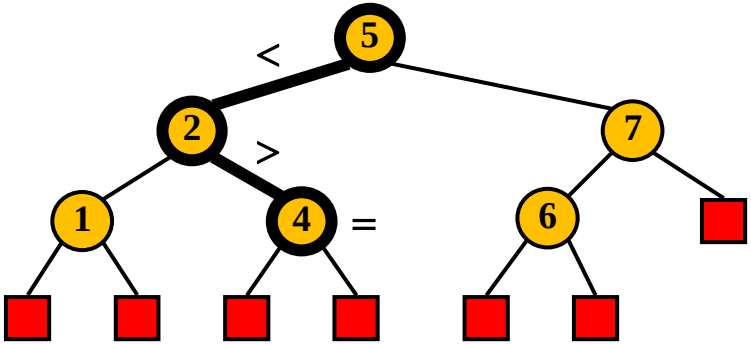
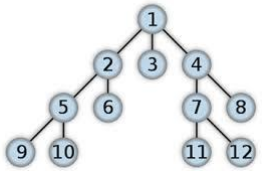
Unidade 13 – Árvore Binária de Pesquisa



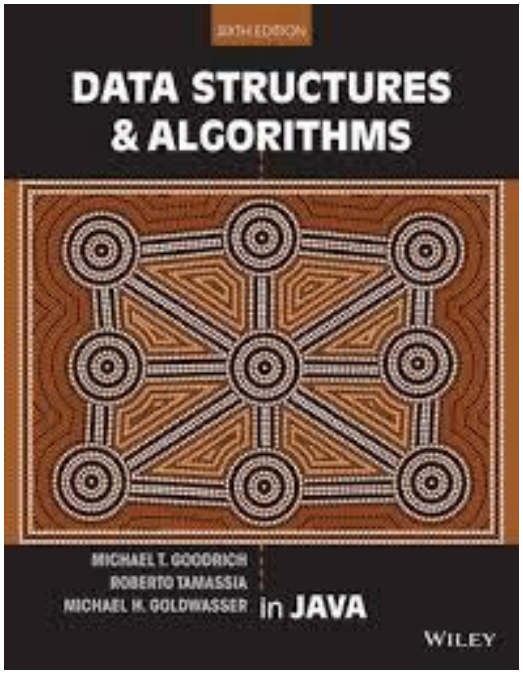
Bibliografia

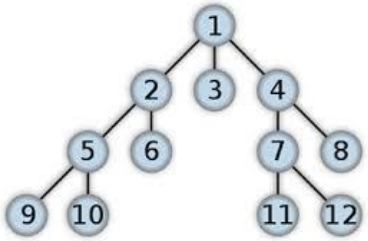


- Data Structures and Algorithms in Java – Sixty Edition – Roberto Tamassia – Michael T. Goodrich – John Wiley & Sons, Inc
- Head First Java, 2nd Edition by Kathy Sierra and Bert Bates
- Estrutura de Dados e Algoritmos – Bruno R. Preiss, Editora Campus, 2001
- Estrutura de Dados e Algoritmos em Java – Robert Lafore, Editora Ciência Moderna, 2005
- Algoritmos e Estrutura de Dados – Niklaus Wirth – Editora Prentice Hall do Brasil, 1989
- Estrutura de Dados e Algoritmos em C++, Adam Drozdek – Thompson
- Introdução à Estrutura de Dados, Celes, Cerqueira, Rangel - Elsevier
- FREITAS, Aparecido V. de – 2022 – Estruturas de Dados: Notas de Aula.
- CALVETTI, Robson - 2015 – Estruturas de Dados: Notas de Aula.

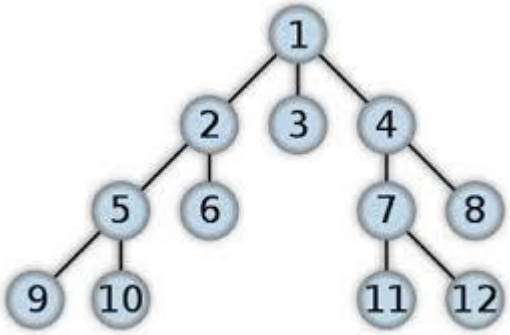
Leitura Recomendada

- Data Structures and Algorithms in Java (*), Roberto Tamassia and Michael T. Goodrich, Sixty Edition – **2014** , Seção **8.2**

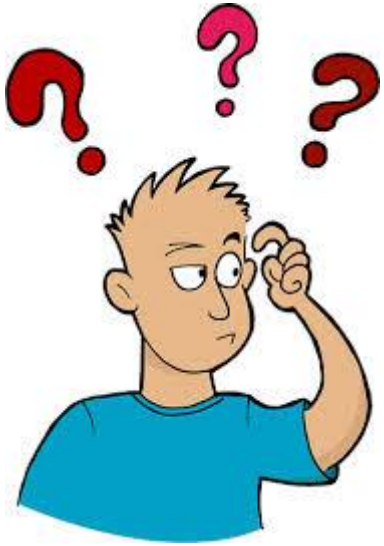


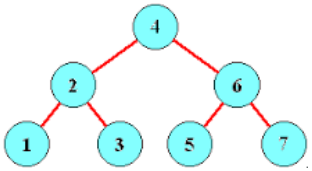


(*) Em português, Estrutura de Dados e Algoritmos em Java



O que é árvore binária de pesquisa ?

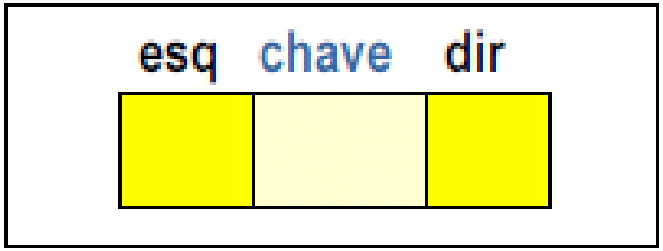




Árvore Binária de Pesquisa

- Também conhecida por:
  - Árvore Binária de Busca
  - Árvore Binária Ordenada
  - Search Tree (em inglês)

- Apresentam uma relação de ordem entre os nós.
- A ordem é definida por um campo **chave** (key).
- **Não permite chaves duplicadas**.



