

1. ENADE – COMPUTAÇÃO – 2008 – QUESTÃO DISCURSIVA

Tabelas HASHING armazenam elementos com base no valor absoluto de suas chaves e em técnicas de tratamento de colisões. As funções de dispersão transformam chaves em endereços-base da tabela, ao passo que o tratamento de colisões resolve conflitos em casos em que mais de uma chave é mapeada para um mesmo endereço-base da tabela. Suponha que uma aplicação utilize uma tabela de dispersão com **23** endereços-base (índices de **0** a **22**) e empregue $h(x) = x \bmod 23$ como função de dispersão, em que x representa a chave do elemento cujo endereço-base deseja-se computar. Inicialmente, essa tabela de dispersão encontra-se vazia. Em seguida, a aplicação solicita uma sequência de inserções de elementos cujas chaves aparecem na seguinte ordem: **44, 46, 49, 70, 27, 71, 90, 97 e 95**. Com relação à aplicação descrita, faça o que se pede a seguir:

A) Qual o conjunto das chaves envolvidas em colisões ?

```
Chave: 44  -> indice: 21
Chave: 46  -> indice: 0
Chave: 49  -> indice: 3
Chave: 70  -> indice: 1
Chave: 27  -> indice: 4
Chave: 71  -> indice: 2
Chave: 90  -> indice: 21
Chave: 97  -> indice: 5
Chave: 95  -> indice: 3
```

C = conjunto das chaves envolvidas em colisão

C = {44, 90, 49,95}

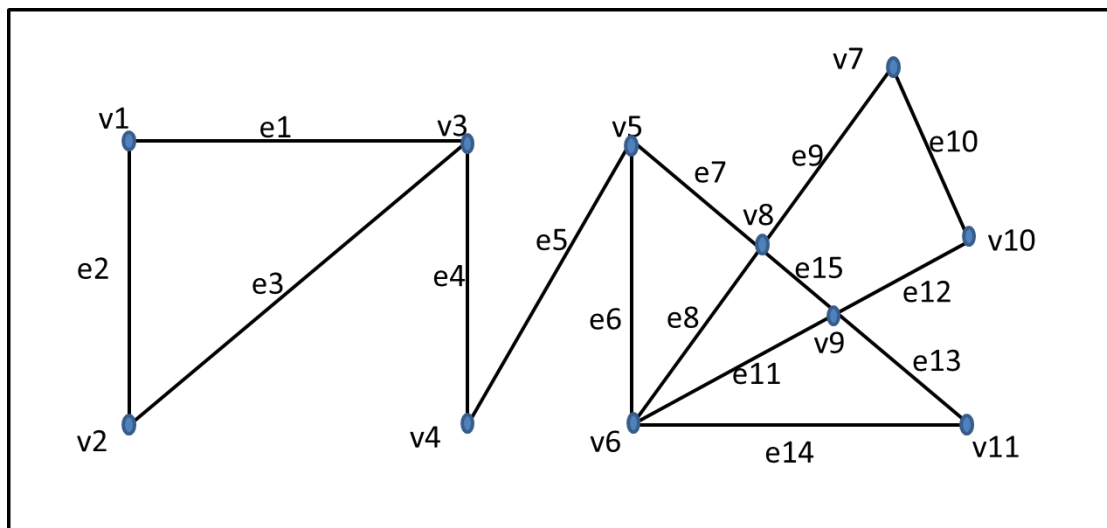
B) Assuma que a tabela de dispersão trate colisões por meio de encadeamento exterior. Esboce a tabela de dispersão para mostrar seu conteúdo após a sequência de inserções referida.

```
0 -> 46
1 -> 70
2 -> 71
3 -> 49 -> 95
4 -> 27
5 -> 97
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21 -> 44 -> 90
22
```

- C) Assuma que a tabela de dispersão trate colisões por meio de rehashing. Esboce a tabela de dispersão para mostrar seu conteúdo após a sequência de inserções referida.

