

# **KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS**

## **Informatikos fakultetas**

### **Skaitiniai metodai ir algoritmai (P170B115)**

#### ***3 laboratorinis darbas***

17 variantas

**Dėstytojas:**

lekt. Andrius Kriščiūnas

**Darbą atliko:**

IFF – 8/13 Mykolas Paulauskas

KAUNAS, 2020

## Turinys

Pirmoji užduotis .....	3
Pirmos užduoties pirma dalis .....	3
Pirmos užduoties antra dalis .....	6
Pirmos užduoties išvados .....	10
Antra užduotis .....	11
Antros užduoties pirma dalis .....	11
Antros užduoties antra dalis .....	14
Antros užduoties išvados .....	17
Trečia užduotis .....	17
Trečios užduoties išvados .....	24
Ketvirta užduotis .....	25
Ketvirtos užduoties išvados .....	29

## Pirmoji užduotis

1 lentelėje duota interpoliuojamos funkcijos analitinė išraiška. Pateikite interpoliacinės funkcijos išraišką naudodami 1 lentelėje nurodytas bazines funkcijas, kai:

- a) Taškai pasiskirstę tolygiai.
- b) Taškai apskaičiuojami naudojant Čiobyševo abscises.

Interpoliavimo taškų skaičių parinkite laisvai, bet jis turėtų neviršyti 30. Pateikite du grafikus, kai interpoliacinės funkcijos apskaičiuojamos naudojant skirtingas abscises ir gautas interpoliuojančių funkcijų išraiškas. Tame pačiame grafike vaizduokite duotąją funkciją, interpoliacinę funkciją ir netiktį.

$$17 \quad \left| \quad \cos(2 \cdot x) / (\sin(2 \cdot x) + 1,5) - \frac{x}{5}; -2 \leq x \leq 3; \quad \right| \quad \text{Čiobyševo}$$

*pav. 1 Užduoties variantas*

## Pirmos užduoties pirma dalis

### Programos kodas:

```
from matplotlib import pyplot as plt
import numpy as np

def f(x):
    return np.cos(2 * x) / (np.sin(2 * x) + 1.5) - x / 5

def chebyshev_interpolation(x, coef):
    T = np.zeros(len(coef))
    xAmendent = (2 * x) / (b - a) - (b + a) / (b - a)
    T[0] = 1
    T[1] = xAmendent

    # Čiobyševo interpoliavimo matricos sudarymas
    for i in range(2, n):
        T[i] = 2 * xAmendent * T[i - 1] - T[i - 2]

    # Dauginame koeficientus su Čiobyševo interpoliavimo matrica, gauname atsakym
    y = np.dot(T, coef)
    return y
```

```

def target_fx_points(start, finnish, step):
    x = []
    y = []
    it = start

    while it <= finnish:
        x.append(it)
        y.append(f(it))
        it = it + step

    return x, y

def chebyshev_interpolation_points(start, finnish, step, coef):
    x = []
    y = []
    it = start

    while it <= finnish:
        x.append(it)
        y.append(chebyshev_interpolation(it, coef))
        it = it + step

    return x, y

if __name__ == "__main__":

    # pasirenkamam, kurią užduoties dalį norime vykdyti
    first = True

    # laisvai pasitinktas interpoliavimo taškų kiekis
    n = 15

    # funkcijos intervalas kuria interpoliuosime
    a = -2
    b = 3

    # x taškai
    x = []

    # taškai pasiskirstę tolygiai
    if first:
        x = np.linspace(a, b, n, endpoint=True)
    # taškai apskaičiuojami naudojant Čiobyševo abscises

```

```

else:
    for i in range(n):
        # Kadangi skaičiuojame ne intervale [-
1, 1] tai reikalinga x'ui apskaičiuoti keitinį
        xAmendment = ((b - a) / 2) * np.cos((np.pi * (2 * i + 1)) / (2 * n))
+ (b + a) / 2
        x.append(xAmendment)

# y taškai
y = []

for i in range(n):
    y.append(f(x[i]))

T = np.zeros((n, n))

# randa funkcijos x reikšmes
for i in range(n):
    T[i, 0] = 1
    xAmendment = (2 * x[i]) / (b - a) - (b + a) / (b - a)
    T[i, 1] = xAmendment
    for j in range(2, n):
        T[i, j] = 2 * xAmendment * T[i, j - 1] - T[i, j - 2]

# Kadangi žimone kokias vertes y'as turi turėti, galime apskaičiuoti Čiobys
evo koeficientus
coef = np.linalg.solve(T, y)
print("Koeficientai:\n", coef)

# randa funkcijos analitinius taškus
fx, fy = target_fx_points(a, b, 0.01)

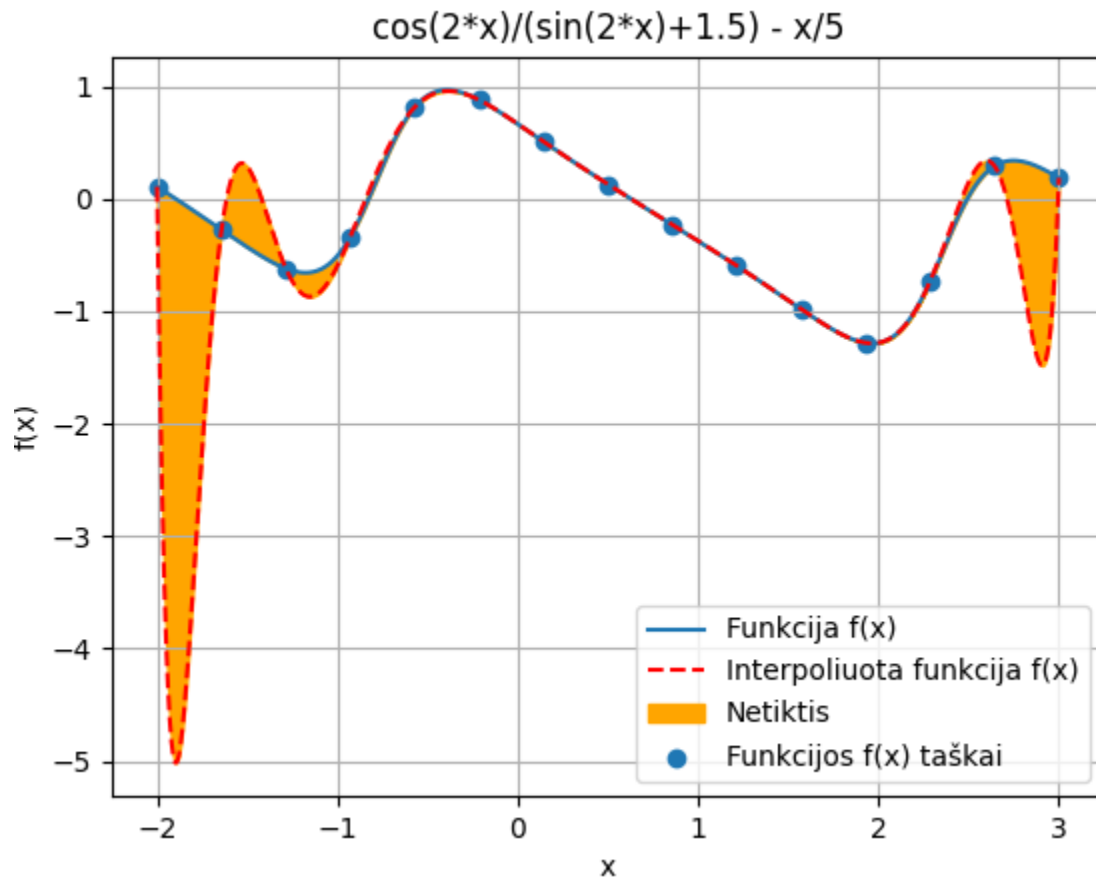
# randa interpoliuotos funkcijos taškus
ix, iy = chebyshev_interpolation_points(a, b, 0.01, coef)

# piešia grafiką
plt.title('Duota funkcija f(x): cos(2*x)/(sin(2*x)+1.5) - x/5')
plt.plot(fx, fy, label='Funkcija f(x)')
plt.plot(ix, iy, label='Interpoliuota funkcija f(x)', color="green", linestyle
e='dashed')
plt.fill_between(fx, fy, iy, color="orange", label="Netiktis")
plt.scatter(x, y, label='Funkcijos f(x) taškai')
plt.xlabel('x')
plt.ylabel('f(x)')
plt.legend()

