

Отчет о выполненной лабораторной работе 1.3.3

Котляров Михаил, Б01-402

1 Введение

Цель работы: экспериментально исследовать свойства течения газов по тонким трубкам при различных числах Рейнольдса; выявить область применимости закона Пуазейля и с его помощью определить коэффициент вязкости воздуха.

Оборудование: компрессор; газовый счетчик; спиртовой микроманометр; водяной манометр; трубы разной длины и диаметров.

2 Теоретические сведения

2.1 Течение Пуазейля

Из опыта известно, что при достаточно малых числах Рейнольдса течение в прямой трубе с гладкими стенками имеет ламинарный характер. Выделим соосный трубо цилиндр некоторого радиуса r и длины dx (см. Рис. 1).

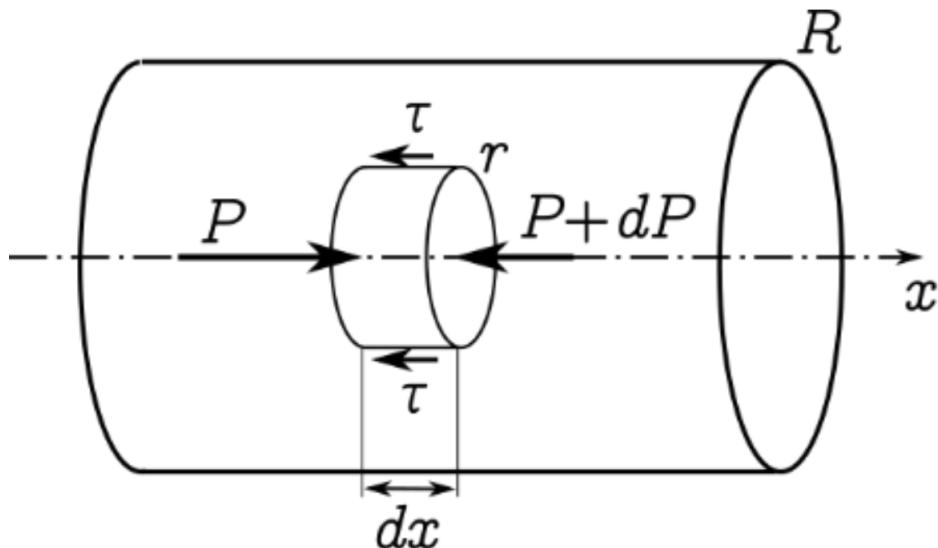


Рис. 1. К выводу формулы Пуазейля

Поскольку при стационарном течении жидкость течёт без ускорения, сумма всех сил, действующих на жидкость в цилиндре, должна быть равна нулю. На жидкость внутри цилиндра действует направленная вдоль оси трубы сила

$$F_{1x} = -\pi r^2 dP,$$

где $dP = P(x + dx) - P(x) < 0$ - разность давлений в сечениях на торцах выделенного участка. На боковые поверхности цилиндра действует касательная сила вязкого трения

$$F_{2x} = -\tau 2\pi r dx,$$

где согласно закону Ньютона касательное напряжение равно

$$\tau = -\eta \frac{du}{dr}.$$

Из условия баланса сил $F_{1x} + F_{2x} =$ находим

$$\frac{dP}{dx} = -\eta \frac{2du}{rdr}$$

В установившемся течении правая часть полученного выражения является функцией только радиуса r . В левой части находится градиент давления, который не зависит от r вовсе, и, следовательно, обе части уравнения являются константами. Тогда, проводя интегрирование, приходим к следующему. Во-первых, давление в трубе является линейно убывающей функцией координаты

$$P(x) = P_0 - \frac{\Delta P}{l}x,$$

где ΔP — перепад давления на участке длиной l , P_0 — давление в начале участка (в точке $x = 0$). Во-вторых, профиль скорости является параболической функцией с максимумом на оси трубы

$$u(r) = u_{max} - \frac{\Delta P}{4l}r^2.$$

В рассматриваемой задаче стенки неподвижны, поэтому имеем

$$u(r)|_{r=R} = 0,$$

$$u_{max} = \frac{\Delta P}{4l}R^2.$$

$$u(r) = \frac{\Delta P}{4l}(R^2 - r^2)$$

интегрируя $u(r)$ по сечению трубы, получим объёмный расход жидкости в зависимости от перепада давления на концах:

$$Q = \int_0^R u(r) \cdot 2\pi r dr = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8\eta l}. \quad (1)$$

Это соотношение называют формулой Пуазейля. Заметим, что средняя скорость потока при пуазейлевском течении, как видно из (1), оказывается вдвое меньше максимальной:

$$\bar{u} \equiv \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{u_{max}}{2}.$$

2.2 Вязкость газов

Рассмотрим механизм возникновения вязкости в газах. Молекулы газа участвуют как в направленном движении со средней скоростью потока u , так и в хаотическом тепловом движении, характеризующимся средней тепловой скоростью $\bar{v} = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}}$ (здесь m — масса молекулы). Молекулы могут свободно перемещаться между слоями и обмениваться друг с другом импульсами при столкновениях. Если в двух соседних слоях потоковые скорости различны, то такой обмен импульсом и приводит к эффективному возникновению силы трения между слоями. Исходя из приведенных соображений можно получить следующую оценку для коэффициента вязкости идеального газа:

$$\eta \sim \frac{1}{3} \rho \bar{v} \lambda, \quad (2)$$

где λ — длина свободного пробега молекул газа относительно столкновений друг с другом. Как известно из молекулярно-кинетической теории, длина пробега определяется эффективным («газокинетическим») диаметром молекул d как $\lambda \sim 1/(n\pi d^2)$, где n — объёмная концентрация газа. Видно, что λ обратно пропорциональна плотности газа, поэтому, как следует из (2), вязкость газа не зависит от его плотности и определяется только температурой T . Данный вывод может показаться парадоксальным, поскольку в более плотном газе большее число молекул должно участвовать в передаче импульса между слоями, однако это компенсируется тем, что этот импульс передается на меньшее расстояние.

2.3 Оценка турбулентного течения

В качестве примера воспользуемся аналогией с молекулярно-кинетической теорией и рассмотрим следующую упрощенную модель турбулентного течения. Примем, что флуктуации скорости в развитом турбулентном течении по порядку величины совпадают со средней скоростью потока $u \sim \bar{u}$. При этом элементы жидкости практически равномерно перемешиваются по сечению трубы, так что в качестве «длины пробега» жидкой частицы можно взять поперечный размер системы R . Тогда по аналогии с формулой (2) определим «турбулентную вязкость» как

$$\eta_{\text{турб}} \sim \rho \bar{u} R. \quad (3)$$

Далее по аналогии с выводом формулы Пуазейля запишем баланс сил в потоке, откуда получим оценку для средней скорости течения:

$$\eta_{\text{турб}} \frac{\bar{u}}{R} \cdot 2\pi r l \sim \pi R^2 \Delta P,$$

$$\bar{u} \sim \frac{R^2 \Delta P}{\eta_{\text{турб}} l}.$$

Подставляя сюда (3), находим скорость $\bar{u} \sim \sqrt{\frac{R \Delta P}{\rho l}}$ и, как следствие, расход:

$$Q = \pi R^2 \bar{u} \sim R^{5/2} \sqrt{\frac{\Delta P}{\rho l}}. \quad (4)$$

Заметим, что эта теоретическая модель довольно груба и никак не учитывает сложную структуру турбулентного течения (например, не учитывается зависимость скорости потока u от расстояния r до оси трубы).

3 Экспериментальная установка

Схема экспериментальной установки изображена на Рис. 2. Поток воздуха под давлением, немного превышающим атмосферное, поступает через газовый счётчик в тонкие металлические трубы. Воздух нагнетается компрессором, интенсивность его подачи регулируется краном К. Трубы снабжены съёмными заглушками на концах и рядом миллиметровых отверстий, к которым можно подключать микроманометр. В рабочем состоянии открыта заглушка на одной (рабочей) трубке, микроманометр подключён к двум её выводам, а все остальные отверстия плотно закрыты пробками. Перед входом в газовый счётчик установлен водяной U-образный манометр. Он служит для измерения давления газа на входе, а также предохраняет счётчик от выхода из строя. При превышении максимального избыточного давления на входе счётчика (~ 30 см вод. ст.) вода выплёскивается из трубы в защитный баллон Б, создавая шум и привлекая к себе внимание экспериментатора.

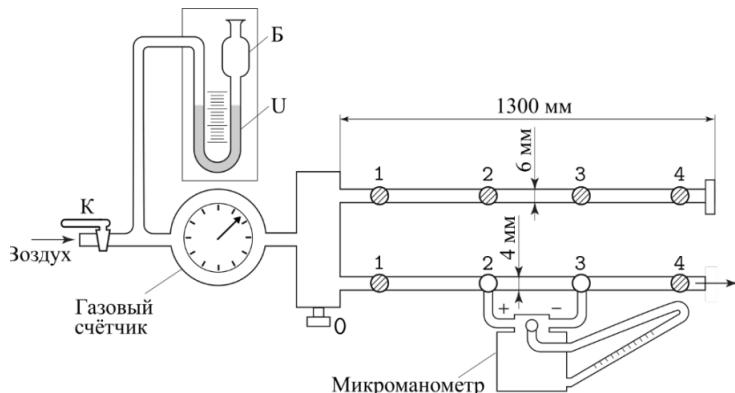


Рис. 2. Экспериментальная установка

4 Приборы и данные

- Счетчик газовый барабанный модель ВИКС-1, погрешность измерения 1%
- Термогигрометр с функцией отображения давления testo 622, погрешность измерения давления 3 гПа, температуры - 0,4 °C, влажности - 2% в диапазоне от 0 до 90 %
- Микроманометр ММН-2400(5)-160, погрешность при различных К: 6 Па ($K = 0,2$), 9 Па ($K = 0,3$), 12 Па ($K = 0,4$), 18 Па ($K = 0,6$).

5 Выполнение

1. Начальные показания

$$t_h = 27,7^\circ C,$$

$$P_h = 996,9 \text{ гПа},$$

$$\varphi_h = 23,3\%.$$

Показания в конце эксперимента

$$t_{\text{к}} = 27, 3^{\circ}\text{C},$$

$$P_{\text{к}} = 996, 3 \text{ гПа},$$

$$\varphi_{\text{к}} = 21, 2\%.$$

где t - температура в комнате, P - давление, φ - относительная влажность.

