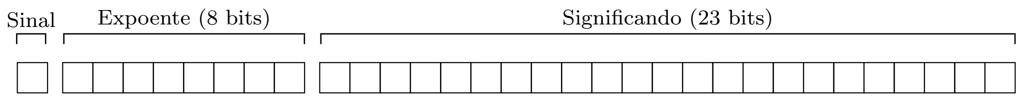
MAC0210 – Exercício Programa 1

Professor: Ernesto G. Birgin
Monitor: Lucas Magno

1 Parte 1: Aritmética de Ponto Flutuante

Esta parte do EP consiste em implementar um programa que simule o funcionamento da aritmética de ponto flutuante. Você deve implementar uma representação de ponto flutuante no formato *IEEE single*:



juntamente com as operações de soma $\oplus$ e subtração $\ominus$. Dados dois números em ponto flutuante x e y *dentro do intervalo normalizado*, estas operações devem satisfazer

$$\begin{aligned} x \oplus y &= \text{round}(x + y) \\ x \ominus y &= \text{round}(x - y) \end{aligned}$$

utilizando os arredondamentos:

- para cima (para $+\infty$),
- para baixo (para $-\infty$),
- para zero e
- para o mais próximo.

As operações devem ser implementadas utilizando dois bits de guarda e um *sticky bit*

1.1 O que deve ser entregue da parte 1

Além dos programas (devidamente documentados), deve ser elaborado um relatório. O relatório deve incluir um resumo do que foi feito e os resultados, em cada arredondamento, mostrando todos os passos e indicando os bits extras, para pelo menos os seguintes exemplos:

1. $2 \oplus 3$,
2. $1 \oplus 2^{-24}$,
3. $(1.0)_2 \times 2^0 \ \ominus \ (1.\overbrace{1 \cdots 1}^{23\times})_2 \times 2^{-1}$,
4. $1.0 \ \ominus \ (1.\overbrace{0 \cdots 0}^{22\times}1)_2 \times 2^{-25}$.

2 Parte 2: Método de Newton

Quando se aplica o método de Newton a uma função com mais de uma raiz, a raiz que será encontrada depende do ponto inicial escolhido. Nesta parte do EP estenderemos o método de Newton para um domínio complexo e observaremos o conceito de **bacias de convergência** (conjunto de pontos iniciais a partir dos quais o método converge para uma mesma raiz da função estudada).

Você deve implementar o método de Newton em Octave e gerar uma imagem que ilustre as bacias de convergência de uma função escolhida. Você vai notar que as imagens geradas formam fractais! Explicar o motivo da formação desses fractais não é necessário. Veja abaixo alguns exemplos.

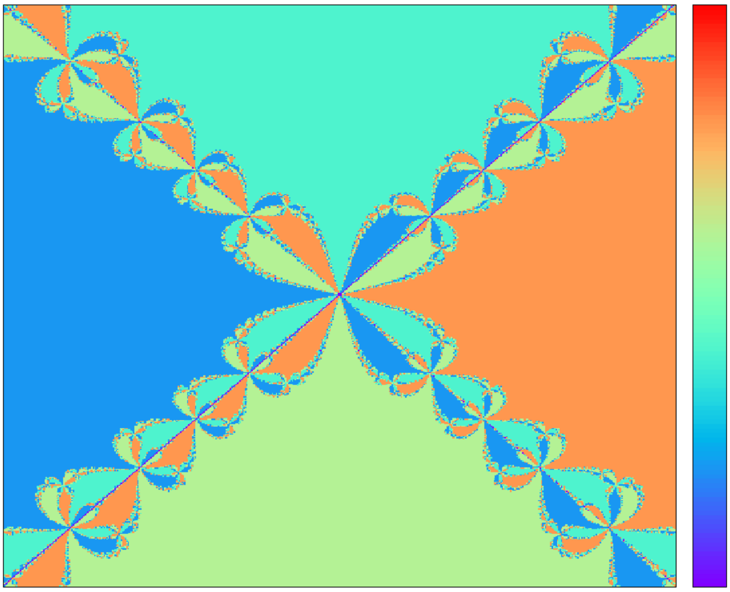


Figura 1: Bacias de convergência do polinômio $x^4 - 1$. O plano visto varia de -2 a 2 no eixo x e de $-2i$ a $2i$ no eixo y.

