

# Отчет о выполненной лабораторной работе 2.1.2

Котляров Михаил, Б01-402

## 1 Введение

**Цель работы:** : определить отношение  $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$  для воздуха и углекислого газа по измерению давления в стеклянном сосуде.

**Оборудование:** стеклянный сосуд; U-образный жидкостный манометр (жидкость - вода); резиновая груша; газгольдер с углекислым газом; психрометр.

## 2 Экспериментальная установка и некоторые теоретические сведения

Используемая для опытов экспериментальная установка состоит из стеклянного сосуда А, снабженного краном К, и U-образного жидкостного манометра, измеряющего избыточное давление газа в сосуде. Схема установки показана на Рис. 1.

Избыточное давление создаётся с помощью резиновой груши, соединённой с сосудом трубкой с краном  $K_1$ .

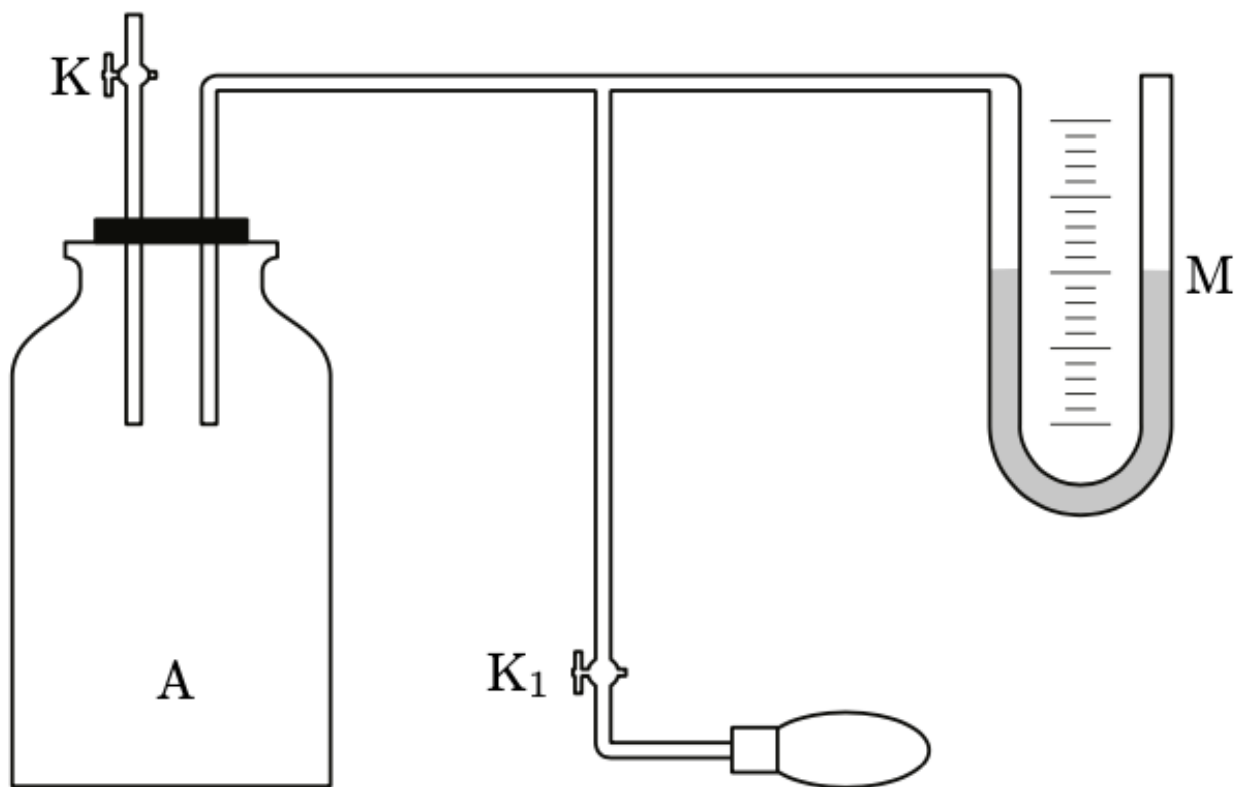


Рис. 1. Экспериментальная установка

В начале опыта в стеклянном сосуде А находится исследуемый газ при комнатной температуре  $T_1$  и давлении  $P_1$ , несколько превышающем атмосферное давление  $P_0$ . После открытия крана К, соединяющего сосуд А с атмосферой, давление и температура газа будут понижаться. Это уменьшение температуры приближённо можно считать адиабатическим, поскольку  $\Delta t_P \ll \Delta t_T$ ,  $\Delta t_P$  и  $\Delta t_T$  обозначают соответственно выравнивание давления и температуры.