0 -> 46
 1 -> 70
 2 -> 71
 3 -> 49
 4 -> 27
 5 -> 97
 6 -> 95
 7
 8
 9
 10
 11
 12
 13
 14
 15
 16
 17
 18
 19
 20
 21 -> 44
 22 -> 90

2. Dado o grafo G , apresentado na forma gráfica, defina os conjuntos V e E que o constituem:



- A) Considerando o grafo G da questão 2, há arestas **paralelas** no Grafo? Justifique.

Se duas ou mais arestas de G tem os mesmos vértices-extremidade, essas arestas são chamadas arestas **PARALELAS**. No grafo G dado **NÃO** existe nenhuma aresta paralela.

- B) Considerando o Grafo G da questão 2, há vértices **isolados** no Grafo? Justifique.

Um vértice de G que não é extremidade de qualquer aresta é chamado vértice **ISOLADO**. No grafo G dado **NÃO** existe nenhum vértice isolado.

- C) Qual o conjunto vizinhança dos vértices **v6** e **v9** do Grafo **G** da questão 2?

$$N(v_6) = \{v_5, v_8, v_9, v_{11}\}$$

$$N(v_9) = \{v_6, v_8, v_{10}, v_{11}\}$$

- D) O grafo **G** da questão 2 é simples? **Justifique**.

Sim, pois um grafo é chamado simples se não tiver arestas paralelas.

- E) Defina o **grau** de todos os vértices do grafo **G** da questão 2.

$d(v_1) = 2$	$d(v_5) = 3$	$d(v_9) = 4$
$d(v_2) = 2$	$d(v_6) = 4$	$d(v_{10}) = 2$
$d(v_3) = 3$	$d(v_7) = 2$	$d(v_{11}) = 2$
$d(v_4) = 2$	$d(v_8) = 4$	

- F) Defina a **sequência** dos **Graus** do Grafo **G** da questão 2.

Ordem crescente:

$$S = (2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 4)$$

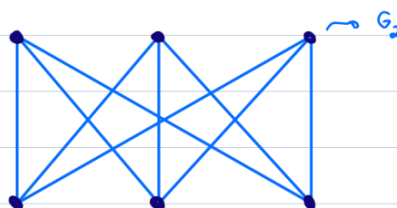
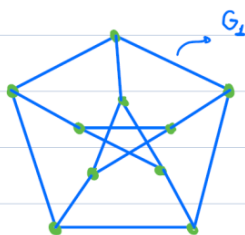
$\begin{matrix} \swarrow & \swarrow & \swarrow & \swarrow & \swarrow & \swarrow & \swarrow & \swarrow & \swarrow & \swarrow & \swarrow \\ v_1 & v_2 & v_4 & v_7 & v_{10} & v_{11} & v_3 & v_5 & v_6 & v_8 & v_9 \end{matrix}$

- G) O grafo **G** da questão 2 é regular? **Justifique**.

Não, pois um grafo regular consiste em todos os vértices tendo o MESMO grau.

3. Mostre graficamente, dois grafos **G1** e **G2** cúbicos.

Um grafo cúbico é um grafo **REGULAR** no qual todos os vértices tem grau 3.



4. Pode haver um grafo simples com **15** vértices, cada um com grau **5** ? Justifique.

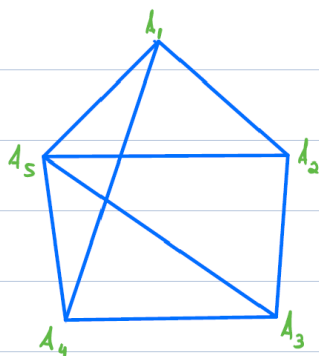
Não. Pelo teorema 1, a soma dos graus dos vértices de um grafo é o dobro da quantidade de arestas, o que é um número par. No grafo apresentado, a somatória dos graus seria $15 * 5$ que é um número ímpar.

5. Pode haver um grafo simples com **10** vértices, cada um com grau **3** ? Justifique.

Sim. Pelo teorema 1, a soma dos graus dos vértices de um grafo é o dobro da quantidade de arestas, o que é um número par. No grafo apresentado, a somatória dos graus seria $10 * 3$ que é um número par.