```

```
plt.grid(0.5)
plt.show()
```

## Rezultatai:



pav. 2 Pirmos užduoties pirmos dalies rezultatai

## Pirmos užduoties antra dalis

## Programos kodas:

```
from matplotlib import pyplot as plt
import numpy as np

def f(x):
    return np.cos(2 * x) / (np.sin(2 * x) + 1.5) - x / 5
```

```

def chebyshev_interpolation(x, coef):
    T = np.zeros(len(coef))
    xAmendent = (2 * x) / (b - a) - (b + a) / (b - a)
    T[0] = 1
    T[1] = xAmendent

    # Čiobyševo interpoliavimo matricos sudarymas
    for i in range(2, n):
        T[i] = 2 * xAmendent * T[i - 1] - T[i - 2]

    # Dauginame koeficientus su Čiobyševo interpoliavimo matrica, gauname atsakym
    us
    y = np.dot(T, coef)
    return y

def target_fx_points(start, finnish, step):
    x = []
    y = []
    it = start

    while it <= finnish:
        x.append(it)
        y.append(f(it))
        it = it + step

    return x, y

def chebyshev_interpolation_points(start, finnish, step, coef):
    x = []
    y = []
    it = start

    while it <= finnish:
        x.append(it)
        y.append(chebyshev_interpolation(it, coef))
        it = it + step

    return x, y

if __name__ == "__main__":

    # pasirenkamem, kurią užduoties dalį norime vykdyti

```

```

first = False

# laisvai pasitinktas interpoliavimo taškų kiekis
n = 15

# funkcijos intervalas kuria interpoliuosime
a = -2
b = 3

# x taškai
x = []

# taškai pasiskirstę tolygiai
if first:
    x = np.linspace(a, b, n, endpoint=True)
# taškai apskaičiuojami naudojant Čiobyševio abscises
else:
    for i in range(n):
        # Kadangi skaičiuojame ne intervale [-
1, 1] tai reikalinga x'ui apskaičiuoti keitinį
        xAmendment = ((b - a) / 2) * np.cos((np.pi * (2 * i + 1)) / (2 * n))
+ (b + a) / 2
        x.append(xAmendment)

# y taškai
y = []

for i in range(n):
    y.append(f(x[i]))

T = np.zeros((n, n))

# randa funkcijos x reikšmes
for i in range(n):
    T[i, 0] = 1
    xAmendment = (2 * x[i]) / (b - a) - (b + a) / (b - a)
    T[i, 1] = xAmendment
    for j in range(2, n):
        T[i, j] = 2 * xAmendment * T[i, j - 1] - T[i, j - 2]

# Kadangi žimone kokias vertes y'as turi turėti, galime apskaičiuoti Čiobyš
evo koeficientus
coef = np.linalg.solve(T, y)
print("Koeficientai:\n", coef)

```



```

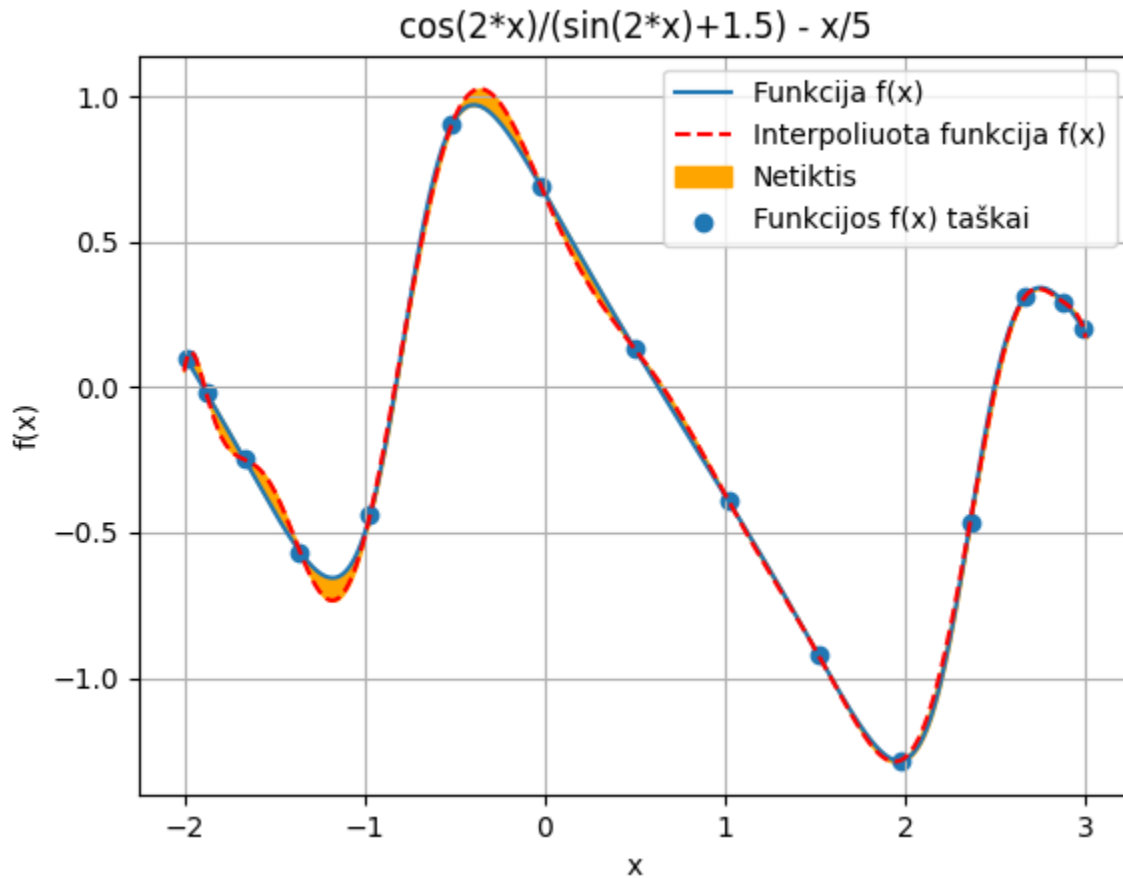
# randa funkcijos analitinius taškus
fx, fy = target_fx_points(a, b, 0.01)

# randa interpoliuotos funkcijos taškus
ix, iy = chebyshev_interpolation_points(a, b, 0.01, coef)

# piešia grafiką
plt.title('Duota funkcija f(x): cos(2*x)/(sin(2*x)+1.5) - x/5')
plt.plot(fx, fy, label='Funkcija f(x)')
plt.plot(ix, iy, label='Interpoliuota funkcija f(x)', color="green", linestyle=
e='dashed')
plt.fill_between(fx, fy, iy, color="orange", label="Netiktis")
plt.scatter(x, y, label='Funkcijos f(x) taškai')
plt.xlabel('x')
plt.ylabel('f(x)')
plt.legend()
plt.grid(0.5)
plt.show()

