

Отчет о выполненной лабораторной работе 2.2.3

Котляров Михаил, Б01-402

1 Введение

Цель работы: измерить коэффициент теплопроводности воздуха при атмосферном давлении в зависимости от температуры.

Оборудование: цилиндрическая колба с натянутой по оси нитью; термостат; вольтметр и амперметр (цифровые мультиметры); источник постоянного напряжения; магазин сопротивлений.

2 Теоретические сведения

Теплопроводность — это процесс передачи тепловой энергии от нагретых частей системы к холодным за счёт хаотического движения частиц среды (молекул, атомов и т.п.). В газах теплопроводность осуществляется за счёт непосредственной передачи кинетической энергии от быстрых молекул к медленным при их столкновениях. Перенос тепла описывается законом Фурье, утверждающим, что плотность потока энергии

$$\bar{q} = -k\nabla T, \quad (1)$$

где $k \left[\frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}} \right]$ - *коэффициент теплопроводности*. Среднее расстояние, на котором молекулы двигаются без столкновений, называется длиной свободного пробега. Будем обозначать эту величину λ . Молекулярно-кинетическая теория дает следующую оценку для коэффициента теплопроводности газов:

$$k \sim \lambda \bar{v} \cdot n c_V, \quad (2)$$

где λ - длина свободного пробега молекул газа, $\bar{v} = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}}$ — средняя скорость их теплового движения, n — концентрация (объёмная плотность) газа, $c_V = \frac{i}{2} k_B$ - его теплоёмкость при постоянном объёме в расчёте на одну молекулу (i — эффективное число степеней свободы молекулы). Длина свободного пробега может быть оценена как $\lambda = \frac{1}{\sigma n}$, где σ — эффективное сечение столкновений молекул друг с другом. В модели частиц, как одинаковых твердых шариков $\sigma = \pi d^2$, где d - диаметр шарика. Тогда из (2) видно, что k не зависит от плотности и определяется только температурой. Рассматривая стационарную теплопроводность в цилиндрической геометрии, где пренебрегаются теплоотвод через торцы и перепад температур между нитью и стенками, а параметры газа считаются зависящими только от расстояния до оси системы, справедлива следующая формула

$$Q = \frac{2\pi L}{\ln \frac{r_0}{r_1}} k \cdot \Delta T \quad (3)$$

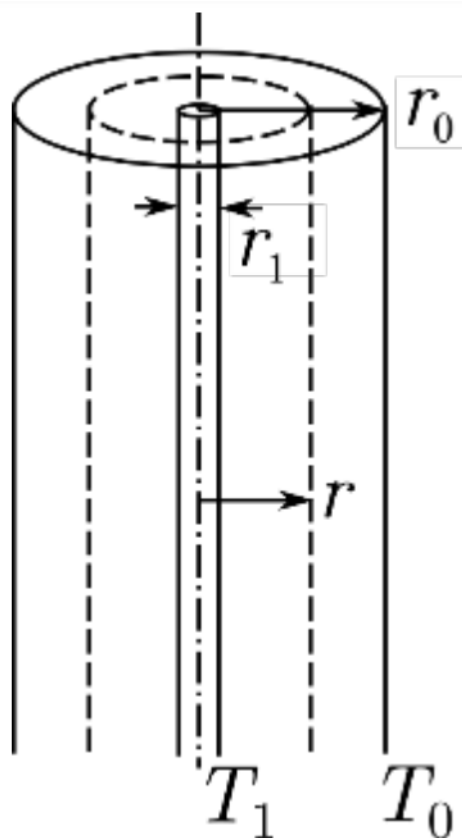


Рис. 1. Цилиндрическая установка

3 Экспериментальная установка

Схема установки приведена на рис. 2. На оси полый цилиндрической трубки с внутренним диаметром $2r_0 \approx 0,7 \pm 0,01$ см размещена металлическая нить диаметром $2r_1 \approx 0,05 \pm 0,003$ мм и длиной $L \approx 40 \pm 0,2$ см (материал нити и точные геометрические размеры указаны в техническом описании установки). Полость трубки заполнена воздухом (полость через небольшое отверстие сообщается с атмосферой). Стенки трубки помещены в кожух, через которых пропускается вода из термостата, так что их температура t_0 поддерживается постоянной. Для предотвращения конвекции трубка расположена вертикально.

Металлическая нить служит как источником тепла, так и датчиком температуры (термометром сопротивления). По пропускаемому через нить постоянному току I и напряжению U на ней вычисляется мощность нагрева по закону Джоуля–Ленца: $Q = UI$, и сопротивление нити по закону Ома: $R = \frac{U}{I}$.