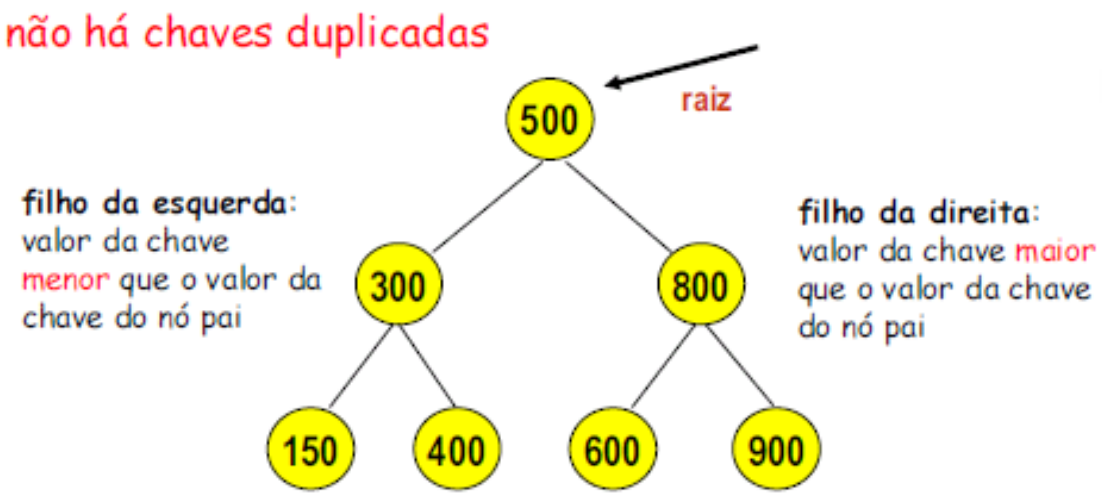
Árvore Binária de pesquisa

- **Definição de Niklaus Wirth:**

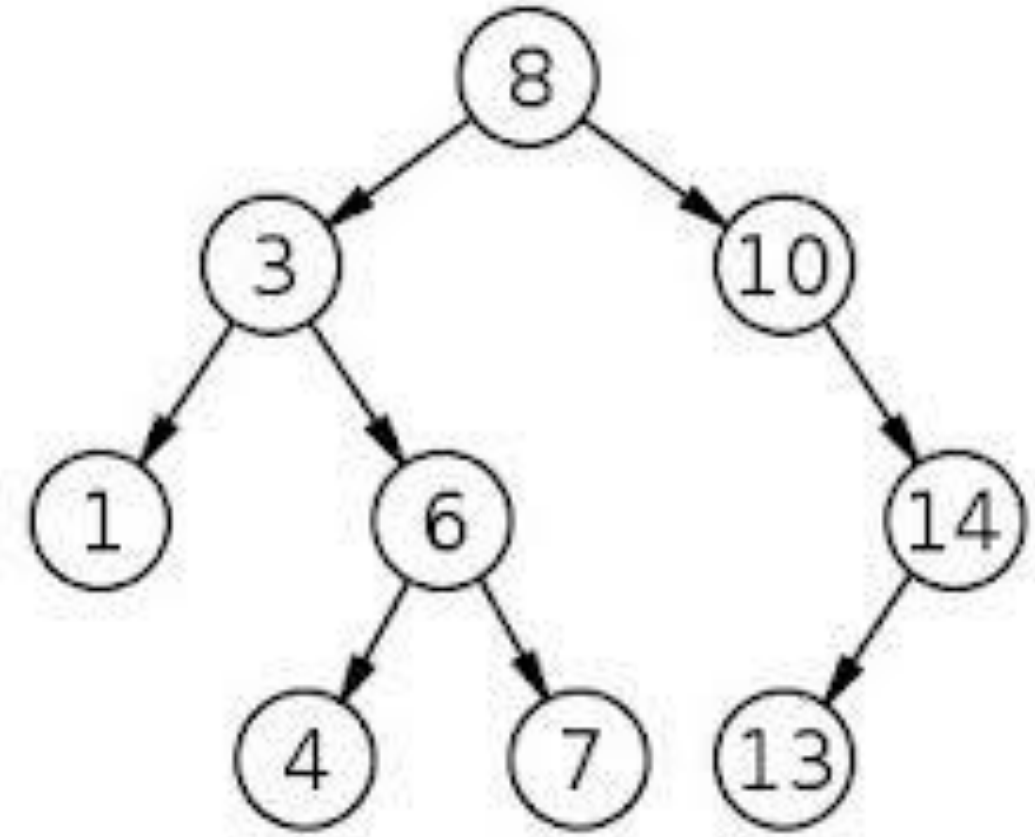
Árvore que se encontra organizada de tal forma que, para cada nó t_i , todas as chaves da sub-árvore:

à esquerda de t_i são **menores** que t_i e

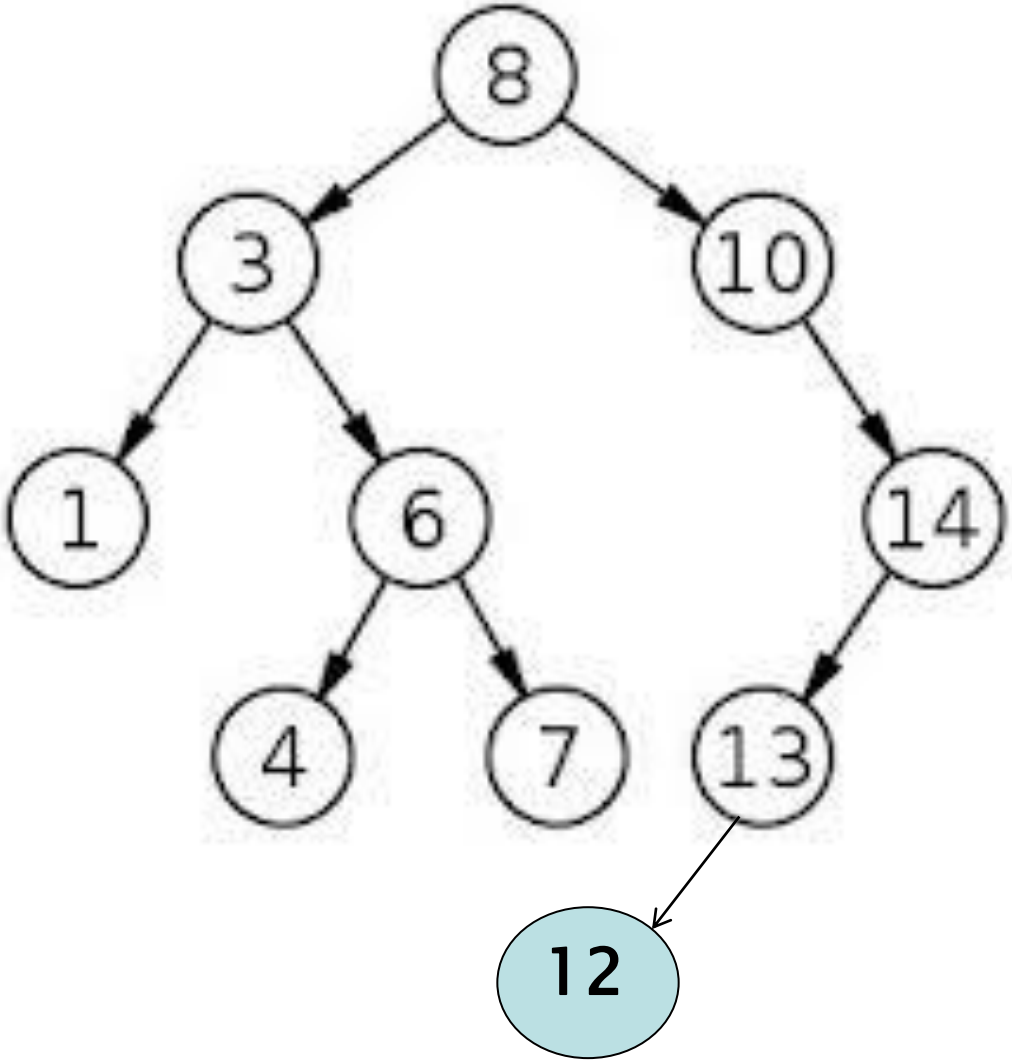
à direita de t_i são **maiores** que t_i.



Inserção em Árvores Binárias de Pesquisa



Inserção em Árvores Binárias de Pesquisa
Inserção do Nó 12

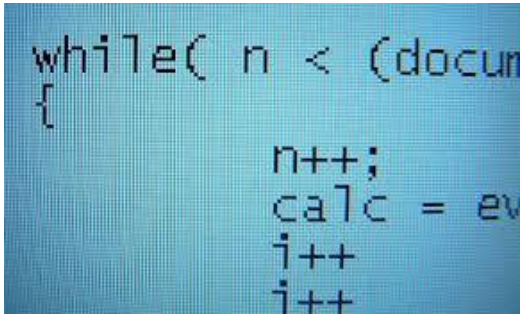


Carga da Árvore Binária de pesquisa

```
int[] valores = { 17,49,14,23,27,15,2,1,34,10,12 }  ;
```

```
String[] nomes = {
"Paulo","Ana","José","Rui","Paula","Bia","Selma","Carlos","Silvia","Teo","Saul" } ;
```

A partir das listas acima, implementar a árvore binária de busca.



Inserção em uma árvore de busca binária

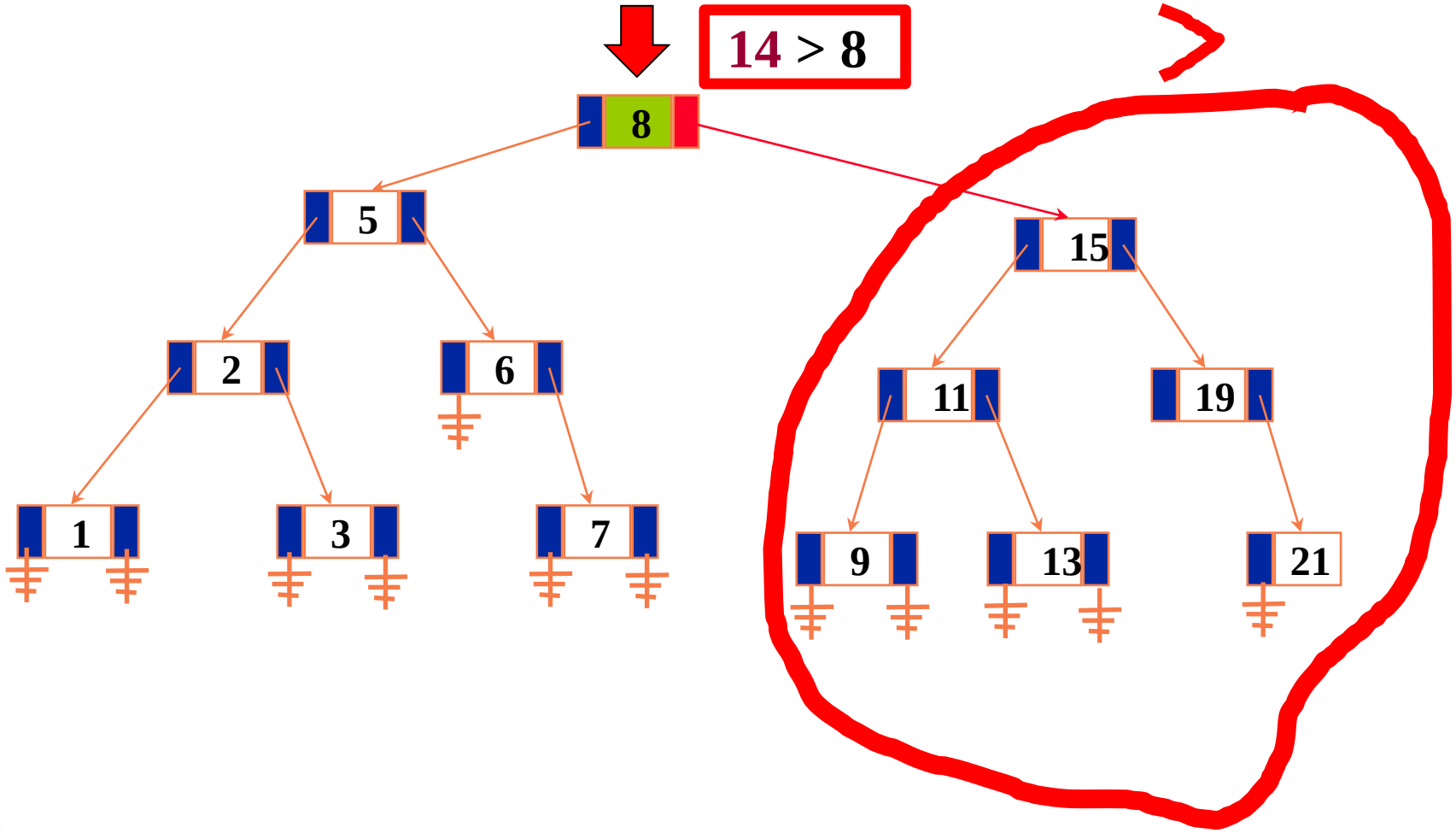
Lembrando que ...