```

## Rezultatai:



pav. 3 Pirmos užduoties antros dalies rezultatai

## Pirmos užduoties išvados

Pagal gautus grafikus matome jog kai taškus parenkame pagal Čiobyševo abscises gauta interpoliuojanti funkcija yra artimesnė funkcijai, kurios rezultato mes norime pasiekti. Šią išvaizdą pagrindžia antros dalies grafike matoma žymiai mažesnė netektis. Nors Čiobyševo taškai atrodo beveik lygūs, jie yra suskirstyti taip, kad interpoliuojančios funkcijos vingiai būtų kuo mažesni.

## Antra užduotis

### II užduotis. Interpoliavimas daugianariu ir splainu per duotus taškus

Pagal 2 lentelėje pateiktą šalį ir metus, sudaryti interpoliuojančią kreivę 12 mėnesių temperatūroms atvaizduotinurodytais metodais:

- Daugianariu, sudarytu naudojant 1 lentelėje nurodytas bazines funkcijas.
- 2 lentelėje nurodyto tipo splainu

*pav. 4 Antra užduotis*

$$17 \quad \left| \quad \cos(2 \cdot x) / (\sin(2 \cdot x) + 1,5) - \frac{x}{5}; -2 \leq x \leq 3; \quad \right| \quad \text{Čiobyševo}$$

*pav. 5 Antros užduoties pirmos dalies variantas*

$$17 \quad | \quad \text{Austrija} \quad | \quad 2014 \quad | \quad \text{Globalus}$$

*pav. 6 Antros užduoties antros dalies variantas*

### Antros užduoties pirma dalis

#### Programos kodas:

```
from matplotlib import pyplot as plt
import numpy as np
import calendar

def f(x):
    return np.cos(2 * x) / (np.sin(2 * x) + 1.5) - x / 5

def chebyshev_interpolation(x, coef):
    T = np.zeros(len(coef))
    xAmendent = (2 * x) / (b - a) - (b + a) / (b - a)
    T[0] = 1
    T[1] = xAmendent

    # Čiobyševo interpoliavimo matricos sudarymas
    for i in range(2, n):
        T[i] = 2 * xAmendent * T[i - 1] - T[i - 2]
```

```

    # Dauginame koeficientus su Čiobyševo interpoliavimo matrica, gauname atsakym
us
    y = np.dot(T, coef)
    return y

def chebyshev_interpolation_points(start, finnish, step, coef):
    x = []
    y = []
    it = start

    while it <= finnish:
        x.append(it)
        y.append(chebyshev_interpolation(it, coef))
        it = it + step

    return x, y

if __name__ == "__main__":

    y = np.array([
        0.12371,
        1.3831,
        5.29799,
        8.2207,
        10.1892,
        14.8951,
        16.617,
        14.5986,
        12.6457,
        9.69687,
        5.61371,
        0.02563
    ])

    # interpoliavimo taškų skaičius
    n = len(y)

    # x taškai
    x = [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12]

    a = 1
    b = 12

```

```

T = np.zeros((n, n))

# randa funkcijos x reikšmes
for i in range(n):
    T[i, 0] = 1
    xAmendment = (2 * x[i]) / (b - a) - (b + a) / (b - a)
    T[i, 1] = xAmendment
    for j in range(2, n):
        T[i, j] = 2 * xAmendment * T[i, j - 1] - T[i, j - 2]

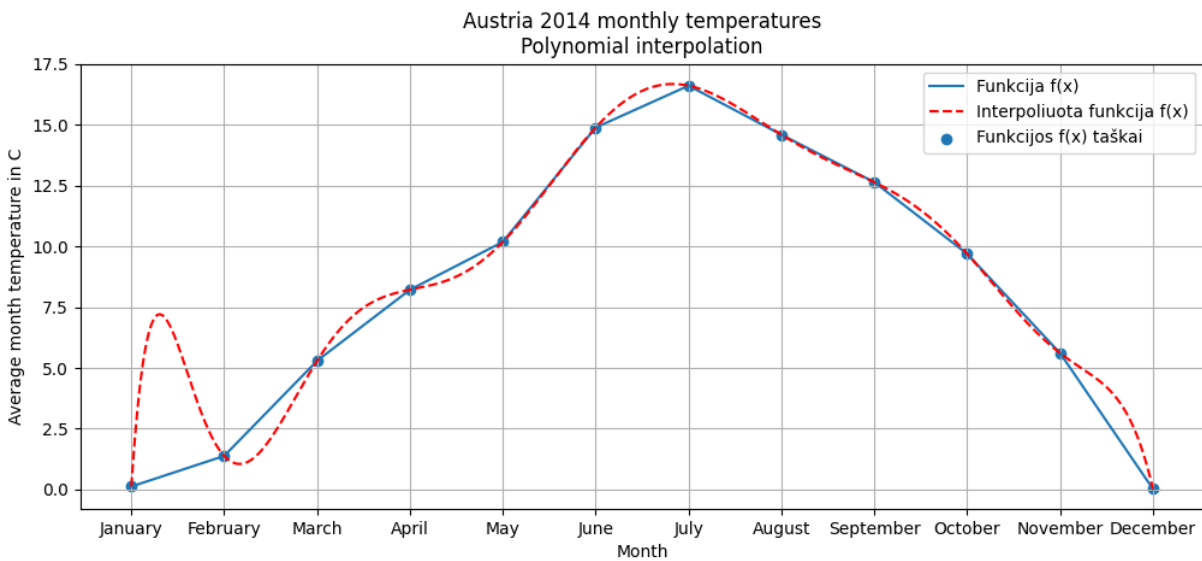
# randa koeficientus
coef = np.linalg.solve(T, y)
print("Koeficientai:\n", coef)

# randa interpoliuotos funkcijos taškus
ix, iy = chebyshev_interpolation_points(1, 12, 0.01, coef)

# piešia grafiką
plt.plot(x, y, label='Funkcija f(x)')
plt.plot(ix, iy, label='Interpoliuota funkcija f(x)', color="red", linestyle=
'dashed')
plt.scatter(x, y, label='Funkcijos f(x) taškai')
plt.title("Austria 2014 monthly temperatures\nPolynomial interpolation")
plt.xlabel('Month')
plt.ylabel('Average month temperature in C')
plt.xticks(x, calendar.month_name[1:13])
plt.legend()
plt.grid(0.5)
plt.show()