Сопротивление нити является однозначной функцией её температуры $R(t)$. В исследуемом интервале температур (20°C – 80°C) зависимость сопротивления от температуры можно с хорошей точностью аппроксимировать линейной функцией:

$$R(t) = R_{273}(1 + \alpha t), \quad (4)$$

где t - температура в $^\circ\text{C}$, R_{273} - сопротивление нити при температуре 0°C и $\alpha = \frac{1}{R_{273}} \frac{dR}{dT}$ - температурный коэффициент сопротивления материала.

4 Приборы и данные

- Цифровые мультиметры Вольтметр универсальный В7-78/1, погрешность измерения постоянного тока 0,15% + 0,02 мА, погрешность измерения постоянного напряжения 0,004% + 0,007 мВ.

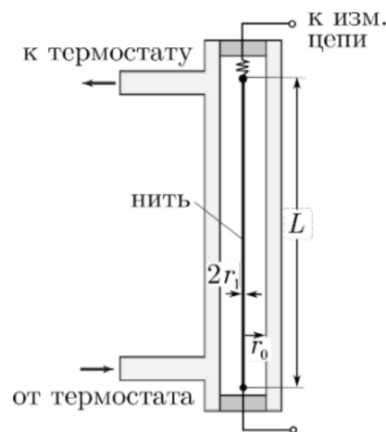


Рис. 2. Схема установки

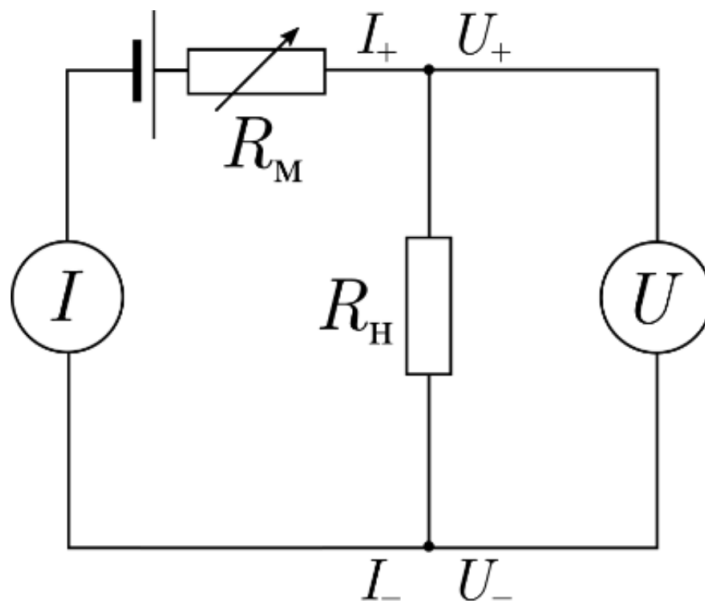


рис. 1 Электрическая схема установки

- Термостат Witeg WCR-12, погрешность измерения температуры $0,2^\circ\text{C}$.
- Источник постоянного напряжения GW Instek GPS-2303, погрешность $0,5\% + 10\text{ мВ}$
- Магазин сопротивлений МЕГЕОН05350, погрешность 5%, 2%, 1%, 0,5% для декад $\times 0,1$, $\times 1$, $\times 10$, $\times 100$ соответственно

5 Выполнение

1. Проведем предварительные расчеты параметров опыта. Приняв максимально допустимый перегрев нити относительно термостата, а равным $\Delta t_{max} = 30^\circ\text{C}$, а коэффициент теплопроводности воздуха $k \approx 25 \frac{\text{мВт}}{\text{м}\cdot\text{К}}$, оценим максимальную мощность нагрева. $Q_{max} = \frac{2\pi L}{\ln \frac{r_0}{r_1}} k \cdot \Delta t_{max} = 381,4\text{ мВт}$. Сопротивление платиновой нити при комнатной температуре $R_n \approx 20\text{ Ом}$. Определим с помощью данных значений значения максимального тока в нити I_{max} и максимального напряжения на ней U_{max} .

$$U_{max} = \sqrt{Q_{max} R_n} = 2,76\text{ В},$$

$$I_{max} = \sqrt{\frac{Q_{max}}{R_n}} = 138,1\text{ мА}.$$

2. Показания гигрометра: температура у стены с окнами 17°C , влажность 79%. Температуру термостата 23°C . Проведем первую серию измерений сопротивления нити $R_n = \frac{U}{I}$ от подаваемой на нее мощности $Q = UI$. Понижая сопротивление на магазине, будем ждать по 30-40 секунд для установления теплового равновесия. Убедимся в том, что зависимость линейная, построив график. По окончании первой серии переведем магазин сопротивления R_m на 10 кОм, установив минимальный ток через нить. Повысим температуру в термостате и подождем 10-15 минут для установления теплового равновесия в системе. Проведем этот опыт еще 3 раза для различных температур термостата.

