# Mini Projeto 2

Universidade de Aveiro

Mariana Pinto, Raquel Pinto



# Mini Projeto 2

Modelação e Desempenho de Redes e Serviços Departamento de Eletrónica, Telecomunicações e Informática Universidade de Aveiro

Mariana Pinto, Raquel Pinto (84792) mariana17@ua.pt, (92948) raq.milh@ua.pt

Data de Entrega: 2 Fevereiro 2022

# Conteúdo

As	ssign	iment	1
1	Tas	k 1	2
	1.a	Task 1.a - Enunciado	2
		1.a.1 Código	2
		1.a.2 Resultados e Conclusões	4
	1.b	Task 1.b - Enunciado	5
	1.0	1.b.1 Código	5
		1.b.2 Resultados e Conclusões	8
	1.c		10
	1.0		10
			14
	1.d		16
	1.u		16
			$\frac{10}{22}$
	1 -		$\frac{22}{23}$
	1.e		
		8	23
		1.e.2 Resultados e Conclusões	32
2	Tas	k 2	35
_	2.a		35
	2.0		35
			$\frac{39}{39}$
	2.b		41
	2.0		41
		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	$\frac{41}{46}$
	2.c		$40 \\ 49$
	2.0		
		9	$\frac{49}{56}$
	0 1		
	2.d		58
			58
		2.d.2 Resultados e Conclusões	70
3	Tas	1. 9	<b>7</b> 3
3			
	3.a		73
			73
	0.1		75 75
	3.b		76
		9	76
			78
	3.c		78
			78
			81
	$^{3}$ d	Task 3 d - Enunciado	21

	3.e	3.d.2 Task 3	Código	 	 							 			84 84
4	Tas	k 4													86
	4.a	Task 4	4.a - Enunciado	 	 										86
			Código												
		4.a.2	Resultados e Conclusões	 	 										89
5	Cor	ntribui	ções dos autores												90

# Assignment

Consider the MPLS (Multi-Protocol Label Switching) network of an ISP (Internet Service Provider) with the following topology composed by 10 nodes and 16 links and defined over a rectangle with 600 Km by 400 Km:

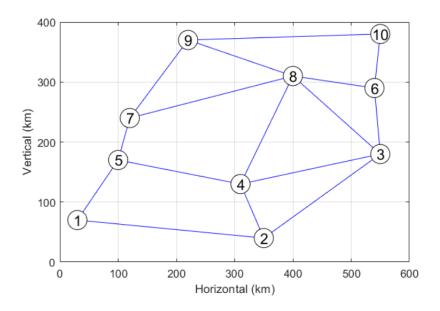


Figura 1: MPSL Network

The length of all links is provided by the square matrix L. The capacity of all links is 10 Gbps in each direction. Consider a unicast service defined with the following 9 flows (throughput values b t and b t in Gbps):

t	$O_t$	$d_t$	$b_t$	$\underline{b}_t$
1	1	3	1.0	1.0
2	1	4	0.7	0.5
3	2	7	2.4	1.5
4	3	4	2.4	2.1
5	4	9	1.0	2.2
6	5	6	1.2	1.5
7	5	8	2.1	2.2
8	5	9	1.6	1.9
9	6	10	1.4	1.6

# Capítulo 1

# Task 1

In this task, the aim is to compute a symmetrical single path routing solution to support the unicast service which minimizes the resulting worst link load.

### 1.a Task 1.a - Enunciado

With a k-shortest path algorithm (using the lengths of the links), compute the number of different routing paths provided by the network to each traffic flow. What do you conclude?

# 1.a.1 Código

Neste exercício, foi pedido para calcular o número de diferentes caminhos de encaminhamento fornecidos pela rede de cada fluxo de tráfego, usando um algoritmo de caminho mais curto.

Para isso calculou-se as distâncias entre os nós, a capacidade de cada link (10 Gbps para todos os links) e o tamanho de cada link. Através da função *calculatePaths* calculou-se o caminho mais curto para cada link, ficando com duas variáveis (sP que armazena os caminhos e nSp que armazena os custos dos caminhos sP).

Com estas variáveis calculou-se o tráfego de cada link usando a função *calculateLinkLoads*. O número de diferentes caminhos de encaminhamento fornecidos pela rede de cada fluxo de tráfego é dado pelo máximo do tráfego de cada link.

```
fprintf("Task 1 - Alinea A\n");
2
   Nodes = [30 70]
             350 40
3
             550 180
             310 130
             100 170
             540 290
             120 240
             400 310
             220 370
10
             550 380];
11
   Links = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}
               1 5
13
               2 3
14
               2 4
15
               3 4
16
               3 6
17
               3 8
18
```

```
4 5
19
            4 8
20
            5 7
21
            6 8
            6 10
23
            7 8
24
            7 9
25
            8
              9
26
            9
              10];
27
   T = [1]
           3
              1.0 1.0
28
           4
              0.7 - 0.5
       1
29
       2
           7
              2.4 1.5
30
       3
           4
              2.4 \ 2.1
31
       4
           9
              1.0 2.2
32
       5
           6
              1.2 \ 1.5
       5
              2.1
                   2.5
           8
34
       5
          9
              1.6 1.9
35
       6 10
              1.4 1.6];
36
   nNodes= 10;
37
   nLinks= size(Links,1);
38
   nFlows = size(T,1);
39
   B= 625; %Average packet size in Bytes
   co= Nodes(:,1)+j*Nodes(:,2);
   L= inf(nNodes);
                        %Square matrix with arc lengths (in Km)
42
   for i=1:nNodes
43
       L(i, i) = 0;
44
45
   end
   C= zeros (nNodes);
                        %Square matrix with arc capacities (in Gbps)
46
   for i=1:nLinks
47
       C(Links(i,1),Links(i,2)) = 10;
                                          %Gbps
       C(Links(i,2), Links(i,1)) = 10;
                                          %Gbps
49
       d= abs(co(Links(i,1))-co(Links(i,2)));
50
       L(Links(i,1),Links(i,2)) = d+5; %Km
51
       L(Links(i,2),Links(i,1)) = d+5; %Km
52
   end
53
  L= round(L); %Km
54
  % Compute up to 100 paths for each flow:
55
   n = 100;
56
   [sP \ nSP] = calculatePaths(L,T,n);
57
   for i = 1:nFlows
58
       aux = size(sP\{i\});
59
       tmp = aux(:,2);
       for j=1:numel(tmp)
61
            fprintf ('Fluxo %d -> Number of different routing paths: %d\n',i,
62
                tmp(j));
       end
   end
64
```

#### 1.a.2 Resultados e Conclusões

Sabe-se que o número de diferentes caminhos de encaminhamento fornecidos pela rede de cada fluxo de tráfego é dado pelo máximo do tráfego de cada link.

Observando a Figura 1.1 sabe-se que o fluxo 1 (origem = 1, destino = 3) assim como o fluxo 2 (origem = 1 destino = 4) conseguem ter 32 caminhos de encaminhamento diferentes, ou seja, ter 32 de tráfego. O fluxo 3 (origem = 2, destino = 7) consegue ter 38 de tráfego. O fluxo 4 (origem = 3, destino = 4) consegue ter 24 de tráfego. O fluxo 5 (origem = 4, destino = 9) consegue ter 36 de tráfego. O fluxo 6 (origem = 5, destino = 6) consegue ter 37 de tráfego. O fluxo 7 (origem = 5, destino = 8) consegue ter 25 de tráfego. O fluxo 8 (origem = 5, destino = 9) consegue ter 41 de tráfego e o fluxo 9 (origem = 6, destino = 10) consegue ter 28 de tráfego.

Também se pode observar que o fluxo 3 é o que tem maior tráfego, ou seja, tem mais caminhos de encaminhamento diferentes quando comparado com os outros fluxos. Isto significa que o fluxo 3 suporta mais tráfego que os outros fluxos.

```
Task 1 - Alinea A

Fluxo 1 -> Number of different routing paths: 32

Fluxo 2 -> Number of different routing paths: 32

Fluxo 3 -> Number of different routing paths: 38

Fluxo 4 -> Number of different routing paths: 24

Fluxo 5 -> Number of different routing paths: 36

Fluxo 6 -> Number of different routing paths: 37

Fluxo 7 -> Number of different routing paths: 37

Fluxo 8 -> Number of different routing paths: 25

Fluxo 8 -> Number of different routing paths: 41

Fluxo 9 -> Number of different routing paths: 28
```

Figura 1.1: Número de caminhos de encaminhamento fornecidos pela rede de cada fluxo de tráfego.

#### 1.b Task 1.b - Enunciado

Run a random algorith during 10 seconds in three cases: (i) using all possible routing paths, (ii) using the 1 shortest routing paths and (iii) using the 5 shortest routing paths. For each case, register the worst link load value of the best solution, the number of solutions generated by the algorithm and the average quality of all solutions. On a single figure, plot for the three cases the worst link load values of all solutions in an increasing order. Take conclusions on the influence of the number of routing paths in the efficiency of the random algorithm.

### 1.b.1 Código

Foi pedido para se executar um algoritmo random durante 10 segundos para 3 casos:

- (1) Utilizando todas as rotas possíveis;
- (2) Utilizando as 10 rotas mais curtas;
- (3) Utilizando as 5 rotas mais curtas.

Para cada caso tem que se registar o pior valor de carga de ligação da melhor solução, o número de soluções geradas pelo algoritmo e a qualidade média de todas as soluções.

Para o primeiro caso, tal como no exercício anterior, calculou-se as distâncias entre os nós, a capacidade de cada link (10 Gbps para todos os links) e o tamanho de cada link. Através da função *calculatePaths* calculou-se o caminho mais curto para cada link, ficando com duas variáveis (sP que armazena os caminhos e nSp que armazena os custos dos caminhos sP).

Com estas variáveis usou-se o algoritmo de otimização random (dura 10 segundos) onde após selecionar um custo random para cada fluxo, calcula-se o tráfego do link com igual custo ao atribuido anteriomente através da função calculateLinkLoads. A seguir selecionou-se o maior tráfego calculado para se adicionar à matriz allValues. Assim através de um if simples, conseguiu-se saber qual é o caminho com menor tráfego, ou seja, melhor para enviar pacotes.

Para o segundo caso foi pedido para se usar o mesmo algoritmo do primeiro caso, mas agora utilizando apenas as 10 rotas mais curtas. Isto faz-se limitando-se a seleção do custo random para cada fluxo aos primeiros 10 percursos. Para isso viu-se quais caminhos tinham os 10 menores custos no nSp. É importante referir que se quer os caminhos com 10 menores custos, mas se se tiver menos que 10 caminhos, então quer-se os caminhos todos. O resto do programa é igual ao primeiro caso.

