

Problema 2

Tenim una modulació digital binaria PSK (Phase Shift keying). Volem una probabilitat d'error en un bit de 10^{-4} (BER, un bit erroni cada 10.000). Es necessita una energia de senyal per bit (E_b) respecte a la potència de soroll per Hz (N_0) de 8,4 dB. Si la temperatura efectiva és 290 K i la velocitat de transmissió és 2,4 kbits/s, quin és el nivell de senyal rebut necessari?

Quines dades tenim?

- T : Temperatura efectiva igual a 290 K
- N : Número de nivells igual a 2
- R_b : Velocitat de transmissió igual a 2,4 kbits/s
- E_b/N_0 : Relació senyal-soroll de 8,4 dB

Quines dades ens demanen?

- P_{rx} : Potència rebuda mínima necessària (dBm)

Solució Problema 2

El més interessant de l'exercici és que ens donen la qualitat necessària a recepció en termes de E_b/N_0 en comptes de SNR.

Mirem la definició de la SNR,

$$\begin{aligned} SNR &= \frac{P_{rx}}{N_T} = \frac{(E_s/T_s)}{N_0 \cdot B} = \frac{(E_b/T_b)}{N_0 \cdot B} \\ &= \left(\frac{E_b}{N_0}\right) \frac{1}{T_b \cdot B} = \left(\frac{E_b}{N_0}\right) \frac{R_b}{B} \end{aligned}$$

Així, podem dir que

$$\begin{aligned} P_{rx} &= \left(\frac{E_b}{N_0}\right) \frac{R_b}{B} \cdot N_T = \left(\frac{E_b}{N_0}\right) \frac{R_b}{B} \cdot K \cdot T \cdot B \\ &= \left(\frac{E_b}{N_0}\right) R_b \cdot K \cdot T \end{aligned}$$

Solució Problema 2

Habitualment les potències s'expressen en dBm. Per tant,

$$\begin{aligned}P_{rx(dB)} &= \left(\frac{E_b}{N_0} \right)_{(dB)} + 10 \cdot \log(R_b \cdot K \cdot T) \\&= 8,4 + 10 \cdot \log(2,4 \cdot 10^3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 290) \\&= -161,77dB\end{aligned}$$

i en dBm,

$$P_{rx(dBm)} = -161,77 + 30 = -131,77dBm$$

Problema 3

L'espectre d'un canal es troba entre 3 i 4 MHz. Tenim una $SNR = 24$ dB. Suposant que podem arribar al límit teòric, quants nivells de senyalització necessitarem?

Quines dades tenim?

- B : Ample de banda d'1 MHz (4 MHz - 1 MHz)
- SNR : Relació senyal-soroll de 24 dB

Quines dades ens demanen?

- N : Número de nivells (o símbols), també anomenat ordre de la modulació

Solució Problema 3

La capacitat del canal, formulada per Shannon, ens permet saber quina és la màxima velocitat de transmissió que podem assolir.

$$R_b \approx B \cdot \log_2 (1 + SNR)$$

Alhora, la llei de Hartley ens relaciona la velocitat de transmissió i l'ample de banda,

$$R_b \approx 2 \cdot B \cdot \log_2 (N)$$

Podem igualar les dues expressions

$$B \cdot \log_2 (1 + SNR) = 2 \cdot B \cdot \log_2 (N)$$

Solució Problema 3

i arreglant l'expressió

$$\log_2 (1 + SNR) = \log_2 (N^2)$$

$$N = \sqrt{1 + SNR}$$

Substituïm els valors,

$$\begin{aligned} N &= \sqrt{1 + 10^{2,4}} \\ &\approx 16 \end{aligned}$$

Podem tenir una modulació d'ordre $N=16$ (4 bits per símbol).