6. O grafo de intersecção de uma coleção de conjuntos **A1, A2, ... , An** é o grafo que tem um vértice para cada um dos conjuntos da coleção e tem uma aresta conectando os vértices se esses conjuntos têm uma intersecção não vazia. Construa o grafo de intersecção para a seguinte coleção de conjuntos:

$A_1 = \{ 0, 2, 4, 6, 8 \}$
 $A_2 = \{ 0, 1, 2, 3, 4 \}$
 $A_3 = \{ 1, 3, 5, 7, 9 \}$
 $A_4 = \{ 5, 6, 7, 8, 9 \}$
 $A_5 = \{ 0, 1, 8, 9 \}$



$$A_1 \cap A_2 = \{ 0, 2, 4 \}$$

$$A_2 \cap A_3 = \{ 1, 3 \}$$

$$A_3 \cap A_4 = \{ 5, 7, 9 \}$$

$$A_4 \cap A_5 = \{ 8, 9 \}$$

$$A_1 \cap A_3 = \emptyset$$

$$A_2 \cap A_4 = \emptyset$$

$$A_3 \cap A_5 = \{ 1, 9 \}$$

$$A_1 \cap A_4 = \{ 6, 8 \}$$

$$A_2 \cap A_5 = \{ 0, 1 \}$$

$$A_1 \cap A_5 = \{ 0, 8 \}$$

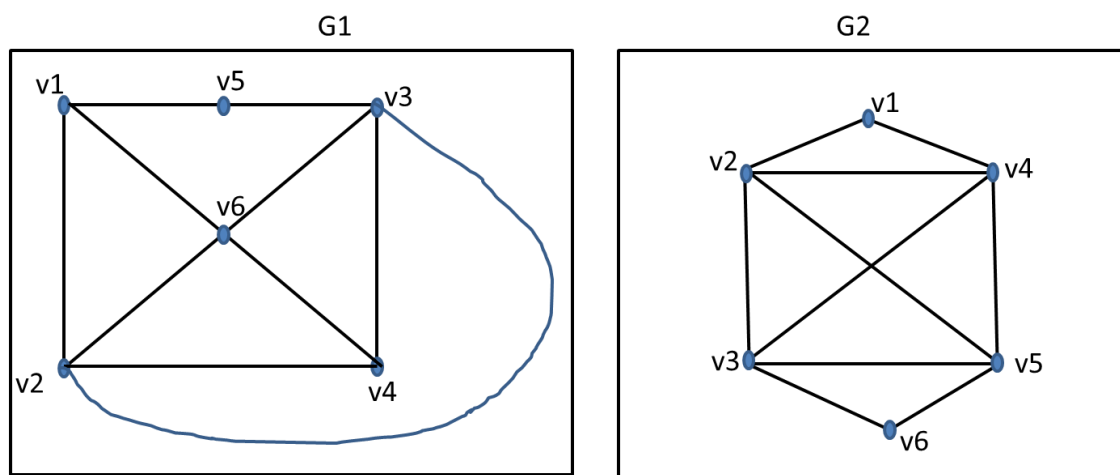
7. Considere dois grafos **G1**, com 10 vértices e **G2** com 11 vértices. Os grafos **G1** e **G2** podem ser isomorfos? Justifique.

Não, pois para 2 grafos serem isomorfos eles precisam ter o MESMO número de vértices e arestas.

8. Considere dois grafos **G1**, com 5 arestas e **G2** com 6 arestas. Os grafos **G1** e **G2** podem ser isomorfos? Justifique.

Não, pois para 2 grafos serem isomorfos eles precisam ter o MESMO número de vértices e arestas.

9. Considere os grafos **G1** e **G2** da figura abaixo:



G1 e **G2** são isomorfos? Justifique.

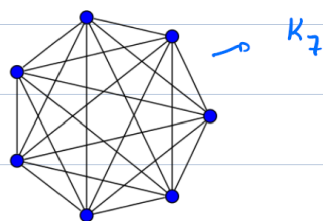
Apesar de **G1** e **G2** terem o mesmo número de vértices e arestas, **G1** tem vértices de grau 3, e **G2** não tem vértices de grau 3. **G1** e **G2** não são isomorfos.