```

## Rezultatai:



## Antros užduties antra dalis

## Programos kodas:

```
import numpy as np
import calendar
from matplotlib import pyplot as plt

# Apskaičiuojame greta esančių taškų atstumus
def calculateDistance(x):
    n = len(x)
    d = np.zeros(n - 1)

    for i in range(n - 1):
        d[i] = x[i + 1] - x[i]
    return d

# Apskaičiuojame globalaus spline'o matricą
def calculateF(x, y):
    n = len(x)
    # x reikšmės
    T = np.zeros((n, n))
    # koeficientai
    b = np.zeros(n)
    # greta esančių taškų atstumai
    d = calculateDistance(x)
```

```

# 40 skaidrė
for i in range(n - 2):
    T[i, i] = d[i] / 6
    T[i, i + 1] = (d[i] + d[i + 1]) / 3
    T[i, i + 2] = d[i + 1] / 6

# 40 skaidrė
for i in range(n - 2):
    b[i] = ((y[i + 2] - y[i + 1]) / d[i + 1]) - ((y[i + 1] - y[i]) / d[i])

# 43 skaidrė
T[n - 2, 0] = d[0] / 3
T[n - 2, 1] = d[0] / 6
T[n - 2, n - 2] = d[n - 2] / 6
T[n - 2, n - 1] = d[n - 2] / 3
T[n - 1, 0] = 1
T[n - 1, n - 1] = -1
b[n - 2] = ((y[1] - y[0]) / d[0]) - ((y[n - 1] - y[n - 2]) / d[n - 2])

yy = np.linalg.solve(T, b)

return yy

# skaiciuoja funkcijos reiksme taske, 44 skaidre
def spline(ff1, ff2, s, d, y1, y2):
    a = (ff1 * (s**2 / 2)) - (ff1 * (s**3 / (6*d)))
    b = (ff2 * (s**3 / (6*d))) + (((y2 - y1) / d) * s)
    c = (ff1 * ((d/3) * s)) + (ff2 * ((d/6) * s))

    return a + b - c + y1

# Taškų skaičius
n = 12
aa = 1
x = np.arange(aa, aa+n)
# temperatures
y = np.array([
    0.12371,
    1.3831,
    5.29799,
    8.2207,
    10.1892,
    14.8951,
    16.617,

```

```

        14.5986,
        12.6457,
        9.69687,
        5.61371,
        0.02563
    ])

ff = calculateF(x, y)

# 41 skaidrė
ff[0] = 0
ff[n - 1] = 0

# atstumai tarp gretimų taškų
d = calculateDistance(x)
# grafiko paįšymo žingsnis -1 laipsnyje
step = 100
xx = []
yy = []
# pradedame nuo sausio mėnesio
x1 = 1

# pradedame ciklą nuo antro taško
for i in range(1, n):
    # x2 šiuo atveju bus pradžios taškas (kairysis taškas)
    x2 = x1
    for j in range(step):
        # s yra ilgis, kuris nurodo per kiek esamas taškas yra nutolęs nuo kairio
        # (pradinio) taško
        s = x2 - i
        xx.append(x2)
        value = spline(ff[i - 1], ff[i], s, d[i - 1], y[i - 1], y[i])
        yy.append(value)
        # didiname x kas 0.01
        x2 += 1 / step
    x1 += 1

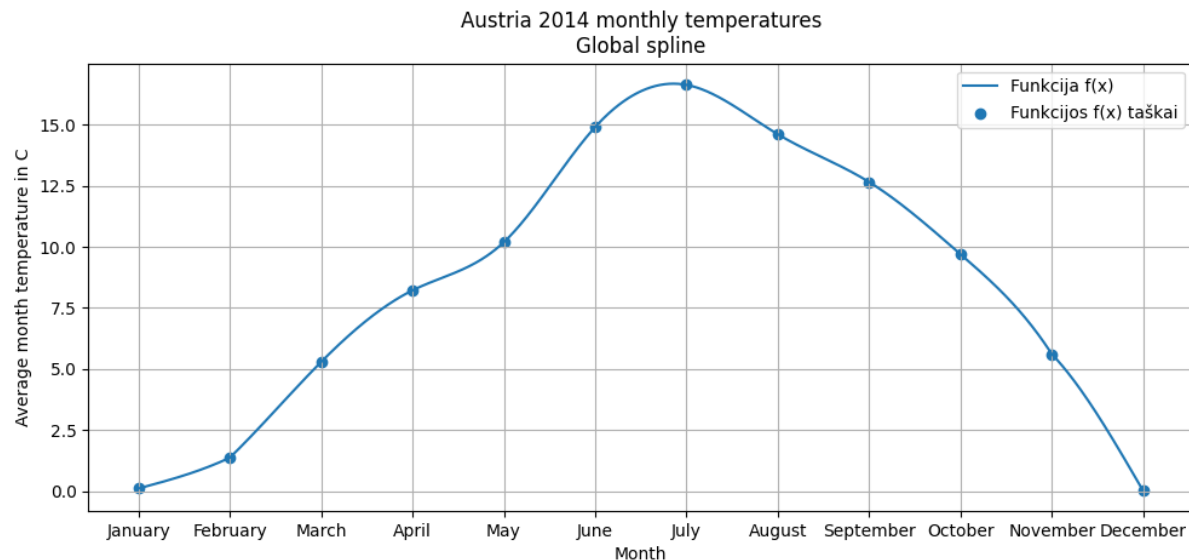
plt.plot(xx, yy, label="Funkcija f(x)")
plt.scatter(x, y, label="Funkcijos f(x) taškai")
plt.xlabel("Month")
plt.ylabel("Average month temperature in C")
plt.legend()
plt.grid()
plt.xticks(x, calendar.month_name[1:13])
plt.title("Austria 2014 monthly temperatures\nGlobal spline")

```



```
plt.grid(0.5)
plt.show()
```

## Rezultatai:



## Antros užduties išvados

Rezultatuose matome jog globalaus splaino interpoliuojanti funkcija kinta pastoviau negu nei interpoliuojančio daugianario funkcija. Kadangi interpoliuojančio daugianario funkcija vingiuoja tarp taškų, tai šis grafikas pateikia vaizdą, kuris tikėtina neatspindi realaus temperatūrų kitimo grafiko. Skaičiuojant splainą mes jungiame taškus atskirai, dėl to vaizdas yra daug tolydesnis ir toks rezultatas teisingesnis mūsų duotiems duomenims

## Trečia užduotis

### III užduotis. Parametrinis interpoliavimas.

Naudodami parametrinio interpoliavimo metodą 2 lentelėje nurodytu splainu suformuokite 2 lentelėje nurodytos šalies kontūrą. Pateikite pradinis duomenis ir rezultatus, gautus naudojant 10, 20, 50, 100 interpoliavimo taškų.