Обозначим состояние газа после повышения давления в сосуде и выравнивания температуры с комнатной индексом 1, сразу после открытия крана К индексом 2, после закрытия крана К и изохорного нагревания индексом 3. Из

уравнений адиабаты и Клапейрона получим

$$\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\gamma}.$$

По закону Гей-Люссака для изохорного процесса

$$\frac{P_2}{T_2} = \frac{P_3}{T_3} = \frac{P_1}{T_1}.$$

С учетом того, что  $P_1 = P_0 + \rho gh_1$ ,  $P_2 = P_0$ ,  $P_3 = P_0 + \rho gh_2$ ,

$$\gamma = \frac{\ln(P_1/P_0)}{\ln(P_1/P_3)},$$

$$\gamma = \frac{\ln(1 + \rho gh_1/P_0)}{\ln(1 + \rho gh_1/P_0) - \ln(1 + \rho gh_2/P_0)} \approx \frac{h_1}{h_1 - h_2}. \quad (1)$$

## 3 Выполнение

### 3.1 Воздух

1. Перед началом измерений оценим время установления равновесия. Для этого закроем кран  $K$  и увеличим с помощью груши давление на 21,9 см.вод.ст.. Давление установилось примерно через 40 секунд, поэтому в дальнейших измерениях время установления равновесия бралось 40-50 с.
2. Проведем теперь 3 серии измерения. Для каждого времени открытия  $\Delta t$  будем нагнетать давление в сосуде, ждать пока давление перестанет меняться, фиксировать  $\Delta h_1$ . Затем откроем кран  $K$  на время  $\Delta t$ , подождем, пока система придет в равновесие. Зафиксируем  $\Delta h_2$ . Эти действия проделаем 5-6 раз для трех диапазонов  $\Delta t$ .
3. Полученные данные приведены в следующих таблицах

$h_1$ , см	$h_2$ , см	$\gamma$	$\sigma_{\gamma}^{\text{сист}}$	$\varepsilon_{\gamma}^{\text{сист}}, \%$
$14.9 \pm 0.2$	$2.5 \pm 0.2$	1.202	0.020	1.64
$10.1 \pm 0.2$	$1.9 \pm 0.2$	1.232	0.031	2.48
$8.3 \pm 0.2$	$2.0 \pm 0.2$	1.317	0.043	3.27
$7.8 \pm 0.2$	$1.6 \pm 0.2$	1.258	0.041	3.29
$7.9 \pm 0.2$	$1.9 \pm 0.2$	1.317	0.045	3.43

Таблица 1.  $\Delta t \approx 0,5c$

$h_1$ , см	$h_2$ , см	$\gamma$	$\sigma_{\gamma}^{\text{сист}}$	$\varepsilon_{\gamma}^{\text{сист}}, \%$
$19.1 \pm 0.2$	$4.8 \pm 0.2$	1.336	0.019	1.44
$18.7 \pm 0.2$	$4.8 \pm 0.2$	1.345	0.020	1.49
$18.5 \pm 0.2$	$4.6 \pm 0.2$	1.331	0.020	1.48
$19.3 \pm 0.2$	$4.8 \pm 0.2$	1.331	0.019	1.42
$19.4 \pm 0.2$	$4.5 \pm 0.2$	1.302	0.018	1.38
$19.1 \pm 0.2$	$4.6 \pm 0.2$	1.317	0.019	1.42

Таблица 2.  $\Delta t \approx 0,5 - 1,5c$

$h_1$ , см	$h_2$ , см	$\gamma$	$\sigma_{\gamma}^{\text{сист}}$	$\varepsilon_{\gamma}^{\text{сист}}, \%$
$20.2 \pm 0.2$	$4.3 \pm 0.2$	1.270	0.016	1.29
$19.0 \pm 0.2$	$4.2 \pm 0.2$	1.284	0.018	1.38
$18.9 \pm 0.2$	$4.2 \pm 0.2$	1.286	0.018	1.39
$19.5 \pm 0.2$	$4.3 \pm 0.2$	1.283	0.017	1.35
$19.5 \pm 0.2$	$4.2 \pm 0.2$	1.275	0.017	1.34