A condição de que 2 grafos para serem isomorfos devam ter o mesmo número de vértices, mesmo número de arestas e igual número de vértices com determinado grau é condição necessária, mas não suficiente.

10. Quantas arestas tem o grafo **K7**? Justifique. Quantas arestas tem o grafo **K10**? Justifique.

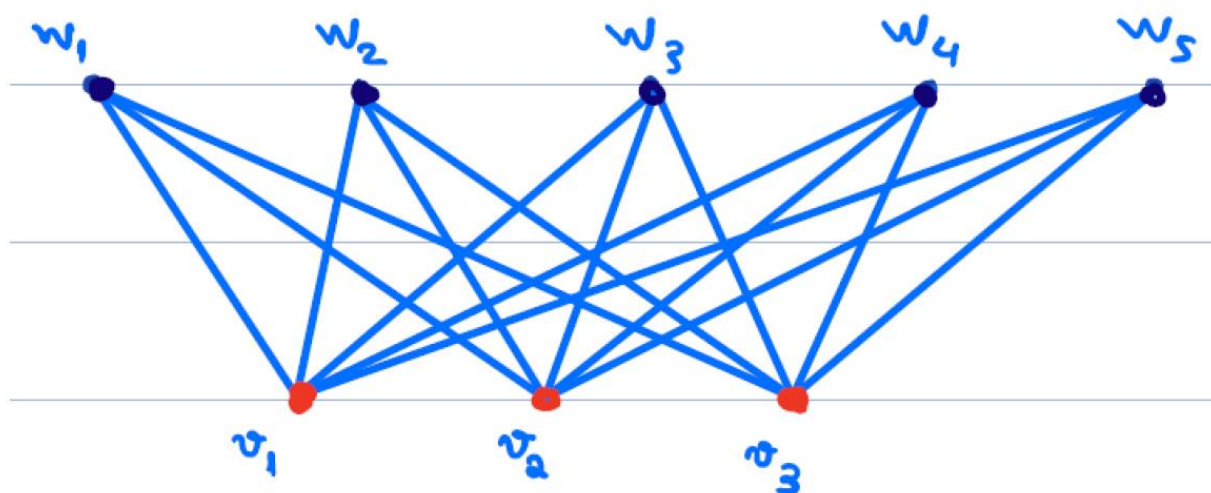
Um grafo completo é um grafo simples em que todo vértice é Adjacente a todos os outros vértices.

$$K_n \text{ tem } \binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2} \text{ arestas.}$$