6 Обработка результатов

1. Проведя 4 серии мы получили следующие результаты.

$R_m, \text{Ом}$	$I, \text{мА}$	$U, \text{мВ}$	$Q, \text{мВт}$	$\sigma_Q, \text{мВт}$	$\varepsilon_Q, \%$	$R, \text{Ом}$	$\sigma_R, \text{Ом}$	$\varepsilon_R, \%$
199.9	15.70 ± 0.04	308.5	4.843	0.013	0.28	19.650	0.055	0.28
99.9	28.22 ± 0.06	555.9	15.687	0.035	0.22	19.699	0.044	0.22
49.9	46.87 ± 0.09	930.6	43.617	0.084	0.19	19.855	0.038	0.19
29.9	63.54 ± 0.12	1275	81.014	0.147	0.18	20.066	0.036	0.18
9.9	97.40 ± 0.17	2016.2	196.378	0.335	0.17	20.700	0.035	0.17
4.9	111.71 ± 0.19	2352.1	262.753	0.441	0.17	21.055	0.035	0.17

Таблица 1. $t = 23, 0^\circ \text{C}$

$R_m, \text{Ом}$	$I, \text{мА}$	$U, \text{мВ}$	$Q, \text{мВт}$	$\sigma_Q, \text{мВт}$	$\varepsilon_Q, \%$	$R, \text{Ом}$	$\sigma_R, \text{Ом}$	$\varepsilon_R, \%$
199.9	16.02 ± 0.04	322.8	5.171	0.014	0.27	20.150	0.055	0.27
99.9	29.26 ± 0.06	591.5	17.307	0.038	0.22	20.215	0.044	0.22
59.9	43.68 ± 0.09	888.4	38.805	0.076	0.20	20.339	0.040	0.20
39.9	57.88 ± 0.11	1186.2	68.657	0.127	0.18	20.494	0.038	0.18
19.9	85.15 ± 0.13	1783.4	151.857	0.264	0.17	20.944	0.036	0.17
9.9	110.13 ± 0.19	2369.1	260.909	0.439	0.17	21.512	0.036	0.17
6.9	120.32 ± 0.20	2622.2	315.503	0.526	0.17	21.794	0.036	0.17
3.9	132.13 ± 0.22	2929.2	387.035	0.639	0.17	22.169	0.037	0.17

Таблица 2. $t = 30, 0^\circ \text{C}$

$R_m, \text{Ом}$	$I, \text{мА}$	$U, \text{мВ}$	$Q, \text{мВт}$	$\sigma_Q, \text{мВт}$	$\varepsilon_Q, \%$	$R, \text{Ом}$	$\sigma_R, \text{Ом}$	$\varepsilon_R, \%$
199.9	15.96 ± 0.04	335.1	5.348	0.015	0.28	20.996	0.058	0.28
99.9	29.06 ± 0.06	612.1	17.788	0.039	0.22	21.063	0.046	0.22
59.9	43.24 ± 0.09	915.8	39.599	0.078	0.20	21.179	0.042	0.20
39.9	57.09 ± 0.11	1218.3	69.553	0.129	0.19	21.340	0.039	0.19
19.9	83.49 ± 0.13	1817.3	151.726	0.264	0.17	21.767	0.038	0.17
9.9	107.46 ± 0.18	2397.2	257.603	0.434	0.17	22.308	0.038	0.17
6.9	117.20 ± 0.20	2645.5	310.053	0.518	0.17	22.573	0.038	0.17
3.9	128.51 ± 0.22	2944.5	378.398	0.627	0.17	22.913	0.038	0.17

Таблица 3. $t = 42, 2^\circ \text{C}$

$R_m, \text{Ом}$	$I, \text{мА}$	$U, \text{мВ}$	$Q, \text{мВт}$	$\sigma_Q, \text{мВт}$	$\varepsilon_Q, \%$	$R, \text{Ом}$	$\sigma_R, \text{Ом}$	$\varepsilon_R, \%$
199.9	15.87 ± 0.04	352.2	5.589	0.015	0.28	22.193	0.061	0.28
99.9	28.78 ± 0.06	640.4	18.431	0.040	0.22	22.252	0.049	0.22
59.9	42.62 ± 0.09	953.1	40.621	0.080	0.20	22.363	0.044	0.20
39.9	56.03 ± 0.11	1261.4	70.676	0.131	0.19	22.513	0.042	0.19
19.9	81.29 ± 0.13	1862.6	151.411	0.264	0.17	22.913	0.040	0.17
9.9	103.95 ± 0.18	2433.4	252.952	0.428	0.17	23.409	0.040	0.17

Таблица 4. $t = 59, 0^\circ \text{C}$

2. Построим по методу наименьших квадратов график зависимости сопротивления нити от мощности $R(Q)$.