Para o terceiro caso foi pedido para se usar o mesmo algoritmo do primeiro caso, mas agora utilizando apenas as 5 rotas mais curtas. Isto faz-se limitando-se a seleção do custo random para cada fluxo aos primeiros 5 percursos. Para isso viu-se quais caminhos tinham os 5 menores custos no nSp. É importante referir que se quer os caminhos com 5 menores custos, mas se se tiver menos que 5 caminhos, então quer-se os caminhos todos, tal como no caso anterior.

```
120 240
12
           400 310
13
           220 \ 370
14
           550 380];
16
   Links= [1 2
17
            1 5
            2 3
19
            2 4
20
            3 4
21
            3 6
22
            3 8
23
            4 5
24
            4 8
25
            5 7
26
            6 8
27
            6 10
28
            7
               8
29
            7 9
30
            8 9
31
            9 10];
32
33
   T=[1]
           3
               1.0 1.0
34
        1
           4
               0.7
                   0.5
35
        2
           7
               2.4
                   1.5
36
        3
           4
               2.4
                   2.1
37
        4
           9
               1.0 2.2
        5
           6
               1.2 \ 1.5
39
        5
           8
               2.1
                   2.5
40
        5
           9
               1.6 1.9
41
        6 10
               1.4 \ 1.6;
42
43
   nNodes= 10;
44
45
   nLinks= size(Links,1);
46
   nFlows = size(T,1);
47
48
  B= 625; %Average packet size in Bytes
49
50
   co= Nodes(:,1)+j*Nodes(:,2); %calculo para a distancia de cada no
51
52
                         %Square matrix with arc lengths (in Km)
  L= inf(nNodes);
   for i=1:nNodes
54
       L(i,i) = 0;
55
56
  C= zeros(nNodes);
                         %Square matrix with arc capacities (in Gbps)
57
   for i=1:nLinks
58
       C(Links(i,1), Links(i,2)) = 10;
59
       C(Links(i,2), Links(i,1)) = 10;
                                            %Gbps
60
        d = abs(co(Links(i,1))-co(Links(i,2)));
61
       L(Links(i,1),Links(i,2)) = d+5; %Km
62
       L(Links(i,2),Links(i,1)) = d+5; %Km
63
   end
64
   L= round(L); %Km
65
66
```

```
% Compute up to 100 paths for each flow:
68
   [sP \ nSP] = calculatePaths(L,T,n);
69
   %Optimization algorithm resorting to the random strategy:
71
   fprintf('\nSolution random with all possible routing paths\n');
72
   t = tic;
   bestLoad= inf;
   sol = zeros(1, nFlows);
75
   allValues= [];
76
   while toc(t)<10
        for i = 1:nFlows
            sol(i)= randi(nSP(i)); %selecionar um custo random para cada fluxo
79
        end
80
       %trafego do link com o custo selecionado
        Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
82
       %seleciona o que tem maior trafego
83
        load = max(max(Loads(:,3:4)));
84
        allValues [ allValues load ];
85
       %ver qual o caminho com o menor trafego
86
        if load < best Load
87
            bestSol= sol;
            bestLoad= load;
        end
90
   end
91
   figure (1)
92
   grid on
   plot(sort(allValues));
94
   title ('Random Algorithm - Task 1.B')
95
   fprintf('Worst link load value of the best solution = \%.2f Gbps\n',
       bestLoad);
   fprintf('Number of solutions generated = %d \n', length(allValues));
98
   fprintf('Average quality of all solutions generated = \%.2f Gbps\n', mean(
       allValues));
100
   fprintf('\nSolution random with 10 shortest routing paths\n');
101
   t = tic;
102
   bestLoad= inf;
   sol = zeros(1, nFlows);
104
   allValues= [];
105
   while toc(t) < 10
        for i = 1:nFlows
107
            n = \min(10, nSP(i));
108
            sol(i) = randi(n);
109
        end
110
        Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
111
        load = max(max(Loads(:,3:4)));
112
        allValues [ allValues load ];
113
        if load < best Load
114
            bestSol= sol;
115
            bestLoad= load;
116
        end
   end
   hold on
```

```
grid on
120
   plot (sort (allValues));
121
122
   fprintf('Worst link load value of the best solution = \%.2f Gbps\n',
       bestLoad);
   fprintf('Number of solutions generated = %d \n', length(allValues));
124
   fprintf('Average quality of all solutions generated = \%.2f Gbps\n', mean(
       allValues));
126
127
   fprintf('\nSolution random with 5 shortest routing paths\n');
128
   t = tic;
129
   bestLoad= inf;
130
   sol = zeros(1, nFlows);
131
   allValues= [];
   while toc(t) < 10
133
        for i = 1:nFlows
134
            n = \min(5, nSP(i));
135
            sol(i) = randi(n);
136
        end
137
        Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
138
        load = max(max(Loads(:,3:4)));
139
        allValues [allValues load];
        if load < best Load
141
            bestSol= sol:
142
            bestLoad= load;
143
        end
   end
145
   hold on
146
   grid on
   plot (sort (allValues));
148
   legend ('Random with all possible', 'Random with 10 shortest', 'Random with 5
149
       shortest', Location="southeast");
   fprintf('Worst link load value of the best solution = %.2f Gbps\n',
       bestLoad);
   fprintf('Number of solutions generated = %d \n', length(allValues));
151
   fprintf('Average quality of all solutions generated = \%.2f Gbps\n', mean(
152
       allValues));
```

#### 1.b.2 Resultados e Conclusões

Perante este código pode-se esperar que ao utilizar número limitado das rotas mais curtas, se tenha melhores resultados com mais qualidade, pois mesmo se a rede for pequena, ao reduzir-se os caminhos curtos (shorted path) as soluções ficam melhores. O que acontece é retirar-se soluções, mas só se descarta as últimas soluções (soluções maiores), ficando assim com as melhores soluções que são também as primeiras (mais curtas). As boas soluções custumam estar sempre nos primeiros shorted path por isso ao reduzir está-se a selecionar as melhores soluções.

O nosso objetivo no caso 2 e 3 é gerar poucas soluções com resultados bons em vez de gerar muitas soluções e com resultados piores.

Tal como se pode ver na Figura 1.2, no primeiro caso (utilizando todas as rotas possíveis) obteve-se 4.90 Gbps como pior valor de carga de ligação da melhor solução enquanto que se obteve 4.40 Gbps e 4.00 Gbps para os casos 2 (utilizando as 10 rotas mais curtas) e 3 (utilizando as 5 rotas mais curtas), respetivamente. Pode-se ver também que existe melhor qualidade de soluções no caso 3 do que nos outros casos, sendo as piores soluções as do caso 1.

Foi gerado sempre maior número de soluções quanto menores forem os caminhos, com valores de

145688, 147649 e 147930 para o caso 1, 2 e 3, respetivamente. Isto acontece porque os caminhos são mais pequenos e assim o algoritmo demora menos tempo a calcular a solução, tendo o limite máximo de 10 segundos em todos os programas é de esperar que gere mais soluções para caminhos mais curtos do que para os maiores.

```
Task 1 - Alinea B

Solution random with all possible routing paths
Worst link load value of the best solution = 4.90 Gbps
Number of solutions generated = 145688
Average quality of all solutions generated = 10.32 Gbps

Solution random with 10 shortest routing paths
Worst link load value of the best solution = 4.40 Gbps
Number of solutions generated = 147649
Average quality of all solutions generated = 8.51 Gbps

Solution random with 5 shortest routing paths
Worst link load value of the best solution = 4.00 Gbps
Number of solutions generated = 147930
Average quality of all solutions generated = 7.74 Gbps
```

Figura 1.2: Resultados númericos para a alínea B nos diferentes casos.

Como se pode ver no Gráfico 1.3, tem-se melhores resultados se se reduzir o tamanho das soluções geradas (caso 2 e 3) quando comparado com o caso 1, pois ao limitar o número de rotas mais curtas, reduz-se os caminhos existentes a caminhos mais curtos o que faz com que se fique com as melhores soluções. Pode-se comprovar isto observando o Gráfico 1.3 consegue-se ver que as soluções finais são próximas de caso para caso.

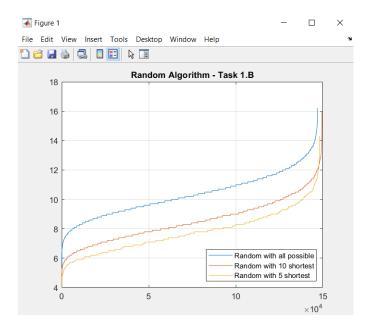


Figura 1.3: Resultados gráficos para a alínea B nos diferentes casos.

A diferença computancionalmente do caso 1 para os casos 2 e 3 é praticamente nula (visto que só se diminui-o o número de rotas a utilizar), mas existe uma melhoria significativa dos casos 2 e 3 quando comparados com o caso 1.

### 1.c Task 1.c - Enunciado

Repeat experiment 1.b but now using a greedy randomized algorithm instead of the random algorithm. Take conclusions on the influence of the number of routing paths in the efficiency of the greedy randomized algorithm.

#### 1.c.1 Código

Neste exercício, foi pedido para se executar um algoritmo greedy randomized durante 10 segundos para 3 casos:

- (1) Utilizando todas as rotas possíveis;
- (2) Utilizando as 10 rotas mais curtas;
- (3) Utilizando as 5 rotas mais curtas.

Para cada caso tem que se registar o pior valor de carga de ligação da melhor solução, o número de soluções geradas pelo algoritmo e a qualidade média de todas as soluções.

Para o primeiro caso, tal como no exercício anterior, calculou-se as distâncias entre os nós, a capacidade de cada link (10 Gbps para todos os links) e o tamanho de cada link. Através da função *calculatePaths* calculou-se o caminho mais curto para cada link, ficando com duas variáveis (sP que armazena os caminhos e nSp que armazena os custos dos caminhos sP).

Com estas variáveis usou-se o algoritmo de otimização greedy randomized (com duração de 10 segundos) onde se criou um array (ax2) com números aleatórios de tamanho nFlows. Depois disto calculou-se o custo minimo para valores aleatórios dos fluxos. Calculou-se o tráfego de cada link através da função calculateLinkLoads. Viu-se qual era o máximo do tráfego que existe para se conseguir obter o caminho com menor tráfego (melhor para enviar pacotes) e o custo desse caminho. A seguir calculou-se o tráfego para o melhor custo como na solução do algoritmo random, ou seja, calculou-se o tráfego do link com o custo atribuido anteriomente através da função calculateLinkLoads. A seguir seleciona-se o maior tráfego calculado para se adicionar à matriz allValues. Assim através de um if simples, consegue-se saber qual é o caminho com menor tráfego, ou seja, melhor para enviar pacotes.

Para o segundo caso foi pedido para se usar o mesmo algoritmo do primeiro caso, mas agora utilizando apenas as 10 rotas mais curtas. Isto faz-se limitando-se a seleção do custo random para cada fluxo aos primeiros 10 percursos. Para isso viu-se quais caminhos tinham os 10 menores custos no array nSp. É importante referir que tal como no exercício anterior, que se quer os caminhos com 10 menores custos, mas se se tiver menos que 10 caminhos, então seleciona-se os caminhos todos. O resto do programa é igual ao primeiro caso.

