

Parte 1

$$1- P(Zb=N | Mg=N, Vn=N) = 0,99 = \boxed{99\%}$$

$$2- P(Mg=S, Hp=S, Zb=S, Vn=S, Tp=S)$$

$$= P(Mg=S) \cdot P(Hp=S | Mg=S) \cdot P(Zb=S | Mg=S, Vn=S) \cdot P(Vn=S) \cdot P(Tp=S | Vn=S)$$

$$= 0,1 \cdot 0,8 \cdot 0,6 \cdot 0,2 \cdot 0,3$$

$$= 0,00288$$

$$= \boxed{0,288\%}$$

$$3- P(Zb=S)$$

$$= P(Zb=S | Mg=S, Vn=S) \cdot P(Mg=S) \cdot P(Vn=S) + P(Zb=S | Mg=N, Vn=S) \cdot P(Mg=N) \cdot P(Vn=S) +$$

$$P(Zb=S | Mg=S, Vn=N) \cdot P(Mg=S) \cdot P(Vn=N) + P(Zb=S | Mg=N, Vn=N) \cdot P(Mg=N) \cdot P(Vn=N)$$

$$= 0,6 \cdot 0,1 \cdot 0,2 + 0,4 \cdot 0,9 \cdot 0,2 + 0,5 \cdot 0,1 \cdot 0,8 + 0,01 \cdot 0,9 \cdot 0,8$$

$$= 0,012 + 0,072 + 0,04 + 0,0072$$

$$= 0,1312$$

$$= \boxed{13,12\%}$$

$$4- P(Zb=S | Vn=S) = \frac{P(Vn=S | Zb=S) \cdot P(Zb=S)}{P(Vn=S)} = \frac{P(Zb=S, Vn=S, Mg=S) + P(Zb=S, Vn=S, Mg=N)}{P(Vn=S)}$$

$$= \frac{P(Zb=S | Vn=S, Mg=S) \cdot P(Vn=S) \cdot P(Mg=S) + P(Zb=S | Vn=S, Mg=N) \cdot P(Vn=S) \cdot P(Mg=N)}{0,2} = \frac{0,012 + 0,072}{0,2} = \frac{0,084}{0,2} = 0,42$$

$$= \boxed{42\%}$$

$$5 - P(H_p = S | Z_b = S)$$

$$\frac{P(Z_b = S | H_p = S) \cdot P(H_p = S)}{P(Z_b = S)} = \frac{P(Z_b = S, H_p = S, M_g = S) + P(Z_b = S, H_p = S, M_g = N)}{P(Z_b = S)}$$

$$= \frac{P(Z_b = S | M_g = S) \cdot P(M_g = S) \cdot P(H_p = S | M_g = S) + P(Z_b = S | M_g = N) \cdot P(M_g = N) \cdot P(H_p = S | M_g = N)}{0,1312}$$

$$= \frac{\overbrace{P(Z_b = S | M_g = S) \cdot P(M_g = S)}^a \cdot 0,8 + \overbrace{P(Z_b = S | M_g = N) \cdot P(M_g = N)}^b \cdot 0,7}{0,1312}$$

$$\begin{aligned} a) P(Z_b = S | M_g = S) \cdot P(M_g = S) &\Rightarrow P(Z_b = S, M_g = S, V_n = S) + P(Z_b = S, M_g = S, V_n = N) \\ &= P(Z_b = S | M_g = S, V_n = S) \cdot P(M_g = S) \cdot P(V_n = S) + P(Z_b = S | M_g = S, V_n = N) \cdot P(M_g = S) \cdot P(V_n = N) \\ &= 0,6 \cdot 0,1 \cdot 0,2 + 0,5 \cdot 0,1 \cdot 0,8 \\ &= 0,012 + 0,04 \\ &= 0,052 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) P(Z_b = S | M_g = N) \cdot P(M_g = N) &\Rightarrow P(Z_b = S, M_g = N, V_n = S) + P(Z_b = S, M_g = N, V_n = N) \\ &= P(Z_b = S | M_g = N, V_n = S) \cdot P(M_g = N) \cdot P(V_n = S) + P(Z_b = S | M_g = N, V_n = N) \cdot P(M_g = N) \cdot P(V_n = N) \\ &= 0,4 \cdot 0,9 \cdot 0,2 + 0,01 \cdot 0,9 \cdot 0,8 \\ &= 0,072 + 0,0072 \\ &= 0,0792 \end{aligned}$$

$$= \frac{0,052 \cdot 0,8}{0,1312} + \frac{0,0792 \cdot 0,7}{0,1312} = \frac{0,0416 + 0,05544}{0,1312} = \frac{0,09704}{0,1312} = 0,739634 \approx \boxed{73,96\%}$$