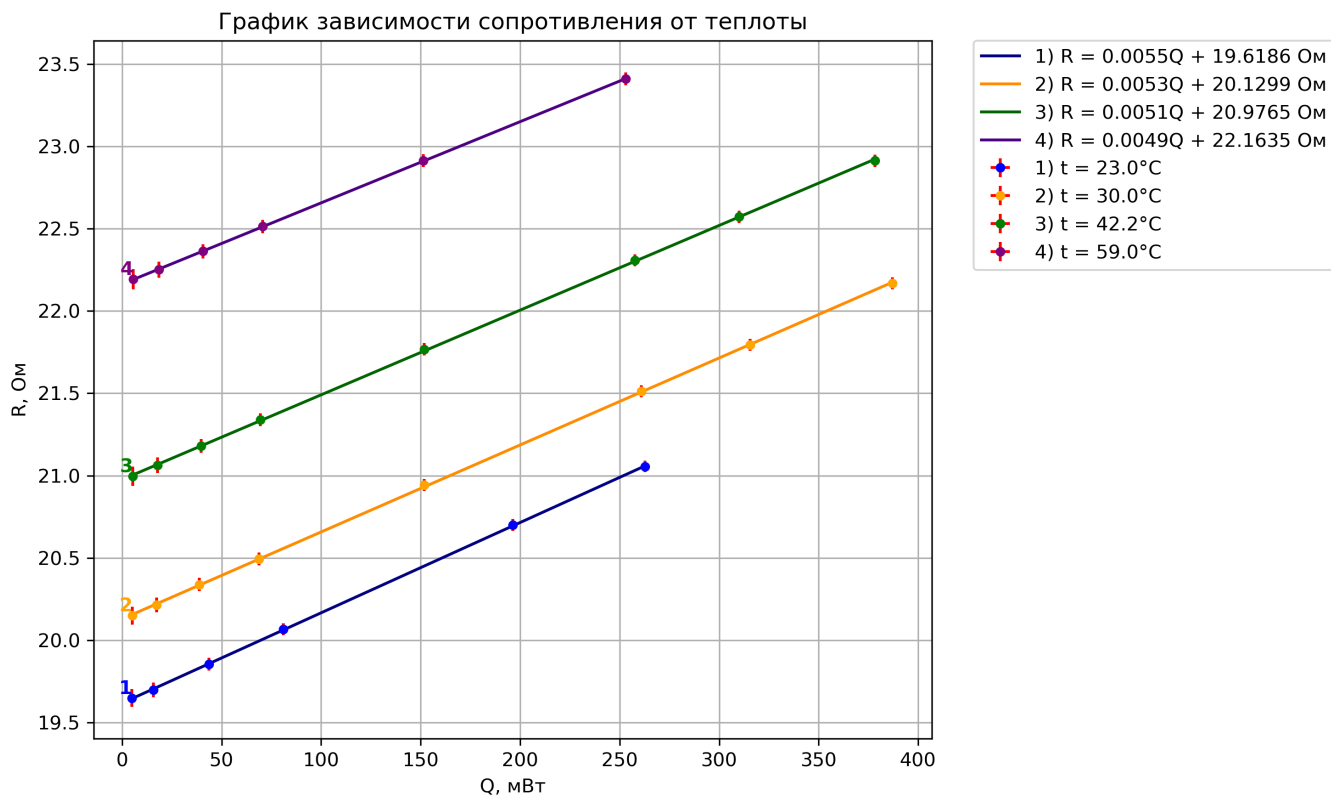


График №1 Зависимость $R(Q)$

Из графика видно, что зависимость линейная. Определим сопротивление нити при $Q \rightarrow 0$ R_0 и угловые коэффициенты $\frac{dR}{dQ}$ для исследуемых температур.