- A sub-árvore da **direita** de um nó deve possuir chaves **maiores** que a chave do pai.
- A sub-árvore da **esquerda** de um nó deve possuir chaves **menores** que a chave do pai.

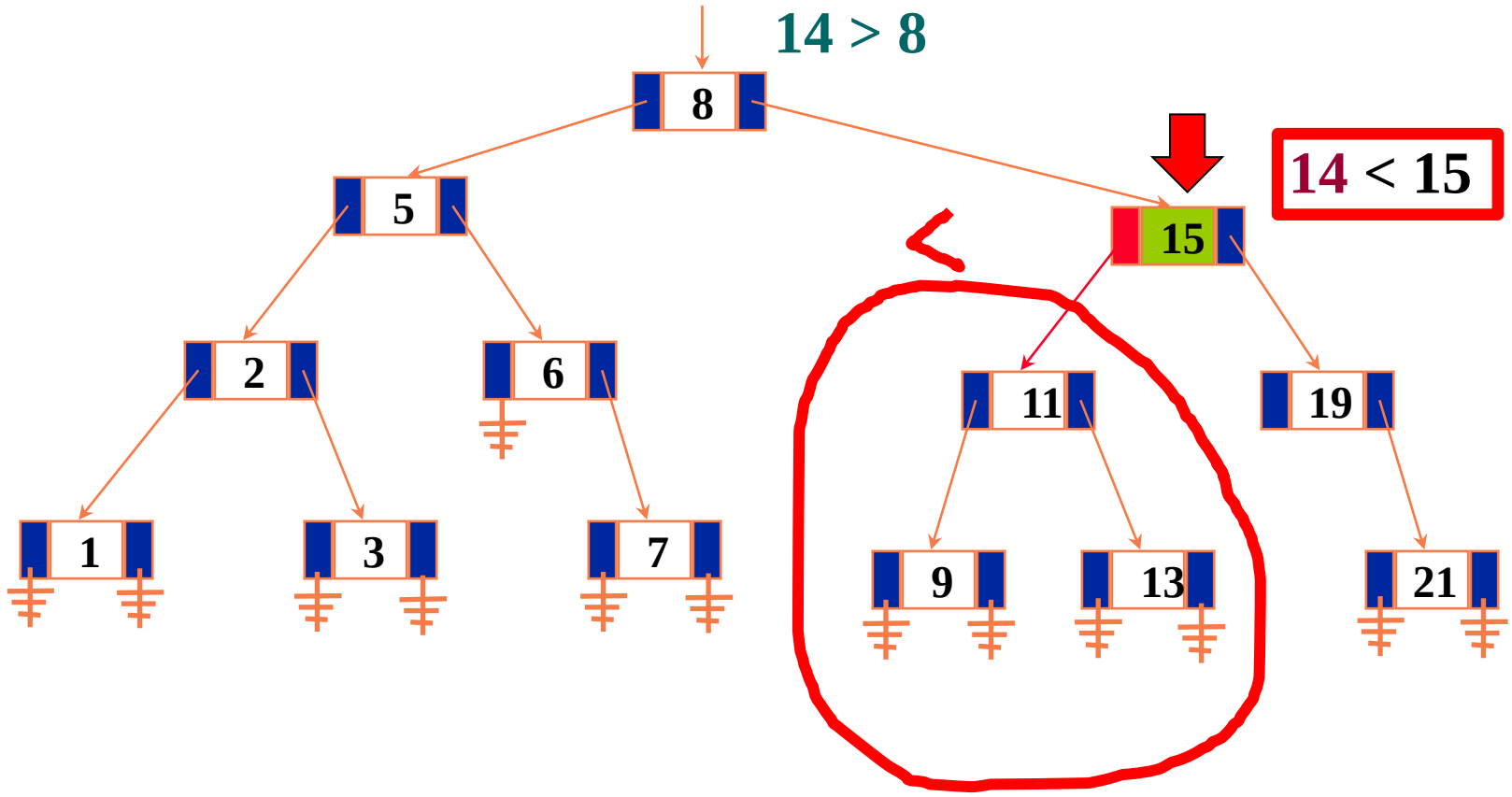
Princípio Básico

- Percorrer a árvore até encontrar um nó sem filho, de acordo com os critérios acima.

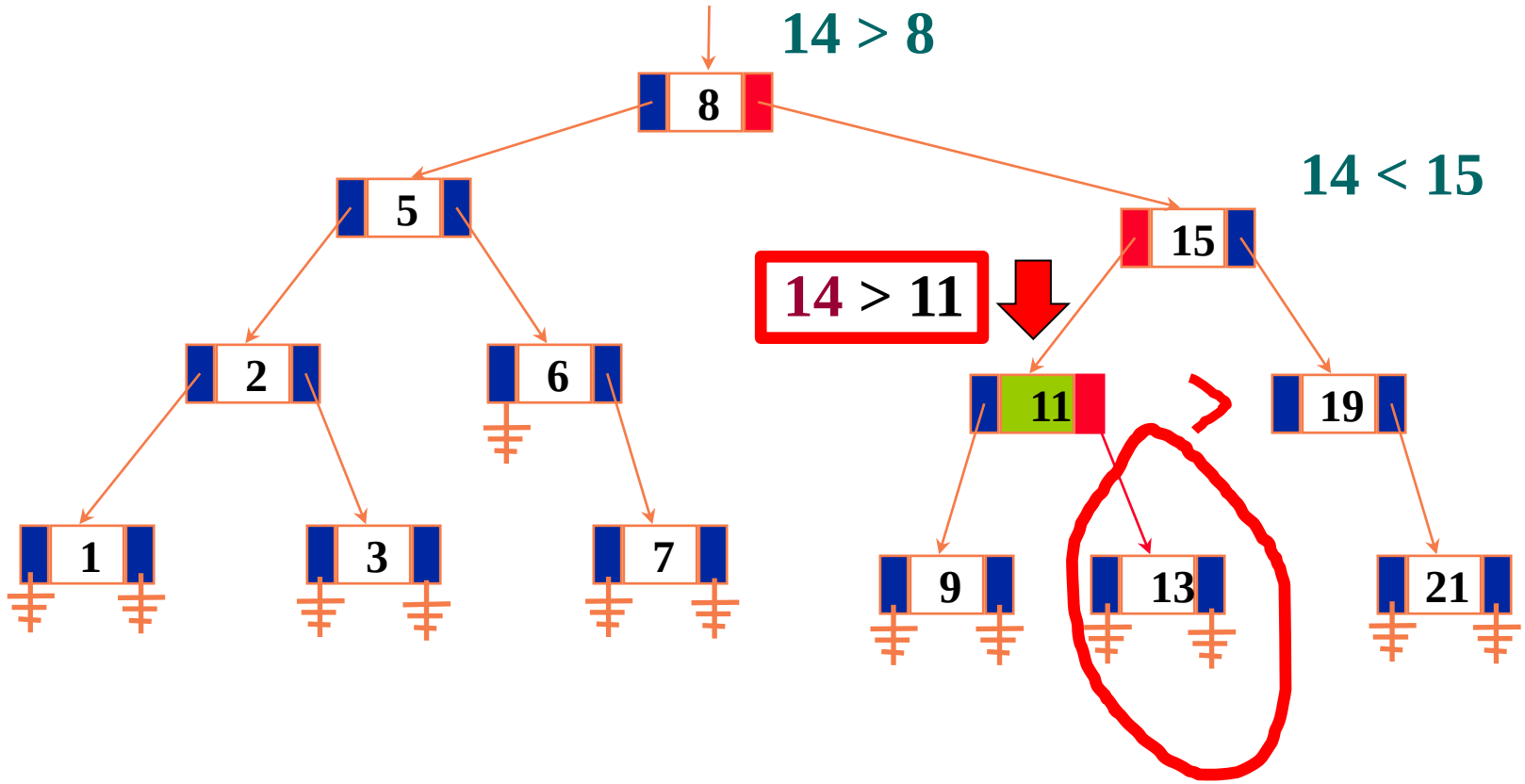
Exemplo – Inserção de elemento com chave 14



