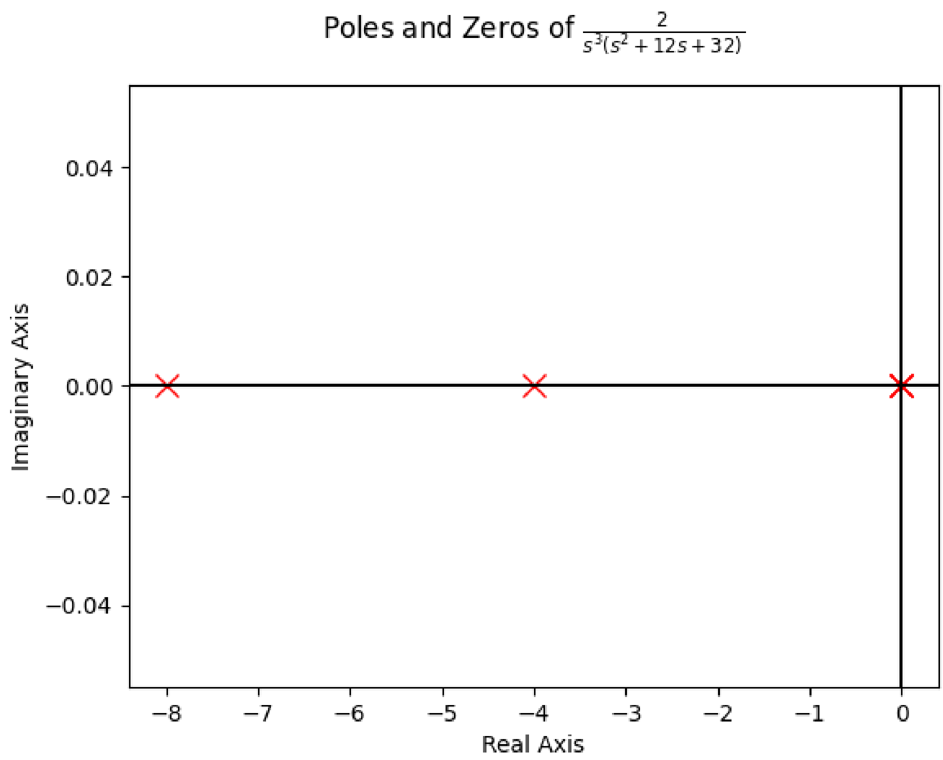
$$C(s) = \frac{2}{s^3\left(s^2+12s+32\right)}$$

Tomando a transformada inversa de $C(s)$, obtemos a solução $c(t)$ da EDO:

$$c(t) = \frac{t^2\theta(t)}{32} - \frac{3t\theta(t)}{128} + \frac{7\theta(t)}{1024} - \frac{e^{-4t}\theta(t)}{128} + \frac{e^{-8t}\theta(t)}{1024}$$

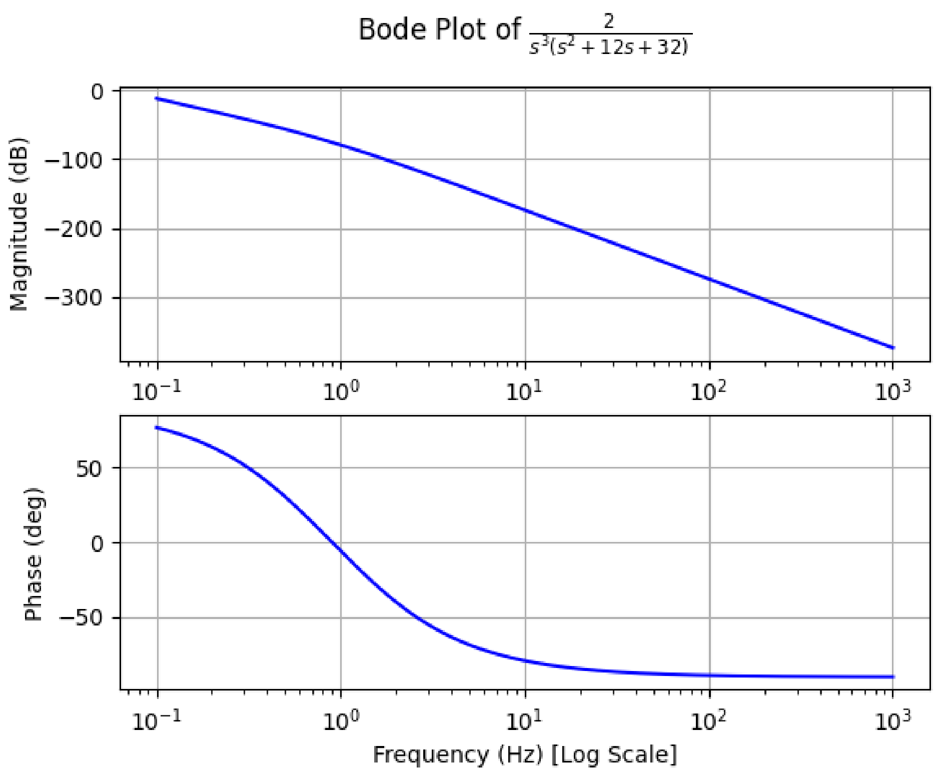
## Exercício 4

Usando o código do ANEXO A, temos o gráfico de polos e zeros de $C(s)$ do exercício anterior exibido abaixo:




## Exercício 5

Os Diagramas de Bode de $C(s)$ estão exibidos abaixo. Note que a frequência está em Hz e a fase em graus.



# ANEXO A - Código

```python
import numpy as np
import matplotlib as plt
from sympy import *
from sympy.physics.control.control_plots import pole_zero_plot
from sympy.physics.control.control_plots import bode_plot
from sympy.physics.control.lti import TransferFunction

## Exercicio 1

t, s = symbols('t, s')
funcoes = [exp(3*t) * cos(2*t), t**5 * exp(4*t), sin(5*t) * cos(6*t), sinh(t)]

for f in funcoes:
    print(latex(laplace_transform(f, t, s, noconds=True)))

## Exercicio 2

print("Ex 2 ----------------")

funcoes_inv = [1 / (s**2 - 2*s - 3), (5*s + 45) / s**9, -s / (s**3 + 1), (s**3 + 81) / (s**4 + 12 * s**2 + 11)]
for f in funcoes_inv:
    print(latex(inverse_laplace_transform(f, s, t, noconds=True)))

## Exercicio 3

c, C = symbols('c C', cls = Function)

# cond iniciais
y0 = 0
dy_0 = 0

eq_s = Eq(32 * C(s) + 12 * s * C(s) + s**2 * C(s), 2 / s**3)

cs_solucao = solve(eq_s, C(s))[0]

print(latex(cs_solucao))

print(latex(inverse_laplace_transform(cs_solucao, s, t, noconds=True)))

## Exercicio 4

# extrai o numerador e denominador
num, den = fraction(cs_solucao)
ft1 = TransferFunction(num, den, s)
pole_zero_plot(ft1, pole_color="red", grid=False)

## Exercicio 5

bode_plot(ft1, initial_exp=-1, final_exp=3, phase_unit='deg', freq_unit='Hz')
```