Aluno: Raphael Henrique Braga Leivas

Email: rapha.lei8@gmail.com

Atividade 4 - Capítulo 5

O código completo usado nessa atividade se encontra no ANEXO A.

Exercício 1 (a)

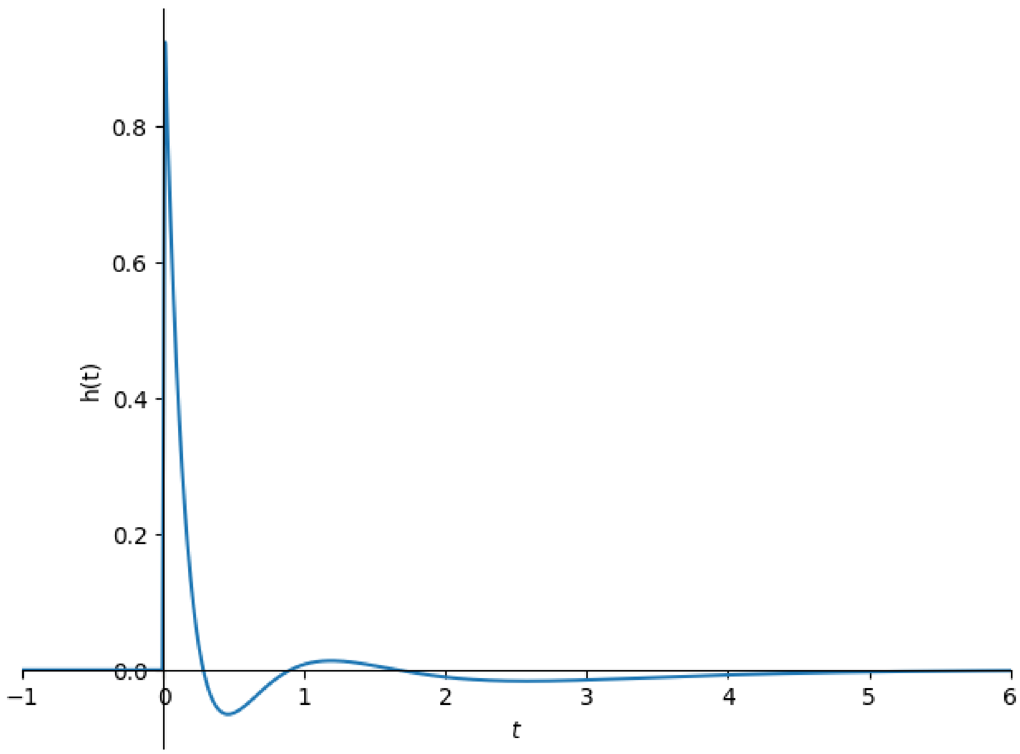
A função de transferência é dada por

$$G(s) = \frac{s^3 + 2s^2 + 5s + 1}{(s+1)(s+2)(s+3)(s+4)}$$

Cuja resposta ao impulso é

$$h(t) = -\frac{e^{-t}\theta(t)}{2} + \frac{9e^{-2t}\theta(t)}{2} - \frac{23e^{-3t}\theta(t)}{2} + \frac{17e^{-4t}\theta(t)}{2}$$

Que possui forma de onda dada por



Para verificar se é estável, calculamos a integral:

$$\int_0^\infty |h(t)| \, dt = \frac{1}{24}$$

Logo, como a integral converge, temos o sistema do enunciado é BIBO estável.

Exercício 1 (b)