$T, ^\circ\text{C}$	$\frac{dR}{dQ}, \frac{\text{Ом}}{\text{Вт}}$	$\sigma_{\frac{dR}{dQ}}, \frac{\text{Ом}}{\text{Вт}}$	$\varepsilon_{\frac{dR}{dQ}}, \%$	$R_0, \text{Ом}$	$\sigma_{R_0}, \text{Ом}$	$\varepsilon_{R_0}, \%$
23.0 ± 0.2	5.483	0.018	0.33	19.6186	0.0018	0.009
30.0 ± 0.2	5.282	0.016	0.30	20.1299	0.0022	0.011
42.2 ± 0.2	5.143	0.017	0.34	20.9765	0.0024	0.011
59.0 ± 0.2	4.932	0.009	0.19	22.1635	0.0008	0.004

Таблица 5. Сопротивления R_0 и коэффициенты $\frac{dR}{dQ}$ для исследуемых температур

3. Пользуясь полученными значениями R_0 построим по МНК график зависимости сопротивления нити от температуры $R(T)$.

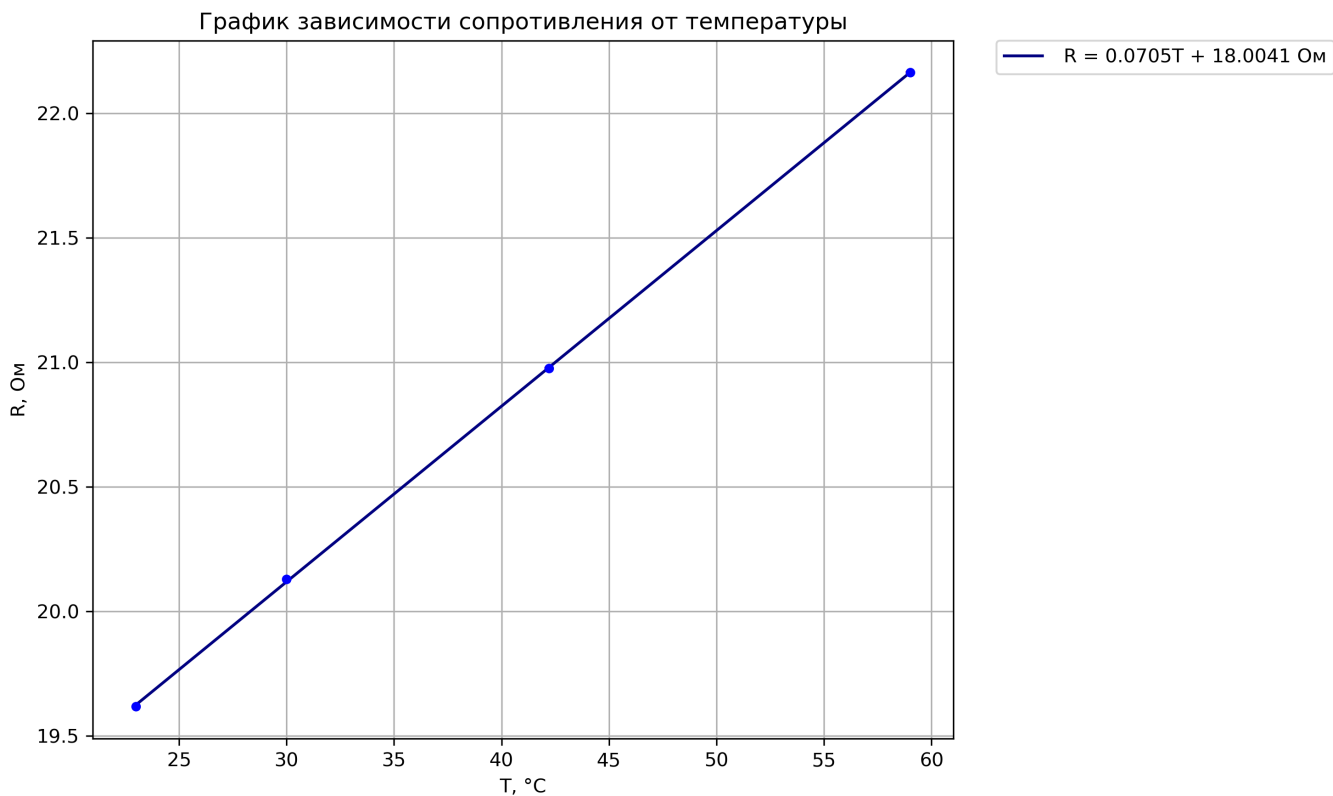


График №2 Зависимость $R(T)$

Из графика видно, что зависимость линейная. Определим наклон прямой $\frac{dR}{dT}$, сопротивление при 0°C R_{273} и температурный коэффициент сопротивления материала нити α .