17 |                      Austrija                      |                      2014                      |                      Globalus

*pav. 7 Trečios užduoties variantas*

## Programos kodas:

```
import numpy as np
from matplotlib import pyplot as plt
import math

# Hiperbolinė sinuso ir kosinuso funkcija
def sinh(a):
    return (math.exp(a) + math.exp(-a)) / 2

def cosh(a):
    return (math.exp(a) - math.exp(-a)) / 2

# randa delta x masyva
def calculatedD(x):
    n = len(x)
    d = np.zeros(n - 1)

    for i in range(n - 1):
        d[i] = x[i + 1] - x[i]
    return d

# f'' masyvas
def CalculateF(x, y, q):
    n = len(x)
    # x reikšmės
    T = np.zeros((n, n))
    # koeficientai
    b = np.zeros(n)
    # greta esančių taškų atstumai
    d = calculatedD(x)

    # 53 skaidrė
    for i in range(n - 2):
        T[i, i] = 1 / (d[i] * q[i] ** 2) - 1 / (q[i] * sinh(q[i] * d[i]))
        f1 = cosh(sinh(q[i] * d[i])) / (q[i] * sinh(q[i] * d[i]))
        f2 = cosh(sinh(q[i + 1] * d[i + 1])) / (q[i + 1] * sinh(q[i + 1] * d[i + 1]))
        f3 = 1 / (d[i] * q[i] ** 2) - 1 / (d[i + 1] * q[i + 1] ** 2)
        T[i, i + 1] = f1 + f2 - f3
        T[i, i + 2] = 1 / (d[i + 1] * q[i + 1] ** 2) - 1 / (q[i + 1] * sinh(q[i + 1] * d[i + 1]))

    # 53 skaidrė
```

```

    for i in range(n - 2):
        b[i] = ((y[i + 2] - y[i + 1]) / d[i + 1]) - ((y[i + 1] - y[i]) / d[i])

    # 53 skaidrè
    T[n - 2, 0] = 1 / (d[0] * q[0] ** 2) - (cosh(q[0] * d[0])) / (q[0] * sinh(q[0] * d[0]))
    T[n - 2, 1] = 1 / (q[0] * sinh(q[0] * d[0])) - 1 / (d[0] * q[0] ** 2)
    T[n - 2, n - 2] = 1 / (q[n - 2] * sinh(q[n - 2] * d[n - 2])) - 1 / (d[n - 2] * q[n - 2] ** 2)
    T[n - 2, n - 1] = 1 / (d[n - 2] * q[n - 2] ** 2) - (cosh(q[n - 2] * d[n - 2])) / (q[n - 2] * sinh(q[n - 2] * d[n - 2]))

    T[n - 1, 0] = 1
    T[n - 1, n - 1] = -1

    b[n - 2] = ((y[0] - y[1]) / d[0]) - ((y[n - 2] - y[n - 1]) / d[n - 2])

    yy = np.linalg.solve(T, b)

    return yy

def parametric_spline(x1, x2, y1, y2, ff1, ff2, q):
    d = x2 - x1
    sss = 1
    a = ff2 / q ** 2 * (sinh(q * (d - sss))) / (sinh(q * d))
    b = (y1 - ff1 / q ** 2) * (d - sss) / d + ff2 / q ** 2 * (sinh(q * sss)) / (sinh(q * d))
    c = (y2 - ff2 / q ** 2) * sss / d

    return a + b + c

# program starts here
arr = np.array([...])
point = 100

n = arr.shape[0]
step = n / point

x = []
y = []

for i in range(point):
    index = int(step * i)
    x.append(arr[index, 0])

```

```

        y.append(arr[index, 1])

n = len(x)

sigma = []
for i in range(n - 1):
    sigma.append(1)

t = np.arange(0, n, 1)
DDFX = CalculateF(t, x, sigma)
DDFY = CalculateF(t, y, sigma)

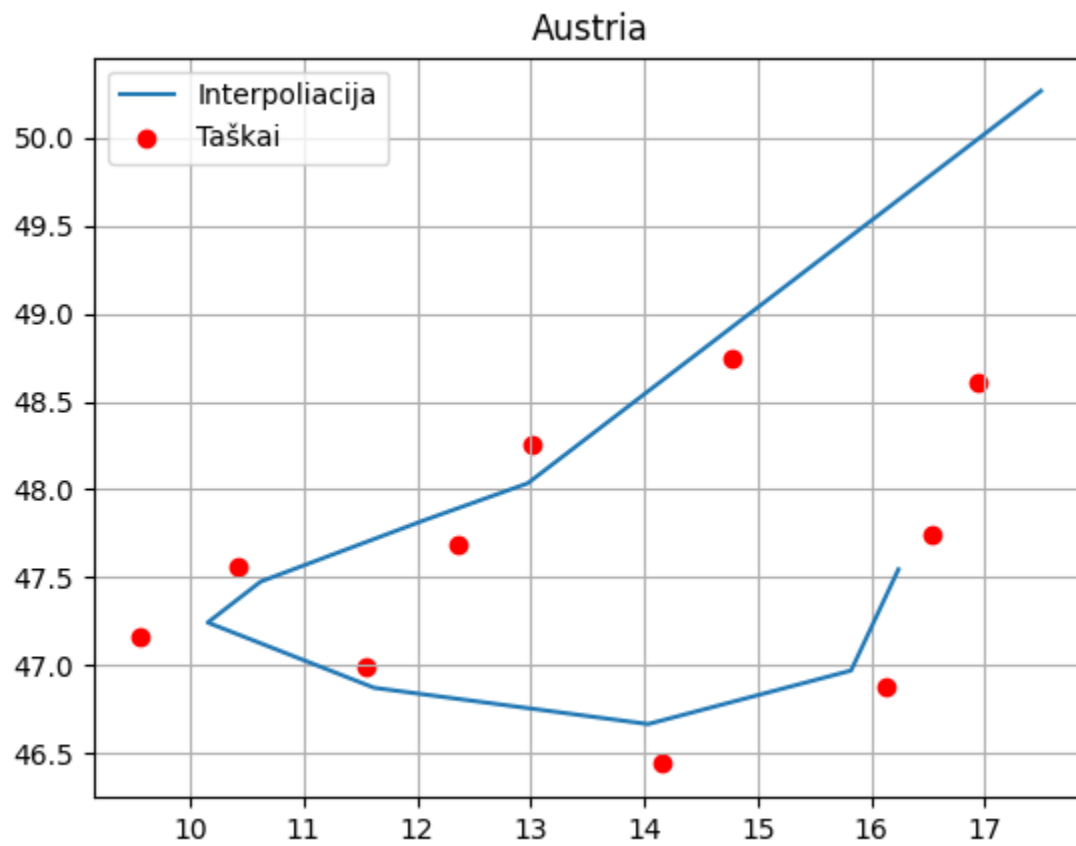
xx = []
yy = []
nnn = 100

for i in range(n - 1):
    nnn = 100
    for j in range(nnn):
        SX = parametric_spline(t[i], t[i + 1], x[i], x[i + 1], DDFX[i], DDFX[i + 1], sigma[i])
        xx.append(SX)
        SY = parametric_spline(t[i], t[i + 1], y[i], y[i + 1], DDFY[i], DDFY[i + 1], sigma[i])
        yy.append(SY)

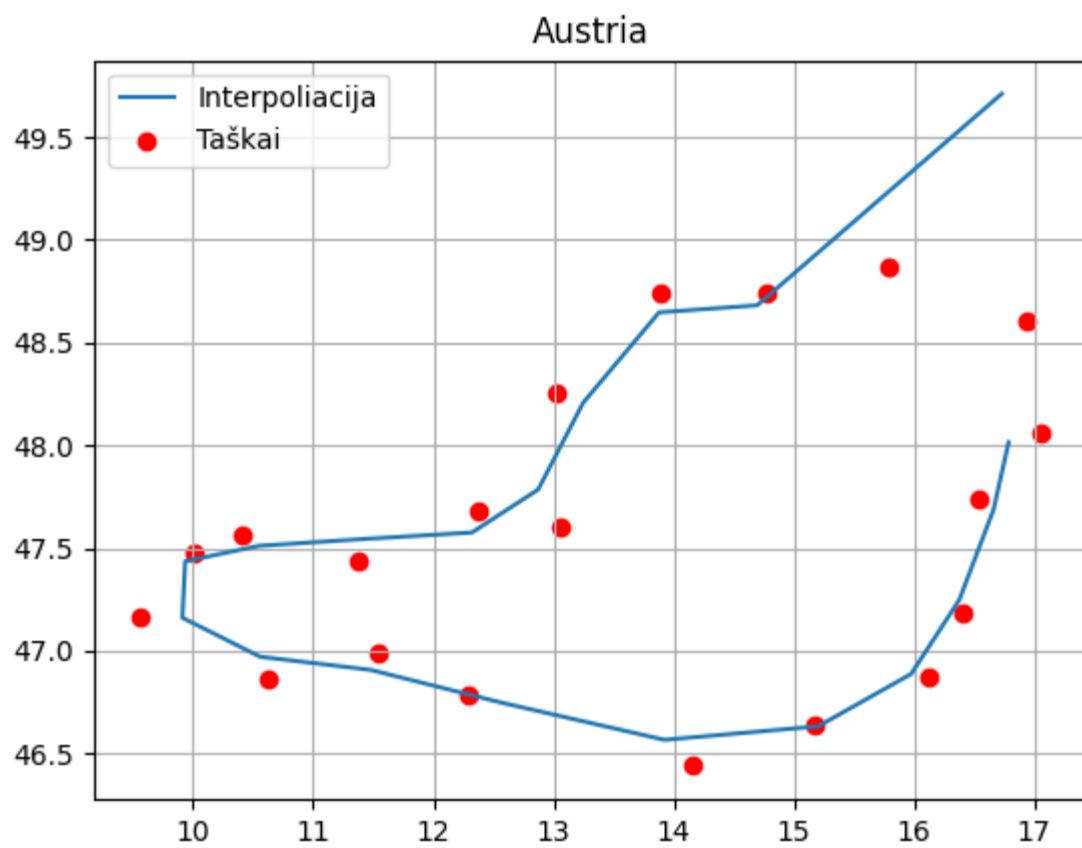
plt.scatter(x, y, label="Taškai", color="red")
plt.plot(xx, yy, label="Interpoliacija")
plt.title("Austria (not Australia ;)"))
plt.legend()
plt.grid(0.5)
plt.show()