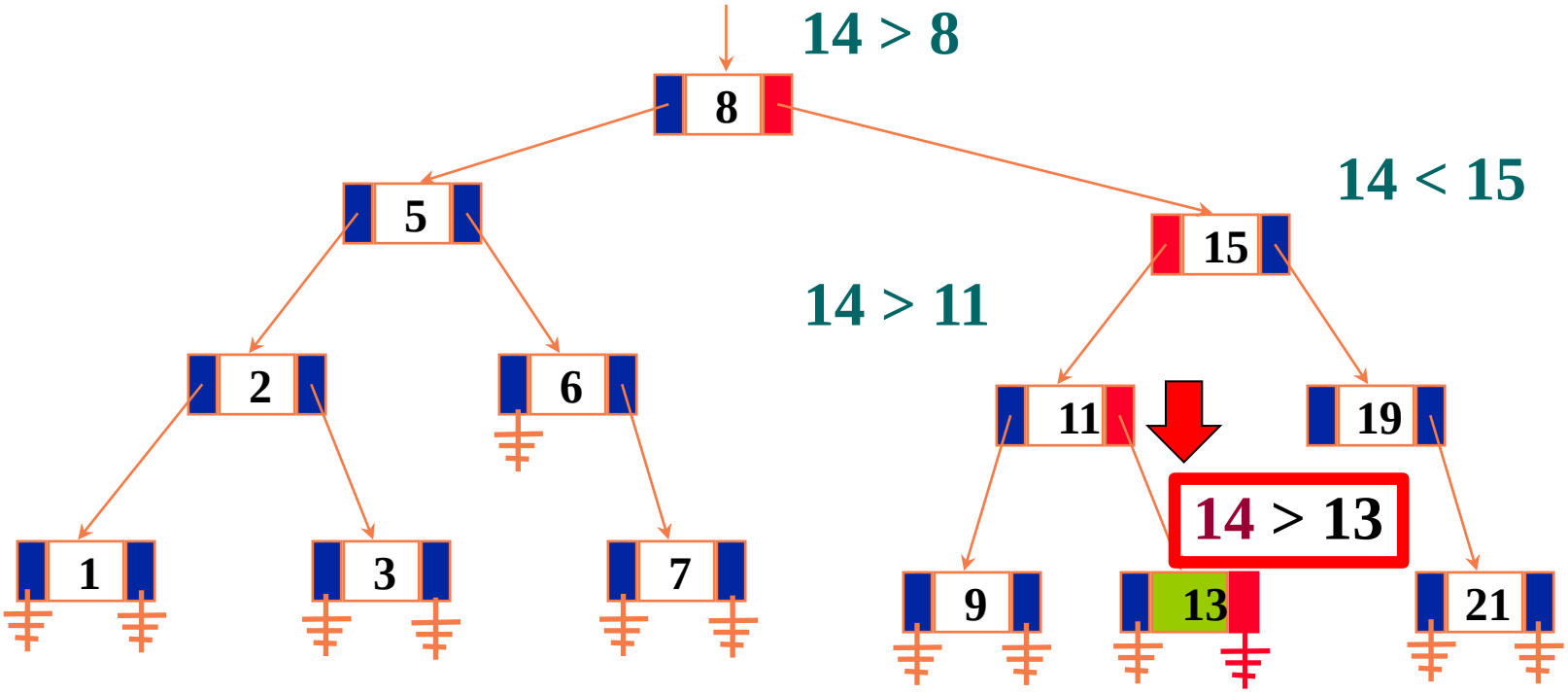
Exemplo – Inserção de elemento com chave 14



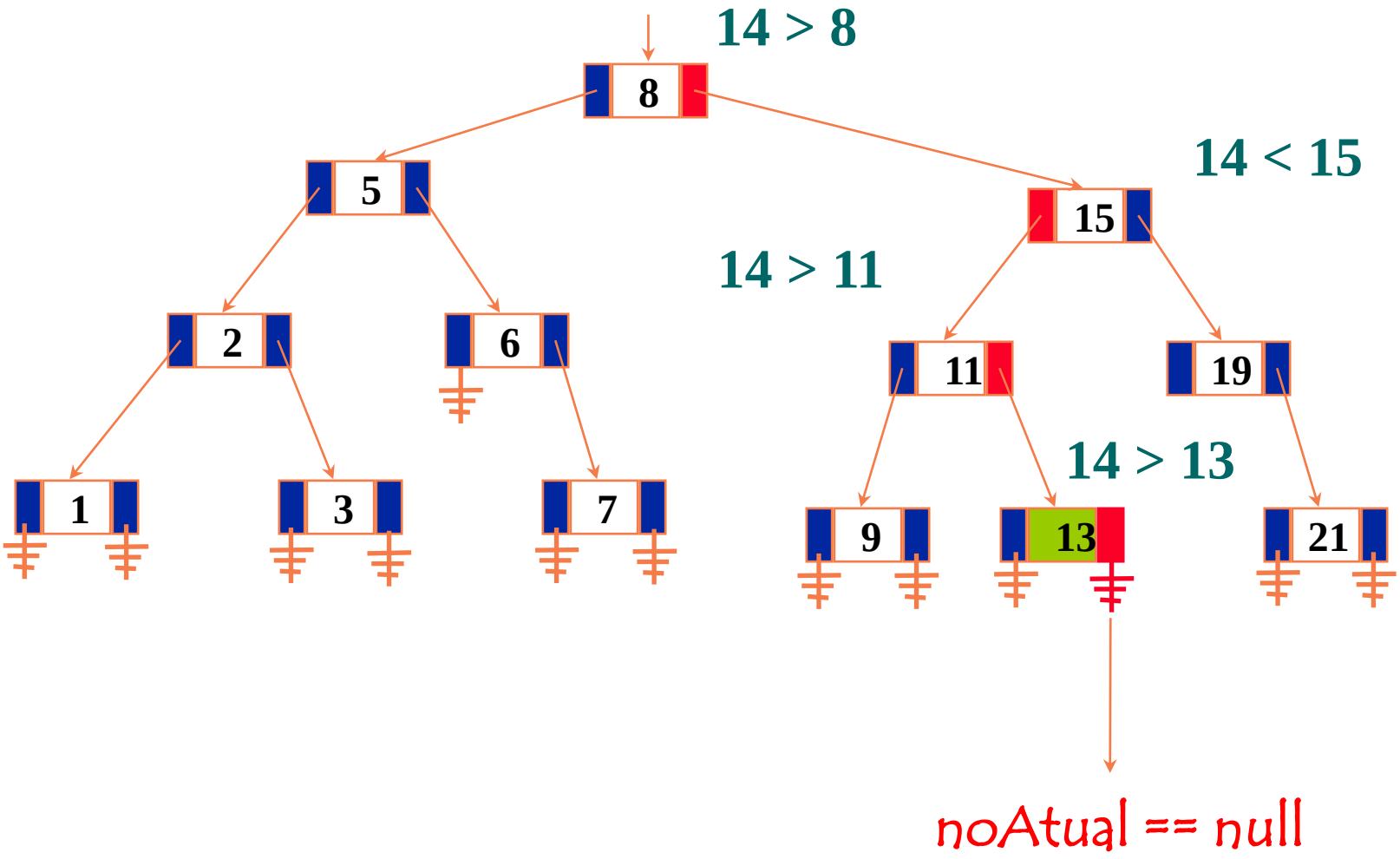
Exemplo – Inserção de elemento com chave 14