С учетом этих данных плотность спирта (концентрация 96%) бралась средняя между $\rho_{27} = 0,80123 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$ и $\rho_{28} = 0,80043 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$ ($\rho_{\text{сп.залит.}} = 0,80083 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$).

2. Предварительные оценки

Оценим критический расход и перепад давлений для каждой трубки. Для этого примем вязкость воздуха $\eta = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$, число Рейнольдса $Re_{\text{kp}} \approx 10^3$. Первая трубка диаметром $3,90 \pm 0,05 \text{ мм}$:

$$Q_{\text{kp}}^1 = \frac{\pi Re_{\text{kp}} R_{\text{газ}} T \eta R}{P \mu_{\text{возд}}} = \frac{3,1415 \cdot 10^3 \cdot 8,31 \cdot 300,7 \cdot 2 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{3,9}{2} \cdot 10^{-3}}{99690 \cdot 29 \cdot 10^{-3}} \approx 1,06 \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^3}{\text{с}} = 6,35 \frac{\text{л}}{\text{мин}},$$

1. $l = 0,5 \text{ м}$

$$\Delta P_{\text{kp}}^1 = \frac{8Q_{\text{kp}}^1 \eta l}{\pi R^4} = \frac{8 \cdot 1,06 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^{-5} \cdot 0,5}{3,1415 \cdot (\frac{3,9}{2} \cdot 10^{-3})^4} \approx 187 \text{ Па.}$$

2. $l = 0,9 \text{ м}$: $\Delta P_{\text{kp}}^2 \approx 337 \text{ Па.}$

3. $l = 1,2 \text{ м}$: $\Delta P_{\text{kp}}^3 \approx 449 \text{ Па.}$

Вторая трубка диаметром $5,25 \pm 0,05 \text{ мм}$: $Q_{\text{kp}}^2 \approx 8,55 \frac{\text{л}}{\text{мин}}$.

1. $l = 0,5 \text{ м}$: $\Delta P_{\text{kp}}^4 \approx 77 \text{ Па.}$

2. $l = 0,4 \text{ м}$: $\Delta P_{\text{kp}}^5 \approx 62 \text{ Па.}$

3. $l = 0,3 \text{ м}$: $\Delta P_{\text{kp}}^6 \approx 46 \text{ Па.}$

Третья трубка диаметром $3,0 \pm 0,1 \text{ мм}$: $Q_{\text{kp}}^3 \approx 4,89 \frac{\text{л}}{\text{мин}}$.

1. $l = 0,2 \text{ м}$: $\Delta P_{\text{kp}}^7 \approx 164 \text{ Па.}$

2. $l = 0,4 \text{ м}$: $\Delta P_{\text{kp}}^8 \approx 329 \text{ Па.}$

Оценим длину установления давления в трубках. Первая трубка диаметром $3,90 \pm 0,05 \text{ мм}$:

$$l_{\text{уст}}^1 \approx 0,2 Re_{\text{kp}} R \approx 0,39 \text{ м}$$

Вторая трубка диаметром $5,25 \pm 0,05 \text{ мм}$:

$$l_{\text{уст}}^2 \approx 0,53 \text{ м}$$

Третья трубка диаметром $3,0 \pm 0,1 \text{ мм}$:

$$l_{\text{уст}}^3 \approx 0,30 \text{ м}$$

3. Для трех трубок разных диаметров, меняя расположение микроманометра по длине трубки, будем менять расход сначала в пределах, когда течение еще ламинарное, а затем для турбулентного. Для каждого расхода будем фиксировать перепад давления. Данные для ламинарных течений в левой колонке, для турбулентных течений - в правой.

$Q, \frac{\text{л}}{\text{мин}}$	$\sigma_Q, \frac{\text{л}}{\text{мин}}$	$\Delta P \pm \sigma_{\Delta P}, \text{Па}$	$\varepsilon_{\Delta P}, \%$
1.352	0.014	37 ± 6	16.2
2.363	0.024	64 ± 6	9.3
2.894	0.029	78 ± 6	7.7
3.897	0.039	107 ± 6	5.6
4.468	0.045	134 ± 6	4.5
4.945	0.049	140 ± 6	4.3
5.483	0.055	162 ± 6	3.7

Таблица 1. $d = 3,90 \pm 0,05$ мм; $l = 0,5$ м; $K = 0,2$

$Q, \frac{\text{л}}{\text{мин}}$	$\sigma_Q, \frac{\text{л}}{\text{мин}}$	$\Delta P \pm \sigma_{\Delta P}, \text{Па}$	$\varepsilon_{\Delta P}, \%$
7,083	0,071	$308^* \pm 6$	1,9
7.943	0.079	385 ± 9	2.3
8.533	0.085	447 ± 9	2.0
9.395	0.094	540 ± 9	1.7
9.814	0.098	587 ± 9	1.5
10.052	0.101	610 ± 9	1.5
10.755	0.108	701 ± 9	1.3

Таблица 9. $d = 3,90 \pm 0,05$ мм; $l = 0,5$ м; $K = 0,3$

$Q, \frac{\text{л}}{\text{мин}}$	$\sigma_Q, \frac{\text{л}}{\text{мин}}$	$\Delta P \pm \sigma_{\Delta P}, \text{Па}$	$\varepsilon_{\Delta P}, \%$
1.28	0.013	58 ± 9	15.4
2.788	0.028	120 ± 9	7.5
3.226	0.032	158 ± 9	5.7
3.581	0.036	175 ± 9	5.1
4.138	0.041	201 ± 9	4.5
4.58	0.046	210 ± 9	4.3
5.04	0.050	257 ± 9	3.5
5.452	0.055	292 ± 9	3.1

Таблица 2. $d = 3,90 \pm 0,05$ мм; $l = 0,9$ м; $K = 0,3$

$Q, \frac{\text{л}}{\text{мин}}$	$\sigma_Q, \frac{\text{л}}{\text{мин}}$	$\Delta P \pm \sigma_{\Delta P}, \text{Па}$	$\varepsilon_{\Delta P}, \%$
7.058	0.071	510 ± 12	2.4
7.799	0.078	686 ± 12	1.7
8.452	0.085	791 ± 12	1.5
8.793	0.088	857 ± 12	1.4
9.087	0.091	927 ± 12	1.3
9.319	0.093	978 ± 12	1.2
9.814	0.098	1064 ± 12	1.1

Таблица 10. $d = 3,90 \pm 0,05$ мм; $l = 0,9$ м; $K = 0,4$

$Q, \frac{\text{л}}{\text{мин}}$	$\sigma_Q, \frac{\text{л}}{\text{мин}}$	$\Delta P \pm \sigma_{\Delta P}, \text{Па}$	$\varepsilon_{\Delta P}, \%$
1.024	0.010	62 ± 12	19.2
2.236	0.022	140 ± 12	8.6
2.584	0.026	168 ± 12	7.2
3.212	0.032	206 ± 12	5.8
3.621	0.036	234 ± 12	5.1
4.404	0.044	292 ± 12	4.1
5.166	0.052	355 ± 12	3.4

Таблица 3. $d = 3,90 \pm 0,05$ мм; $l = 1,2$ м; $K = 0,4$

$Q, \frac{\text{л}}{\text{мин}}$	$\sigma_Q, \frac{\text{л}}{\text{мин}}$	$\Delta P \pm \sigma_{\Delta P}, \text{Па}$	$\varepsilon_{\Delta P}, \%$
7.632	0.076	839 ± 18	2.1
8.113	0.081	950 ± 18	1.9
8.441	0.084	1020 ± 18	1.8
8.895	0.089	1125 ± 18	1.6
9.575	0.096	1288 ± 18	1.4
9.313	0.093	1235 ± 18	1.5
9.868	0.099	1398 ± 18	1.3

Таблица 11. $d = 3,90 \pm 0,05$ мм; $l = 1,2$ м; $K = 0,6$

$Q, \frac{\text{л}}{\text{мин}}$	$\sigma_Q, \frac{\text{л}}{\text{мин}}$	$\Delta P \pm \sigma_{\Delta P}, \text{Па}$	$\varepsilon_{\Delta P}, \%$
2.58	0.026	19 ± 6	30.8
3.31	0.033	27 ± 6	22.0
5.399	0.054	45 ± 6	13.4
6.638	0.066	55 ± 6	11.0
4.485	0.045	37 ± 6	16.2
6.91	0.069	58 ± 6	10.3
5.116	0.051	43 ± 6	14.0

Таблица 4. $d = 5,25 \pm 0,05$ мм; $l = 0,5$ м; $K = 0,2$

$Q, \frac{\text{л}}{\text{мин}}$	$\sigma_Q, \frac{\text{л}}{\text{мин}}$	$\Delta P \pm \sigma_{\Delta P}, \text{Па}$	$\varepsilon_{\Delta P}, \%$
9.067	0.091	109 ± 6	5.5
9.735	0.097	134 ± 6	4.5
10.334	0.103	156 ± 6	3.8
11.379	0.114	185 ± 6	3.2
12.416	0.124	218 ± 6	2.7
13.158	0.132	249 ± 6	2.4
13.935	0.139	267 ± 6	2.2

Таблица 12. $d = 5,25 \pm 0,05$ мм; $l = 0,5$ м; $K = 0,2$

$Q, \frac{\text{л}}{\text{мин}}$	$\sigma_Q, \frac{\text{л}}{\text{мин}}$	$\Delta P \pm \sigma_{\Delta P}, \text{Па}$	$\varepsilon_{\Delta P}, \%$
2.478	0.025	16 ± 6	38.5
3.383	0.034	23 ± 6	25.7
5.441	0.054	39 ± 6	15.4
4.226	0.042	29 ± 6	20.5
6.386	0.064	47 ± 6	12.8
6.964	0.070	51 ± 6	11.8
7.815	0.078	58 ± 6	10.3

