UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
Escola de Engenharia
Curso de Bacharelado em Engenharia de Sistemas

Raphael Henrique Braga Leivas 2020028101
Milton Pereira Bravo Neto 2018072549
Daniel Felipe de Almeida Araújo 2023422617

Trabalho Computacional 02 – Teoria da Decisão (ELE088)

Belo Horizonte
2025

SUMÁRIO

1 MODELAGEM MULTIOBJETIVO

No TC01, modelamos duas funções objetivo:

- $f_1(\cdot)$: minimização do custo de manutenção total
- $f_2(\cdot)$: minimização do custo esperado de falha total

definidas por

$$\min f_1 = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{J} c_j x_{ij} \quad , \quad \min f_2 = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{J} p_{ij}\, d_i\, x_{ij}$$

$$x_{ij}: \text{ se o equipamento } i \text{ executa a manutenção } j$$

sujeito a

$$\sum_{j=1}^{J} x_{ij} = 1 \quad , \quad \forall i = 1, 2, ..., N$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad , \quad i = \{1, 2, ..., N\} \quad , \quad j = \{1, 2, ..., J\}$$

onde

- $N = 500$: número de equipamentos
- $J = 3$: número de planos de manutenção
- c_j: custo de executar a manutenção j
- p_{ij}: probabilidade de falha do equipamento i executando a manutenção j
- d_i: custo de falha do equipamento i

e

$$p_{ij} = \frac{F_i\left(t_0 + k_j \Delta t\right) - F_i\left(t_0\right)}{1 - F_i\left(t_0\right)} \quad , \quad F_i(t) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t}{\eta_i}\right)^{\beta_i}\right]$$

A partir dessa modelagem, temos o nosso problema multiobjetivo

$$\min \mathbf{f}\left(\mathbf{x}\right) = \left[f_1\left(\mathbf{x}\right)\ ,\ f_2\left(\mathbf{x}\right)\right] \tag{1.1}$$

Considerando o problema de (1.1), podemos aplicar duas abordagens escalares para obter a fronteira Pareto-ótima no espaço de objetivos, descritas a seguir.

1.1 Formulação Soma Ponderada P_w

Seja $0 \leq \mathrm{w} \leq 1$ um peso qualquer gerado aleatóriamente de uma distribuição uniforme no intervalo $[0, 1]$. Usando a abordagem da soma ponderada, podemos reescrever (1.1) na forma de mono-objetivo de

$$\min f_{\mathrm{w}} = \min \mathrm{w} f_1 + (1 - \mathrm{w}) f_2 \tag{1.2}$$

onde (1.2) está sujeito às mesmas restrições do problema original. Como (1.2) é escalar, podemos minimizar f_{w} através de métodos já conhecidos como o Simplex e o BVNS.

1.2 Formulação ϵ-Restrito P_ϵ

Com a abordagem do ϵ-Restrito, vamos minimizar apenas f_1 usando f_2 como restrição. Seja ϵ_2 um real qualquer tal que $\min f_2 \leq \epsilon_2 \leq \max f_2$. Temos

$$\min f_1 \tag{1.3}$$

sujeito a

$$\begin{cases} f_2 \leq \epsilon_2 \\ \sum_{j=1}^{J} x_{ij} = 1 \quad , \quad \forall i = 1, 2, ..., N \end{cases} \tag{1.4}$$

em que (1.3) possui as mesmas restrições do problema original mais a restrição de $f_2 \leq \epsilon_2$.