Para o terceiro caso foi pedido para se usar o mesmo algoritmo do primeiro caso, mas agora utilizando apenas as 5 rotas mais curtas. Isto faz-se limitando-se a seleção do custo random para cada fluxo aos primeiros 5 percursos. Para isso viu-se quais caminhos tinham os 5 menores custos no nSp. É importante referir que se quer os caminhos com 5 menores custos, mas se se tiver menos que 5 caminhos, então seleciona-se os caminhos todos, tal como no caso anterior. O resto do programa é igual ao primeiro caso.

```
540 290
10
           120 240
11
           400 \ 310
12
           220 \ 370
           550 380];
14
15
   Links= [1 2
16
             1 5
17
             2
               3
18
             2 4
19
             3 4
20
             3 6
21
             3 8
22
            4 5
23
             4 8
24
             5
               7
25
             6 8
26
             6 10
27
             7 8
28
             7 9
29
             8 9
30
             9 10];
31
32
   T=[1]
           3
               1.0 1.0
33
        1
           4
               0.7
                    0.5
34
        2
           7
               2.4 1.5
35
        3
           4
               2.4 2.1
36
           9
        4
               1.0 2.2
37
        5
           6
               1.2 1.5
38
        5
           8
               2.1
                    2.5
39
           9
               1.6 1.9
        5
40
        6
          10
               1.4 \ 1.6;
41
42
   nNodes = 10;
43
44
   nLinks= size (Links, 1);
45
   nFlows = size(T,1);
46
   B= 625; %Average packet size in Bytes
48
49
   co= Nodes(:,1)+j*Nodes(:,2);
50
51
                         %Square matrix with arc lengths (in Km)
   L= inf(nNodes);
52
   for i=1:nNodes
53
       L(i,i) = 0;
54
55
                         %Square matrix with arc capacities (in Gbps)
   C= zeros (nNodes);
56
   for i=1:nLinks
57
       C(Links(i,1),Links(i,2))=10;
58
       C(Links(i,2), Links(i,1)) = 10;
59
        d = abs(co(Links(i,1))-co(Links(i,2)));
60
       L(Links(i,1),Links(i,2)) = d+5; %Km
61
       L(Links(i,2),Links(i,1)) = d+5; %Km
62
   end
63
   L= round(L); %Mm
```

```
65
   % Compute up to 100 paths for each flow:
66
   n = 100;
67
   [sP \ nSP] = calculatePaths(L,T,n);
69
   fprintf('\nSolution greedy ramdomized using all possible routing paths\n');
70
   %Optimization algorithm resorting to the greedy randomized strategy:
   t = tic;
   bestLoad= inf;
73
   sol = zeros(1, nFlows);
74
   allValues= [];
   while toc(t) < 10
76
        ax2 = randperm(nFlows);
77
        sol = zeros(1, nFlows);
        for i = ax2
            k \text{ best} = 0;
80
            best = inf;
81
            %calculo do custo minimo para os valores aleatorios do fluxo
82
            for k = 1:nSP(i)
83
                 sol(i) = k;
84
                 Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
85
                 load = max(max(Loads(:,3:4)));
86
                 if load < best
                     k \text{ best} = k;
88
                     best = load;
89
90
                 end
            end
            sol(i) = k best; %melhor custo para o fluxo i
92
93
        Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
        load = max(max(Loads(:,3:4)));
95
        allValues [allValues load];
96
        if load<br/>bestLoad
97
            bestSol = sol;
            bestLoad= load;
99
        end
100
   end
101
102
   hold on
103
   grid on
104
   plot (sort (allValues));
105
   title ('Greedy Randomized - Task 1.C')
   fprintf('Worst link load value of the best solution = \%.2f Gbps\n',
107
       bestLoad);
   fprintf('Number of solutions generated = %d \n', length(allValues));
   fprintf('Average quality of all solutions generated = %.2f Gbps\n', mean(
       allValues));
110
   fprintf('\nSolution greedy ramdomized using 10 shortest routing paths\n');
111
   t = tic;
   bestLoad= inf;
113
   sol = zeros(1, nFlows);
114
   allValues= [];
115
   while toc(t) < 10
116
        ax2 = randperm(nFlows);
117
```

```
sol = zeros(1, nFlows);
118
        for i = ax2
119
             k_best = 0;
120
             best = inf;
             n = min(10, nSP(i)); % correr so 10 vezes, 10 primeiros
122
             for k = 1:n
123
                 sol(i) = k;
                 Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
                 load = max(max(Loads(:,3:4)));
126
                  if load < best
127
                      k \text{ best} = k;
128
                      best = load;
129
                 end
130
             end
131
             sol(i) = k best;
        end
133
        Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
134
        load = max(max(Loads(:,3:4)));
135
        allValues [allValues load];
136
        if load < best Load
137
             bestSol= sol;
138
             bestLoad= load;
139
        end
   end
141
   hold on
142
   grid on
   plot (sort (allValues));
   fprintf('Worst link load value of the best solution = \%.2f Gbps\n',
145
       bestLoad);
   fprintf('Number of solutions generated = %d \n', length(allValues));
146
   fprintf('Average quality of all solutions generated = %.2f Gbps\n', mean(
147
       allValues));
148
149
   fprintf('\nSolution greedy randomized using 5 shortest routing paths\n');
150
   t= tic;
151
   bestLoad= inf;
152
   sol = zeros(1, nFlows);
   allValues= [];
154
   while toc(t) < 10
155
        ax2 = randperm(nFlows);
156
        sol = zeros(1, nFlows);
157
        for i = ax2
158
             k \text{ best} = 0;
159
             best = inf;
             n = min(5, nSP(i)); %correr so 5 vezes, 5 primeiros
             for k = 1:n
162
                 sol(i) = k;
163
                 Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
164
                 load = max(max(Loads(:,3:4)));
165
                  if load < best
166
                      k \text{ best} = k;
167
                      best = load;
                 end
             end
170
```

```
sol(i) = k best;
171
        end
172
        Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
173
        load = max(max(Loads(:,3:4)));
        allValues [allValues load];
175
        if load < best Load
176
            bestSol= sol;
            bestLoad= load;
        end
179
   end
180
   hold on
181
   grid on
182
   plot (sort (all Values));
183
   legend ('Greedy randomized using all possible', 'Greedy randomized using 10
       shortest', 'Greedy randomized using 5 shortest', Location="southeast");
   fprintf('Worst link load value of the best solution = \%.2f Gbps\n',
185
       bestLoad);
   fprintf('Number of solutions generated = %d \n', length(allValues));
186
   fprintf('Average quality of all solutions generated = \%.2f Gbps\n', mean(
       allValues));
```

#### 1.c.2 Resultados e Conclusões

Neste exercício tal como no anterior, é de esperar que ao utilizar número limitado das rotas mais curtas, se tenha melhores resultados com mais qualidade, pois mesmo se a rede for pequena, ao reduzir-se os caminhos curtos (shorted path) as soluções ficam melhores. O que acontece é retirar-se soluções, mas só se descarta as últimas soluções (soluções maiores), ficando assim com as melhores soluções que são também as primeiras (mais curtas). As boas soluções custumam estar sempre nos primeiros shorted path por isso ao reduzir está-se a selecionar as melhores soluções.

O nosso objetivo no caso 2 e 3 é gerar poucas soluções, mas com resultados bons em vez de gerar muitas e com resultados piores.

Tal como se pode ver na Figura 1.4, no primeiro caso (utilizando todas as rotas possíveis) obteve-se 3.70 Gbps como pior valor de carga de ligação da melhor solução enquanto que se obteve 3.70 Gbps e 4.53 Gbps para os casos 2 (utilizando as 10 rotas mais curtas) e 3 (utilizando as 5 rotas mais curtas), respetivamente. Pode-se ver também que existe melhor qualidade de soluções no caso 3 do que nos outros casos, sendo as piores soluções as do caso 1.

Foi gerado sempre maior número de soluções quanto menores forem os caminhos, com valores de 5335, 17854 e 34302 para o caso 1, 2 e 3, respetivamente. Isto acontece porque os caminhos são mais pequenos e assim o algoritmo demora menos tempo a calcular a solução, tendo o limite máximo de 10 segundos em todos os programas é de esperar que gere mais soluções para caminhos mais curtos do que para os maiores.

```
Task 1 - Alinea C

Solution greedy ramdomized using all possible routing paths Worst link load value of the best solution = 3.70 Gbps

Number of solutions generated = 5335

Average quality of all solutions generated = 4.54 Gbps

Solution greedy ramdomized using 10 shortest routing paths Worst link load value of the best solution = 3.70 Gbps

Number of solutions generated = 17854

Average quality of all solutions generated = 4.53 Gbps

Solution greedy randomized using 5 shortest routing paths Worst link load value of the best solution = 4.00 Gbps

Number of solutions generated = 34302

Average quality of all solutions generated = 5.06 Gbps
```

Figura 1.4: Resultados númericos para a alínea C nos diferentes casos.

Como podemos ver no Gráfico 1.5, os melhores resultados se se reduzir o tamanho das soluções geradas (caso 2 e 3) quando comparado com o caso 1, pois ao limitar o número de rotas mais curtas, reduz-se os caminhos existentes a caminhos mais curtos o que faz com que no final se fique com as melhores soluções. Pode-se comprovar isto observando o Gráfico 1.3 onde se consegue ver que as soluções são proximas de caso para caso.

Também é importante referir que se encontra a solução mais rapidamente quando se tem o número de rotas limitado, isto acontece porque existe menos rotas e essas rotas são as melhores soluções.

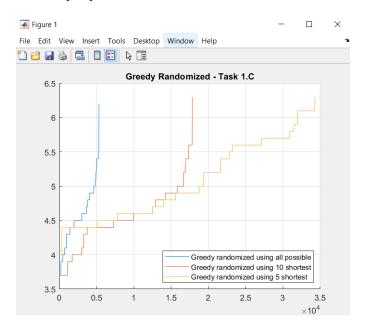


Figura 1.5: Resultados gráficos para a alínea C nos diferentes casos.

A diferença computancionalmente do caso 1 para os casos 2 e 3 é praticamente nula visto que só se diminui-o o número de rotas a utilizar, mas existe uma melhoria significativa dos casos 2 e 3 quando comparados com o caso 1.

### 1.d Task 1.d - Enunciado

Repeat experiment 1.b but now using a multi start hill climbing algorithm instead of the random algorithm. Take conclusions on the influence of the number of routing paths in the efficiency of the multi start hill climbing algorithm.

#### 1.d.1 Código

Neste exercício, foi pedido para se executar um algoritmo hill climbing durante 10 segundos para 3 casos:

- (1) Utilizando todas as rotas possíveis;
- (2) Utilizando as 10 rotas mais curtas;
- (3) Utilizando as 5 rotas mais curtas.

Para cada caso tem que se registar o pior valor de carga de ligação da melhor solução, o número de soluções geradas pelo algoritmo e a qualidade média de todas as soluções.

O algoritmo hill climbing, é uma tecnica de otimização que usa um algoritmo iterativo que começa com uma solução arbitrária para um problema e depois tenta encontrar uma solução melhor fazendo uma alteração incremental na solução. Se a alteração produzir uma solução melhor, outra alteração incremental será feita na nova solução e assim sucessivamente até que não sejam encontradas mais melhorias.

Para este exercício, foi usado o código do professor, pois só se conseguiu perceber que usa-se o algoritmo greedy anterior para construir uma solução, não conseguindo implementar a escolha da solução com o hill climbing. Este código foi alterado para se conseguir executar o caso 2 e 3, como se verifica a seguir.

Para o segundo caso foi pedido para se usar o mesmo algoritmo do primeiro caso, mas agora utilizando apenas as 10 rotas mais curtas. Isto faz-se limitando-se a seleção do custo random para cada fluxo aos primeiros 10 percursos. Para isso viu-se quais caminhos tinham os 10 menores custos no array nSp. É importante referir que se quer os caminhos com 10 menores custos, mas se se tiver menos que 10 caminhos, então seleciona-se os caminhos todos. O resto do programa é igual ao primeiro caso.