Таблица 3.  $\Delta t \approx 5c$

4. Индексами 1, 2, 3 обозначены значения для соответствующих серий измерений. Средние значения показателей равны  $\bar{\gamma}_1 = 1,265$ ,  $\bar{\gamma}_2 = 1,327$ ,  $\bar{\gamma}_3 = 1,279$ . Погрешности:

$$\sigma_{\gamma}^{\text{случ}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{\gamma} - \gamma_i)^2}{n(n-1)}}$$

$$\sigma_{\gamma_1}^{\text{случ}} = 0,005$$

$$\sigma_{\gamma_2}^{\text{случ}} = 0,0003$$

$$\sigma_{\gamma_3}^{\text{случ}} = 0,0003$$

(1)

$$\sigma_{\gamma}^{\text{сист}} = \max(\sigma_{\gamma}^{\text{сист}}) = 0,0451$$

Поэтому случайными погрешностями в 2 и 3 сериях можно пренебречь.

$$\sigma_{\gamma} = \sqrt{\sigma_{\gamma}^{\text{сист}2} + \sigma_{\gamma}^{\text{случ}2}}$$

$$\sigma_{\gamma_1} = 0,0454$$

$$\sigma_{\gamma_2} = 0,0451$$

$$\sigma_{\gamma_3} = 0,0451$$

(2)

5. Построим по МНК график зависимости показателя адиабаты для воздуха от времени открытия крана  $\gamma(\Delta t)$ .