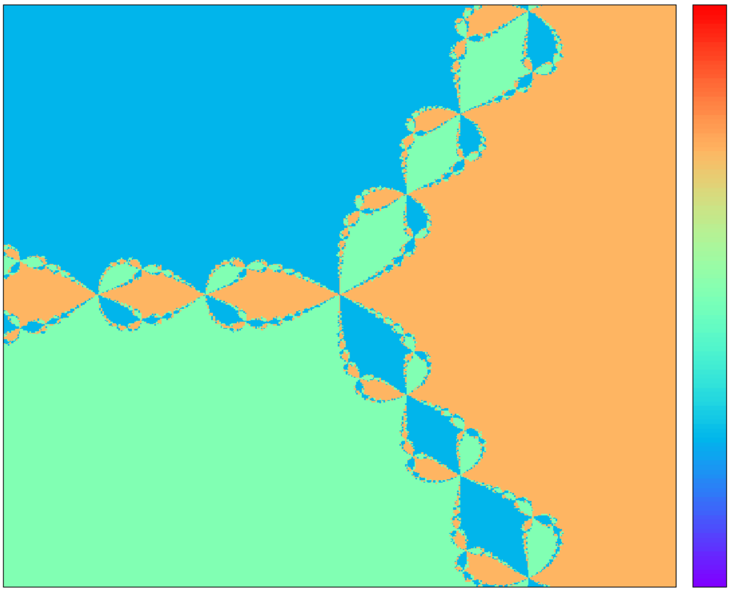


Figura 2: Bacias de convergência do polinômio $x^3 - 1$. O plano visto varia de -2 a 2 no eixo x e de $-2i$ a $2i$ no eixo y.

O primeiro passo para gerar as imagens é escolher um dominio "retangular" no plano complexo e associar cada um dos $p_1 \times p_2$ pontos do dominio (p_1 e p_2 são parâmetros da sua escolha) a um pixel da imagem. Executando o método de Newton usando como ponto inicial cada um dos $p_1 \times p_2$ pontos do dominio escolhido, descubra a raiz à qual o método converge. Associando cada raiz a uma cor, temos a figura desejada. Note que você também precisa associar a uma cor os pontos iniciais a partir dos quais o método de Newton não converge.

2.1 Funções a serem implementadas

Você deve implementar suas funções em um arquivo chamado *newton_basins.m* que deve conter pelo menos as seguintes funções:

- newton_basins (f, ℓ, u, p): acha as bacias de convergência da função f no dominio $[\ell_1, u_1] \times [\ell_2, u_2]$ e gera um arquivo *output.txt* que contém os dados para a geração da imagem das bacias (pode usar gnuplot para gerar as imagens). Os dados gerados preenchem uma imagem com $p_1 \times p_2$ pixels.

- newton (f, f', x_0): aplica o método de Newton para achar uma raiz da função f (com primeira derivada f'), partindo do ponto x_0.

Os parâmetros f e f' devem ser apontadores a funções em Octave que implementem f e sua derivada primeira, respectivamente. A função que implementa o método de Newton pode ter parâmetros adicionais, relacionados com tolerâncias para o critério de parada ou um máximo de iterações para o caso em que a convergência não ocorra.

2.2 O que deve ser entregue da parte 2

Além dos programas (devidamente documentados), deve ser elaborado um relatório. O relatório deve incluir um resumo do que foi feito. O relatório deve ainda explicar como você aplicou o método de Newton e também deve conter exemplos interessantes com imagens geradas pelo seu programa (de preferência diferentes das que foram apresentadas neste enunciado como exemplo). Comente qualquer detalhe da sua implementação do método de Newton. Que critérios de parada utilizou? Observou a convergência quadrática do método? Sim? Não? Por quê?

3 Entrega

Segue abaixo as regras de entrega deste EP:

- A entrega será aceita até as 23:55 do dia **23 de abril de 2017** (domingo).
- Você deve submeter ao paca:
  - Dois programas em Octave, referentes às partes 1 e 2 do EP.
  - Um único arquivo pdf que contenha os relatórios das partes 1 e 2.
- A cópia impressa do relatório deve ser entregue em sala de aula, no dia 25 de abril, e não pode diferir da versão entregue no paca.