$$6 - P(Zb=S | Hp=S)$$

$$= \frac{P(Hp=S | Zb=S) \cdot P(Zb=S)}{P(Hp=S)}$$

$$= \frac{[P(Hp=S, Zb=S, Mg=S, Vn=S) + P(Hp=S, Zb=S, Mg=S, Vn=N) + P(Hp=S, Zb=S, Mg=N, Vn=S) + P(Hp=S, Zb=S, Mg=N, Vn=N)]}{P(Hp=S)}$$

$$= \frac{[P(Mg=S) \cdot P(Vn=S) \cdot P(Hp=S | Mg=S) \cdot P(Zb=S | Mg=S, Vn=S) + P(Mg=S) \cdot P(Vn=N) \cdot P(Hp=S | Mg=S) \cdot P(Zb=S | Mg=S, Vn=N) + P(Mg=N) \cdot P(Vn=S) \cdot P(Hp=S | Mg=N) \cdot P(Zb=S | Mg=N, Vn=S) + P(Mg=N) \cdot P(Vn=N) \cdot P(Hp=S | Mg=N) \cdot P(Zb=S | Mg=N, Vn=N)]}{P(Hp=S)}$$

$$= \frac{(0,1 \cdot 0,2 \cdot 0,8 \cdot 0,6 + 0,1 \cdot 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,5 + 0,9 \cdot 0,2 \cdot 0,7 \cdot 0,4 + 0,9 \cdot 0,8 \cdot 0,7 \cdot 0,01)}{P(Hp=S)}$$

$$= \frac{(0,0096 + 0,032 + 0,0504 + 0,00504)}{(P(Hp=S | Mg=S) \cdot P(Mg=S) + P(Hp=S | Mg=N) \cdot P(Mg=N))}$$

$$= 0,09704 / (0,8 \cdot 0,1 + 0,7 \cdot 0,9)$$

$$= 0,09704 / (0,08 + 0,63)$$

$$= 0,09704 / 0,71$$

$$= 0,13667$$

$$\cong \boxed{13,67\%}$$

$$7- P(Z_b = S \mid H_p = S, T_p = S)$$

$$= \frac{P(H_p = S, T_p = S \mid Z_b = S) \cdot P(Z_b = S)}{P(H_p = S, T_p = S)}$$

$$= \frac{P(H_p = S, T_p = S \mid Z_b = S) \cdot P(Z_b = S)}{P(H_p = S, T_p = S)}$$

$$= \frac{(P(Z_b = S, H_p = S, T_p = S, M_g = S, V_n = S) + P(Z_b = S, H_p = S, T_p = S, M_g = S, V_n = N) + P(Z_b = S, H_p = S, T_p = S, M_g = N, V_n = S) + P(Z_b = S, H_p = S, T_p = S, M_g = N, V_n = N))}{P(H_p = S, T_p = S)}$$

$$= \frac{(P(M_g = S) \cdot P(V_n = S) \cdot P(H_p = S \mid M_g = S) \cdot P(Z_b = S \mid M_g = S, V_n = S) \cdot P(T_p = S \mid V_n = S) + P(M_g = S) \cdot P(V_n = N) \cdot P(H_p = S \mid M_g = S) \cdot P(Z_b = S \mid M_g = S, V_n = N) \cdot P(T_p = S \mid V_n = N) + P(M_g = N) \cdot P(V_n = S) \cdot P(H_p = S \mid M_g = N) \cdot P(Z_b = S \mid M_g = N, V_n = S) \cdot P(T_p = S \mid V_n = S) + P(M_g = N) \cdot P(V_n = N) \cdot P(H_p = S \mid M_g = N) \cdot P(Z_b = S \mid M_g = N, V_n = N) \cdot P(T_p = S \mid V_n = N))}{P(H_p = S, T_p = S)}$$

$$= \frac{(0,1 \cdot 0,2 \cdot 0,8 \cdot 0,6 \cdot 0,3 + 0,1 \cdot 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,5 \cdot 0,1 + 0,9 \cdot 0,2 \cdot 0,7 \cdot 0,4 \cdot 0,3 + 0,9 \cdot 0,8 \cdot 0,7 \cdot 0,01 \cdot 0,1)}{P(H_p = S, T_p = S)}$$

$$= \frac{(0,00288 + 0,0032 + 0,01512 + 0,000504)}{P(H_p = S) \cdot P(T_p = S)}$$

$$= \frac{(0,021704)}{(P(H_p = S \mid M_g = S) \cdot P(M_g = S) + P(H_p = S \mid M_g = N) \cdot P(M_g = N)) \cdot (P(T_p = S \mid V_n = S) \cdot P(V_n = S) + P(T_p = S \mid V_n = N) \cdot P(V_n = N))}$$