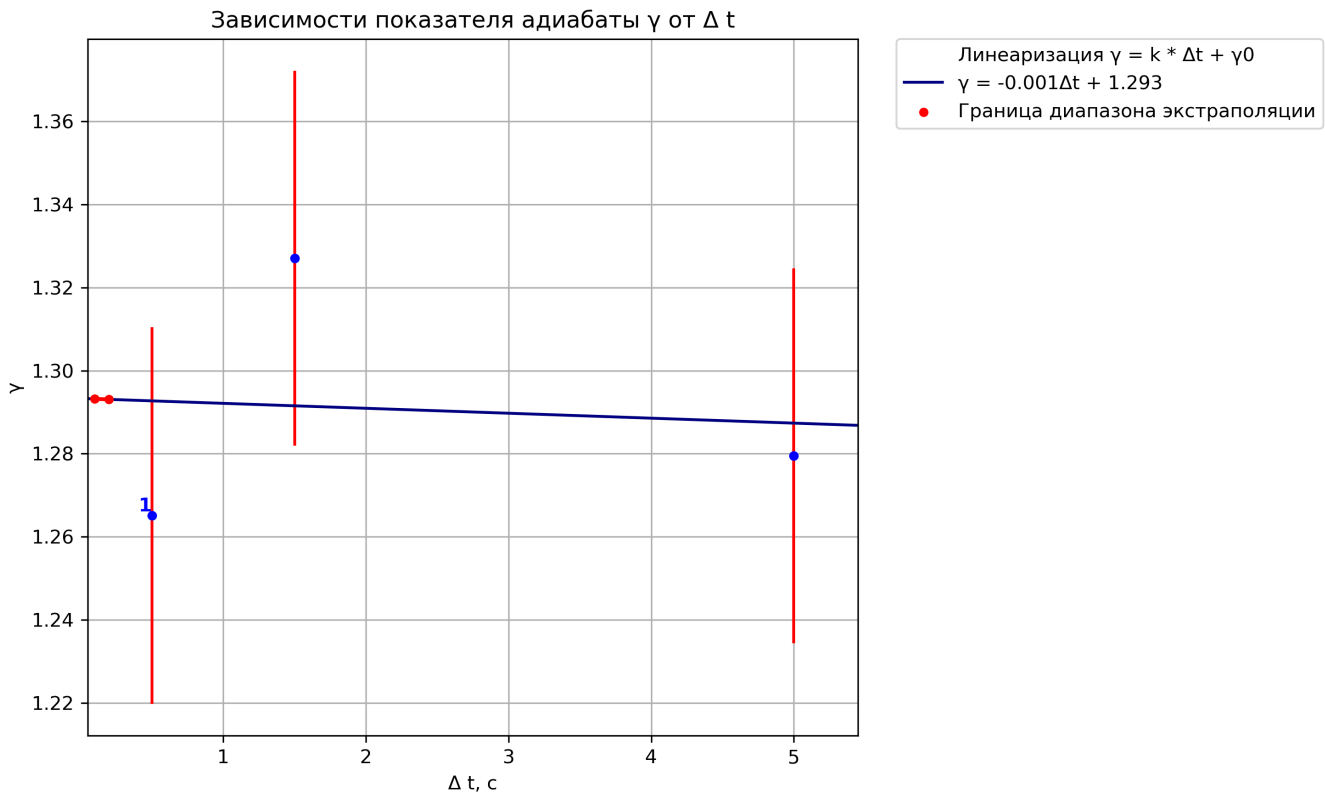


График №1 Зависимость показателя адиабаты для воздуха от времени открытия крана  $\gamma(\Delta t)$

$$k = -0,001 \pm 0,008$$

$$\gamma_0 = 1,293 \pm 0,015$$

По полученным параметрам прямой вычисли диапазон показателя адиабаты при  $\Delta t = 0,1-0,2\text{с}$ .

$$\gamma_{\text{воз}} = 1,293$$

$$\sigma_{\gamma_{\text{воз}}} = \sqrt{(\Delta t \sigma_k)^2 + \sigma_{\gamma_0}^2} = \sqrt{0,0008^2 + 0,015^2} = 0,015$$

$$\gamma_{\text{воз}} = 1,293 \pm 0,015$$

## 3.2 Углекислый газ

Проделаем все то же самое для углекислого газа

$h_1, \text{см}$	$h_2, \text{см}$	$\gamma$	$\sigma_{\gamma}^{\text{сист}}$	$\varepsilon_{\gamma}^{\text{сист}}, \%$
$9.0 \pm 0.2$	$1.7 \pm 0.2$	1.233	0.034	2.79
$8.9 \pm 0.2$	$1.9 \pm 0.2$	1.271	0.037	2.92
$9.1 \pm 0.2$	$2.0 \pm 0.2$	1.282	0.037	2.88
$8.9 \pm 0.2$	$1.9 \pm 0.2$	1.271	0.037	2.92
$8.9 \pm 0.2$	$1.9 \pm 0.2$	1.271	0.037	2.92

Таблица 4.  $\Delta t \approx 0,5c$

$h_1, \text{см}$	$h_2, \text{см}$	$\gamma$	$\sigma_{\gamma}^{\text{сист}}$	$\varepsilon_{\gamma}^{\text{сист}}, \%$
$8.9 \pm 0.2$	$1.9 \pm 0.2$	1.271	0.037	2.92
$8.9 \pm 0.2$	$1.7 \pm 0.2$	1.236	0.035	2.83
$9.1 \pm 0.2$	$1.9 \pm 0.2$	1.264	0.036	2.84
$9.1 \pm 0.2$	$1.6 \pm 0.2$	1.213	0.033	2.71
$8.9 \pm 0.2$	$1.9 \pm 0.2$	1.271	0.037	2.92

Таблица 5.  $\Delta t \approx 0,5 - 1,5c$

$h_1, \text{см}$	$h_2, \text{см}$	$\gamma$	$\sigma_{\gamma}^{\text{сист}}$	$\varepsilon_{\gamma}^{\text{сист}}, \%$
$8.9 \pm 0.2$	$1.5 \pm 0.2$	1.203	0.033	2.74
$8.7 \pm 0.2$	$1.5 \pm 0.2$	1.208	0.034	2.82
$9.1 \pm 0.2$	$1.6 \pm 0.2$	1.213	0.033	2.71
$9.0 \pm 0.2$	$1.5 \pm 0.2$	1.200	0.032	2.70
$9.1 \pm 0.2$	$1.5 \pm 0.2$	1.197	0.032	2.67

Таблица 6.  $\Delta t \approx 5c$

$$\sigma_{\gamma_1}^{\text{случ}} = 0,0005 \quad \sigma_{\gamma_2}^{\text{случ}} = 0,0008 \quad \sigma_{\gamma_3}^{\text{случ}} = 0,0004 \quad (3)$$

$$\sigma_{\gamma}^{\text{сист}} = \max(\sigma_{\gamma}^{\text{сист}}) = 0,037$$

$$\sigma_{\gamma_1} = 0,037 \quad \sigma_{\gamma_2} = 0,037 \quad \sigma_{\gamma_3} = 0,037 \quad (4)$$

Построим по МНК график зависимости показателя адиабаты для углекислого газа от времени открытия крана  $\gamma(\Delta t)$ .