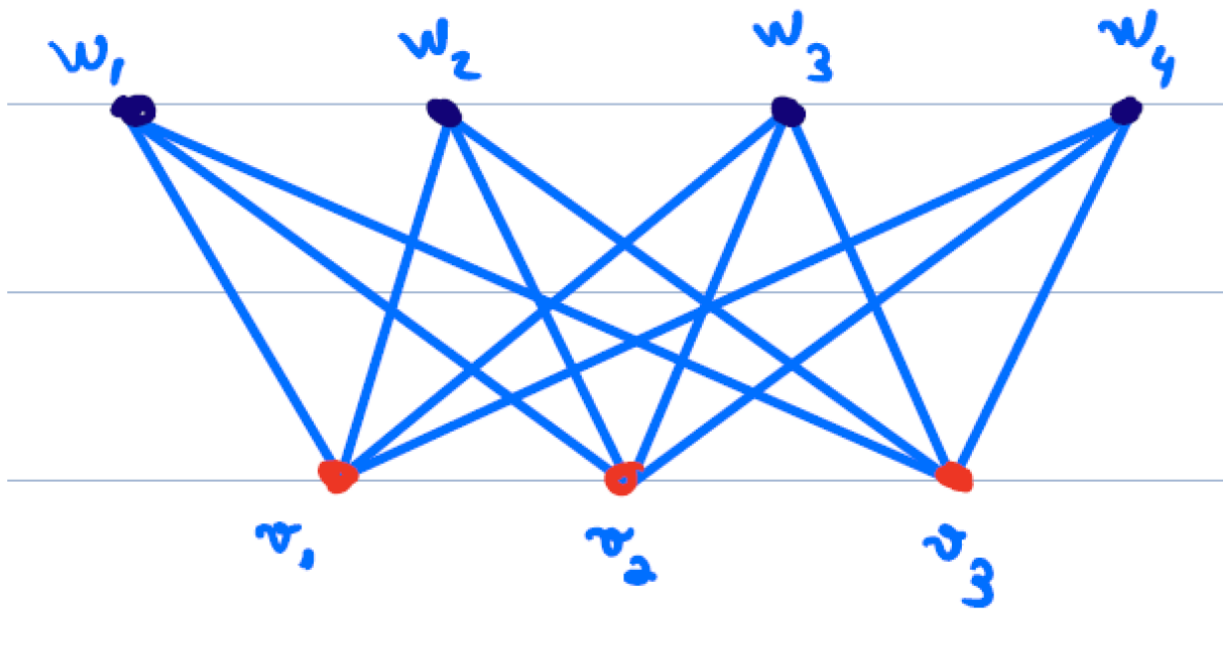


$$K_7 \text{ tem } \frac{7(7-1)}{2} = \frac{7 \times 6}{2} = 21 \text{ arestas}$$

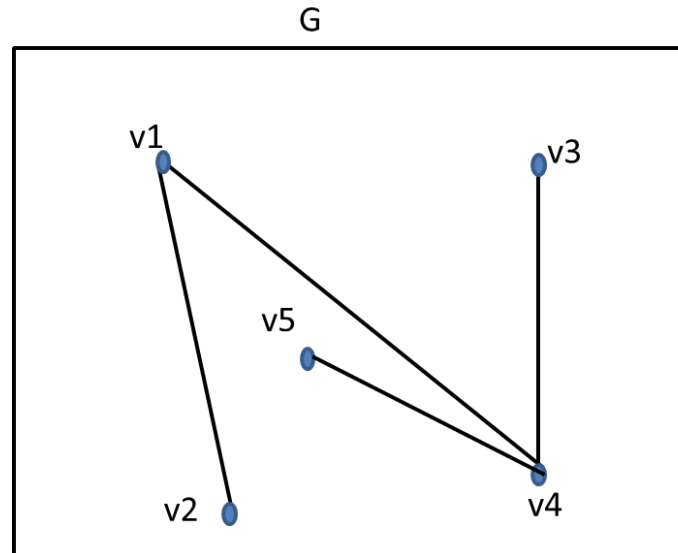
11. Desenhe o grafo **K3,5**.



12. Desenhe o grafo $K_{3,4}$.

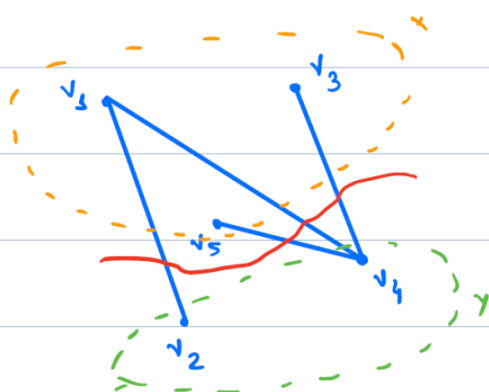


13. Considere o grafo G abaixo:



G é Bipartido? Justifique.

Sim G é bipartido.



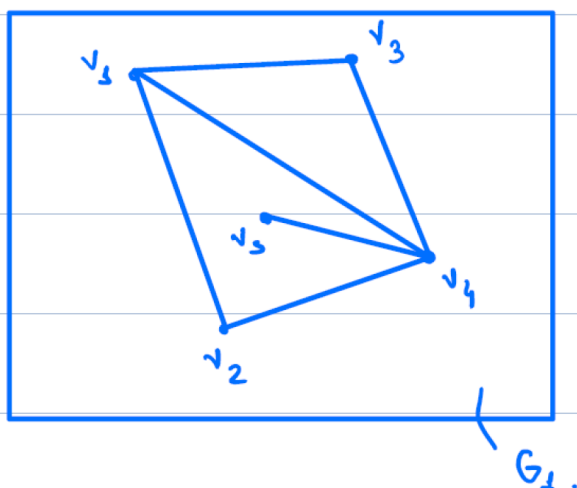
$$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$$