Таблица 5. $d = 5,25 \pm 0,05$ мм; $l = 0,4$ м; $K = 0,2$

$Q, \frac{\text{л}}{\text{мин}}$	$\sigma_Q, \frac{\text{л}}{\text{мин}}$	$\Delta P \pm \sigma_{\Delta P}, \text{Па}$	$\varepsilon_{\Delta P}, \%$
9.305	0.093	103 ± 6	5.8
10.103	0.101	127 ± 6	4.7
11.228	0.112	154 ± 6	3.9
11.921	0.119	173 ± 6	3.5
12.679	0.127	193 ± 6	3.1
13.052	0.131	205 ± 6	2.9
13.583	0.136	222 ± 6	2.7

Таблица 13. $d = 5,25 \pm 0,05$ мм; $l = 0,4$ м; $K = 0,2$ *Это давление рассчитывалось с $K = 0.2$, остальные с 0.3

$Q, \frac{\text{л}}{\text{мин}}$	$\sigma_Q, \frac{\text{л}}{\text{мин}}$	$\Delta P \pm \sigma_{\Delta P}, \text{Па}$	$\varepsilon_{\Delta P}, \%$
1.535	0.015	8 ± 6	77.0
2.738	0.027	14 ± 6	44.0
3.759	0.038	19 ± 6	30.8
4.331	0.043	23 ± 6	25.7
4.922	0.049	27 ± 6	22.0
6.245	0.062	35 ± 6	17.1
6.811	0.068	39 ± 6	15.4

Таблица 6. $d = 5, 25 \pm 0, 05 \text{ мм}; l = 0, 3 \text{ м}; K = 0, 2$

$Q, \frac{\text{л}}{\text{мин}}$	$\sigma_Q, \frac{\text{л}}{\text{мин}}$	$\Delta P \pm \sigma_{\Delta P}, \text{Па}$	$\varepsilon_{\Delta P}, \%$
1.118	0.011	10 ± 6	61.6
1.901	0.019	19 ± 6	30.8
1.26	0.013	12 ± 6	51.3
1.54	0.015	14 ± 6	44.0
2.347	0.023	23 ± 6	25.7
2.733	0.027	29 ± 6	20.5
3.197	0.032	37 ± 6	16.2

Таблица 7. $d = 3, 0 \pm 0, 1 \text{ мм}; l = 0, 2 \text{ м}; K = 0, 2$

$Q, \frac{\text{л}}{\text{мин}}$	$\sigma_Q, \frac{\text{л}}{\text{мин}}$	$\Delta P \pm \sigma_{\Delta P}, \text{Па}$	$\varepsilon_{\Delta P}, \%$
0.561	0.006	12 ± 6	51.3
1.107	0.011	25 ± 6	23.7
1.574	0.016	39 ± 6	15.4
1.86	0.019	47 ± 6	12.8
2.135	0.021	51 ± 6	11.8

Таблица 8. $d = 3, 0 \pm 0, 1 \text{ мм}; l = 0, 4 \text{ м}; K = 0, 2$

$Q, \frac{\text{л}}{\text{мин}}$	$\sigma_Q, \frac{\text{л}}{\text{мин}}$	$\Delta P \pm \sigma_{\Delta P}, \text{Па}$	$\varepsilon_{\Delta P}, \%$
10.947	0.109	92 ± 6	6.6
11.684	0.117	103 ± 6	5.8
12.177	0.122	113 ± 6	5.3
12.662	0.127	119 ± 6	5.0
13.137	0.131	129 ± 6	4.7
13.591	0.136	136 ± 6	4.4
14.102	0.141	144 ± 6	4.2

Таблица 14. $d = 5, 25 \pm 0, 05 \text{ мм}; l = 0, 3 \text{ м}; K = 0, 2$

$Q, \frac{\text{л}}{\text{мин}}$	$\sigma_Q, \frac{\text{л}}{\text{мин}}$	$\Delta P \pm \sigma_{\Delta P}, \text{Па}$	$\varepsilon_{\Delta P}, \%$
6.038	0.060	97 ± 6	6.2
6.803	0.068	113 ± 6	5.3
7.139	0.071	125 ± 6	4.8
8.375	0.084	156 ± 6	3.8
8.966	0.090	175 ± 6	3.4
9.56	0.096	203 ± 6	3.0
10.179	0.102	222 ± 6	2.7

Таблица 15. $d = 3, 0 \pm 0, 1 \text{ мм}; l = 0, 2 \text{ м}; K = 0, 2$

$Q, \frac{\text{л}}{\text{мин}}$	$\sigma_Q, \frac{\text{л}}{\text{мин}}$	$\Delta P \pm \sigma_{\Delta P}, \text{Па}$	$\varepsilon_{\Delta P}, \%$
5.202	0.052	187 ± 6	3.2
5.836	0.058	228 ± 6	2.6
6.194	0.062	245 ± 6	2.4
6.951	0.070	310 ± 6	1.9
7.662	0.077	364 ± 6	1.6

Таблица 16. $d = 3, 0 \pm 0, 1 \text{ мм}; l = 0, 4 \text{ м}; K = 0, 2$

4. Для каждой серии построим график зависимости $Q(\Delta P)$ по методу χ^2 . Введем обозначения $w_i = \frac{1}{\sigma_i^2}$ - веса, $S = \sum_{i=1}^n w_i$, $S_x = \sum_{i=1}^n w_i x_i$, $S_y = \sum_{i=1}^n w_i y_i$, $S_{x^2} = \sum_{i=1}^n w_i x_i^2$, $S_{xy} = \sum_{i=1}^n w_i x_i y_i$.

Тогда параметры a и b прямой $y = ax + b$ находятся как:

$$a = \frac{S \cdot S_{xy} - S_x \cdot S_y}{S \cdot S_{x^2} - S_x^2},$$

$$b = \frac{S_{x^2} \cdot S_y - S_x \cdot S_{xy}}{S \cdot S_{x^2} - S_x^2}.$$

Погрешности коэффициентов выражаются так:

$$\sigma_a^2 = \frac{S}{S \cdot S_{x^2} - S_x^2},$$

$$\sigma_b^2 = \frac{S_{x^2}}{S \cdot S_{x^2} - S_x^2}.$$

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i - ax_i - b}{\sigma_i} \right)^2$$

Величина $\frac{\chi^2}{dof}$, где dof (degrees of freedom) равно к $n - 2$ (количество точек минус количество параметров) характеризует степень согласия модели с данными. Если $\frac{\chi^2}{dof} \approx 1$, это означает хорошее согласие. p -value - это уровень значимости, статистический показатель. Это вероятность того, что нормально распределённая случайная величина примет значение больше по модулю, чем наблюдаемое. Если p -value < 0.05 , это значит что данная модель плохо подходит для описания данных.

Теперь перейдем к графикам

График зависимости $Q(\Delta P)$ для первой трубки ($d = 3,90$ мм), ламинарное течение

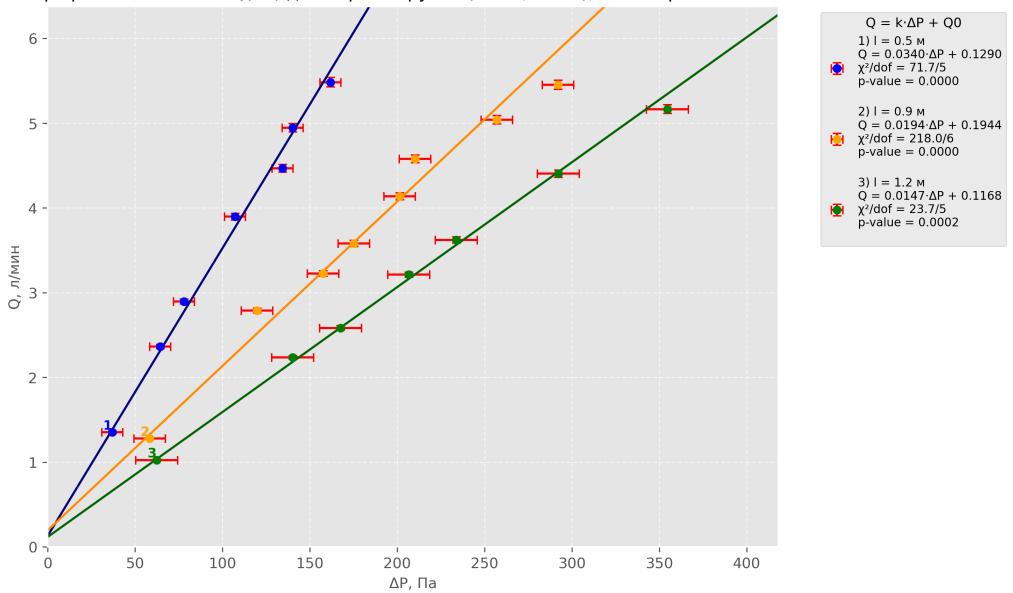


График зависимости $Q(\Delta P)$ для второй трубы ($d = 5,25$ мм), ламинарное течение