$$\frac{dR}{dT} = (7,05 \pm 0,02) \cdot 10^{-2} \frac{\text{Ом}}{\text{К}} (\varepsilon_{\frac{dR}{dT}} = 0,34\%),$$

$$R_{273} = 18,004 \pm 0,003 \text{ Ом} (\varepsilon_{R_{273}} = 0,02\%),$$

$$\alpha = \frac{1}{R_{273}} \frac{dR}{dT} = 3,916 \pm 0,013 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1} (\varepsilon_{\alpha} = 0,34\%),$$

Значение α довольно близко к табличному значению для платины ($\alpha_{Pt}^{\text{табл}} = 3,8 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$).

4. Найдем коэффициенты теплопроводности воздуха при атмосферном давлении для наших температур:

$$k = \frac{dQ}{dT} \frac{\ln \frac{r_o}{r_1}}{2\pi L} = \frac{\frac{dR}{dT} \ln \frac{r_o}{r_1}}{\frac{dR}{dQ} 2\pi L}$$

$T, ^\circ\text{C}$	$k, \frac{\text{мВт}}{\text{м}\cdot\text{К}}$	$\sigma_k, \frac{\text{мВт}}{\text{м}\cdot\text{К}}$	$\varepsilon_k, \%$
23.0 ± 0.2	25.28	0.42	1.65
30.0 ± 0.2	26.24	0.43	1.65
42.2 ± 0.2	26.96	0.45	1.66
59.0 ± 0.2	28.11	0.46	1.63

Таблица 6. Коэффициенты теплопроводности воздуха
при атмосферном давлении для исследуемых температур

5. Построим график зависимости теплопроводности воздуха от температуры газа $k(T)$ в обычном и в двойном логарифмическом масштабах.