Para o terceiro caso foi pedido para se usar o mesmo algoritmo do primeiro caso, mas agora utilizando apenas as 5 rotas mais curtas. Isto faz-se limitando-se a seleção do custo random para cada fluxo aos primeiros 5 percursos. Para isso viu-se quais caminhos tinham os 5 menores custos no nSp. É importante referir que se quer os caminhos com 5 menores custos, mas se se tiver menos que 5 caminhos, então seleciona-se os caminhos todos, tal como no caso anterior. O resto do programa é igual ao primeiro caso.

```
clear all;
   close all;
   fprintf("Task 1 - Alinea D\n");
   Nodes = [30 70]
5
             350 40
6
             550 180
             310 130
             100 170
             540 290
10
             120 240
11
             400 310
12
             220 370
13
             550 380];
14
15
   Links = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}
```

```
1 5
17
            2 3
18
            2 4
19
            3 4
            3 6
21
            3 8
22
            4 5
23
            4 8
24
            5 7
25
            6 8
26
            6 10
27
            7 8
28
            7 9
29
            8 9
30
            9 10];
31
32
      [1
           3
               1.0 1.0
33
           4
               0.7
                   0.5
34
        2
           7
               2.4 1.5
35
        3
           4
               2.4 2.1
36
        4
           9
               1.0 2.2
37
        5
           6
               1.2 \ 1.5
38
        5
           8
               2.1
                   2.5
39
        5
           9
               1.6 1.9
40
        6 10
               1.4 1.6];
41
42
   nNodes= 10;
44
   nLinks= size (Links, 1);
45
   nFlows = size(T,1);
46
   co= Nodes(:,1)+j*Nodes(:,2);
48
   L= inf(nNodes);
                         %Square matrix with arc lengths (in Km)
49
   for i=1:nNodes
       L(i, i) = 0;
51
   end
52
   for i=1:nLinks
53
        d= abs(co(Links(i,1))-co(Links(i,2)));
       L(Links(i,1),Links(i,2)) = d+5; %Km
55
       L(Links(i,2),Links(i,1)) = d+5; %Km
56
   end
57
   L= round(L); %Km
59
   % Compute up to n paths for each flow:
60
   n = inf;
61
   [sP \ nSP] = calculatePaths(L,T,n);
63
   tempo= 10;
64
65
   fprintf('\nSolution hill climbing using all possible routing paths\n');
  %Optimization algorithm with multi start hill climbing:
67
   t = tic;
68
   bestLoad= inf;
   allValues= [];
   contadortotal= [];
```

```
while toc(t)<tempo
72
73
        %GREEDY RANDOMIZED:
74
        %construir uma solucao
        ax2= randperm(nFlows);
76
        sol = zeros(1, nFlows);
        \quad \text{for} \ \ i = \ ax2
             k best= 0;
             best= inf;
80
             for k= 1:nSP(i)
81
                 sol(i) = k;
                 Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
83
                 load = max(max(Loads(:,3:4)));
84
                 if\ load{<}best
                      k best= k;
                      best= load;
87
                 end
88
             end
89
             sol(i) = k_best;
90
        end
91
        Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
92
        load= best;
93
        %HILL CLIMBING:
95
        %pegar na solucao do greedy e escolher a solucao com o hill climbing
96
        continuar= true;
97
        while continuar
             i best = 0;
99
             k \text{ best} = 0;
100
             best= load;
             for i= 1:nFlows %cada fluxo
102
                 for k= 1:nSP(i) %cada percurso -> vamos a cada fluxo e a cada
103
                     percurso do fluxo
                      if k=sol(i) %se o percurso for diferente do atualmente
104
                          escolhido
                           aux= sol(i);
105
                           sol(i) = k;
106
                           Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol); %
107
                               calculo cargas
                           load1= max(max(Loads(:,3:4))); %calculo carga maxima
108
                           if load1<best
109
                               i best= i;
                               k \text{ best} = k;
111
                               best= load1;
112
                           sol(i)= aux; %repor o fluxo original
                      end
115
                 end
116
             end
117
            %quando nenhuma das soluções for melhor, ele para -> i best=0 (nao
118
            %houve troca dentro dos fores)
119
             if i best>0
120
                 sol(i_best)= k_best;
                 load= best;
             else
123
```

```
continuar false;
124
             end
125
        end
126
        allValues [ allValues load ];
127
         if load<br/>bestLoad
128
             bestSol= sol:
129
             bestLoad= load;
        end
    end
132
    figure(1);
133
    grid on
    plot (sort (allValues));
135
    title('Multi Start Hill Climbing - Task 1.D');
136
137
                  Best load = \%.2f Gbps\n', bestLoad);
    fprintf('
                  No. of solutions = %d\n', length(allValues));
    fprintf(
139
    fprintf(
                  Av. quality of solutions = \%.2f Gbps\n', mean(allValues));
140
141
142
    fprintf('\nSolution hill climbing using 10 shortest routing paths\n');
143
    t = tic;
144
    bestLoad= inf;
145
    allValues= [];
    contadortotal= [];
147
    while toc(t)<tempo
148
149
        %GREEDY RANDOMIZED:
150
        ax2= randperm(nFlows);
151
        sol = zeros(1, nFlows);
152
        for i = ax2
             k \text{ best} = 0;
154
             best= inf;
155
             n = \min(10, nSP(i));
156
             for k= 1:n
157
                  sol(i) = k;
158
                  Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
159
                  load = max(max(Loads(:,3:4)));
160
                  if load<best
161
                       k best= k;
                       best= load;
163
                  end
164
165
             end
             sol(i) = k best;
166
167
        Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
168
        load= best;
170
        %HILL CLIMBING:
171
        continuar= true;
172
        while continuar
173
             i best = 0;
174
             k \text{ best} = 0;
175
             best= load;
             for i = 1:nFlows
                  for k = 1:nSP(i)
178
```

```
if k^{\sim} = sol(i)
179
                           aux= sol(i);
180
                           sol(i) = k;
181
                           Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
182
                           load1 = max(max(Loads(:,3:4)));
183
                            if load1<best
184
                                i best= i;
                                k best= k;
                                best= load1;
187
                           end
188
                           sol(i) = aux;
189
                       end
190
                  end
191
             end
192
             if i best>0
                  sol(i best) = k best;
194
                  load= best;
195
             else
196
                  continuar false;
197
             end
198
        end
199
        allValues [ allValues load ];
200
         if load<br/>bestLoad
             bestSol= sol;
202
             bestLoad= load;
203
204
        end
   end
    hold on
206
    grid on
207
    plot(sort(allValues));
                  Best load = \%.2f Gbps\n', bestLoad);
    fprintf('
210
    fprintf(
                  No. of solutions = %d n', length (all Values));
211
                  Av. quality of solutions = \%.2f Gbps\n', mean(allValues));
    fprintf('
213
214
    fprintf('\nSolution hill climbing using 5 shortest routing paths\n');
215
   t = tic;
216
    bestLoad= inf;
    allValues= [];
218
    contadortotal= [];
219
    while toc(t)<tempo
221
        %GREEDY RANDOMIZED:
222
        ax2= randperm(nFlows);
223
        sol = zeros(1, nFlows);
        for i = ax2
225
             k \text{ best} = 0;
226
             best= inf;
227
             n = \min(5, nSP(i));
228
             for k=1:n
229
                  sol(i) = k;
230
                  Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
                  load = max(max(Loads(:,3:4)));
232
                  if load < best
233
```

```
k best= k;
234
                       best= load;
235
                  end
236
             end
237
             sol(i) = k best;
238
        end
239
        Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
        load= best;
242
        %HILL CLIMBING:
243
        continuar true;
244
        while continuar
245
             i best= 0;
246
             k_best=0;
247
             best= load;
             for i = 1:nFlows
249
                  for k = 1:nSP(i)
250
                       if k~=sol(i)
251
                           aux= sol(i);
252
                           sol(i) = k;
253
                           Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
254
                           load1 = max(max(Loads(:,3:4)));
255
                            if load1<best
                                i_best=i;
257
                                k_best=k;
258
                                best= load1;
259
                           end
260
                           sol(i) = aux;
261
                      end
262
                  \quad \text{end} \quad
             end
264
265
             if i_best>0
266
                  sol(i_best) = k_best;
267
                  load= best;
268
             else
269
                  continuar= false;
270
             end
271
        end
        allValues [allValues load];
273
         if load < best Load
274
             bestSol= sol;
275
             bestLoad= load;
276
        end
277
   end
278
   hold on
279
    grid on
280
    plot(sort(allValues));
281
   legend ('Hill climbing using all possible', 'Hill climbing using 10 shortest'
282
        , 'Hill climbing using 5 shortest', Location="southeast");
                  Best load = %.2f Gbps\n', bestLoad);
    fprintf('
283
    fprintf('
                  No. of solutions = %d n', length (all Values));
284
    fprintf('
                  Av. quality of solutions = \%.2f Gbps\n', mean(allValues));
```

#### 1.d.2 Resultados e Conclusões

Com este codigo, ao usar o algoritmo hill climbing é de esperar que ao utilizar número limitado das rotas mais curtas, se tenha melhores resultados, pois as boas soluções custumam estar sempre nos primeiros shorted path por isso ao reduzir está-se a selecionar as melhores soluções. É de notar que o hill climbing encontra rapidamente a melhor solução, logo, é de esperar que apesar de ter melhores resultados para o caso de se limitar o número de rotas mais curtas, este resultado não seja muito diferente de quando não se limita o número de rotas. Ou seja, com o hill climbing encontra-se muito rapidamente a melhor solução então os resultados obtidos de caso para caso (caso 1, 2 e 3) não devem ser muito diferentes.

Tal como se pode ver na Figura 1.6, no primeiro caso (utilizando todas as rotas possíveis) teve-se 3.70 Gbps como pior valor de carga de ligação da melhor solução para todos os casos. Pode-se ver também que a qualidade das soluções geradas não varia muito entre os casos. Isto acontece como já foi dito, porque o algoritmo hill climbing encontra muito rapidamente a melhor solução.

Quanto ao número de soluções geradas, pode-se ver que também não houve muita alteração de caso para caso, isto acontece pelo mesmo motivo já referido.

```
Task 1 - Alinea D

Solution hill climbing using all possible routing paths
Best load = 3.70 Gbps
No. of solutions = 1589
Av. quality of solutions = 4.29 Gbps

Solution hill climbing using 10 shortest routing paths
Best load = 3.70 Gbps
No. of solutions = 1963
Av. quality of solutions = 4.21 Gbps

Solution hill climbing using 5 shortest routing paths
Best load = 3.70 Gbps
No. of solutions = 1766
Av. quality of solutions = 4.26 Gbps
```

Figura 1.6: Resultados númericos para a alínea D nos diferentes casos.

Como podemos ver no Gráfico 1.7, os resultados de caso para caso, são muito próximos uns dos outros, logo comprova-se que as melhores soluções estão nos primeiros *shorted path*. É de notar que com a diminuição do número de rotas mais curtas, o algoritmo encontra mais rapidamente a melhor solução, pois existe menos rotas para ele analizar, mas esta diferença não é tão significativa como nos algoritmos random e greedy randomized.