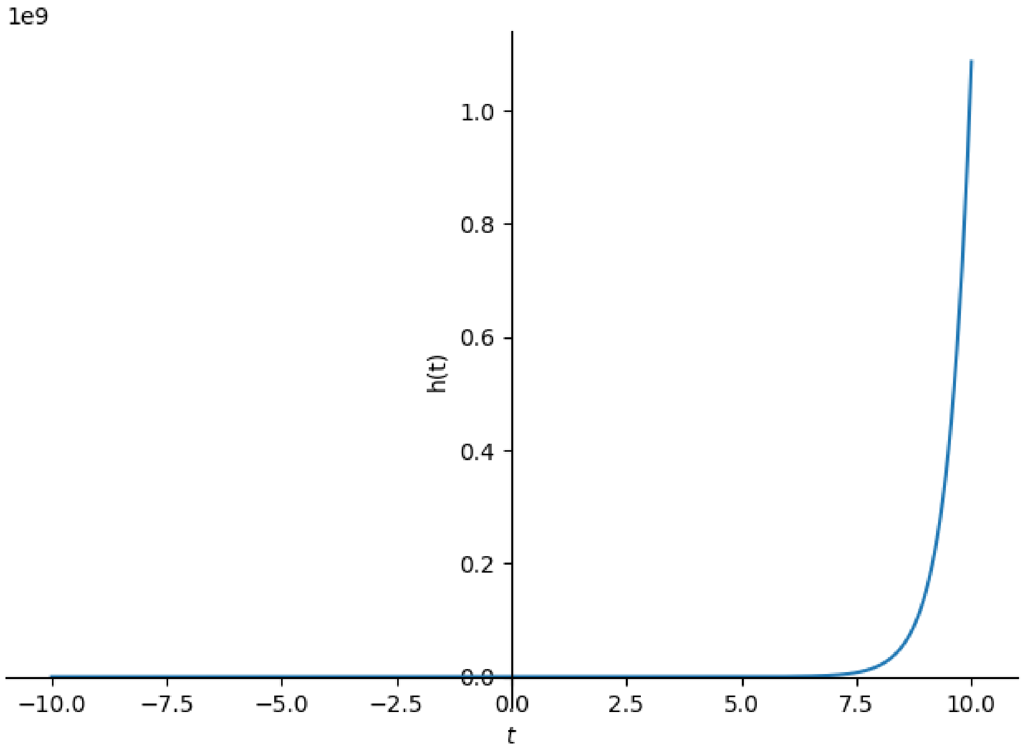
A função de transferência é dada por

$$G(s) = \frac{s^3 + 5s^2 + 8s + 3}{(s-2)(s+1)(s^2+s+1)}$$

Cuja resposta ao impulso é

$$h(t) = \left(\frac{\sqrt{3}e^{-\frac{t}{2}} \sin\left(\frac{\sqrt{3}t}{2}\right)}{21} - \frac{11e^{-\frac{t}{2}} \cos\left(\frac{\sqrt{3}t}{2}\right)}{7} \right) \theta(t) + \frac{47e^{2t}\theta(t)}{21} + \frac{e^{-t}\theta(t)}{3}$$

e forma de onda



Apenas olhando o gráfico, vemos que a função não tende a 0 quando $t \to \infty$. Logo, a integral não converge e o sistema é BIBO instável.

Exercício 2 (a)

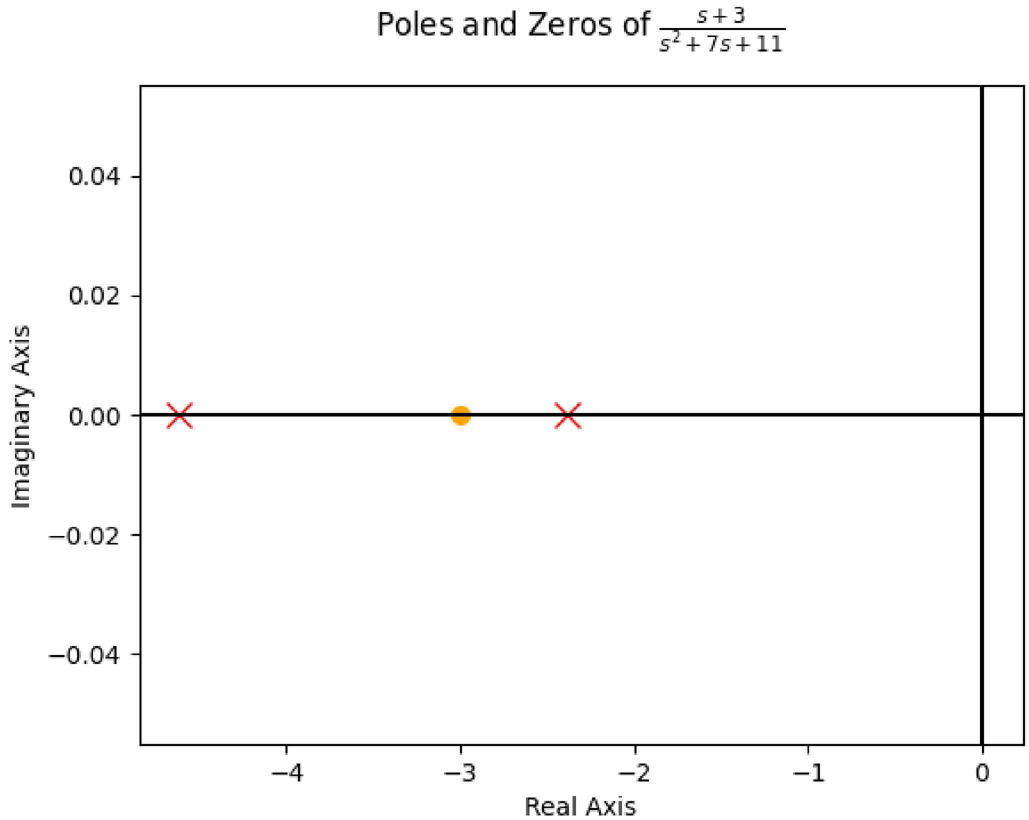
Primeira coisa é encontrar a função de transferência em malha fechada do sistema. Como $H(s) = Y(s) = 1$, temos

$$G(s) = \frac{P(s)}{1 + P(s)} \longrightarrow G(s) = \frac{s+3}{s^2 + 7s + 11}$$

Agora plotamos os zeros e polos de $G(s)$
Como todos os polos estão no semiplano esquerdo, temos que o sistema é BIBO estável.