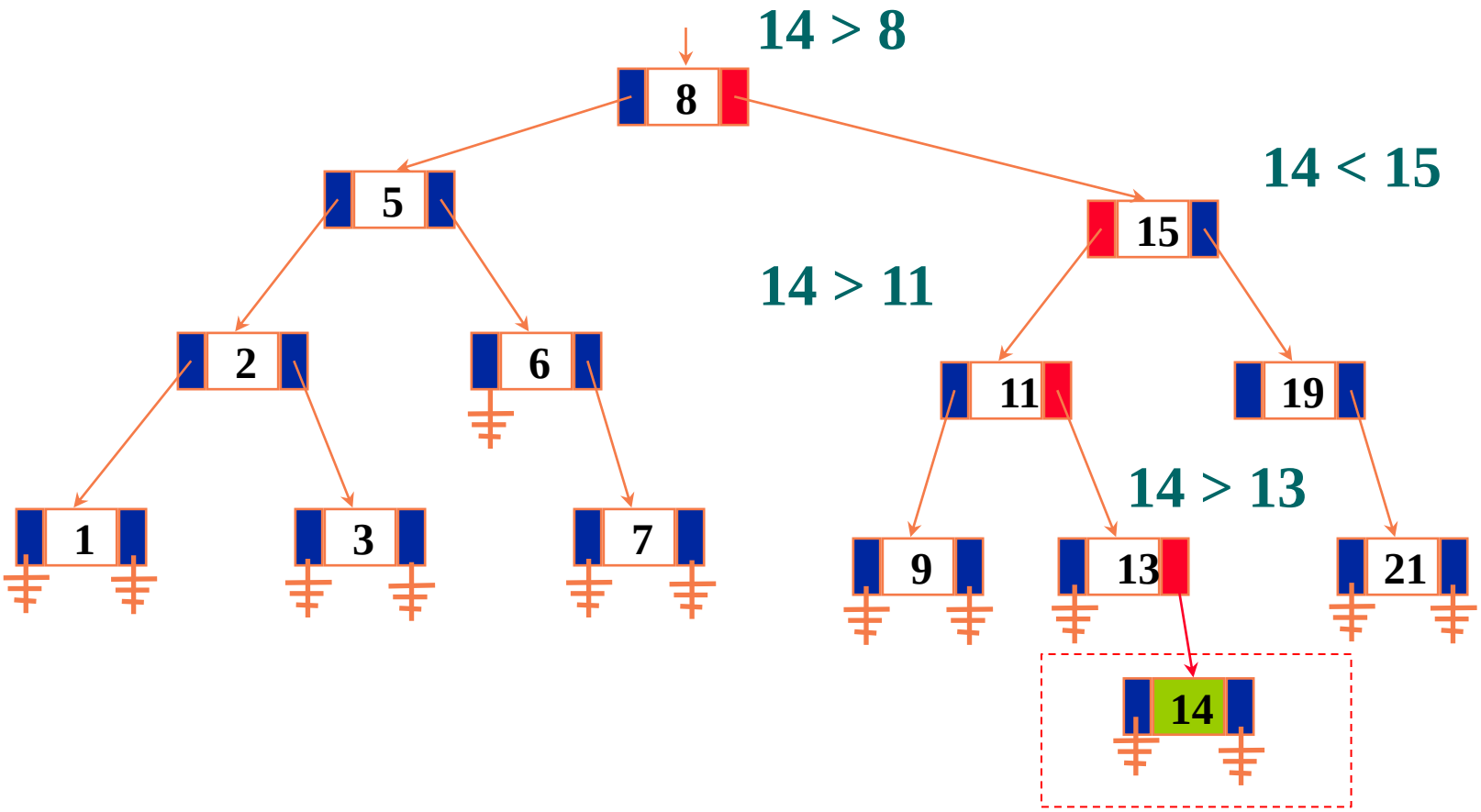
Exemplo – Inserção de elemento com chave 14



Exemplo – Inserção de elemento com chave 14



Exemplo – Inserção de elemento com chave 14



Implementação da função addnode()

```
public void addNode(int chave, String nome) {

 SearchTreeNode newNode = new SearchTreeNode(chave,nome);
 if (root == null)
    this.insert_root(newNode);
 else {
         SearchTreeNode  NodeTrab = this.root;
         while (true) {
             if (chave < NodeTrab.key) {
               if (NodeTrab.left == null) {
                           NodeTrab.left = newNode;
                           newNode.parent = NodeTrab;
                           newNode.nome = nome;
                           return;
                }
                else NodeTrab = NodeTrab.left;
             }
             else {
                if (NodeTrab.right == null) {
                           NodeTrab.right = newNode;
                           newNode.parent = NodeTrab;
                           newNode.nome = nome;
                           return;
                 }
                  else NodeTrab = NodeTrab.right;
                  }
          }
  }
}
```

Busca em árvores de pesquisa

- ✓ Em uma árvore binária é possível encontrar qualquer chave existente **X** atravessando-se árvore:
  - ✓ sempre **à esquerda** se **X** for **menor** que a chave do nó visitado e
  - ✓ sempre **à direita** toda vez que for **maior**.
  - ✓ A escolha da direção de busca só depende de **X** e da chave que o nó atual possui.

- ✓ A busca de um elemento em uma árvore balanceada com **n** elementos toma tempo médio menor que $\log_2(\mathbf{n})$, tendo a busca então $O(\log_2 \mathbf{n})$.

n	log2 (n)
1	0,00
10	3,32
13	3,70
20	4,32
50	5,64
100	6,64
200	7,64
500	8,97

Exemplo – Busca da chave 13

chave = 13

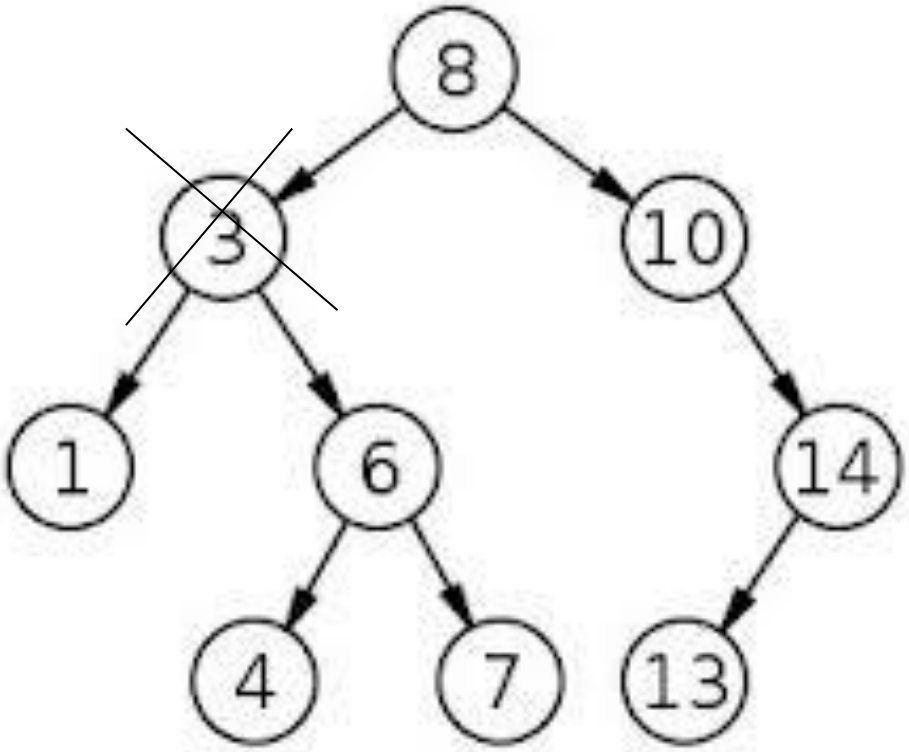
Algoritmo iterativo de search em árvore de busca

```
Node buscaChave (int chave) {
    Node noAtual = raiz; // inicia pela raiz

    while (noAtual != null && noAtual.item != chave) {

        if (chave < noAtual.key)
            noAtual=noAtual.left ; // caminha p/esquerda
        else
            noAtual=noAtual.right;  // caminha p/direita

    }
    return noAtual;
}
```

Implementação – Busca

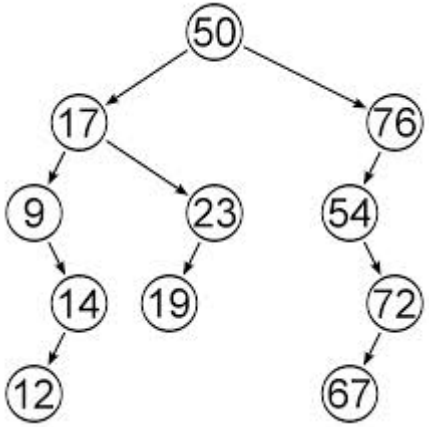
```
public SearchTreeNode Search_key(int key) {

        SearchTreeNode nodeTrab = this.root; // inicia pela raiz

        while (nodeTrab != null && nodeTrab.key != key) {

                if (key < nodeTrab.key)
                        nodeTrab = nodeTrab.left;
                else
                        nodeTrab = nodeTrab.right;
                }
        return nodeTrab;
}
```