$$X = \{v_1, v_3, v_5\}$$

$$Y = \{v_2, v_4\}$$

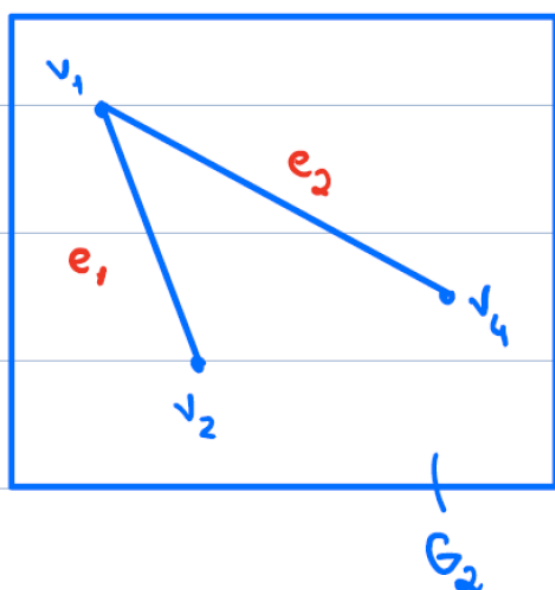
$$X \cap Y = \emptyset \quad \checkmark \quad X \cup Y = V \quad \checkmark$$

A) Defina um supergrafo de G .



G_1 é supergrafo de G .

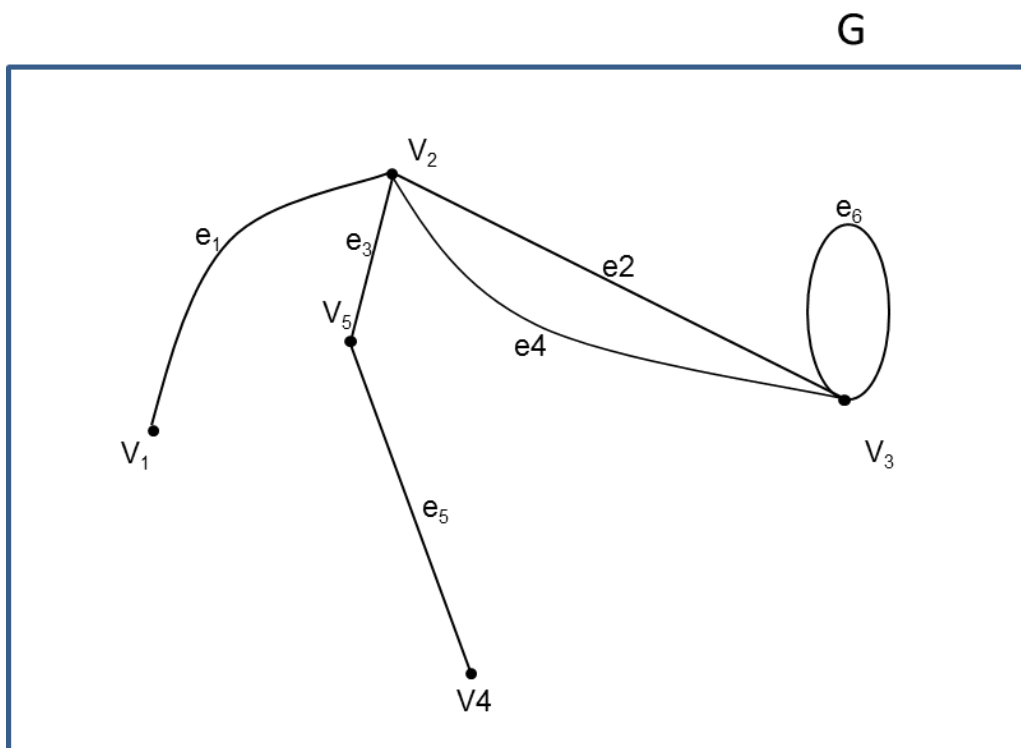
B) Defina um subgrafo de G .



$$V = \{v_1, v_2, v_4\}$$

$G_2 \subseteq G \therefore$ é subgrafo.