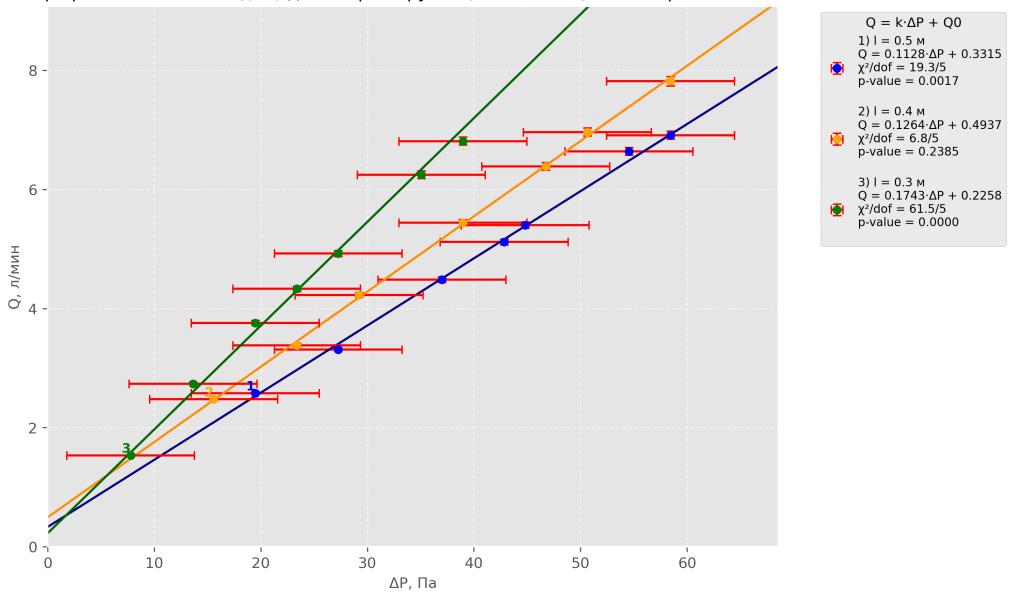
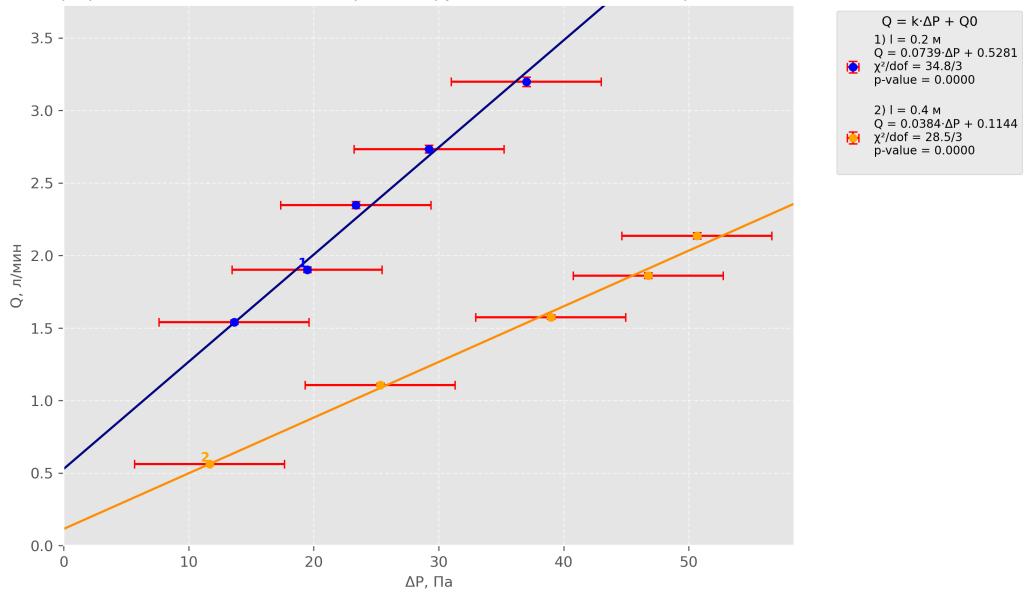


График зависимости $Q(\Delta P)$ для третьей трубы ($d = 3,0$ мм), ламинарное течение



Графики №1-3 Линейная зависимость $Q(\Delta P)$ при ламинарном течении

График $Q(\Delta P)$ для первой трубы ($d = 3,90$ мм), турбулентное течение

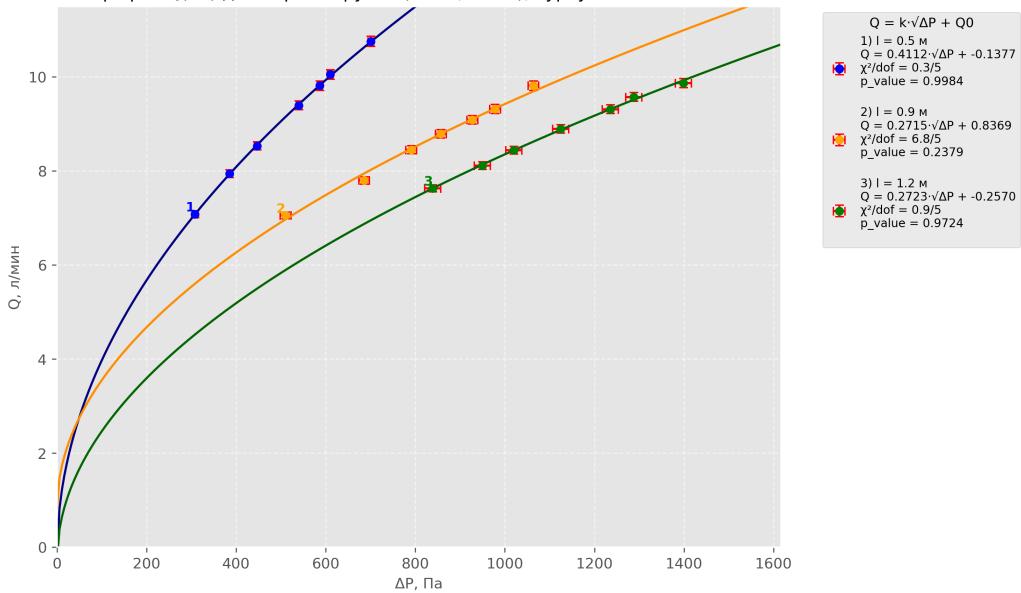


График $Q(\Delta P)$ для второй трубы ($d = 5,25$ мм), турбулентное течение

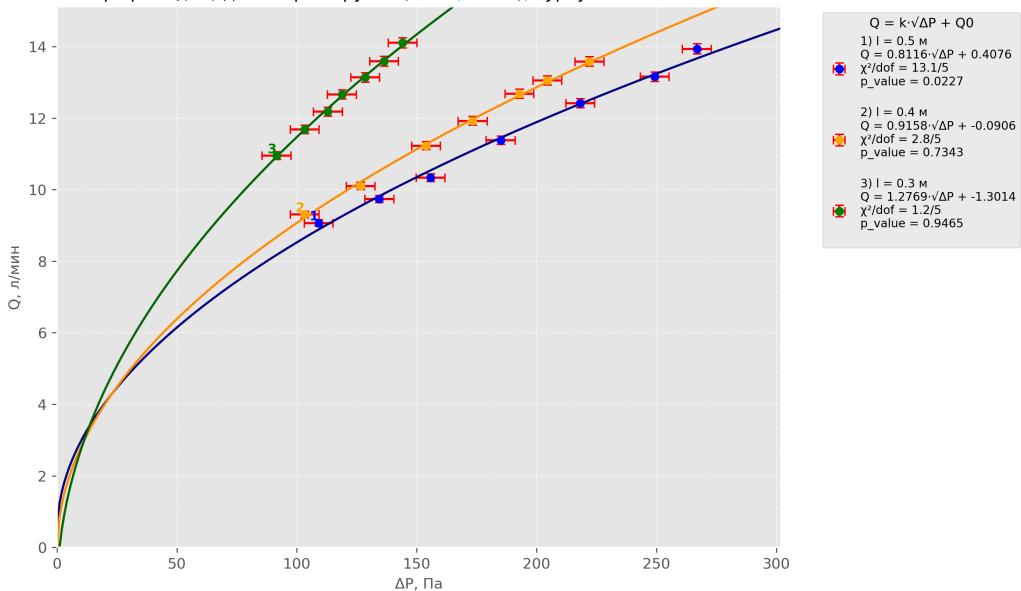
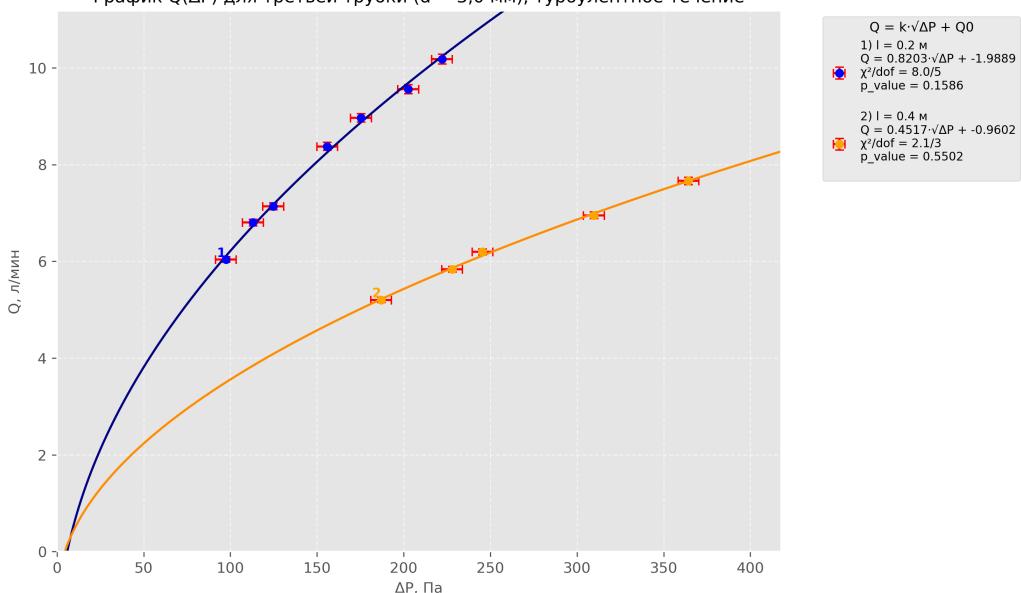