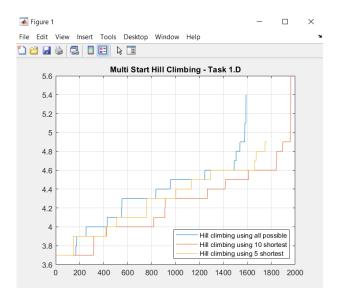


Figura 1.7: Resultados gráficos para a alínea D nos diferentes casos.

# 1.e Task 1.e - Enunciado

Compare the efficiency of the three heuristic algorithms based on the results obtained in 1.b, 1.c and 1.d.

## 1.e.1 Código

Como foi pedido para se comparar os resultados dos diferentes algoritmos, criou-se um programa que nos dá os diferentes gráficos.

```
clear all;
   close all;
   fprintf('Task 1 - Alinea E\n');
   Nodes= [30 70
            350 40
            550 180
            310 130
9
            100 170
10
            540 290
11
            120 240
12
            400 310
13
            220 370
            550 380];
15
16
   Links= [1 2
17
             1 5
18
             2 3
19
             2 4
20
             3 4
             3 6
22
             3
                8
23
             4 5
24
             4 8
25
             5 7
             6 8
27
             6 10
28
             7 8
             7 9
30
             8 9
31
             9 10];
32
33
                1.0 1.0
   T= [1]
            3
34
            4
                0.7
                     0.5
35
        2
            7
                2.4
                     1.5
36
        3
            4
                2.4
                     2.1
                     2.2
        4
            9
                1.0
38
        5
            6
                1.2
                     1.5
39
        5
            8
                2.1
                     2.5
40
        5
            9
                1.6 1.9
41
        6 10
                1.4 \ 1.6;
42
43
   nNodes= 10;
```

```
45
   nLinks= size (Links, 1);
46
   nFlows = size(T,1);
47
  B= 625; %Average packet size in Bytes
49
   co= Nodes(:,1)+j*Nodes(:,2); %calculo para a distancia de cada no
                       %Square matrix with arc lengths (in Km)
  L= inf(nNodes);
53
   for i=1:nNodes
54
       L(i, i) = 0;
55
   end
56
  C= zeros (nNodes);
                       %Square matrix with arc capacities (in Gbps)
57
   for i=1:nLinks
       C(Links(i,1), Links(i,2)) = 10;
                                         %Gbps
       C(Links(i,2), Links(i,1)) = 10;
60
       d = abs(co(Links(i,1))-co(Links(i,2)));
61
       L(Links(i,1),Links(i,2)) = d+5; %Km
62
       L(Links(i,2),Links(i,1)) = d+5; %Km
63
   end
64
  L= round(L); %Km
65
  % Compute up to 100 paths for each flow:
67
68
   [sP \ nSP] = calculatePaths(L,T,n);
69
70
  %Optimization algorithm resorting to the random strategy:
   fprintf('\nSolution random with all possible routing paths\n');
72
   t = tic;
73
   bestLoad= inf;
   sol = zeros(1, nFlows);
   allValues= [];
76
   while toc(t) < 10
77
       for i = 1:nFlows
           sol(i) = randi(nSP(i));
79
       end
80
       Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
81
       load = max(max(Loads(:,3:4)));
       allValues [allValues load];
83
       if load < best Load
84
            bestSol= sol;
85
           bestLoad= load;
       end
   end
88
   figure (1)
89
   grid on
   plot(sort(allValues));
91
   title ('Compare the algorithms - Task 1.E')
92
93
   fprintf('Worst link load value of the best solution = \%.2f Gbps\n',
      bestLoad);
   fprintf('Number of solutions generated = %d \n', length(allValues));
95
   fprintf('Average quality of all solutions generated = %.2f Gbps\n', mean(
      allValues));
97
```

```
98
   fprintf('\nSolution greedy ramdomized using all possible routing paths\n');
99
   %Optimization algorithm resorting to the greedy randomized strategy:
   t = tic;
   bestLoad= inf;
102
   sol = zeros(1, nFlows);
103
   allValues= [];
104
   while toc(t) < 10
        ax2 = randperm(nFlows);
106
        sol = zeros(1, nFlows);
107
        for i = ax2
108
            k \text{ best} = 0;
109
            best = inf;
110
             for k = 1:nSP(i)
111
                 sol(i) = k;
                 Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
113
                 load = max(max(Loads(:,3:4)));
114
                 if load < best
115
                      k \text{ best} = k;
116
                      best = load;
117
                 end
118
            end
119
            sol(i) = k_best;
121
        Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
122
        load = max(max(Loads(:,3:4)));
123
        allValues [allValues load];
124
        if load < best Load
125
             bestSol= sol;
126
            bestLoad= load;
        end
128
   end
129
130
   hold on
   grid on
   plot (sort (allValues));
133
   fprintf('Worst link load value of the best solution = \%.2f Gbps\n',
134
       bestLoad);
   fprintf('Number of solutions generated = %d \n', length(allValues));
   fprintf('Average quality of all solutions generated = %.2f Gbps\n', mean(
136
       allValues));
137
   tempo=10;
138
   fprintf('\nSolution hill climbing using all possible routing paths\n');
139
   %Optimization algorithm with multi start hill climbing:
140
   t = tic;
141
   bestLoad= inf;
   allValues= [];
143
   contadortotal= [];
144
   while toc(t)<tempo
146
        %GREEDY RANDOMIZED:
147
        ax2= randperm(nFlows);
        sol = zeros(1, nFlows);
        for i = ax2
150
```

```
k \text{ best} = 0;
151
             best= inf;
152
             for k = 1:nSP(i)
153
                  sol(i) = k;
154
                  Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
155
                  load = max(max(Loads(:,3:4)));
156
                  if load<best
                       k best= k;
                       best= load;
159
                  end
160
             end
161
             sol(i) = k_best;
162
163
        Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
164
        load= best;
166
        %HILL CLIMBING:
167
        continuar true;
168
        while continuar
169
             i best = 0;
170
             k \text{ best} = 0;
171
             best= load;
172
             for i = 1:nFlows
                  for k= 1:nSP(i)
174
                       if k~=sol(i)
175
                            aux= sol(i);
176
                            sol(i) = k;
                            Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
178
                            load1 = max(max(Loads(:,3:4)));
179
                            if load1<best
                                 i best= i;
181
                                 k best= k;
182
                                 best= load1;
183
184
                            end
                            sol(i) = aux;
185
                       end
186
                  end
187
             end
             if i best>0
189
                  sol(i_best) = k_best;
190
                  load= best;
191
             else
192
                  continuar false;
193
             end
194
        end
195
        allValues [ allValues load ];
         if load<br/>bestLoad
197
             bestSol= sol;
198
             bestLoad= load;
199
        end
200
   end
201
   hold on
202
    grid on
    plot (sort (allValues));
   legend ('Random using all possible', 'Greedy randomized using all possible', '
```

```
Hill climbing using all possible', Location="southeast");
206
   fprintf('
                 Best load = \%.2f Gbps\n', bestLoad);
207
   fprintf('
                 No. of solutions = %d n', length (all Values));
                 Av. quality of solutions = \%.2f Gbps\n', mean(allValues));
    fprintf('
209
210
   fprintf('\nSolution random with 10 shortest routing paths\n');
   t = tic;
213
   bestLoad= inf;
214
   sol = zeros(1, nFlows);
   allValues= [];
216
   while toc(t) < 10
217
218
        for i = 1:nFlows
            n = \min(10, nSP(i));
220
            sol(i) = randi(n);
221
        end
222
        Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
223
        load = max(max(Loads(:,3:4)));
224
        allValues [allValues load];
225
        if load < best Load
226
             bestSol= sol;
            bestLoad= load;
228
        end
229
   end
230
   figure(2);
   grid on
232
233
   plot(sort(allValues));
234
   title ('Compare the algorithms - Task 1.E')
   fprintf('Worst link load value of the best solution = \%.2f Gbps\n',
236
       bestLoad);
   fprintf('Number of solutions generated = %d \n', length(allValues));
   fprintf('Average quality of all solutions generated = \%.2f Gbps\n', mean(
238
       allValues));
239
   fprintf('\nSolution greedy ramdomized using 10 shortest routing paths\n');
240
   t = tic;
   bestLoad= inf;
242
   sol = zeros(1, nFlows);
243
   allValues= [];
   while toc(t) < 10
245
        ax2 = randperm(nFlows);
246
        sol = zeros(1, nFlows);
247
        for i = ax2
            k \text{ best} = 0;
249
            best = inf;
250
            n = \min(10, nSP(i));
251
            for k = 1:n
252
                 sol(i) = k;
253
                 Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
254
                 load = max(max(Loads(:,3:4)));
                 if load < best
                      k \text{ best} = k;
257
```

```
best = load;
258
                 end
259
             end
260
             sol(i) = k_best;
        end
262
        Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
263
        load = max(max(Loads(:,3:4)));
        allValues [ allValues load ];
        if load < best Load
266
             bestSol= sol;
267
             bestLoad= load;
268
        end
269
   end
270
   hold on
271
   grid on
   plot(sort(allValues));
273
   fprintf('Worst link load value of the best solution = \%.2f Gbps\n',
274
       bestLoad);
   fprintf('Number of solutions generated = %d \n', length(allValues));
   fprintf('Average quality of all solutions generated = \%.2f Gbps\n', mean(
276
       allValues));
277
   fprintf('\nSolution hill climbing using 10 shortest routing paths\n');
   t = tic;
279
   bestLoad= inf;
280
   allValues= [];
281
   contadortotal= [];
   while toc(t)<tempo
283
284
        %GREEDY RANDOMIZED:
        ax2= randperm(nFlows);
286
        sol = zeros(1, nFlows);
287
        for i = ax2
288
             k \text{ best} = 0;
289
             best = inf;
290
             n = \min(10, nSP(i));
291
             for k=1:n
292
                 sol(i) = k;
                 Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
294
                 load = max(max(Loads(:,3:4)));
295
                 if load<best
296
                      k best= k;
297
                      best = load;
298
                 end
299
             end
300
             sol(i) = k_best;
302
        Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
303
        load= best;
304
305
        %HILL CLIMBING:
306
        continuar true;
307
        while continuar
               best=0;
             k_best=0;
310
```

```
best= load;
311
             for i = 1:nFlows
312
                  for k= 1:nSP(i)
313
                      if k^{\sim} = sol(i)
314
                           aux= sol(i);
315
                           sol(i) = k;
316
                           Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
                           load1 = max(max(Loads(:,3:4)));
                           if load1<best
319
                                i\_best=i;
320
                                k best= k;
321
                                best= load1;
322
323
                           sol(i) = aux;
324
                      end
                  end
326
             end
327
328
             if i best>0
329
                  sol(i best) = k best;
330
                  load= best;
331
             else
332
                  continuar= false;
             end
334
        end
335
        allValues [ allValues load ];
336
        if load < best Load
337
             bestSol= sol;
338
             bestLoad= load;
339
        end
340
341
   end
   hold on
342
   grid on
343
   plot (sort (allValues));
   legend ('Random with 10 shortest', 'Greedy randomized with 10 shortest', 'Hill
345
         climbing with 10 shortest', Location="southeast");
346
                  Best load = \%.2f Gbps\n', bestLoad);
   fprintf('
   fprintf('
                 No. of solutions = %d n', length (all Values));
   fprintf('
                 Av. quality of solutions = \%.2f Gbps\n', mean(allValues));
349
350
351
   fprintf('\nSolution random with 5 shortest routing paths\n');
352
   t = tic;
353
   bestLoad= inf;
   sol = zeros(1, nFlows);
   allValues= [];
356
   while toc(t) < 10
357
        for i = 1:nFlows
358
             n = \min(5, nSP(i));
359
             sol(i) = randi(n);
360
361
        Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
        load = max(max(Loads(:,3:4)));
        allValues [allValues load];
364
```

```
if load < best Load
365
             bestSol= sol;
366
             bestLoad= load;
367
        end
368
   end
369
   figure (3)
370
   grid on
   plot (sort (allValues));
    title ('Compare the algorithms - Task 1.E')
373
374
   fprintf('Worst link load value of the best solution = \%.2f Gbps\n',
       bestLoad);
   fprintf('Number of solutions generated = %d \n', length(allValues));
376
   fprintf('Average quality of all solutions generated = %.2f Gbps\n', mean(
       allValues));
378
   fprintf('\nSolution greedy randomized using 5 shortest routing paths\n');
379
   t = tic:
380
   bestLoad= inf;
381
   sol = zeros(1, nFlows);
382
   allValues= [];
383
   while toc(t) < 10
384
        ax2 = randperm(nFlows);
        sol = zeros(1, nFlows);
386
        for i = ax2
387
             k \text{ best} = 0;
388
             best = inf;
389
             n = \min(5, nSP(i));
390
             for k = 1:n
391
                 sol\left(\,i\,\right)\!\!=\,k\,;
                 Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
393
                 load = max(max(Loads(:,3:4)));
394
                  if load < best
395
                      k \text{ best} = k;
396
                      best = load;
397
                 end
398
             end
399
             sol(i) = k best;
400
401
        Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
402
        load = max(max(Loads(:,3:4)));
403
        allValues [allValues load];
404
        if load < best Load
405
             bestSol= sol;
406
             bestLoad= load;
407
        end
   end
409
   hold on
410
   grid on
411
   plot (sort (allValues));
   fprintf('Worst link load value of the best solution = \%.2f Gbps\n',
413
       bestLoad);
   fprintf('Number of solutions generated = %d \n', length(allValues));
414
   fprintf('Average quality of all solutions generated = %.2f Gbps\n', mean(
415
       allValues));
```

```
416
417
    fprintf('\nSolution hill climbing using 5 shortest routing paths\n');
418
    t = tic;
    bestLoad= inf;
420
    allValues= [];
421
    contadortotal= [];
    while toc(t)<tempo
423
424
        %GREEDY RANDOMIZED:
425
        ax2= randperm(nFlows);
426
        sol = zeros(1, nFlows);
427
        for i = ax2
428
             k\_best=0;
429
             best = inf;
             n = \min(5, nSP(i));
431
             for k=1:n
432
                  sol(i) = k;
433
                  Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
434
                  load = max(max(Loads(:,3:4)));
435
                   if load < best
436
                       k_best=k;
437
                       best= load;
                  end
439
             end
440
             sol(i) = k best;
441
442
        end
        Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
443
        load= best;
444
        %HILL CLIMBING:
446
        continuar true;
447
        while continuar
448
             i_best=0;
449
             k \text{ best} = 0;
450
             best= load;
451
             for i = 1:nFlows
452
                  for k= 1:nSP(i)
                       if k^{\sim} = sol(i)
454
                            aux= sol(i);
455
                            sol(i) = k;
456
                            Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
457
                            load1 = max(max(Loads(:,3:4)));
458
                             if load1<best
459
                                 i_best=i;
460
                                 k_best=k;
                                 best= load1;
462
                            end
463
                            sol(i) = aux;
464
                       end
465
                  end
466
             end
467
              if i_best>0
                  sol\,(\,i\_\,best\,)\!\!=\,k\_\,best\,;
469
                  load = best;
470
```

```
else
471
                 continuar false;
472
            end
473
        end
        allValues [ allValues load ];
475
        if load < best Load
476
            bestSol= sol;
            bestLoad= load;
        end
479
   end
480
   hold on
481
   grid on
482
   plot (sort (all Values));
483
   legend ('Random with 5 shortest', 'Greedy randomized with 5 shortest', 'Hill
       climbing with 5 shortest', Location="southeast");
                 Best load = %.2f Gbps\n', bestLoad);
485
                 No. of solutions = %d n, length (all Values));
   fprintf(
486
   fprintf(
                 Av. quality of solutions = \%.2f Gbps\n', mean(allValues));
```