```

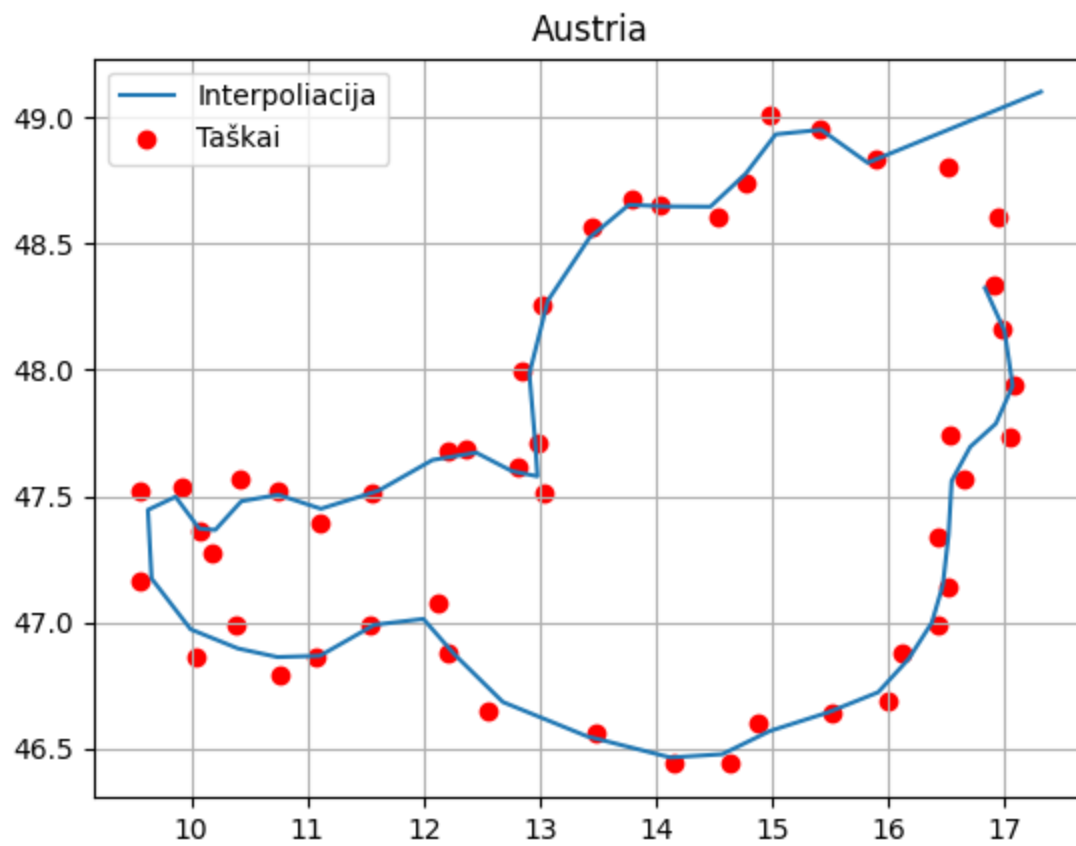
## Rezultatai:



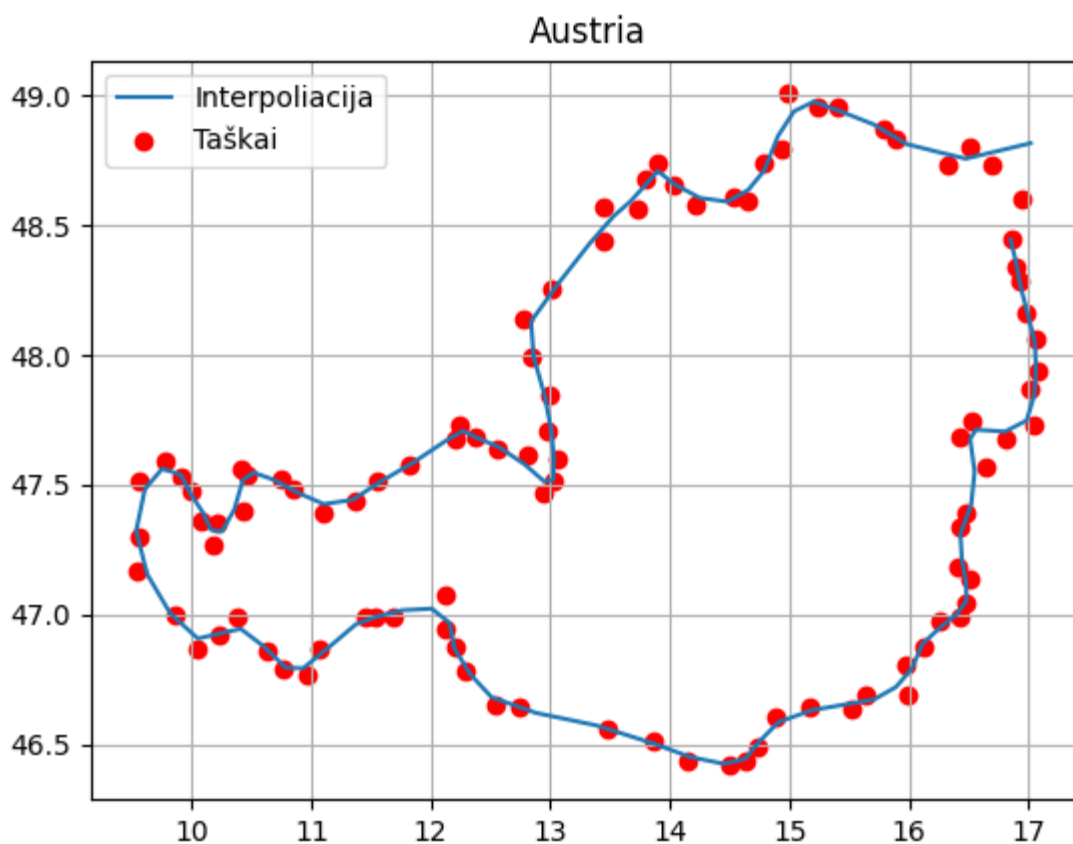
pav. 8 Globalaus splaino interpoliacija su 10 taškų



pav. 9 Globalaus splaino interpoliacija su 20 taškų



pav. 10 Globalaus splaino interpoliacija su 50 taškų



*pav. 11 Globalaus splaino interpoliacija su 100 taškų*

### Trečios užduoties išvados

Užduotį pavyko įgyvendinti dalinai. Preliminarus šalies sienų grafikas programą nupiešia, tačiau kadangi yra naudojamas parametrinio splaino metodas, tikimasis grafikus turėtų būti glotnus, taipogi kreivės galai turėtų būti nukreipti vienas į kitą. Tačiau mūsų matome rezultate funkcijos galai yra nukreipti į skirtingas puses ir tarp taškų splainas turi smailų kampą.



## Ketvirta užduotis

### IV užduotis. Aproximavimas

Pagal 2 lentelėje nurodytą šalį ir metus mažiausių kvadratų metodu sudarykite aproksimuojančią kreivę 12 mėnesių vidutinėms temperatūroms atvaizduoti naudojant antros, trečios, ketvirtos ir penktos eilės daugianarius. Pateikite gautas daugianarių išraiškas.

17

Austrija

2014

Globalus

*pav. 12 Ketvirtos užduoties variantas*

### Programos kodas:

```
import numpy as np
from matplotlib import pyplot as plt
import calendar

# finds base function matrix
def calculate_base(X, m):
    n = len(X)
    T = np.zeros([n, m])
    for i in range(n):
        for j in range(m):
            T[i, j] = X[i] ** j

    return T

#  $G^T \cdot G \rightarrow G^T \cdot y$ 
def calculate_coefficients(G, y):
    a = np.matmul(np.transpose(G), G)
    b = np.matmul(np.transpose(G), y)
    c = np.linalg.solve(a, b)

    return c

if __name__ == "__main__":
    # order of polynomial approximation
    m = 3
    X = np.arange(1, 13)
    # temperatures
    Y = np.array([
```

```

0.12371,
1.3831,
5.29799,
8.2207,
10.1892,
14.8951,
16.617,
14.5986,
12.6457,
9.69687,
5.61371,
0.02563
])

# get base function matrix
baz = calculate_base(X, m)
# calculate base coefficients
c = calculate_coefficients(baz, Y)

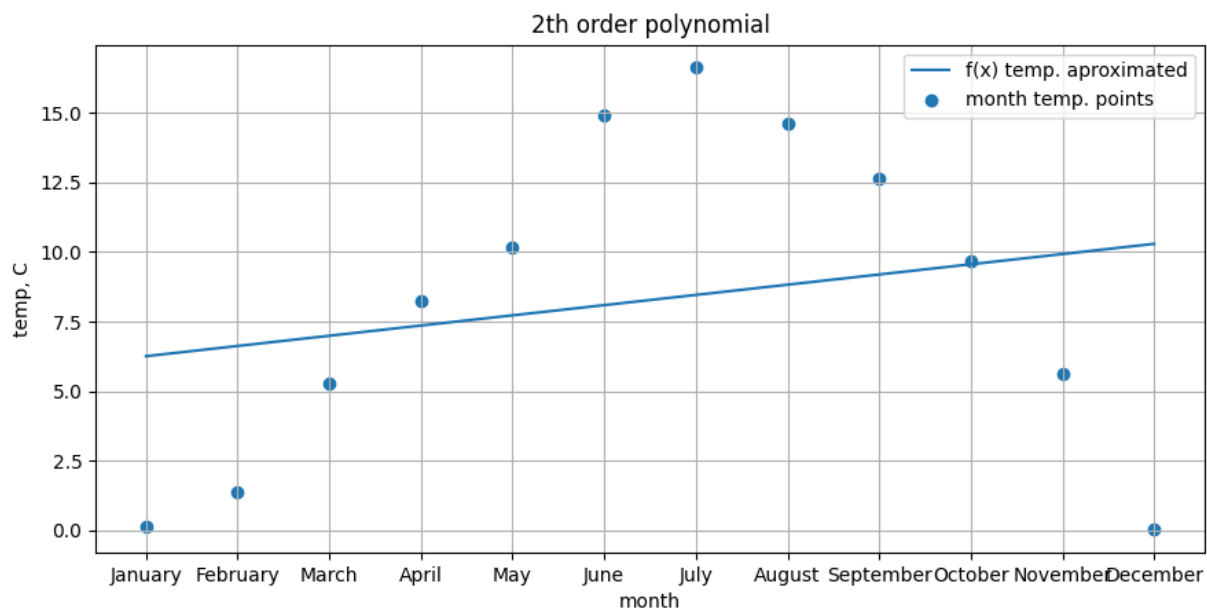
nn = 50 # render points
# spline x range
xx = np.linspace(1, 12, nn)

# set x range for Gc
Gc = calculate_base(xx, m)
# calculate Gc
fff = np.matmul(Gc, c)
print(c)

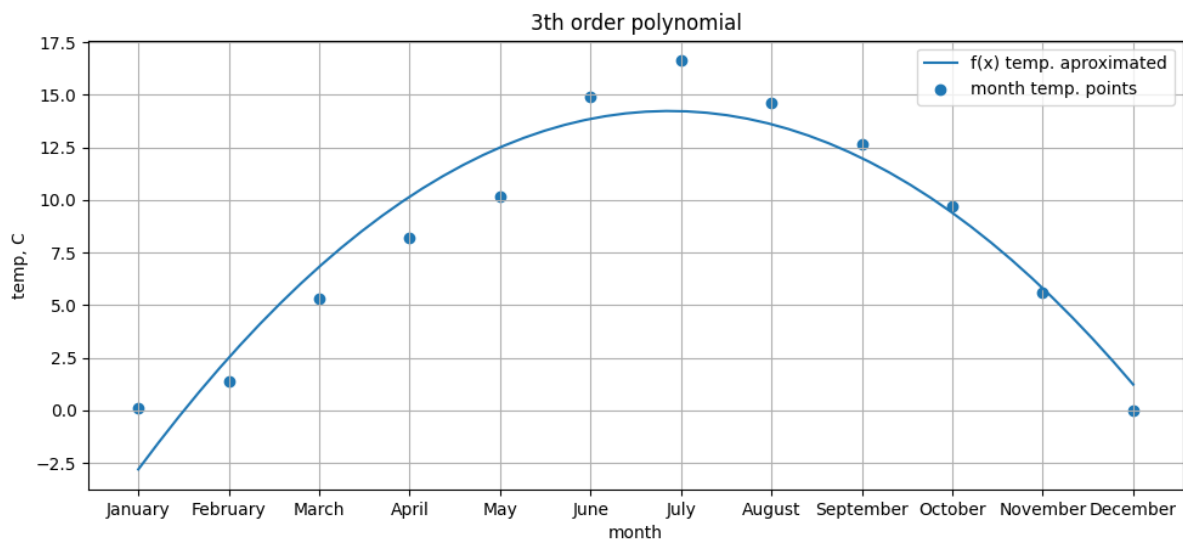
plt.title('%dth order polynomial' % m)
plt.plot(xx, fff, label='f(x) temp. aproximated')
plt.scatter(X, Y, label='month temp. points')
plt.xlabel("month")
plt.xticks(X, calendar.month_name[1:13])
plt.ylabel('temp, C')
plt.legend()
plt.grid(1)
plt.show()