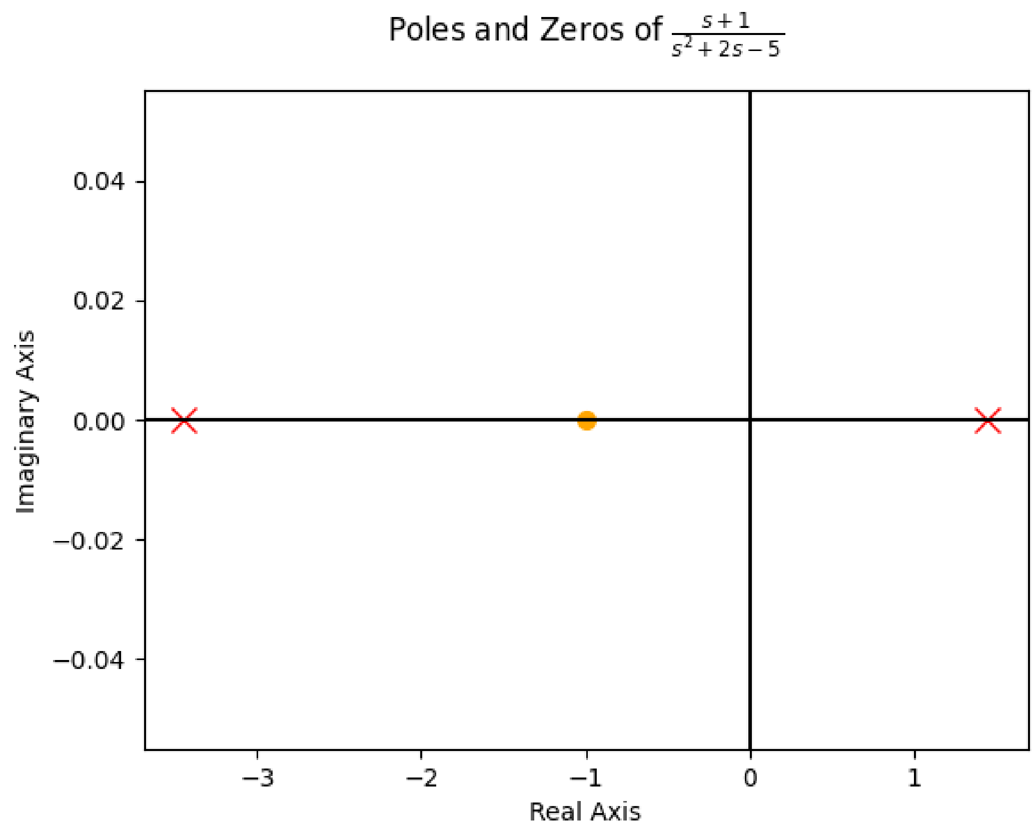
Exercício 2 (b)

Como $H(s) = Y(s) = 1$, temos



$$G(s) = \frac{P(s)}{1+P(s)} \longrightarrow G(s) = \frac{s+1}{s^2+2s-5}$$

Agora plotamos os zeros e polos de $G(s)$
Como temos pelo menos um polo no semiplano direito, temos que o sistema é BIBO instável.



ANEXO A - Código

```
# %%
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from sympy import *
from sympy.physics.control.control_plots import pole_zero_plot
from sympy.physics.control.control_plots import bode_plot
from sympy.physics.control.lti import TransferFunction
from sympy import oo

# %%
## Exercicio 1
t, s = symbols('t, s')
c, C = symbols('c C', cls = Function)

num1A = s**3 + 2*s**2 + 5*s + 1
den1A = (s + 1) * (s + 2) * (s + 3) * (s+4)

num1B = s**3 + 5*s**2 + 8*s + 3
den1B = (s - 2) * (s + 1) * (s**2 + s + 1)

print(latex(num1B / den1B))

ht1A = inverse_laplace_transform(num1A / den1A, s, t, noconds=True)
ht1B = inverse_laplace_transform(num1B / den1B, s, t, noconds=True)

print(latex(ht1B))

plot(ht1B, ylabel="h(t)")


# %%
convergence = integrate(ht1A, (t, 0, oo))
print(latex(convergence))

# %%
# Exercicio 2
Ps2A = (s + 3) / ((s + 2) * (s + 4))
Gs2A = cancel(Ps2A / (1 + Ps2A))
```

```
Ps2B = (s + 1) / ((s - 2) * (s + 3))
Gs2B = cancel(Ps2B / (1 + Ps2B))

print(latex(Gs2B))

# extrai o numerador e denominador
num, den = fraction(Gs2B)
ft1 = TransferFunction(num, den, s)
pole_zero_plot(ft1, pole_color="red", grid=False)
```