## 1.e.2 Resultados e Conclusões

Tendo este código, é de esperar que o algoritmo hill climbing seja mais rapido e mais eficiente que o algoritmo greedy randomized e random, encontrando mais rápidamente a melhor solução e tendo melhores soluções. Isto acontece porque este algoritmo consegue encontrar rapidamente a melhor solução, tal como explicado no exercício anterior. O algoritmo greedy quando comparado com o algoritmo random é de esperar que seja bastante melhor, pois gera soluções mais cuidadas, como explicado nos exercícios anteriores enquando que o algoritmo random geram soluções random, gerando assim muitas soluções até encontrar a melhor. Isto faz com que precise de muito mais tempo para encontrar a melhor solução que os outros dois algoritmos.

```
Task 1 - Alinea E
                                                                Solution greedy ramdomized using 10 shortest routing paths
Solution random with all possible routing paths
                                                                Worst link load value of the best solution = 3.70 Gbps
Worst link load value of the best solution = 5.30 Gbps
                                                                Number of solutions generated = 16981
Number of solutions generated = 142334
                                                                Average quality of all solutions generated = 4.53 Gbps
Average quality of all solutions generated = 10.32 Gbps
                                                                Solution hill climbing using 10 shortest routing paths
Solution greedy ramdomized using all possible routing paths
                                                                   Best load = 3.70 Gbps
Worst link load value of the best solution = 3.70 Gbps
Number of solutions generated = 5493
                                                                   No. of solutions = 2113
                                                                   Av. quality of solutions = 4.23 Gbps
Average quality of all solutions generated = 4.54 Gbps
                                                                Solution random with 5 shortest routing paths
Solution hill climbing using all possible routing paths
                                                                Worst link load value of the best solution = 4.00 Gbps
  Best load = 3.70 Gbps
                                                                Number of solutions generated = 146297
  No. of solutions = 1623
                                                                Average quality of all solutions generated = 7.75 Gbps
  Av. quality of solutions = 4.30 Gbps
                                                                Solution greedy randomized using 5 shortest routing paths
Solution random with 10 shortest routing paths
                                                                Worst link load value of the best solution = 4.00 Gbps
Worst link load value of the best solution = 4.10 Gbps
                                                                Number of solutions generated = 33260
Number of solutions generated = 142419
                                                                Average quality of all solutions generated = 5.06 Gbps
Average quality of all solutions generated = 8.51 Gbps
                                                                Solution hill climbing using 5 shortest routing paths
Solution greedy ramdomized using 10 shortest routing paths
                                                                   Rest load = 3.70 Gbps
Worst link load value of the best solution = 3.70 Gbps
                                                                   No. of solutions = 1743
Number of solutions generated = 16981
                                                                   Av. quality of solutions = 4.27 Gbps
Average quality of all solutions generated = 4.53 Gbps
```

Figura 1.8: Resultados númericos para a alínea E nos diferentes casos.

Observando a Figura 1.8 pode-se confirmar o que foi dito anteriormente, onde se obteve como pior valor de carga de ligação da melhor solução valores de 5.30 Gbps, 3.70 Gpbs e 3.70 Gpbs para os algorirmos random, greedy e hill climbing, respetivamente, quando se utiliza todas as rotas possíveis. Aqui pode-se

observar que a solução random obtem valores piores que os algortimos de greedy randomized e de hill climbing, como o esperado. Também se pode observar que se teve 142334 soluções geradas pelo algoritmo random, 5493 para o algoritmo greedy randomized e 1623 para o algoritmo hill climbing. Com isto conclui-se duas coisas:

- Primeiro que o algoritmo hill climbing é mais complexo computacionalmente que o greedy randomized que por sua vez é mais complexo que o algoritmo random, pois deu-se a todos eles 10 segundos de execução. A solução random teve mais soluções que o algoritmo greedy que por sua vez teve mais soluções que o algoritmo hill climbing.
- Segundo, também se concluir que apesar do algoritmo ter gerado mais soluções do que os outros algoritmos, o seu pior valor de carga de ligação da melhor solução é pior que a solução dos restantes algoritmos. Pode-se observar que as melhores soluções geradas pelo algoritmo greedy randomized e pelo hill climbing têm o mesmo valor no pior valor de carga de ligação da melhor solução, mas as soluções geradas no algoritmo hill climbing são menos que no greedy randomized. O que significa que o algoritmo hill climbing gera menos soluções para chegar à mesma melhor solução que o greedy randomized, logo daqui pode se dizer que o algoritmo hill climbing é mais eficiente que o greedy randomized, tal como previsto.

Com isto pode-se esperar que o algoritmo hill climbing terá melhor qualidade das soluções que o greedy randomized que por sua vez terá melhores soluções que o algoritmo random. Isto é comprovado pelos resultados obtidos (10.32 Gbps para o algoritmo random, 4.54 Gbps para o algoritmo greedy randomized e 4.30 Gbps para o algoritmo hill climbing).

Também se pode esperar que o algoritmo hill climbing encontre a melhor solução mais rapidamente o algoritmo greedy randomized e que este a encontre mais rápido que o algoritmo random. Isto pode-se observar através do Gráfico 1.8.

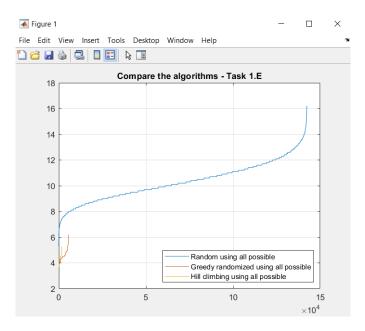
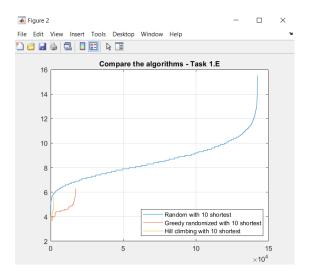


Figura 1.9: Resultados gráficos para a alínea E no caso de ter todas as rotas para os diferentes algoritmos.

Quando se utiliza 10 ou 5 rotas mais curtas, como dito nos exercícios anteriores é de esperar que quanto mais pequenas forem as rotas melhores serão os valores de pior valor de carga de ligação da melhor solução e mais rapidamente se encontrará a melhor solução como pode ser comprovado através da Figura 1.8 e dos Gráficos 1.9, 1.10 e 1.11.



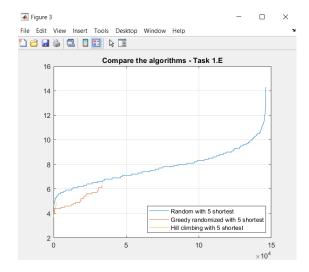


Figura 1.10: Resultados gráficos para a alínea E no caso de ter 10 rotas mais curtas para os diferentes algoritmos.