Eliminação em Árvores Binárias de Busca



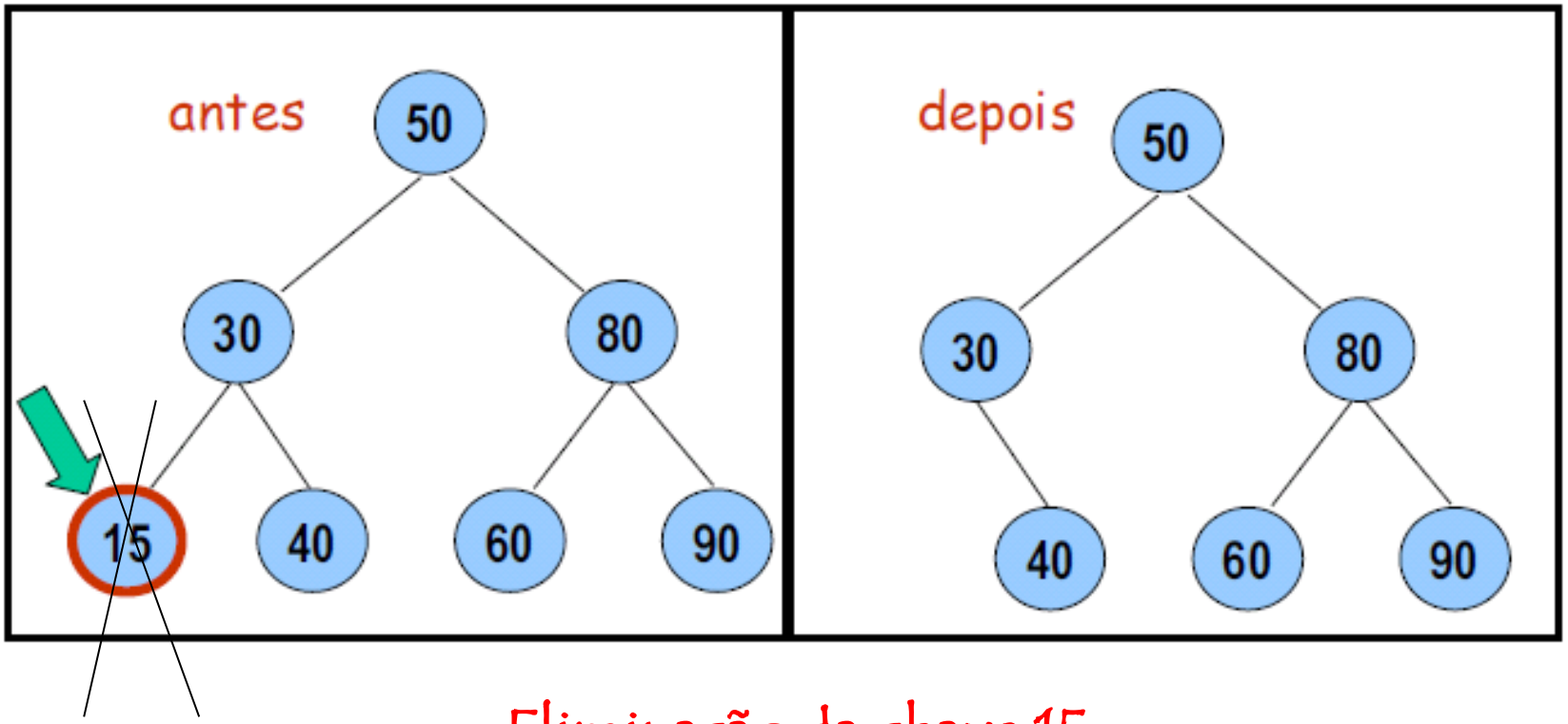
Eliminação em Árvores Binárias de Busca

- ✓ A eliminação é mais complexa do que a inserção.
- ✓ A razão básica é que a característica organizacional da árvore não deve ser alterada.
  - A sub-árvore **direita** de um nó deve possuir chaves **maiores** que a do pai.
  - A sub-árvore **esquerda** de um nó deve possuir chaves **menores** que a do pai.
- ✓ Para garantir isto, o algoritmo deve "**remanejar**" os nós.