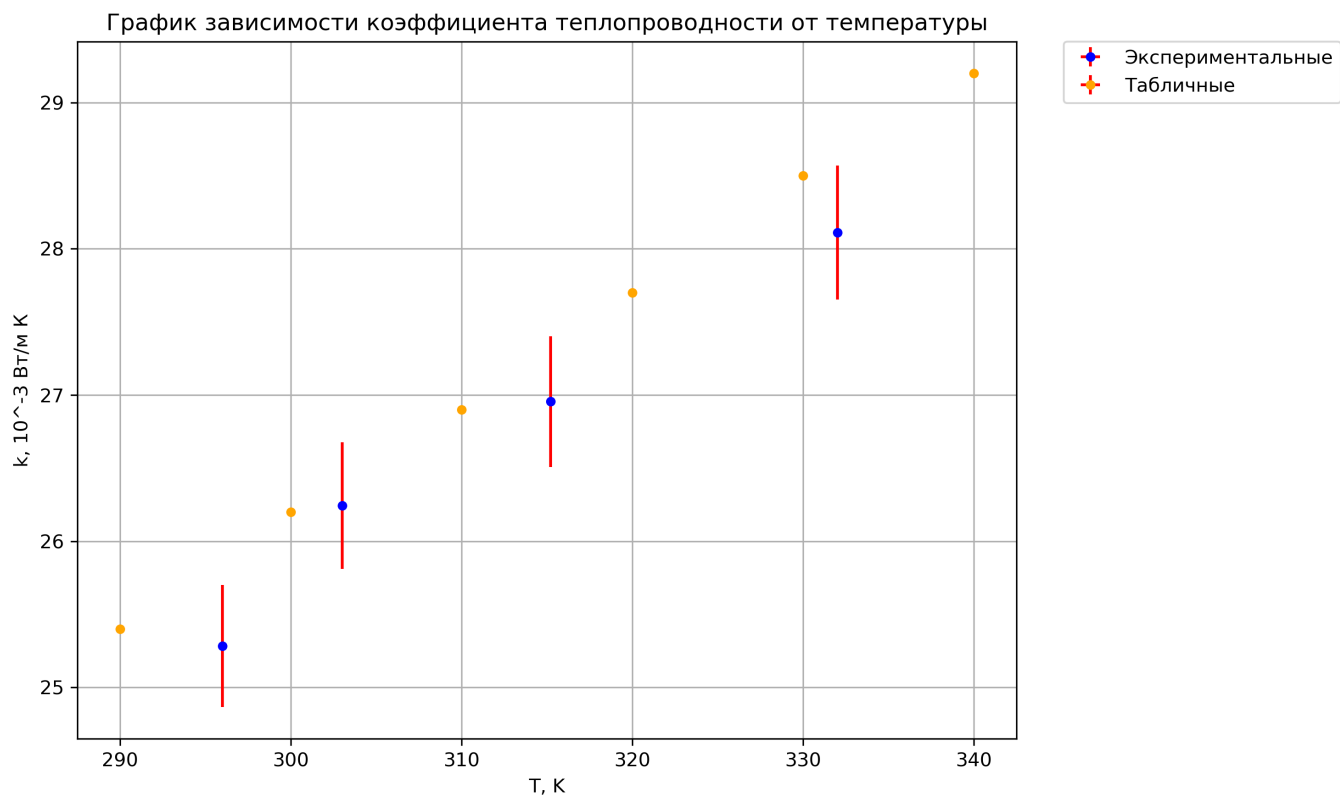


График №3 Зависимость $k(T)$

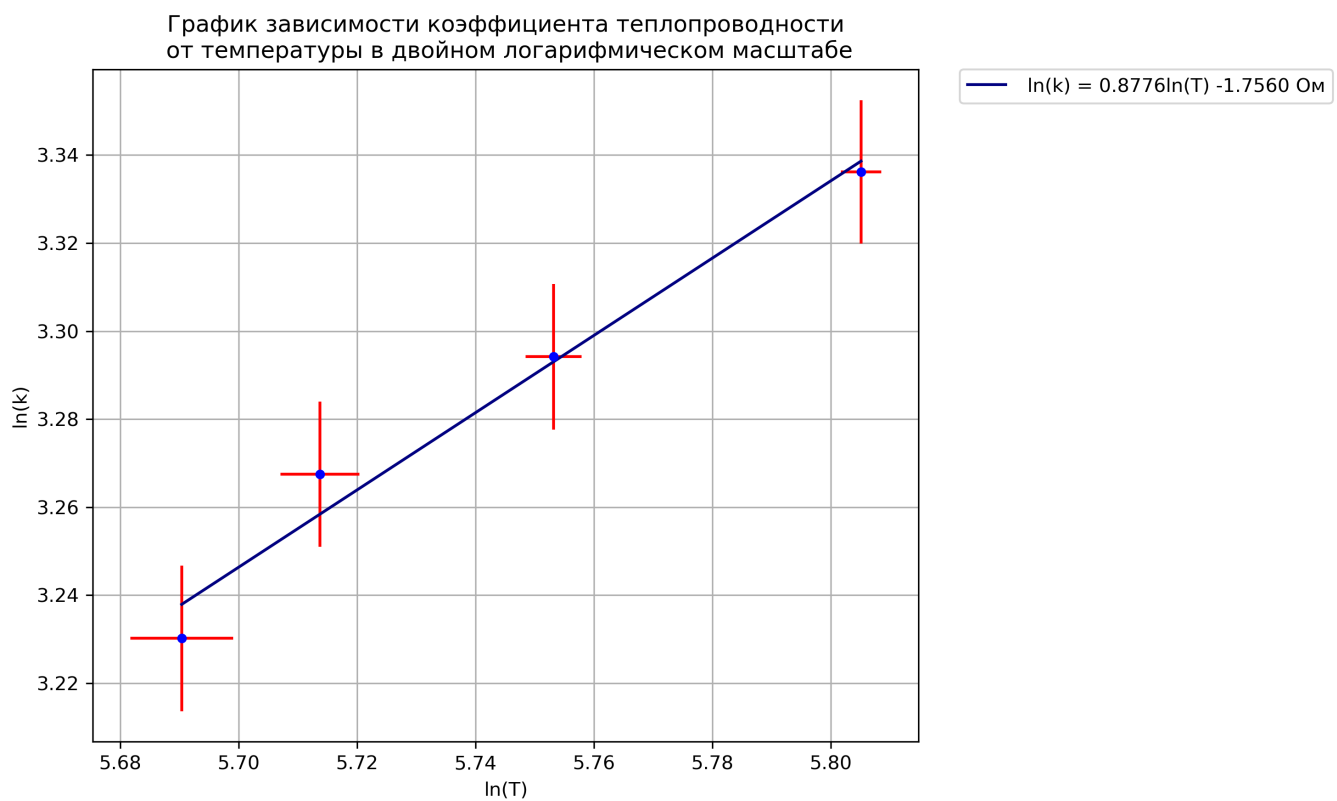


График №4 Зависимость $k(T)$ в двойном логарифмическом масштабе

Предполагая, что коэффициент теплопроводности воздуха зависит степенным образом от абсолютной температуры: $k \sim T^\beta$, вычислим по графику №4 $\beta = 0,88 \pm 0,07 (\varepsilon_\beta = 7,98\%)$. Теоретический коэффициент равен 0.5, поскольку $k \sim \lambda \bar{\nu} \cdot n c_V$, где $\bar{\nu} = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}}$.