Figura 1.11: Resultados gráficos para a alínea E no caso de ter 5 rotas mais curtas para os diferentes algoritmos.

# Capítulo 2

# Task 2

Consider that the energy consumption of each link is proportional to its length. Consider also that a link not supporting traffic in any of its direction can be put in sleeping mode with no energy consumption. In this task, the aim is to compute a symmetrical single path routing solution to support the unicast service which minimizes the energy consumption of the network.

## 2.a Task 2.a - Enunciado

Run a random algorithm during 10 seconds in three cases: (i) using all possible routing paths, (ii) using the 10 shortest routing paths, and (iii) using the 5 shortest routing paths. For each case, register the energy consumption value of the best solution, the number of solutions generated by the algorithm and the average quality of all solutions. On a single figure, plot for the three cases the worst link load values of all solutions in an increasing order. Take conclusions on the influence of the number of routing paths in the efficiency of the random algorithm.

### 2.a.1 Código

Foi pedido para se executar um algoritmo random durante 10 segundos para 3 casos:

- (1) Utilizando todas as rotas possíveis;
- (2) Utilizando as 10 rotas mais curtas;
- (3) Utilizando as 5 rotas mais curta.

Para cada um destes casos tem que se registar o valor do consumo de energia da melhor solução, o número de soluções geradas pelo algoritmo e a qualidade média de todas as soluções.

Para o primeiro caso, calculou-se as distâncias entre os nós, a capacidade de cada link (10 Gbps para todos os links) e o tamanho de cada link. Através da função *calculatePaths* calculou-se o caminho mais curto para cada link, ficando com duas variáveis (sP que armazena os caminhos e nSp que armazena os custos dos caminhos sP).

Com estas variáveis usou-se o algoritmo de otimização random (dura 10 segundos) onde após selecionar um custo random para cada fluxo, calcula-se o tráfego do link com igual custo ao atribuido anteriomente através da função calculateLinkLoads. A seguir selecionou-se o maior tráfego calculado. Verificou-se se o tráfego não é maior que 10 Gbps (garantindo que não se escolhe uma solução se a capacidade do tráfego for maior que 10 Gbps (energy = inf)). Para isso percorreu-se os links para se verificar se existe tráfego a passar entre os links numa direção e na direção oposta (Loads(a,3)) e Loads(a,4)). Se existir quer dizer que não esta no modo sleeping mode, logo pode-se calcular a energia total que é dada pela soma entre a energia e o comprimento do link entre dois nós (Loads(a,1)) e Loads(a,2)). A seguir adiciona-se à matriz

allValues o valor da energia calculado. Feito isto, através de um if simples, sabe-se qual caminho que gasta menos energia.

Para o segundo caso foi pedido para se usar o mesmo algoritmo do primeiro caso, mas agora utilizando apenas as 10 rotas mais curtas. Isto faz-se limitando-se a seleção do custo random para cada fluxo aos primeiros 10 percursos. Para isso viu-se quais caminhos tinham os 10 menores custos no nSp. A partir daqui é igual ao primeiro caso.

Para o terceiro caso foi pedido para se usar o mesmo algoritmo do primeiro caso, mas agora utilizando apenas as 5 rotas mais curtas. Isto faz-se limitando-se a seleção do custo random para cada fluxo aos primeiros 5 percursos. Para isso viu-se quais caminhos tinham os 5 menores custos no nSp, tal como no caso 2. A partir daqui é igual ao primeiro caso.

```
clear all;
2
    close all;
3
    fprintf('Task 2 - Alinea A \setminus n');
    Nodes= [30 70
              350 40
6
              550 180
              310 130
              100 170
9
              540 290
10
              120 240
11
              400 310
              220 370
13
              550 380];
14
    Links = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}
16
               1
17
               2
                  3
18
               2
                  4
               3 4
20
               3 6
21
               3 8
22
               4 5
23
               4
                  8
24
               5
                  7
25
               6 8
26
               6 10
               7 8
28
               7 9
29
               8 9
30
               9
                  10];
31
32
        [1
              3
                  1.0 1.0
33
         1
              4
                  0.7
                        0.5
34
         2
              7
                  2.4 1.5
35
         3
              4
                  2.4 2.1
36
         4
              9
                  1.0 2.2
37
         5
              6
                  1.2 1.5
         5
              8
                  2.1
                        2.5
39
              9
         5
                  1.6 1.9
40
```

```
6 10 1.4 1.6];
41
42
   nNodes= 10;
43
   nLinks= size(Links,1);
45
   nFlows = size(T,1);
46
  B= 625; %Average packet size in Bytes
49
   co= Nodes(:,1)+j*Nodes(:,2);
50
51
  L= inf(nNodes);
                       %Square matrix with arc lengths (in Km)
52
   for i=1:nNodes
53
       L(i, i) = 0;
54
  C= zeros (nNodes);
                       %Square matrix with arc capacities (in Gbps)
56
   for i=1:nLinks
57
       C(Links(i,1), Links(i,2)) = 10;
58
       C(Links(i,2),Links(i,1)) = 10;
59
       d = abs(co(Links(i,1))-co(Links(i,2)));
60
       L(Links(i,1),Links(i,2)) = d+5; %Km
61
       L(Links(i,2),Links(i,1))= d+5; %Km
62
   end
  L= round(L); %Km
64
65
  % Compute up to 100 paths for each flow:
  n = 100;
   [sP \ nSP] = calculatePaths(L,T,n);
68
69
   fprintf('\nSolution random with all possible routing paths\n');
70
   t = tic;
71
   bestEnergy= inf;
   sol = zeros(1, nFlows);
   allValues= [];
  %quanto mais comprimento do link mais energia, logo queremos o que tem
75
      menos comprimento, menos energia.
   while toc(t) < 10
76
       for i = 1:nFlows
77
            sol(i)= randi(nSP(i));
78
79
       Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
80
       load = max(max(Loads(:,3:4)));
       if load \le 10
82
           energy = 0;
83
            for a=1:nLinks
                if Loads(a,3)+Loads(a,4)>0 %se nao estiver em sleep mode
                    energy = energy + L(Loads(a,1), Loads(a,2)); %a energia e
86
                        igual a energia + o comprimento do link
                end
87
           end
       else
89
           energy=inf; %garante que nao escolhe se a capacidade for maior que
               10 gigabits
91
       %escolhemos o caminho que gasta menos energia
92
```

```
allValues [ allValues energy ];
93
        if energy < best Energy
94
            bestSol= sol;
95
            bestEnergy= energy;
        end
97
   end
98
   figure (1)
   grid on
   plot (sort (all Values));
101
   title ('Random Algorithm - Task 2.A')
102
   fprintf('Energy consumption value of the best solution = \%.1f \n',
       bestEnergy);
   fprintf('Number of solutions generated = %d \n', length(allValues));
104
   fprintf('Average quality of all solutions generated = %.1f \n', mean(
105
       allValues));
106
107
   fprintf('\nSolution random with 10 shortest routing paths\n');
108
   t = tic;
109
   bestEnergy= inf;
110
   sol = zeros(1, nFlows);
111
   allValues= [];
112
   while toc(t) < 10
        for i = 1:nFlows
114
            n = \min(10, nSP(i)); %correr so 10 vezes, 10 primeiros
115
            sol(i) = randi(n);
116
        end
117
        Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
118
        load = max(max(Loads(:,3:4)));
119
        if load <= 10
120
            energy = 0;
121
            for a=1:nLinks
122
                 if Loads(a,3)+Loads(a,4)>0
123
                     energy = energy + L(Loads(a,1), Loads(a,2));
124
                 end
125
            end
126
        else
127
            energy=inf;
        end
        allValues [ allValues energy ];
130
        if energy < best Energy
131
            bestSol= sol;
132
            bestEnergy= energy;
133
        end
134
   end
135
   hold on
137
   grid on
138
   plot(sort(allValues));
   fprintf('Energy consumption value of the best solution = \%.1f \n',
       bestEnergy);
   fprintf('Number of solutions generated = %d \n', length(allValues));
141
   fprintf('Average quality of all solutions generated = %.1f \n', mean(
       allValues));
143
```

```
144
   fprintf('\nSolution random with 5 shortest routing paths\n');
145
   t = tic;
146
   bestEnergy= inf;
   sol = zeros(1, nFlows);
148
   allValues= [];
149
   while toc(t) < 10
        for i = 1:nFlows
            n = min(5, nSP(i)); %correr so 5 vezes, 5 primeiros
152
            sol(i) = randi(n);
153
154
        Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
155
        load = max(max(Loads(:,3:4)));
156
        if load <= 10
157
            energy = 0;
             for a=1:nLinks
159
                 if Loads (a,3)+Loads (a,4)>0
160
                      energy = energy + L(Loads(a,1), Loads(a,2));
161
                 end
162
            end
163
        else
164
            energy=inf;
165
        end
        allValues [ allValues energy ];
167
        if energy < best Energy
168
             bestSol= sol;
169
            bestEnergy= energy;
170
        end
171
172
   end
173
   hold on
175
   grid on
176
   plot (sort (allValues));
   legend ('Random with all possible', 'Random with 10 shortest', 'Random with 5
178
       shortest', Location="southeast");
   fprintf('Energy consumption value of the best solution = \%.1f \n',
179
       bestEnergy);
   fprintf('Number of solutions generated = %d \n', length(allValues));
   fprintf('Average quality of all solutions generated = \%.1f \n', mean(
181
       allValues));
```

#### 2.a.2 Resultados e Conclusões

Perante este código pode-se esperar que ao utilizar número limitado das rotas mais curtas, se tenha melhores resultados, pois mesmo se a rede for pequena, ao reduzir-se os caminhos curtos (shorted path) as soluções ficam melhores. O que acontece é retirar-se soluções, mas só se descarta as últimas soluções (soluções maiores), ficando assim com as melhores soluções que são também as primeiras (mais curtas). As boas soluções custumam estar sempre nos primeiros shorted path por isso ao reduzir está-se a selecionar as melhores soluções.

O nosso objetivo no caso 2 e 3 é gerar poucas soluções com resultados bons em vez de gerar muitas soluções e com resultados piores.

Tal como se pode ver na Figura 2.1, no primeiro caso (utilizando todas as rotas possíveis) obtevese 2137.0 como valor do consumo de energia da melhor solução enquanto que se obteve 1696.0 Gbps e 1422.0 Gbps para os casos 2 (utilizando as 10 rotas mais curtas) e 3 (utilizando as 5 rotas mais curtas), respetivamente. Pode-se ver também que a média da qualidade das soluções geradas são sempre inf, isto significa que muitas das soluções geradas acontecem quando o tráfego é maior que 10 Gbps.

Foi gerado sempre maior número de soluções quanto menores forem os caminhos, com valores de 144765, 145360 e 145723 para o caso 1, 2 e 3, respetivamente. Isto acontece porque os caminhos são mais pequenos e assim o algoritmo demora menos tempo a calcular a solução, tendo o limite máximo de 10 segundos em todos os programas é de esperar que gere mais soluções para caminhos mais curtos do que para os maiores.

```
Task 2 - Alinea A

Solution random with all possible routing paths
Energy consumption value of the best solution = 2137.0
Number of solutions generated = 144765
Average quality of all solutions generated = Inf

Solution random with 10 shortest routing paths
Energy consumption value of the best solution = 1696.0
Number of solutions generated = 145360
Average quality of all solutions generated = Inf

Solution random with 5 shortest routing paths
Energy consumption value of the best solution = 1422.0
Number of solutions generated = 145723
Average quality of all solutions generated = Inf
```

Figura 2.1: Resultados númericos para a alínea A nos diferentes casos.