График $Q(\Delta P)$ для третьей трубы ($d = 3,0$ мм), турбулентное течение



Графики №4-6 Коренная зависимость $Q(\Delta P)$ при турбулентном течении

График $\ln(Q)/(\ln(\Delta P))$ для первой трубы, турбулентное течение

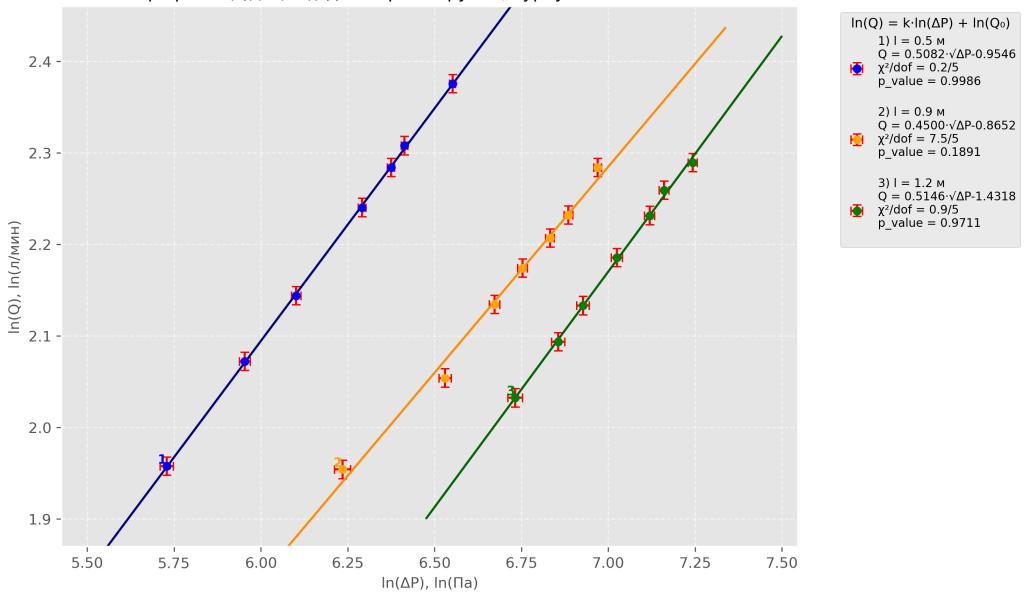


График $\ln(Q)/(\ln(\Delta P))$ для второй трубы, турбулентное течение

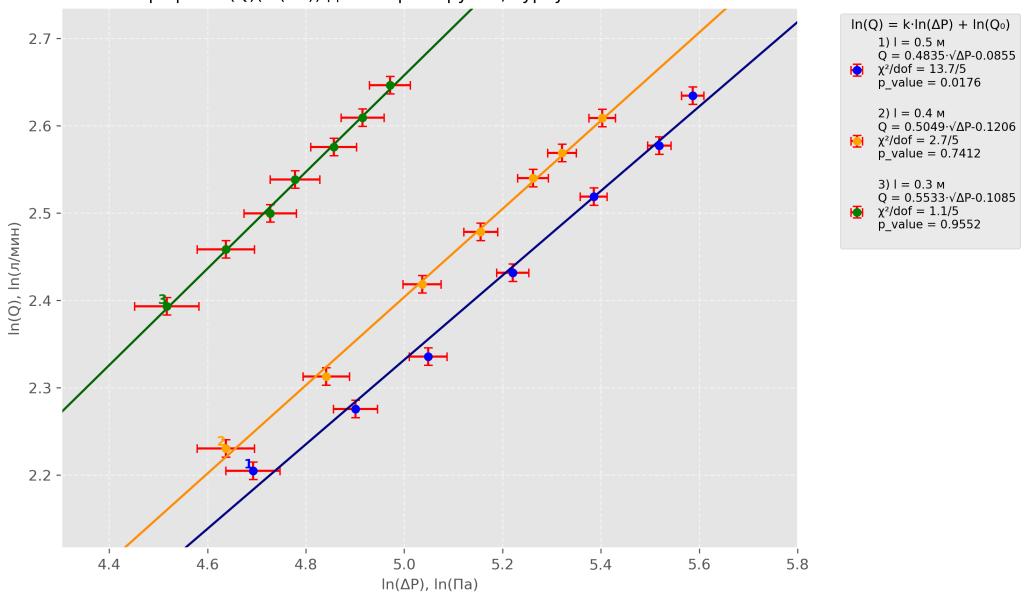
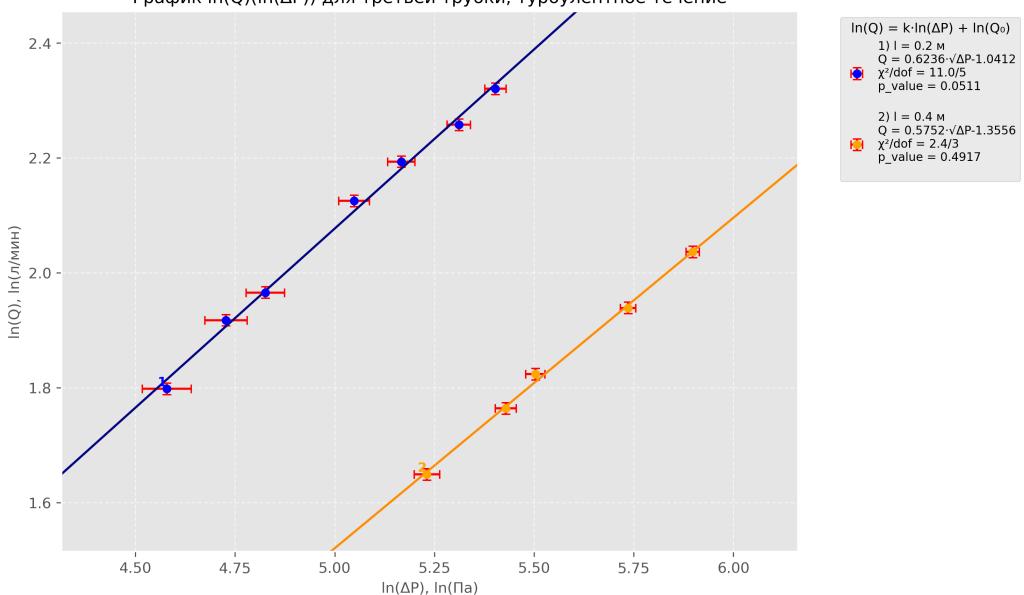


График $\ln(Q)/(\ln(\Delta P))$ для третьей трубы, турбулентное течение



Графики №7-9 $Q(\Delta P)$ в двойном логарифмическом масштабе при турбулентном течении

По ламинарным участкам с помощью угловых коэффициентов найдем вязкость воздуха η

$$\eta = \frac{\pi R^4}{8kl} = \frac{3,1415 \cdot (\frac{3,9}{2} \cdot 10^{-3})^4 \cdot 60 \cdot 10^3}{8 \cdot 0,034 \cdot 0,5} \approx 2.007 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$$

$$\sigma_\eta = \eta \sqrt{\left(\frac{4\sigma_R}{R}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_k}{k}\right)^2} = 2.007 \cdot 10^{-5} \sqrt{(0,05)^2 + (0,008)^2} \approx 0,206 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$$

$\eta, \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$	$\sigma_\eta, \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$	$\varepsilon_\eta, \%$
2.007	0.206	10.29
1.951	0.201	10.28
1.926	0.198	10.28
1.984	0.205	10.32
2.213	0.228	10.30
2.140	0.220	10.29
0.807	0.084	10.41
0.777	0.080	10.30

Таблица 17. Экспериментальные значения коэффициентов воздуха для серий 1-8.

- Для определения границы перехода от ламинарного участка к турбулентному найдем точки пересечения графика зависимости для ламинарного и турбулентного течения. Однако, как показали результаты, эти точки в некоторых сериях значительно меньше рассчитанных предварительно, поэтому лучше построить линейную зависимость для точек турбулентного течения (эта прямая будет секущей для графика и линейным приближением) и уже с помощью нее найдем точки пересечения.