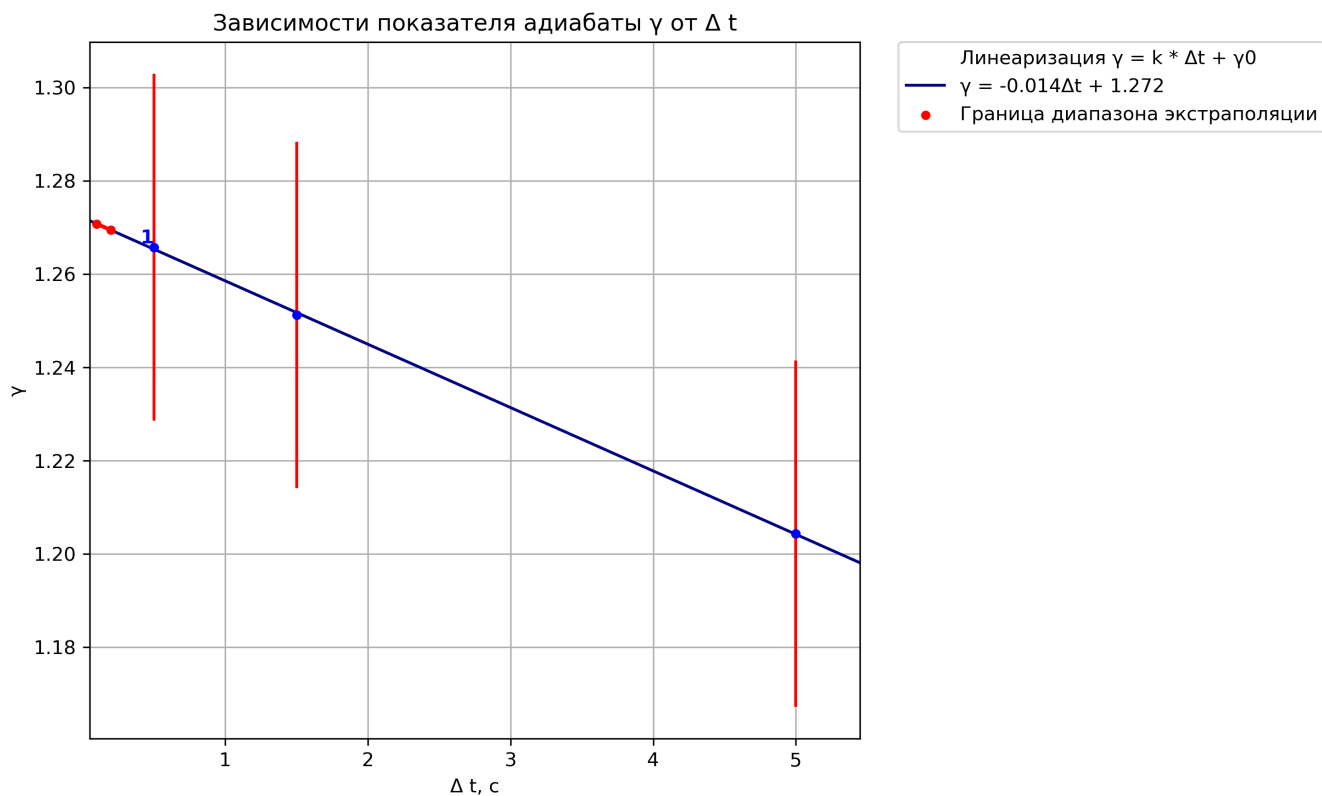


График №2 Зависимость показателя адиабаты для углекислого от времени открытия крана  $\gamma(\Delta t)$

$$k = -0,0136 \pm 0,0001$$

$$\gamma_0 = 1,2721 \pm 0,0002$$

По полученным параметрам прямой вычисли диапазон показателя адиабаты при  $\Delta t = 0,1-0,2$ с.