$$= 0,021704 / ((0,8 \cdot 0,1 + 0,7 \cdot 0,9) \cdot (0,3 \cdot 0,2 + 0,1 \cdot 0,8))$$

$$= 0,021704 / (0,71 \cdot 0,14)$$

$$= 0,021704 / 0,0994$$

$$= 0,218350101$$

$$\approx \boxed{21,84\%}$$

2. Foram identificados 5 variáveis aleatórias e seus domínios:

- A: variável que representa o nível de ensino do aluno, com três estados possíveis: Fundamental, Secundário e Universitário;
- C: variável que representa se o aluno cola, com dois estados possíveis: sim ou não;
- V: variável que representa se o aluno já viu colegas colando, com dois estados possíveis: sim ou não;
- E: variável que representa se o aluno estuda para as provas, com dois estados possíveis: sim ou não;
- S: variável que representa se o aluno se sente prejudicado com a nota, com dois estados possíveis: sim ou não.

→ Topologia de rede:

- A tem influência direta sobre E, C e V;
- E e C têm influência direta sobre S.

→ Rede modelada e tabelas de probabilidade condicional:

$$P(E|A)$$

	Sim - E_s	Não - E_n
A_1	0	1
A_2	0,5	0,5
A_u	0,5	0,5

$$P(A)$$

Fundamental - A_1	Secundário - A_2	Universitário - A_u
0,6	0,3	0,1

$$P(V|A)$$

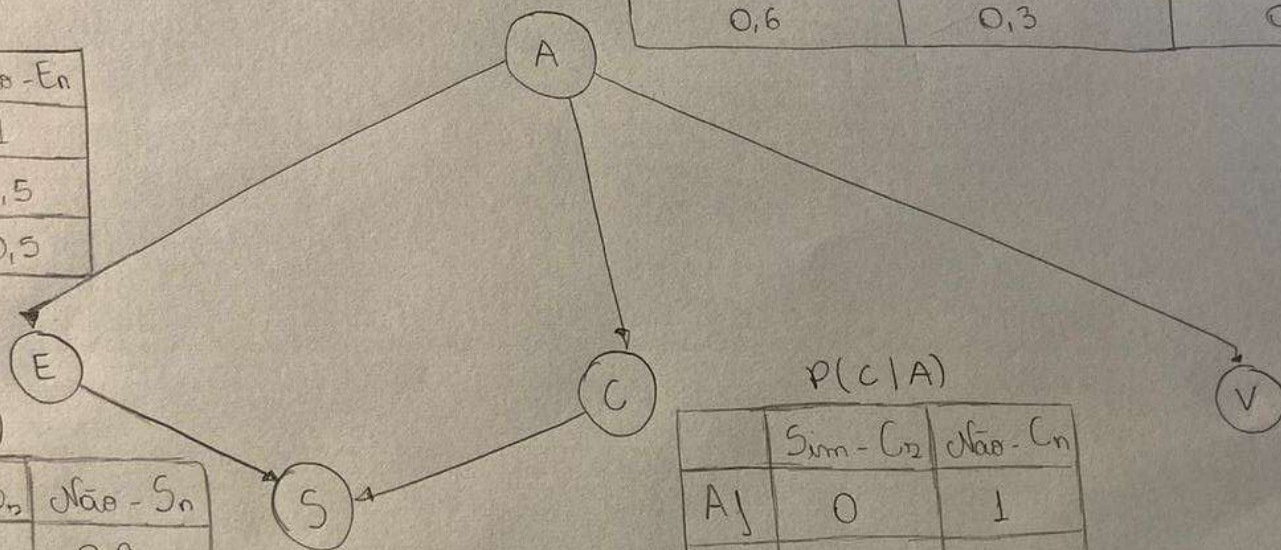
	Sim - V_s	Não - V_n
A_1	0,1	0,9
A_2	1	0
A_u	0,8	0,2

$$P(C|A)$$

	Sim - C_s	Não - C_n
A_1	0	1
A_2	0,8	0,2
A_u	0,6	0,4

$$P(S|E, C)$$

		Sim - S_s	Não - S_n
E_s	C_s	0,1	0,9
E_s	C_n	0,01	0,99
E_n	C_s	0	1
E_n	C_n	0	1



2.2) Calcule a probabilidade de um aluno color

$$P(C_2) = P(C_2|A_1) \cdot P(A_1) + P(C_2|A_2) \cdot P(A_2) + P(C_2|A_3) \cdot P(A_3)$$

$$P(C_2) = 0 \cdot 0,6 + 0,8 \cdot 0,3 + 0,6 \cdot 0,1$$

$$P(C_2) = 0,3$$

2.3) Calcule a probabilidade de um aluno frequentar o ensino Secundário dado que ele viu algum colega colorido e que se sentiu penalizado na nota.