График $Q(\Delta P)$ для первой трубы ($d = 3,90$ мм), турбулентное течение

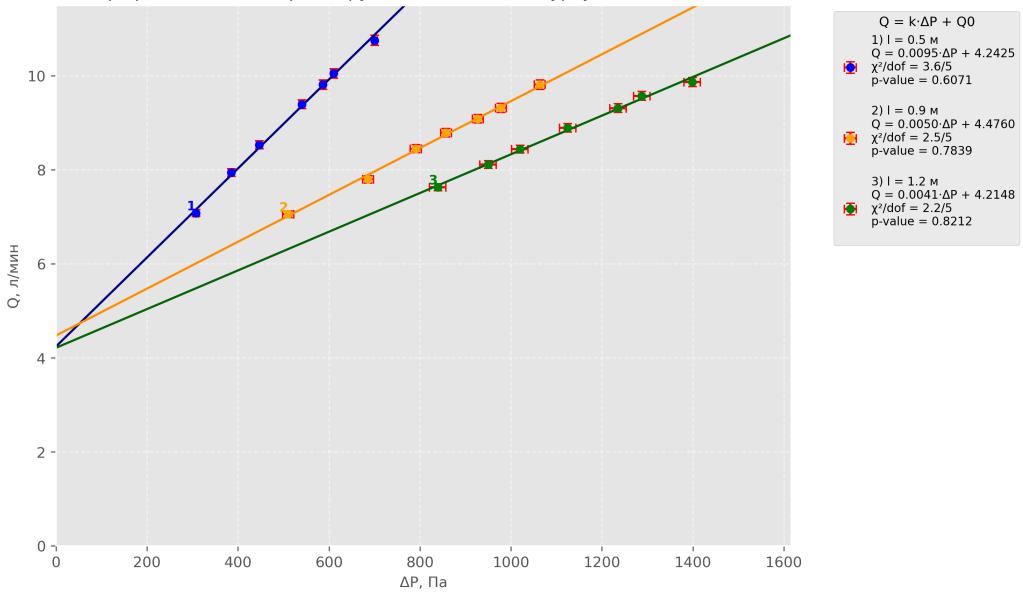


График $Q(\Delta P)$ для второй трубы ($d = 5,25$ мм), турбулентное течение

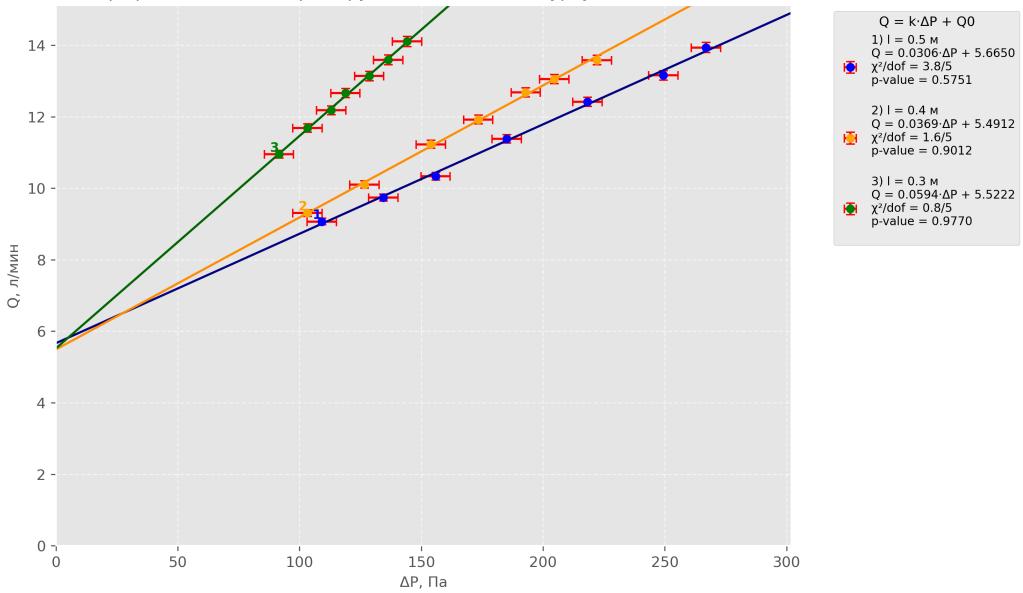
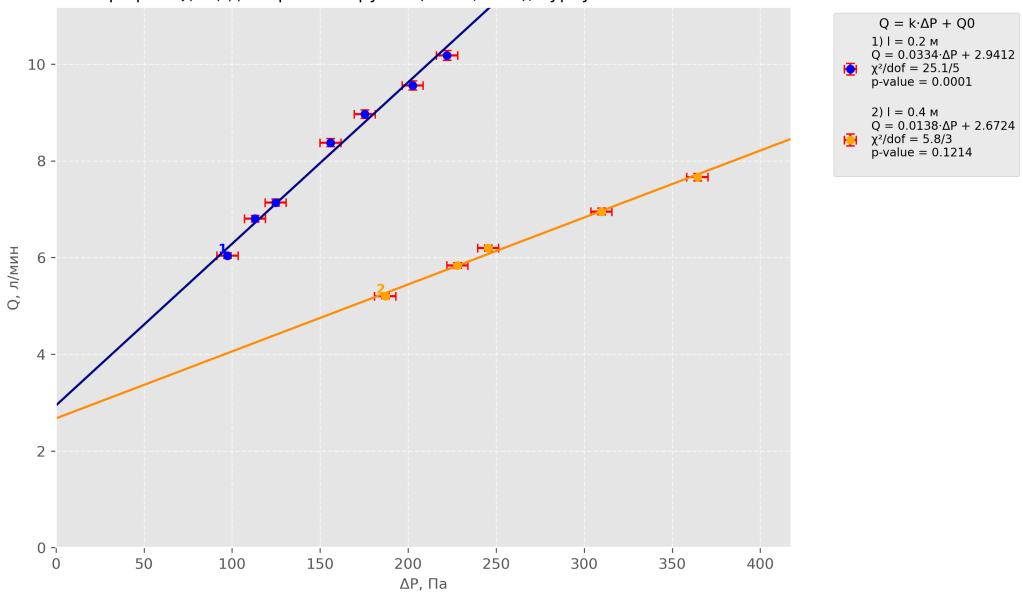


График $Q(\Delta P)$ для третьей трубы ($d = 3,0$ мм), турбулентное течение



Графики №10-12 Линейная зависимость $Q(\Delta P)$ при турбулентном течении

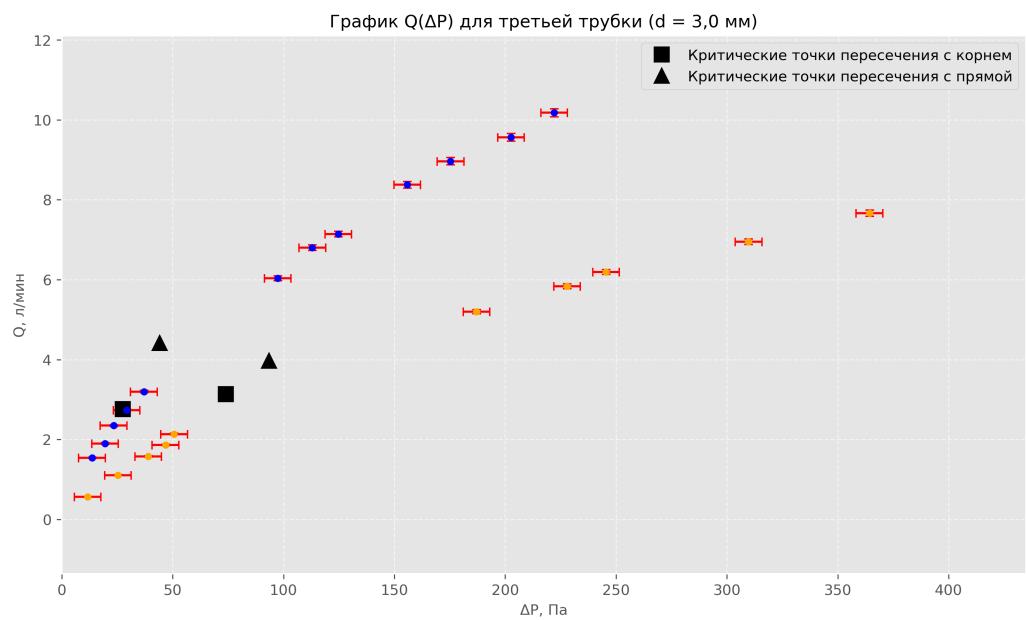
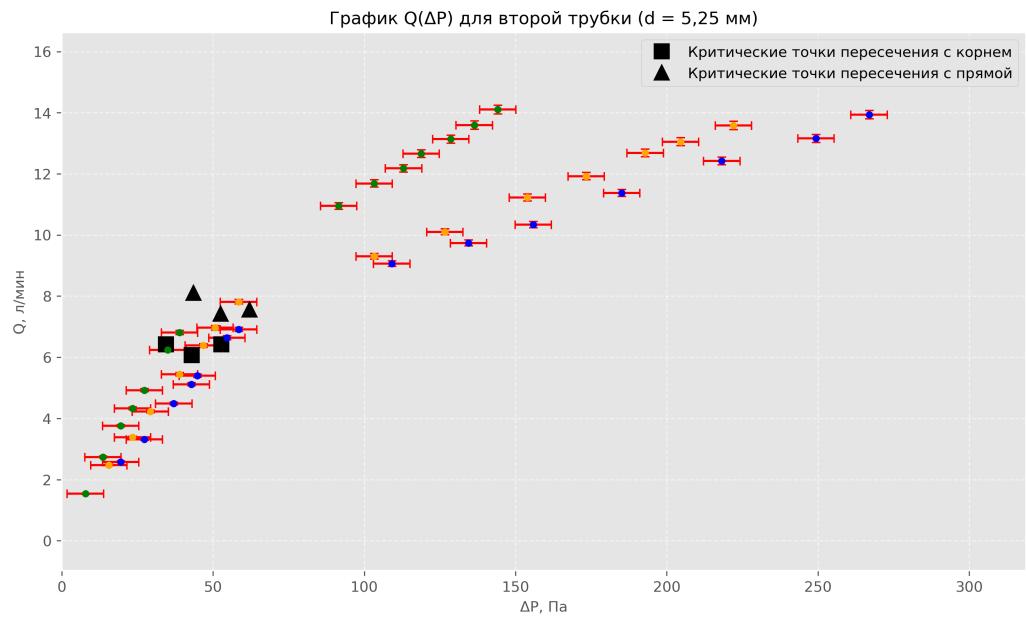
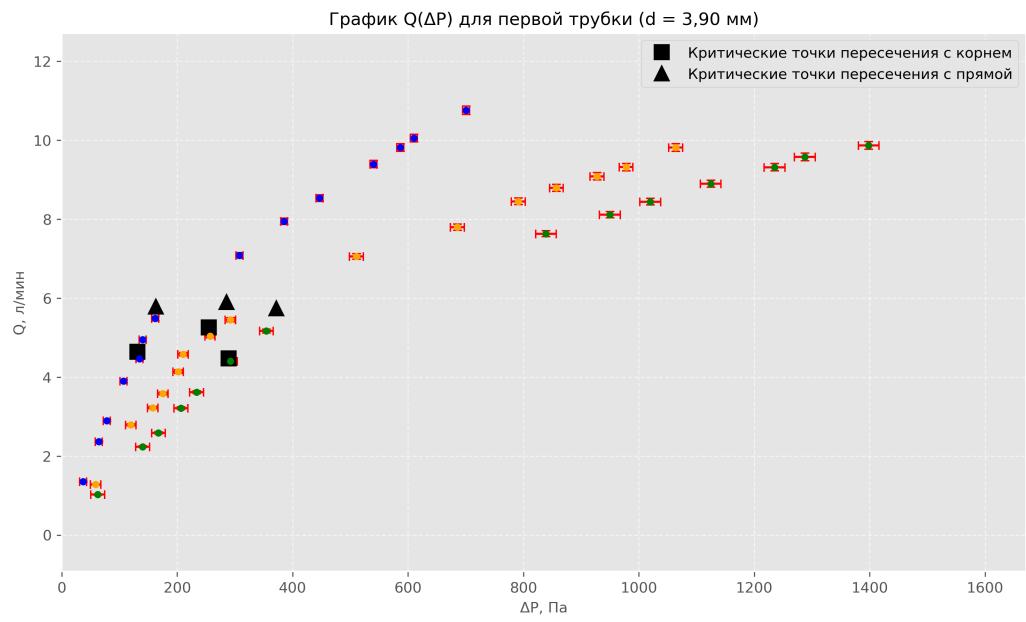


График №13-15 $Q(\Delta P)$ с границами перехода от ламинарного участка к турбулентному

По границами перехода от ламинарного участка к турбулентному рассчитаем число Рейнольдса Re_{kp}

$$Re_{kp} = \frac{P\mu_{воз}Q_{kp}}{R_{ra3}T\eta\pi R}$$

№	Re_{kp}
1	908
2	952
3	939
4	892
5	785
6	886
7	2239
8	2089

Таблица 18. Критические значений числа Рейнольдса для серий 1-8.