$$\gamma_{CO_2} = 1,2694 - 1,2708$$

$$\sigma_{\gamma_{воз}} = \sqrt{(\Delta t \sigma_k)^2 + \sigma_{\gamma_0}^2} = \sqrt{(1,2 \cdot 10^{-5})^2 + 0,0002^2} = 0,0002$$

$$\gamma_{CO_2} = (1,2694 \div 1,2708) \pm 0,0002$$

## 4 Результаты и обсуждения

- Сравним полученные показатели адиабаты для воздуха и углекислого газа с табличными данными\*. Для этого рассчитаем молярную теплоемкость воздуха при постоянном давлении с учетом влажности. Давление примем за  $P = 101,325$  кПа, температура в комнате  $T = 297$  К, влажность  $\varphi = 91\%$ . Молярные массы водяного пара и сухого воздуха равны  $\mu_{пар} = 18,0156 \frac{г}{моль}$  и  $\mu_{воз} = 28,96 \frac{г}{моль}$  соответственно. Плотность воздуха при данной температуре определим с помощью уравнения Менделеева-Клапейрона для идеального газа

$$\rho_{воз} = \frac{P \mu_{воз}}{RT} \approx 1,189 \frac{г}{л}$$

Плотность насыщенного пара при данной температуре  $\rho_{нп} = 21,8 \frac{г}{м^3}$ . Массовые и молярные доли

$$\omega_{пар} = \frac{\rho_{пар}}{\rho_{нп} + \rho_{воз}} = \frac{\varphi \cdot \rho_{нп}}{\rho_{нп} + \rho_{воз}} = 0,0164$$

$$\omega_m^{воз} = 0,9836$$

$$\omega_{\nu}^{пар} = \frac{\frac{\omega_{пар}}{\mu_{пар}}}{\frac{\omega_{пар}}{\mu_{пар}} + \frac{\omega_m^{воз}}{\mu_{воз}}} = 0,0261$$

$$\omega_{\nu}^{воз} = 0,9739$$

\*Табличное данные взяты из книги Лабораторный практикум по общей физике Том I Термодинамика и молекулярная физика

Молярные теплоемкости водяного пара и сухого воздуха равны  $C_p^{\text{пар}} = 34,5$  и  $C_p^{\text{воз}} = 29,3$  соответственно. Итоговая теплоемкость влажного воздуха равна

$$C_p = \omega_{\nu}^{\text{воз}} C_p^{\text{воз}} + \omega_{\nu}^{\text{пар}} C_p^{\text{пар}} = 29,4358$$

Приняв воздух за идеальный газ, используем соотношением Майера и найдем показатель адиабаты влажного воздуха

$$\gamma_{\text{воз}}^{\text{табл}} = \frac{C_p}{C_v} = \frac{C_p}{C_p - R} = 1,3868$$

2. Теперь перейдем к сравнению. Значения для  $CO_2$  оказались довольно близкими к табличным, точки на

Газ	$\gamma^{\text{эксп}}$	$\gamma^{\text{табл}}$	$\sigma_{\gamma}^{\text{эксп}}$	$\sigma_{\gamma}^{\text{табл}}$	$\varepsilon_{\gamma}^{\text{эксп}}, \%$	$\varepsilon_{\gamma}^{\text{табл}}, \%$
Воздух	1.293	1.3868	0.015	0.0936	1.18	6.75
$CO_2$	1.2701	1.3	0.0002	0.0299	0.02	2.30

Таблица 7. Сравнение экспериментальных и табличных значений  $\gamma$  для различных газов

графике 2 лежат на прямой с хорошей точностью. Для воздуха значения и график получились менее точными. Это связано с тем, что в первых сериях для воздуха давление  $\Delta h_1$  недостаточно для измерений с высокой точностью, нужно было накачивать больше. В то же время для  $CO_2$  наоборот для всех серий бралось максимальное допустимое давление, поэтому результаты намного ближе к табличным и погрешность меньше. Также большое расхождение связано с тем, что  $\Delta t$  не измерялось с большой точностью, а бралось приблизительное для диапазона. Поэтому графики могут сильно отличаться от ожидаемых. Стоит также напомнить, что итоговая формула (1) получилась с приближением.

## 5 Выводы

По давлению газа определили показатель адиабаты  $\gamma$  для воздуха и  $CO_2$  для каждого измерения. Построили графики зависимости показателя адиабаты от времени открытия крана  $\gamma(\Delta t)$ . По экстраполяции определили окончательные показатели адиабаты для газов (см. Таблица 7). Убедились, что экспериментальные значения близки к табличным.