$$P(A_2 | V_2, S_2) = \frac{P(V_2, S_2 | A_2) \cdot P(A_2)}{P(V_2, S_2)}$$

$$\left(P(A_2, V_2, S_2, E_v, C_v) + P(A_2, V_2, S_2, E_v, C_n) + P(A_2, V_2, S_2, E_n, C_v) + P(A_2, V_2, S_2, E_n, C_n) \right) / P(V_2, S_2) =$$

$$= \left(P(A_2) \cdot P(E_v|A_2) \cdot P(V_2|A_2) + P(S_v|E_v, C_v) + P(C_v|A_2) + \right.$$

$$P(A_2) \cdot P(V_2|A_2) \cdot P(S_v|E_v, C_n) + P(E_v|A_2) + P(C_n|A_2) +$$

$$P(A_2) \cdot P(V_2|A_2) \cdot P(S_v|E_n, C_v) + P(E_n|A_2) + P(C_v|A_2) +$$

$$P(A_2) \cdot P(V_2|A_2) \cdot P(S_v|E_n, C_n) + P(E_n|A_2) + P(C_n|A_2) \left. \right) / P(V_2, S_2) =$$

$$= (0,3 \cdot 0,5 \cdot 1 \cdot 0,1 \cdot 0,8) + (0,3 \cdot 1 \cdot 0,01 \cdot 0,5 \cdot 0,2) + (0,3 \cdot 1 \cdot 0 \cdot 0,5 \cdot 0,8) + (0,3 \cdot 1 \cdot 0 \cdot 0,5 \cdot 0,2)$$

$$= 0,0123 / (P(V_2, S_2))$$

$$P(V_D, S_D) = \underbrace{P(V_D, S_D | A_D) \cdot P(A_D)}_{0,0123} + P(V_D, S_D | A_J) \cdot P(A_J) + P(V_D, S_D | A_U) \cdot P(A_U)$$

$$\begin{aligned} P(V_D, S_D | A_J) \cdot P(A_J) &= P(A_J) \cdot P(V_D | A_J) + P(S_D | E_D, C_D) + P(E_D | A_J) + P(C_D | A_J) \\ &P(A_J) \cdot P(V_D | A_J) + P(S_D | E_D, C_D) + P(E_D | A_J) + P(C_D | A_J) \\ &P(A_J) \cdot P(V_D | A_J) + P(S_D | E_D, C_D) + P(E_D | A_J) + P(C_D | A_J) \\ &P(A_J) \cdot P(V_D | A_J) + P(S_D | E_D, C_D) + P(E_D | A_J) + P(C_D | A_J) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 0,6 \cdot 0,1 \cdot \underline{0,1} \cdot 0 \cdot 0 + 0,6 \cdot 0,1 \cdot \underline{0,01} \cdot 0 \cdot 1 + 0,6 \cdot 0,1 \cdot \underline{0} \cdot 1 \cdot 0 + 0,6 \cdot 0,1 \cdot \underline{0} \cdot 1 \cdot 1 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(V_D, S_D | A_U) \cdot P(A_U) &= P(A_U) \cdot P(V_D | A_U) \cdot P(S_D | E_D, C_D) + P(E_D | A_U) + P(C_D | A_U) \\ &P(A_U) \cdot P(V_D | A_U) \cdot P(S_D | E_D, C_D) + P(E_D | A_U) + P(C_D | A_U) \\ &P(A_U) \cdot P(V_D | A_U) \cdot P(S_D | E_D, C_D) + P(E_D | A_U) + P(C_D | A_U) \\ &P(A_U) \cdot P(V_D | A_U) \cdot P(S_D | E_D, C_D) + P(E_D | A_U) + P(C_D | A_U) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= (0,1 \cdot 0,8 \cdot 0,1 \cdot 0,5 \cdot 0,6) + (0,1 \cdot 0,8 \cdot 0,01 \cdot 0,5 \cdot 0,4) + (0,1 \cdot 0,8 \cdot 0 \cdot 0,5 \cdot 0,6) + (0,1 \cdot 0,8 \cdot 0 \cdot 0,5 \cdot 0,4) \\ &= 0,0024 + 0,00016 \\ &= 0,00256 \end{aligned}$$

$$P(V_D, S_D) = 0,0123 + 0 + 0,00256 = 0,01486$$

Então: $\frac{P(V_D, S_D | A_D) \cdot P(A_D)}{P(V_D, S_D)} = \frac{0,0123}{0,01486} = 0,827725 = 82,77\%$