Рассчитаем вязкость воздуха в комнате с учетом параметров окружающей среды. Вязкость смеси находится по приближенной формуле как

$$\eta = \omega_{c.v.}\eta_{c.v.} + \omega_{пар}\eta_{пар},$$

где - $\omega_{c.v.}$ и $\omega_{пар}$ - молярные доли газов. Давление насыщенного водяного пара при нашей температуре $P_{нас} \approx 3780$ Па. Тогда

$$\omega_{пар} = \frac{\varphi P_{нас}}{P_{комн}} \approx 0,0088,$$

$$\omega_{c.v.} = 1 - \omega_{пар} \approx 0,9912.$$

По табличным значениям коэффициентов вязкости для сухого воздуха и водяного пара, взятым из книги Лабораторный практикум по общей физике Том I термодинамика и молекулярная физика под редакцией Максимычева, найдем итоговое табличное значение для вязкости воздуха в комнате

$$\eta = 0,9912 \cdot 1,840 + 0,0088 \cdot 0,975 = 1,832 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$$

Табличное значение воздуха в комнате при наших условиях получилось $\eta_{табл} = 1,832 \cdot 10^{-5}$ Па · с.

6. Построим график экспериментальных зависимостей, отложив по оси абсцисс Рейнольдса Re , а по оси ординат — обезразмеренный перепад давления $\psi = \frac{R^5 \Delta P R_{ra3} T \pi^2}{P \mu_{воз} l Q^2}$.

График $\psi(Re)$ для первой трубы ($d = 3,90$ мм)

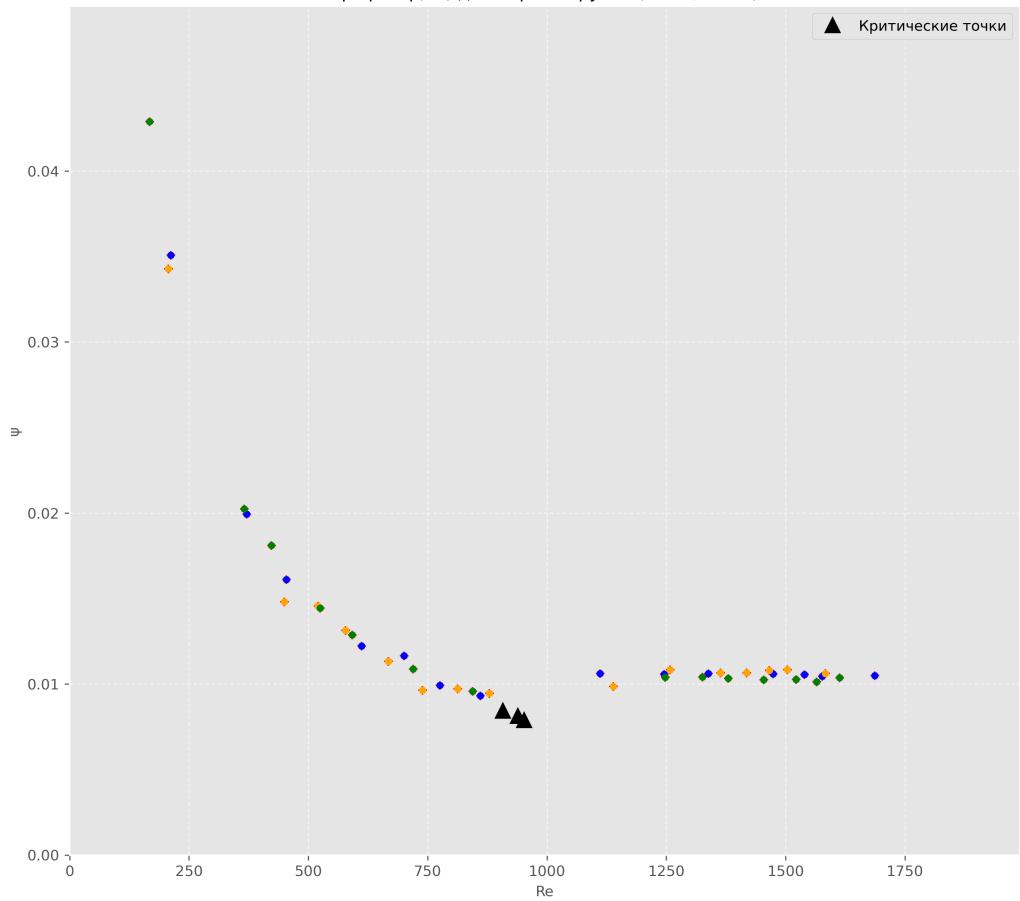
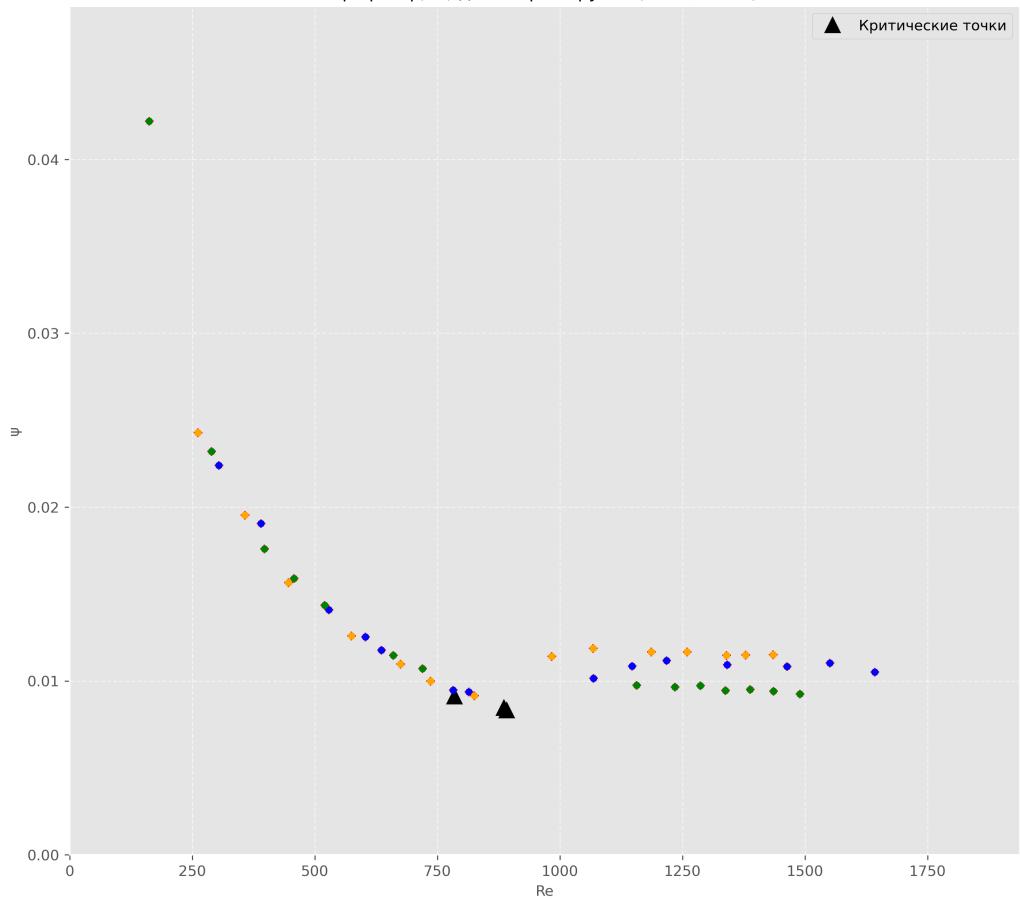
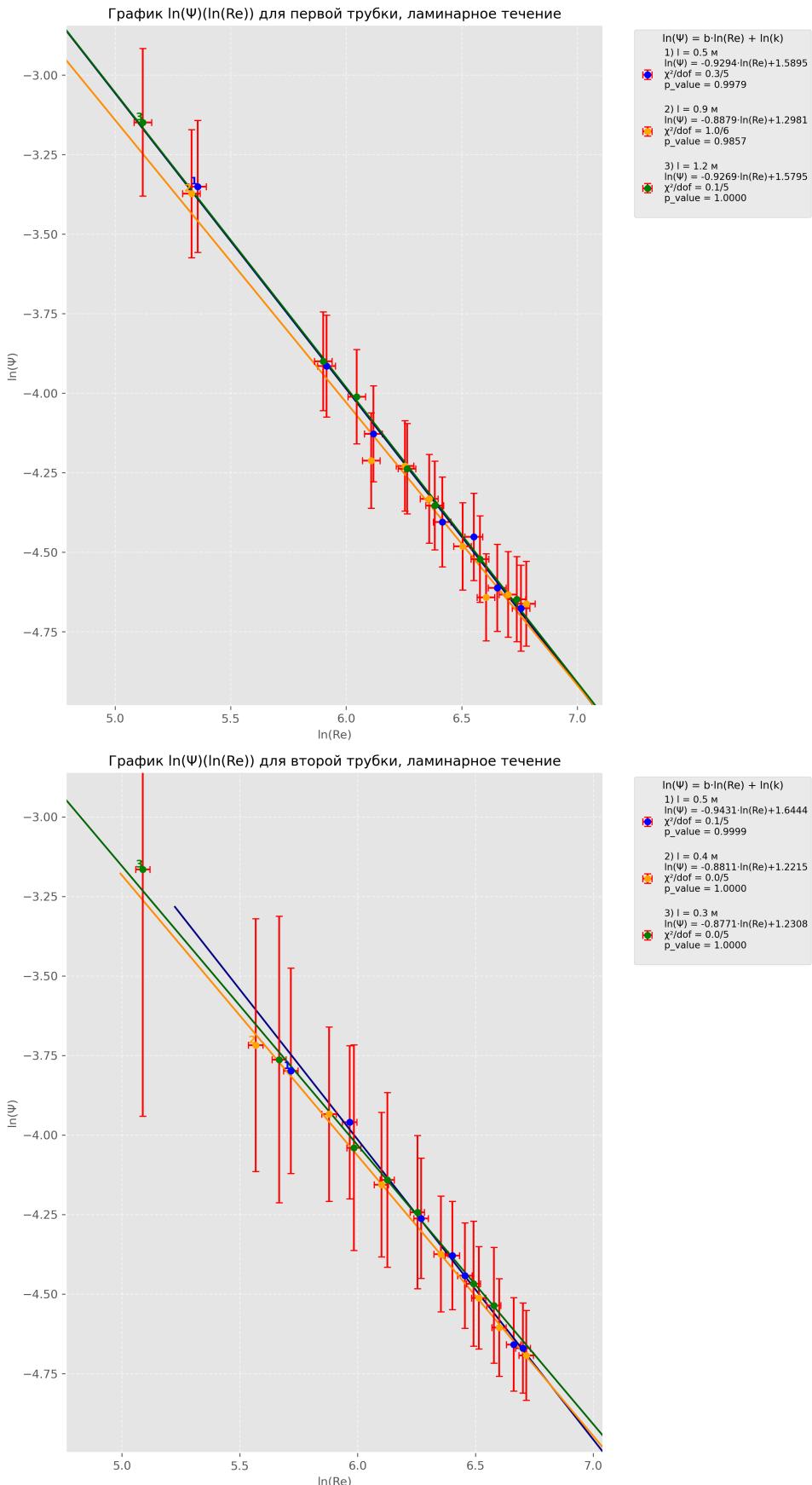