14. Considere o grafo **G**, da figura abaixo:



- A) Defina, se possível, um **passeio aberto** no Grafo **G**;
- B) Defina, se possível, um **passeio fechado** no Grafo **G**;
- C) Defina, se possível, uma **trilha aberta** no Grafo **G**;
- D) Defina, se possível, um **circuito** no Grafo **G**;
- E) Defina, se possível, um **caminho aberto** no Grafo **G**;
- F) Defina, se possível, um **ciclo** no Grafo **G**.

A) $\omega_1 = \{ v_1, e_1, v_2 \} \rightarrow$ passeio Aberto.

B) $\omega_2 = \{ v_2, e_4, v_3, e_2, v_2 \} \rightarrow$ passeio fechado.

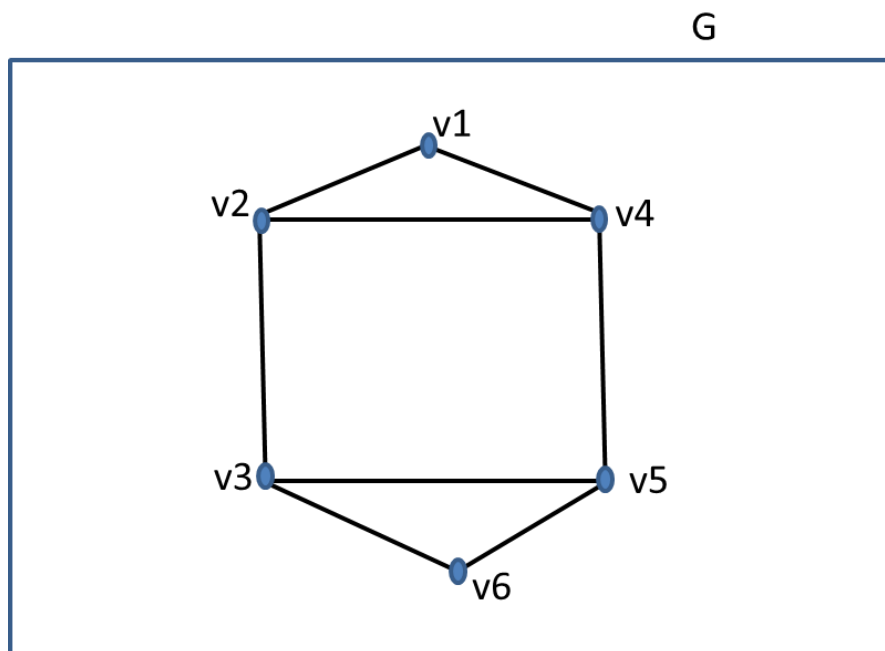
C) $\omega_3 = \{ v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_6, v_3 \} \rightarrow$ trilha Aberta.

D) $\omega_4 = \{ v_2, e_4, v_3, e_6, v_3, e_2, v_2 \} \rightarrow$ trilha fechada ou circuito.

E) $\omega_5 = \{ v_1, e_1, v_2, e_3, v_5, e_5, v_4 \} \rightarrow$ Caminho Aberto

F) $\omega_6 = \{ v_2, e_4, v_3, e_2, v_2 \} \rightarrow$ ciclo ou Caminho fechado

15. Considere o grafo **G**, da figura abaixo:



O grafo **G** é Euleriano? Justifique.

Pelo teorema de Euler:

Se todo o Grau do vértice de **G** for **PAR** ele é euleriano.

$$d(v_1) = 2 \quad d(v_4) = 3 \times$$

$$d(v_2) = 3 \times \quad d(v_5) = 3 \times$$

$$d(v_3) = 3 \times \quad d(v_6) = 2$$

\therefore o Grafo **G** Não é Euleriano