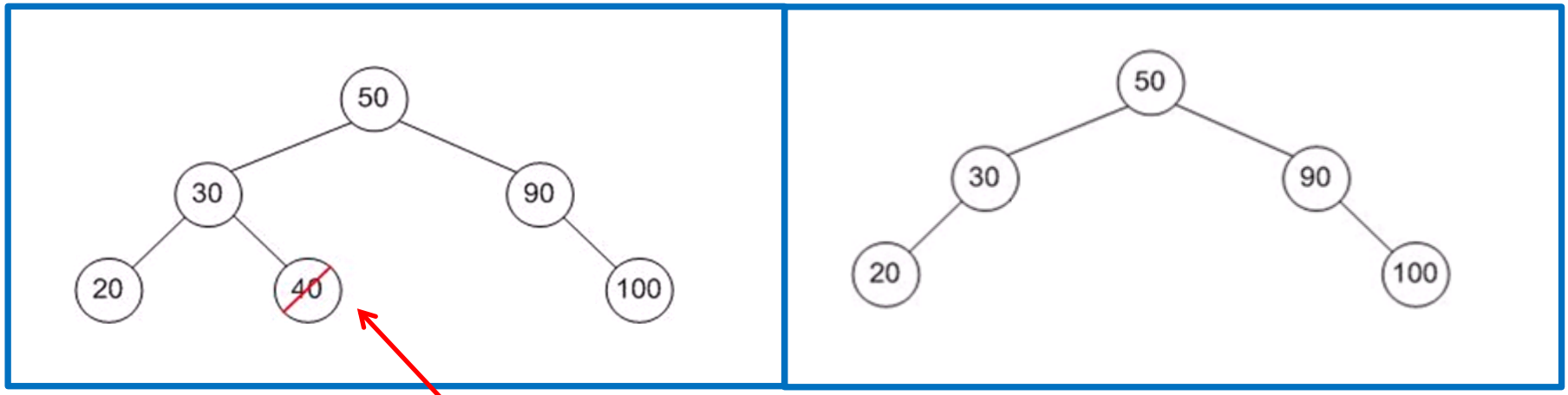
Caso 1 – Remoção de nó folha

Caso mais simples, basta retirá-lo da árvore



Eliminação da chave 15

Caso 1 – Outro exemplo

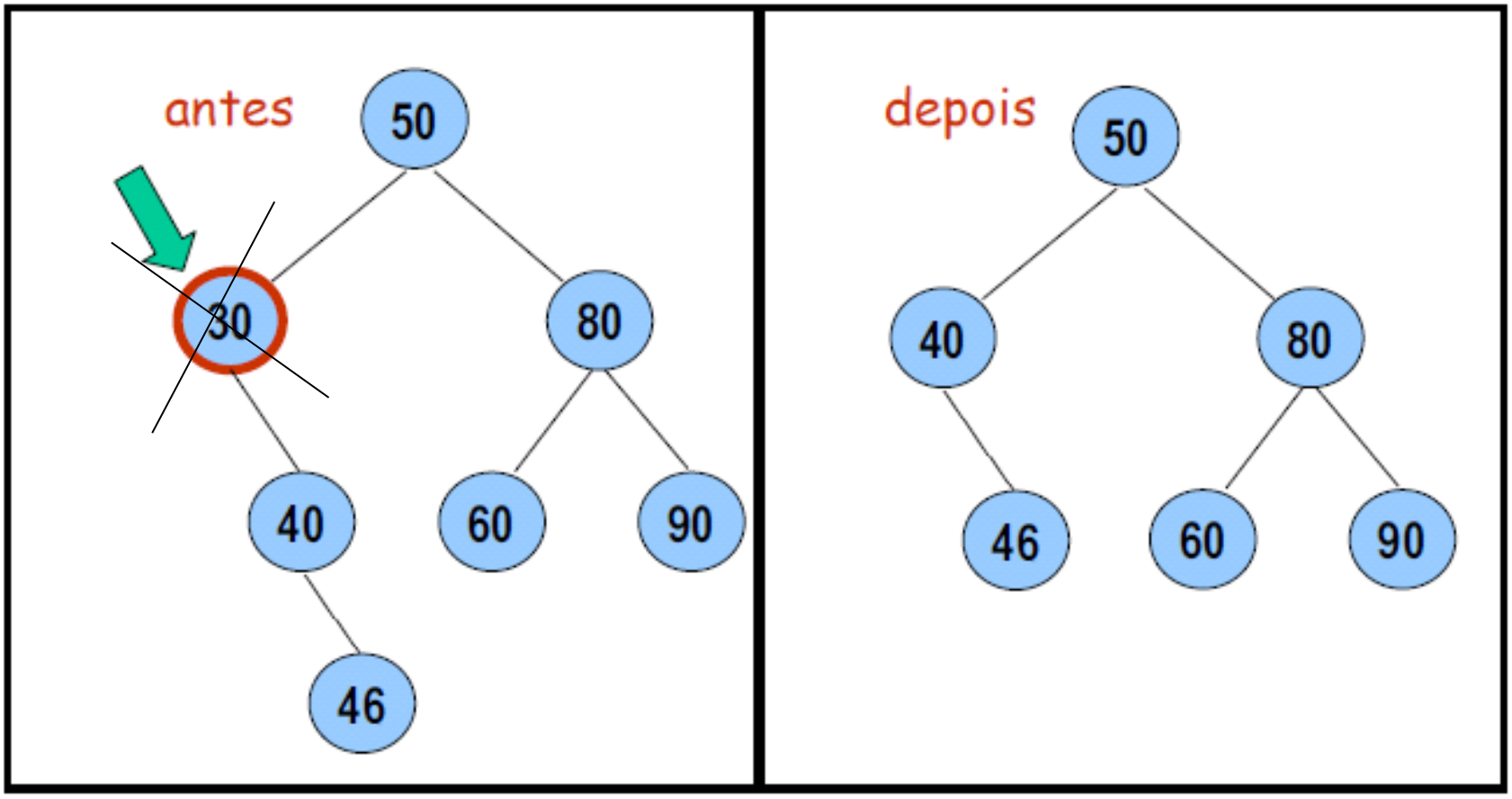


Eliminação da chave 40

Eliminação de nó que possui uma sub-árvore filha

- ✓ Se o nó a ser removido possuir somente uma sub-árvore filha:
  - *Move-se essa sub-árvore toda para cima.*
  - *Se o nó a ser excluído é filho esquerdo de seu pai, o seu filho será o novo filho esquerdo deste e vice versa.*

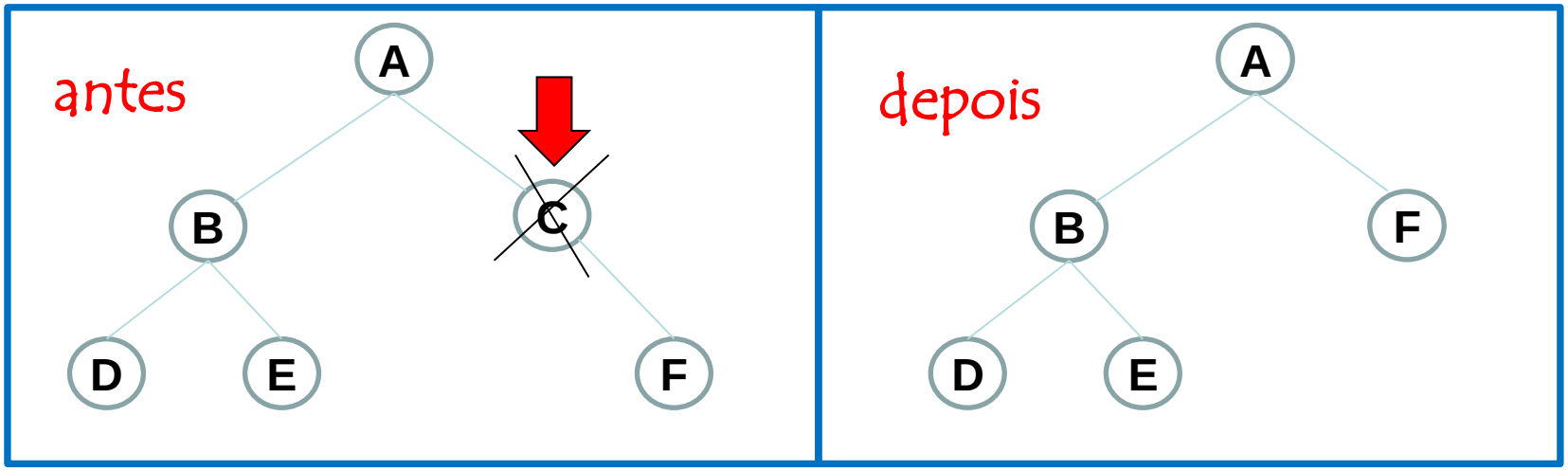
Caso 2 – O nó tem somente uma sub-árvore



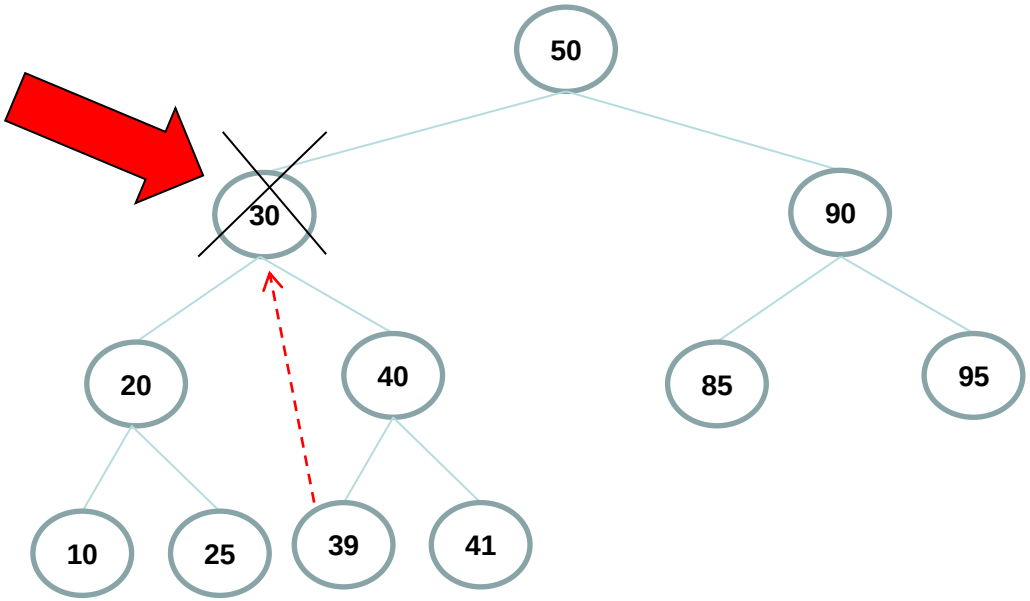
Eliminação da chave 30

O ponteiro do pai aponta para o filho deste

Caso 2 – Outro Exemplo



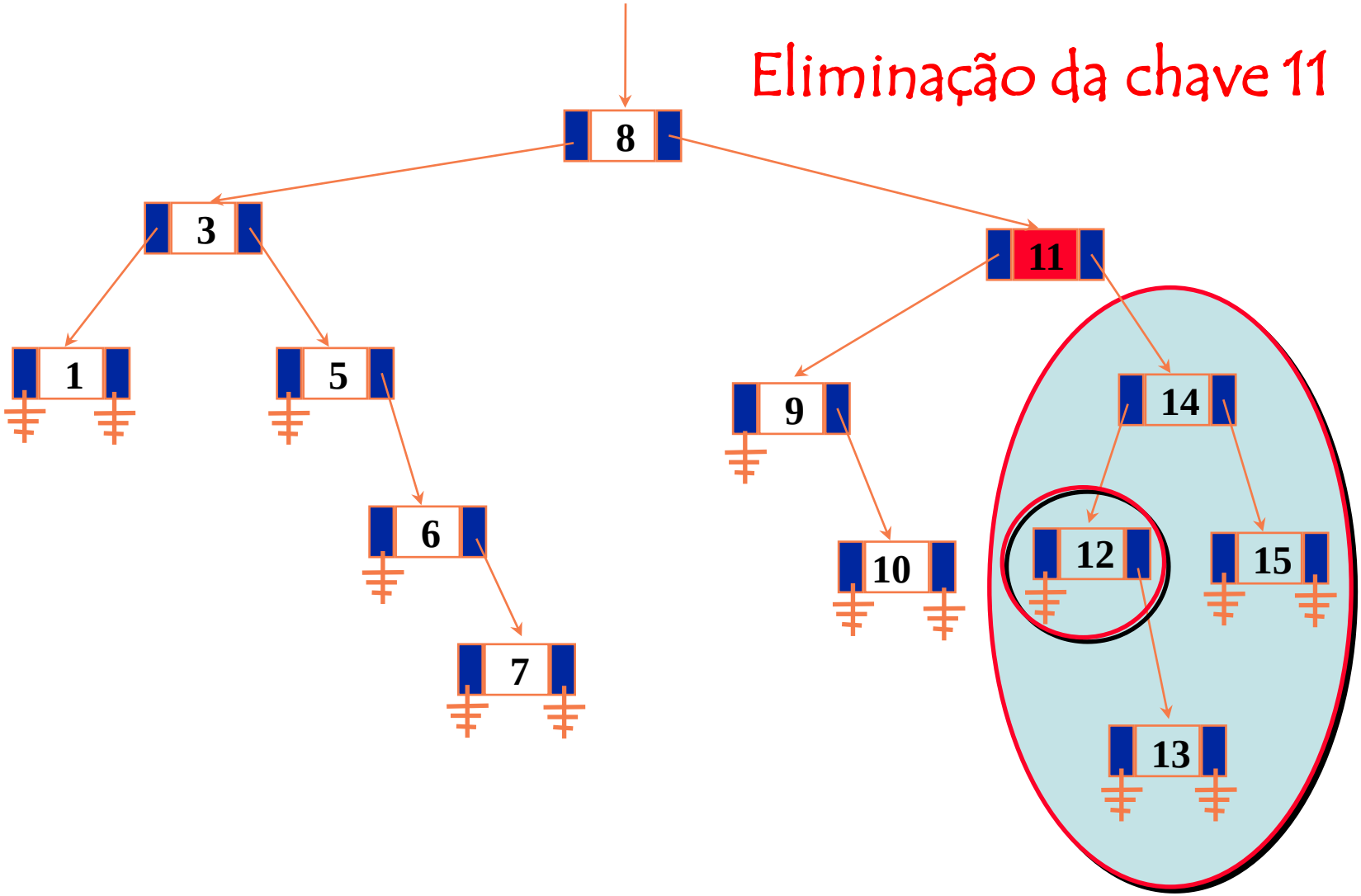
Eliminação de nó que possui duas sub-árvores filhas