7 Результаты и обсуждения

Сравним полученные экспериментально значения коэффициента теплопроводности воздуха при атмосферном давлении для исследуемых температур с табличными значениями. В таблице приведены вычисленные на основе данных из книги Лабораторный практикум по общей физике Том 1 Термодинамика и молекулярная физика коэффициента по линейной зависимости ($k = aT + b$) и степенной с показателем $\frac{1}{2}$ ($k = \alpha\sqrt{T} + \beta$).

T, K	$k_{\text{эксп}}, \frac{\text{МВт}}{\text{м}\cdot\text{К}}$	$k_{\text{теор}}^{\text{line}}, \frac{\text{МВт}}{\text{м}\cdot\text{К}}$	$k_{\text{теор}}^{\text{root}}, \frac{\text{МВт}}{\text{м}\cdot\text{К}}$	$\sigma_{\text{эксп}}, \frac{\text{МВт}}{\text{м}\cdot\text{К}}$	$\sigma_{\text{теор}}^{\text{line}}, \frac{\text{МВт}}{\text{м}\cdot\text{К}}$	$\sigma_{\text{теор}}^{\text{root}}, \frac{\text{МВт}}{\text{м}\cdot\text{К}}$	$\varepsilon_{\text{эксп}}, \%$	$\varepsilon_{\text{теор}}^{\text{line}}, \%$	$\varepsilon_{\text{теор}}^{\text{root}}, \%$
296.0 ± 0.2	25.28	25.88	25.88	0.42	0.60	0.60	1.65	2.30	2.31
303.0 ± 0.2	26.24	26.41	26.41	0.43	0.17	0.17	1.65	0.63	0.63
315.2 ± 0.2	26.96	27.32	27.31	0.45	0.36	0.36	1.66	1.32	1.30
332.0 ± 0.2	28.11	28.64	28.66	0.46	0.53	0.55	1.63	1.85	1.91

Таблица 7. Сравнение экспериментальных и табличных значений

Как мы видим, полученные значения с хорошей точностью совпадают с табличными. Также можно отметить, что расхождение между степенной и линейной зависимостью минимальны, что означает, что полученный по графику №4 показатель β , несмотря на сильное расхождение с теоретическим, для данного диапазона не сильно влияет на точность полученных значений. Стоит отметить, что эффективное сечение столкновения σ является медленно убывающей функцией T , поэтому по соотношению (2) можно сделать вывод, что показатель β должен быть больше $\frac{1}{2}$.

8 Выводы

1. В данной работе были измерены зависимости сопротивления платиновой нити от подаваемой на нее мощности при разных температурах. Построены графики зависимостей $R(Q)$, получены угловые коэффициенты $\frac{dR}{dQ}$ и сопротивления нити при данных температурах (при $Q \rightarrow 0$). Относительная погрешность величин мала из-за высокой точности приборов (в частности мультиметров)
2. при помощи полученных сопротивлений построили график зависимости сопротивления нити от ее температуры $R(T)$, вычислили температурный коэффициент сопротивления платиновой нити. $\alpha_{\text{эксп}} = 3,916 \pm 0,013, 10^{-3} \text{K}^{-1}$ ($\varepsilon_\alpha = 0,34\%$), $\alpha_{\text{табл}} = 3,8 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1}$. Значения отличаются на $0,116 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1}$ ($\varepsilon = 3,05\%$), поэтому экспериментальная величина довольно близка к табличной.
3. Вычислили коэффициенты теплопроводности воздуха при атмосферном давлении и разных температурах. Табличные значения для температур $t_2 = 30,0^\circ \text{C}$ и $t_3 = 42,2^\circ \text{C}$ с большим числом измеренных точек зависимости $R(Q)$ входят в диапазон погрешности экспериментальных. Относительная погрешность коэффициента для каждой температуры не превосходит 1,66% (см. таблицу 7).
4. Предположив, что коэффициент теплопроводности зависит от температуры степенным образом, по графику зависимости $\ln k(\ln T)$ определили показатель. $\beta_{\text{эксп}} = 0,88 \pm 0,07 (\varepsilon_\beta = 7,98\%)$, $\beta_{\text{теор}} = 0,5$. Значения сильно отличаются, однако исходя из таблицы 7, можно сделать вывод, что при показателе от 0,5 до 1 экспериментальные и теоретические значения коэффициентов теплопроводности не сильно расходятся.