```

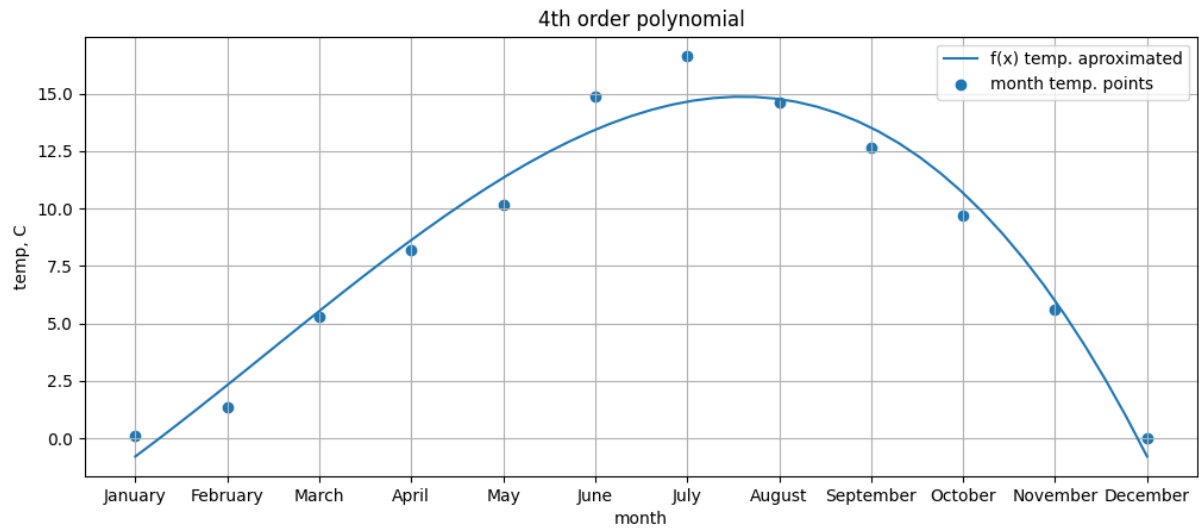
## Rezultatai:



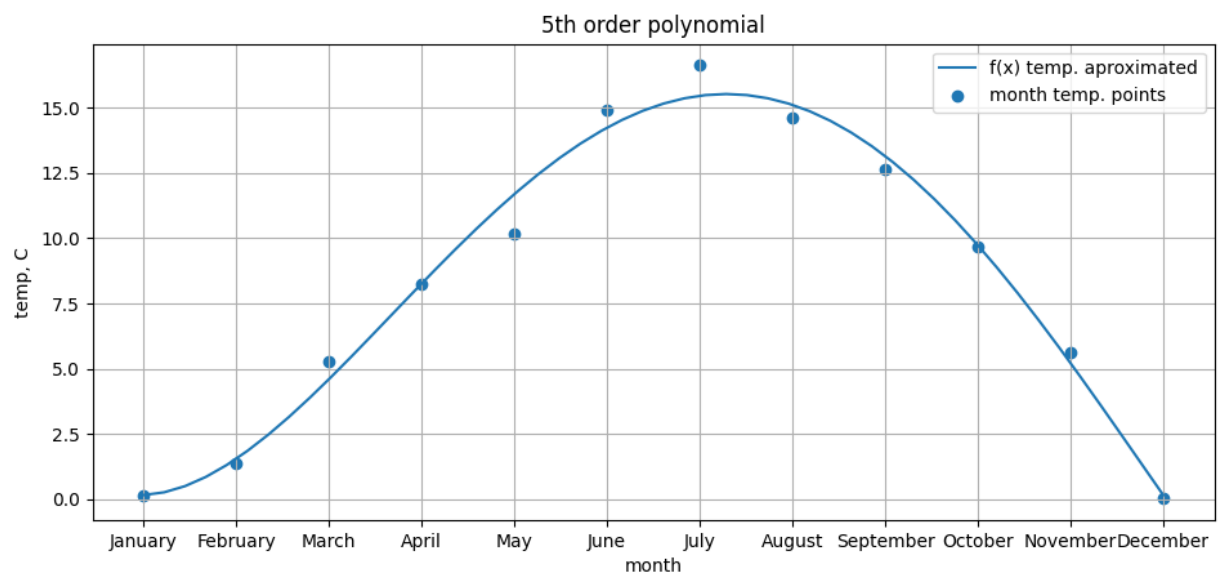
pav. 13 Antros eilės daugianario aproksimavimas



pav. 14 Trečios eilės daugianario aproksimavimas



pav. 15 Ketvirtos eilės daugianario aproksimavimas



pav. 16 Penktos eilės daugianario aproksimavimas

#### Ketvirtos užduoties išvados

Pagal gautus rezultatus matome, kad didinant daugianario laipsnį aproksimuojanti funkcija vis tiksliau išsidėsto pateiktų taškų aibėje, tačiau kadangi aproksimaciją bando neatitikti tikslios taškų pasiskirstymo funkcijos, o bando rezultatą gauti kuo artimesnį jos, matomas vaizdas skiriasi nuo vaizdo, kurį matėme antroje užduotyje.