График $\psi(Re)$ для второй трубы ($d = 5,25$ мм)



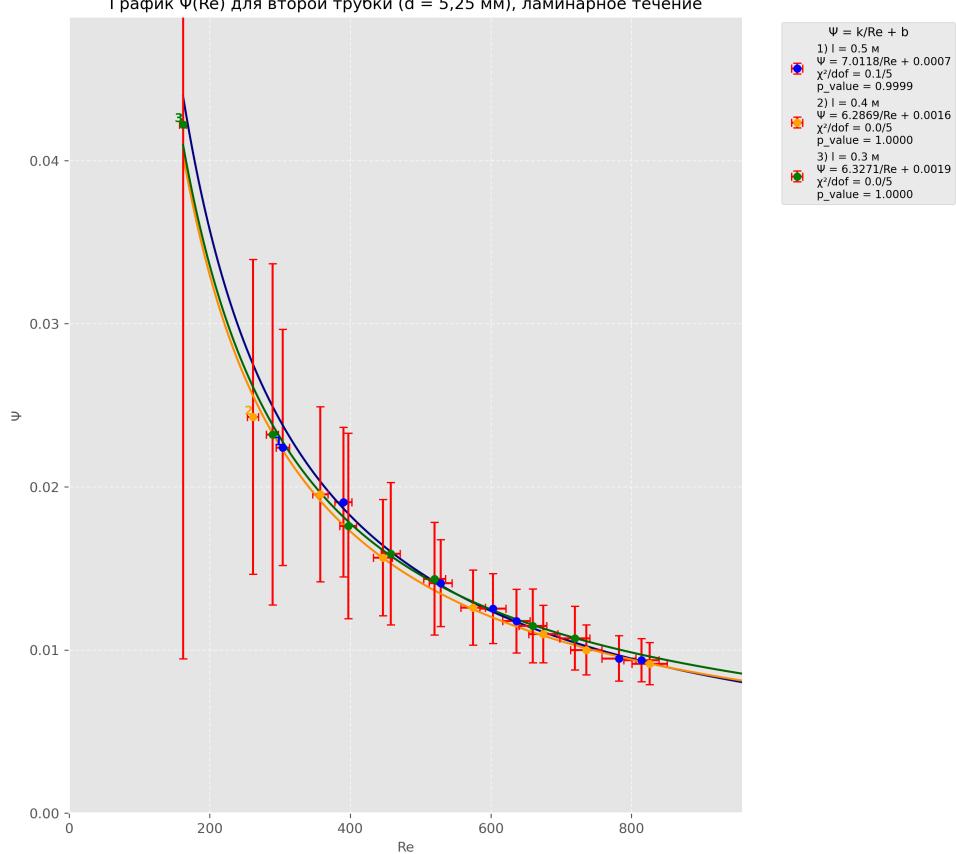
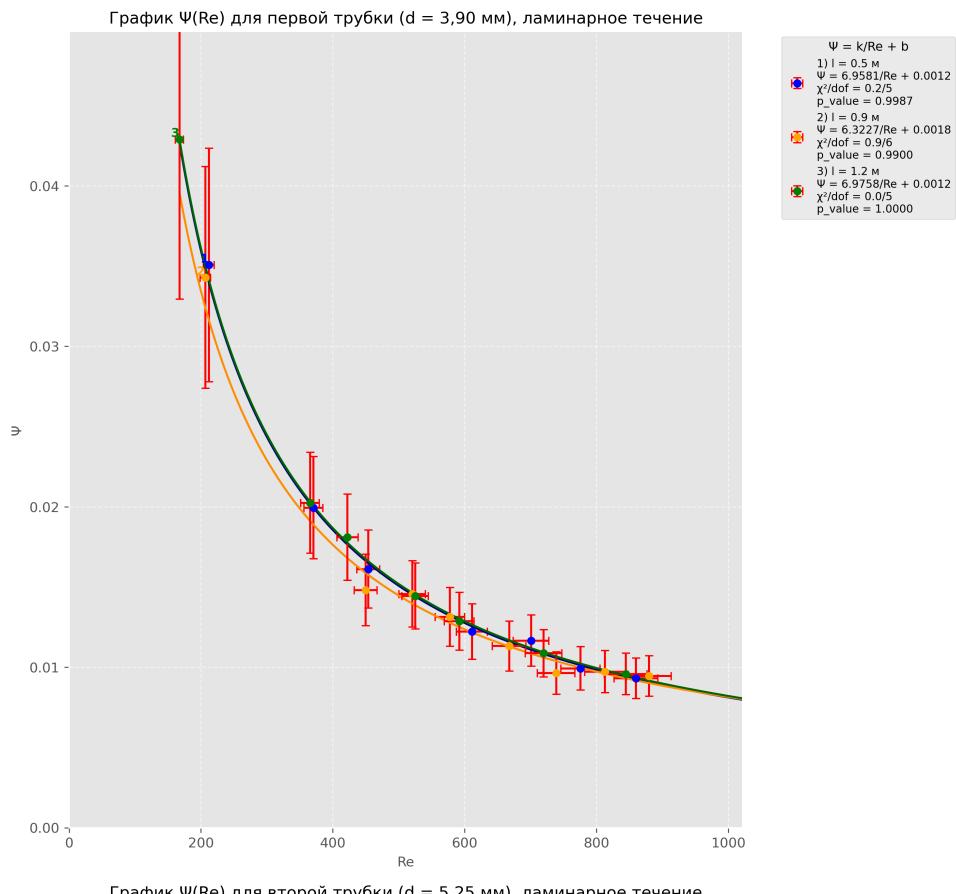
Графики №16-17 Зависимость $\psi(Re)$ с границами перехода от ламинарного участка к турбулентному

По графику видно, что ламинарный участок похож на график гиперболы. Убедимся в этом, построив двойной логарифмический масштаб.



Графики №18-19 Зависимость $\psi(Re)$ в двойном логарифмическом масштабе

Как видим, это действительно близкая зависимость к гиперболической с показателем -1 . Это обосновано тем, что $\psi = \frac{8}{Re}$ для ламинарного участка, где применима формула Пуазейля. Построим эту зависимость



Графики №20-21 Зависимость $\psi(Re)$ на ламинарном участке

6 Результаты и обсуждения

- По графикам 1-3 видно, что расход прямо пропорционален перепаду давления, точки хорошо ложатся на прямую при ламинарном течении. Сравним полученные экспериментально коэффициенты вязкости с табличным значением $\eta_{\text{табл}} = 1,832 \cdot 10^{-5}$ Па · с.

$\eta, 10^{-5}$ Па · с	$\sigma_{\eta_{\text{эксп}}}, 10^{-5}$ Па · с	$\sigma_{\eta_{\text{табл}}}, 10^{-5}$ Па · с	$\varepsilon_{\eta_{\text{эксп}}}, \%$	$\varepsilon_{\eta_{\text{табл}}}, \%$
2,007	0,206	0,175	10,29	9,53
1,951	0,201	0,119	10,28	6,48
1,926	0,198	0,094	10,28	5,11
1,984	0,205	0,152	10,32	8,28
2,213	0,228	0,381	10,30	20,78
2,140	0,220	0,307	10,29	16,76
0,807	0,084	1,025	10,41	55,95
0,777	0,080	1,055	10,30	57,60

Таблица 19. Сравнение экспериментальных и табличных погрешностей вязкости

По таблице видно, что коэффициенты, полученные в сериях с третей трубкой отличаются более чем в 2 раза. Можем предположить, что это связано с тем, что длина трубки была меньше, чем рассчитанная длина установления давления, поэтому на этом участке течение не подчиняется закону Пуазейля. Также перепад давления на этой трубке довольно мал, что приводит к большой относительной погрешности. Именно по этим причинам в дальнейшем все расчеты производились только для двух первых трубок. Остальные коэффициенты совпадают с табличными с хорошей точностью. Это подтверждает тот факт, что значение вязкости не зависит от диаметра трубы.

- По графикам 4-9 можем убедиться, что при турбулентном течении расход действительно зависит от корня перепада давления. Об этом говорят значения χ^2_{dof} и p -value.
- Поскольку определить точно границу перехода от ламинарного течения к турбулентному в данном опыте довольно трудно, мы воспользовались приближением и нашли эти точки как точки пересечения графиков. Однако в результате критические числа Рейнольдса для первых двух трубок действительно $\approx 10^3$.
- Построив график $\psi(Re)$ мы убедились в том, что все точки лежат на единой кривой. С помощью графиков 16-21 видно, что на ламинарном участке ψ обратно пропорционально Re , что говорит о применимости закона Пуазейля.

7 Выводы

- Провели измерения перепада давления от расхода газа для трех трубок разного диаметра и разной длины. Построили графики зависимости $Q(\Delta P)$, с помощью них нашли коэффициенты вязкости воздуха для наших параметров окружающей среды. Убедились в том, что вязкость не зависит от диаметра трубы. Оценили критические значения числа Рейнольдса.
- Построили зависимость безразмерного перепада давления от числа Рейнольдса. Убедились, что все точки лежат на единой кривой. Проверили применимость закона Пуазейля для ламинарного течения.