1.3 Normalização

Para garantir que as abordagens escalares sejam condizentes, precisamos normalizar f_1 e f_2 através de

$$f_1(\mathbf{x}) = \frac{f_1(\mathbf{x}) - \min f_1}{\max f_1 - \min f_1} \quad , \quad f_2(\mathbf{x}) = \frac{f_2(\mathbf{x}) - \min f_2}{\max f_2 - \min f_2} \tag{1.5}$$

A partir do trabalho realizado no TC01, já sabemos que

$$\min f_1 = 0 \quad , \quad \max f_1 = 1000 \quad , \quad \min f_2 = 1048.17 \quad , \quad \max f_2 = 1745.49$$

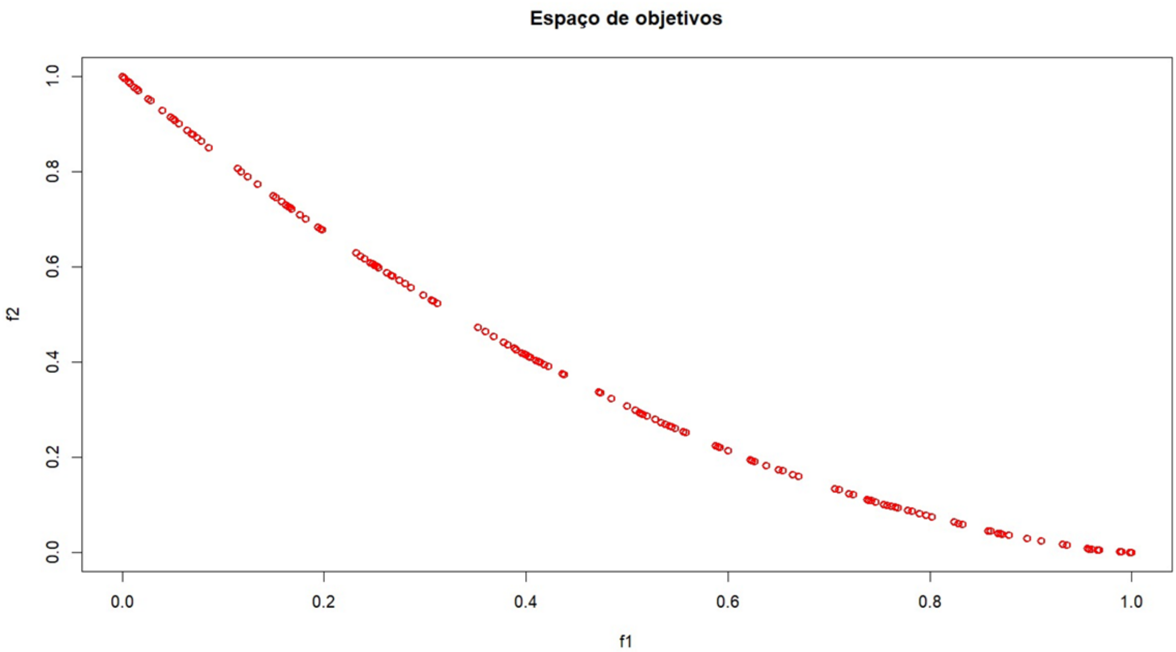
de modo que esses valores serão usados em (1.5) nos algoritmos.

2 SOLUÇÃO VIA SIMPLEX

Como ambas funções objetivo são lineares, podemos usar o método Simplex para rapidamente obter a fronteira Pareto ótima com muitos pontos usando a abordagem de soma ponderada com as funções normalizadas. Geramos aleatóriamente 2000 pontos de w no intervalo $[0, 1]$ e minimizamos o problema de Programação Linear Inteira (1.2) para cada w.

O resultado obtido está exibido na Figura 1.

Figura 1 – Fronteira Pareto-ótima obtida via Simplex.



Fonte: elaboração própria.

O objetivo agora é obter a fronteira Pareto usando o BVNS com 20 pontos tendo como referência a fronteira já obtida pelo Simplex.

3 SOLUÇÃO VIA BVNS

3.1 Abordagem de Soma Ponderada

3.2 Abordagem ϵ-Restrito

4 REFERÊNCIAS

M. Gendreau, J.-Y. Potvin (eds.), Handbook of Metaheuristics, Springer, 2nd ed., 2010.