<u>A estratégia geral (Mark Allen Weiss)</u> é:

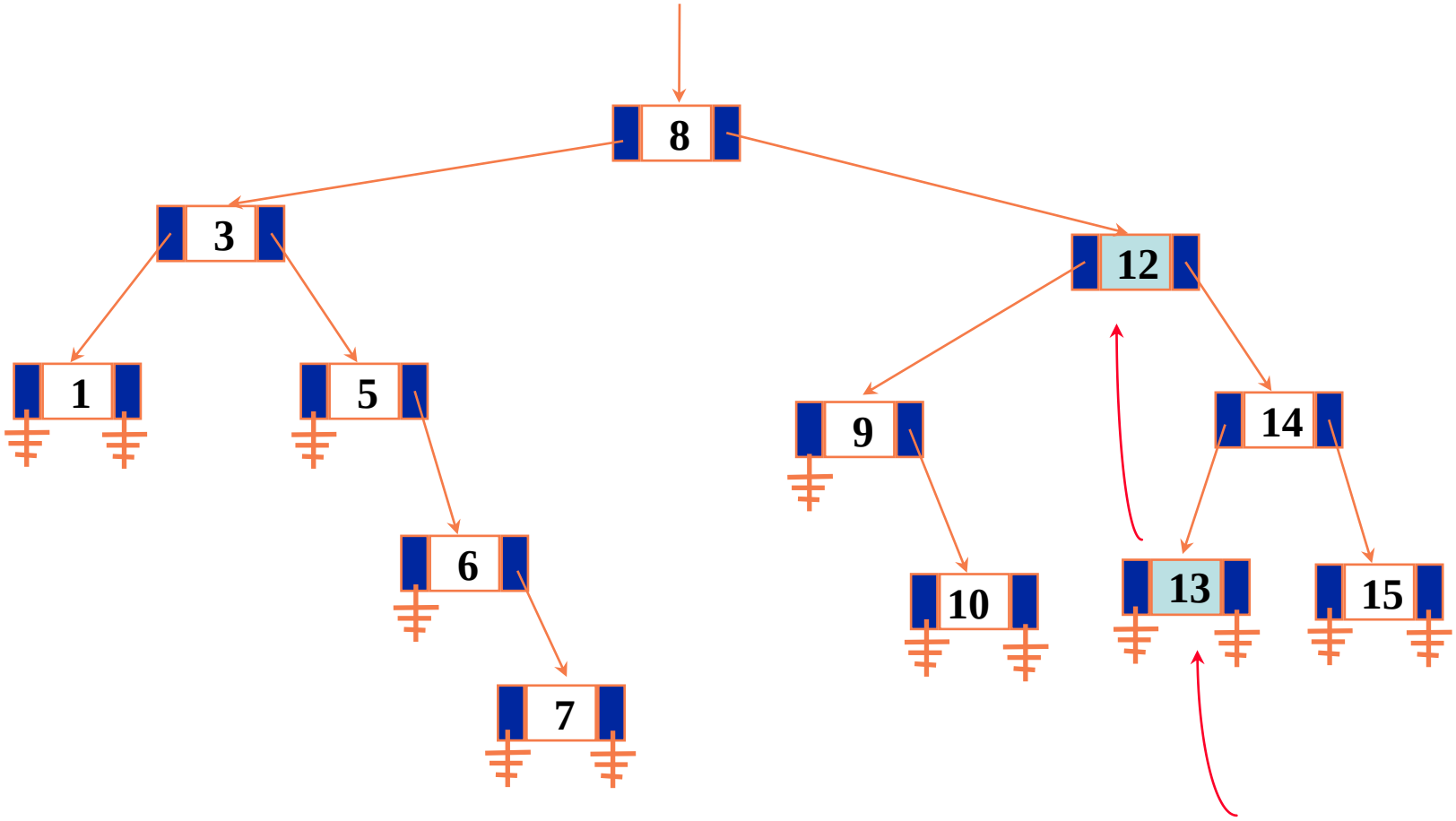
Substituir a chave retirada pela menor chave da sub-árvore direita

Caso 3 – Nó tem duas sub-árvores



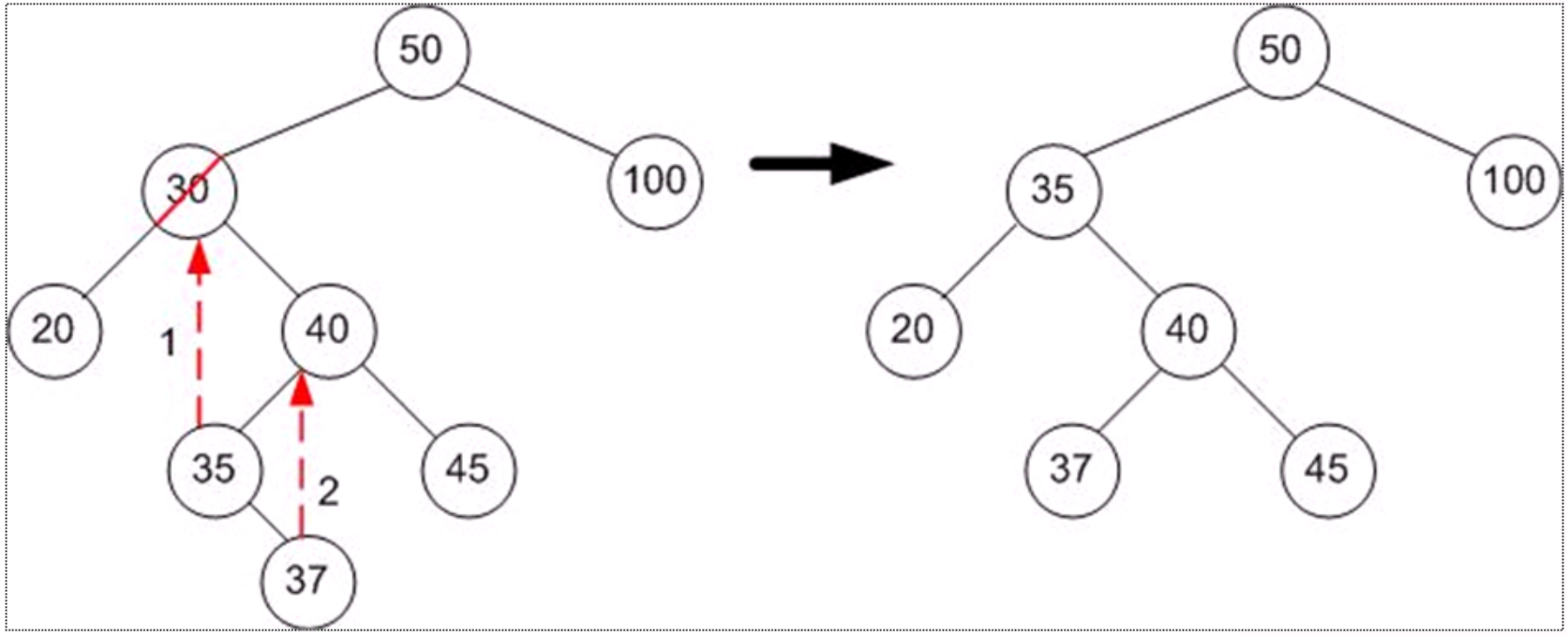
Substituir a chave retirada pela menor chave da sub-árvore direita

Caso 3 – Nó tem duas sub-árvores



Eliminação da chave 11

Caso 3 – Outro exemplo



Eliminação da chave 30

FIM