Como podemos ver no Gráfico 2.2, tem-se melhores resultados se se reduzir o tamanho das soluções geradas (caso 2 e 3) quando comparado com o caso 1, pois ao limitar o número de rotas mais curtas, reduz-se os caminhos existentes a caminhos mais curtos o que faz com que se fique com as melhores soluções. Pode-se comprovar isto observando o Gráfico 2.2 consegue-se ver que as soluções iniciais são próximas de caso para caso.

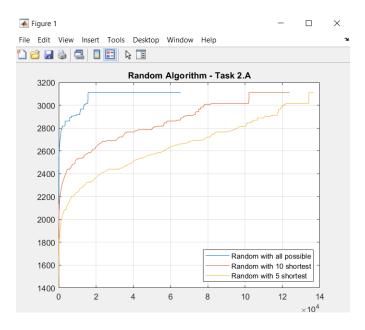


Figura 2.2: Resultados gráficos para a alínea A nos diferentes casos.

A diferença computancionalmente do caso 1 para os casos 2 e 3 é praticamente nula (visto que só se diminui-o o número de rotas a utilizar), mas existe uma melhoria significativa dos casos 2 e 3 quando comparados com o caso 1.

## 2.b Task 2.b - Enunciado

Repeat experiment 2.a but now using a greedy randomized algorithm instead of the random algorithm. Take conclusions on the influence of the number of routing paths in the efficiency of the greedy randomized algorithm.

#### 2.b.1 Código

Neste exercício, foi pedido para se executar um algoritmo greedy randomized durante 10 segundos para 3 casos:

- (1) Utilizando todas as rotas possíveis;
- (2) Utilizando as 10 rotas mais curtas;
- (3) Utilizando as 5 rotas mais curtas.

Para cada caso tem que se registar o valor do consumo de energia da melhor solução, o número de soluções geradas pelo algoritmo e a qualidade média de todas as soluções.

Para o primeiro caso, tal como no exercício anterior, calculou-se as distâncias entre os nós, a capacidade de cada link (10 Gbps para todos os links) e o tamanho de cada link. Através da função *calculatePaths* calculou-se o caminho mais curto para cada link, ficando com duas variáveis (sP que armazena os caminhos e nSp que armazena os custos dos caminhos sP).

Com estas variáveis usou-se o algoritmo de otimização greedy randomized (com duração de 10 segundos) onde se criou um array (ax2) com números aleatórios de tamanho nFlows.

Depois disto tem que se calcular o melhor vizinho. Para isso, calculou-se o tráfego de cada link através da função calculateLinkLoads, viu-se qual era o máximo do tráfego que existe e garantiu-se que não se escolhe uma solução se o tráfego for maior que 10 Gbps. Percorreu-se os links para se verificar se existe tráfego a passar entre os links numa direção e na direção oposta (Loads(a,3) e Loads(a,4)). Se existir quer dizer que não esta no modo  $sleeping \ mode$ , logo pode-se calcular a energia total que é dada pela soma entre a energia e o comprimento do link entre dois nós (Loads(a,1) e Loads(a,2)). Feito isto através de um if simples, sabe-se qual é o melhor vizinho, ou seja o que gasta menor energia.

Posto isto, tem que se ver para cada custo qual é a menor energia para o melhor vizinho calculado anteriormente. Isto faz-se calculando o tráfego de cada link através da função calculateLinkLoads, vendo-se qual é o máximo do tráfego e garantindo-se também que não se escolhe uma solução se o tráfego for maior que 10 Gbps. Percorreu-se os links para se verificar se existe tráfego a passar entre os links numa direção e na direção oposta (Loads(a,3) e Loads(a,4)). Se existir quer dizer que não esta no modo sleeping mode, logo pode-se calcular a energia total que é dada pela soma entre a energia e o comprimento do link entre dois nós (Loads(a,1) e Loads(a,2)). A seguir adiciona-se à matriz allValues o valor da energia do melhor vizinho calculado. Feito isto, através de um if simples, sabe-se qual caminho que gasta menos energia.

Para o segundo caso foi pedido para se usar o mesmo algoritmo do primeiro caso, mas agora utilizando apenas as 10 rotas mais curtas. Isto faz-se limitando-se a seleção do custo random para cada fluxo aos primeiros 10 percursos. Para isso viu-se quais caminhos tinham os 10 menores custos no array nSp. Ou seja, calcula-se qual o melhor vizinho destes 10 caminhos. É importante referir que se quer os caminhos com 10 menores custos, mas se se tiver menos que 10 caminhos, então seleciona-se os caminhos todos. O resto do programa é igual ao primeiro caso.

Para o terceiro caso foi pedido para se usar o mesmo algoritmo do primeiro caso, mas agora utilizando apenas as 5 rotas mais curtas. Isto faz-se limitando-se a seleção do custo random para cada fluxo aos primeiros 5 percursos. Para isso viu-se quais caminhos tinham os 5 menores custos no nSp. Ou seja, calcula-se qual o melhor vizinho destes 5 caminhos. É importante referir que se quer os caminhos com 5 menores custos, mas se se tiver menos que 5 caminhos, então seleciona-se os caminhos todos, tal como no caso anterior. O resto do programa é igual ao primeiro caso.

```
clear all;
   close all;
   fprintf('Task 2 - Alinea B\n');
   Nodes= [30 70
5
            350 \ 40
6
            550 180
            310 130
8
            100 170
9
            540 290
10
            120 240
11
            400 310
12
            220 \ 370
13
            550 380];
14
15
   Links = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}
16
              1 5
17
              2 3
18
              2 4
19
              3 4
20
              3 6
21
              3 8
22
              4 5
23
              4 8
24
              5 7
25
              6 8
26
              6 10
27
              7 8
28
              7 9
29
              8 9
30
              9 10];
31
32
            3
                1.0 1.0
   T = [1]
33
        1
            4
                0.7 - 0.5
34
        2
            7
                2.4 1.5
35
        3
            4
                2.4
                     2.1
36
        4
            9
                     2.2
                1.0
37
        5
            6
                1.2
                     1.5
38
        5
            8
                2.1
                     2.5
39
            9
        5
                1.6 1.9
40
        6 10
                1.4 1.6];
41
42
   nNodes= 10;
43
44
   nLinks= size(Links,1);
45
   nFlows = size(T,1);
46
47
   B= 625; %Average packet size in Bytes
49
   co= Nodes(:,1)+j*Nodes(:,2);
50
51
   L= inf(nNodes);
                           %Square matrix with arc lengths (in Km)
52
   for i=1:nNodes
53
        L(i, i) = 0;
54
```

```
end
   C= zeros(nNodes); %Square matrix with arc capacities (in Gbps)
56
   for i=1:nLinks
57
       C(Links(i,1), Links(i,2)) = 10;
                                          %Gbps
       C(Links(i,2),Links(i,1)) = 10;
59
        d = abs(co(Links(i,1))-co(Links(i,2)));
60
        L(Links(i,1),Links(i,2)) = d+5; %Km
        62
63
   L= round(L); % Km
64
65
   % Compute up to 100 paths for each flow:
66
67
   [sP \ nSP] = calculatePaths(L,T,n);
   fprintf('\nSolution greedy ramdomized using all possible routing paths\n');
70
71
   t = tic;
72
   bestEnergyGreedy= inf;
   sol = zeros(1, nFlows);
   allValues= [];
75
   while toc(t) < 10
76
        ax2 = randperm(nFlows); %array numa ordem aleatoria
        sol = zeros(1, nFlows);
78
        for i = ax2
79
            k \text{ best} = 0;
80
            best = inf;
            %encontrar o melhor vizinho
82
            for k = 1:nSP(i)
83
                 sol(i) = k;
                 Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
85
                 load = max(max(Loads(:,3:4)));
86
87
                 if\ load <= 10
                     energy = 0;
89
                     for a=1:nLinks
90
                          if Loads (a, 3)+Loads (a, 4)>0
91
                              energy = energy + L(Loads(a,1), Loads(a,2));
92
                          end
93
                     end
94
                 else
95
                     energy=inf;
                 end
97
98
                 if energy < best
                     k \text{ best} = k;
                     best = energy;
101
                 end
102
            end
103
            sol(i) = k best; % percurso com a melhor escolha
104
105
        Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
106
        load = max(max(Loads(:,3:4)));
        if load \le 10
108
            energy = 0;
109
```

```
for a=1:nLinks
110
                 if Loads(a,3)+Loads(a,4)>0
111
                      energy = energy + L(Loads(a,1),Loads(a,2));
112
                 end
             end
114
        else
115
             energy=inf;
        end
118
        allValues = [allValues energy];
119
        if energy <br/> <br/>bestEnergyGreedy
120
             bestSol = sol;
121
             bestEnergyGreedy= energy;
122
        end
123
   end
124
   hold on
125
   grid on
126
   plot(sort(allValues));
127
   title ('Greedy Randomized - Task 2.B')
   fprintf('Energy consumption value of the best solution = \%.1f \n',
129
       bestEnergyGreedy);
   fprintf('Number of solutions generated = %d \n', length(allValues));
130
   fprintf('Average quality of all solutions generated = %.1f \n', mean(
       allValues));
132
133
   fprintf('\nSolution greedy ramdomized using 10 shortest routing paths\n');
135
   bestEnergyGreedy= inf;
136
   sol = zeros(1, nFlows);
   allValues= [];
138
   while toc(t) < 10
139
        ax2 = randperm(nFlows); % array numa ordem aleatoria
140
        sol = zeros(1, nFlows);
141
        for i = ax2
142
             k \text{ best} = 0;
143
             best = inf;
144
            %encontrar o melhor vizinho
145
            n = min(10, nSP(i)); %correr so 10 vezes, 10 primeiros
             for k = 1:n
147
                 sol(i) = k;
148
                 Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
149
                 load = max(max(Loads(:,3:4)));
150
151
                 if load <= 10
152
                      energy = 0;
                      for a=1:nLinks
154
                           if Loads (a,3)+Loads (a,4)>0
155
                               energy = energy + L(Loads(a,1),Loads(a,2));
156
                          end
157
                      end
158
                 else
159
                      energy=inf;
                 end
161
162
```

```
if energy < best
163
                      k \text{ best} = k;
164
                      best = energy;
165
                 end
166
             end
167
             sol(i) = k_best; % percurso com a melhor escolha
168
        end
169
        Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
        load = max(max(Loads(:,3:4)));
171
        if load <= 10
172
             energy = 0;
173
             for a=1:nLinks
174
                 if Loads(a,3)+Loads(a,4)>0
175
                      energy = energy + L(Loads(a,1), Loads(a,2));
                 end
             end
178
        else
179
             energy=inf;
180
181
        end
182
        allValues = [allValues energy];
183
        if energy <br/> <br/>bestEnergyGreedy
184
             bestSol= sol;
             bestEnergyGreedy= energy;
186
        end
187
   end
188
   hold on
190
   grid on
191
   plot(sort(allValues));
192
   fprintf('Energy consumption value of the best solution = \%.1f \n',
       bestEnergyGreedy);
   fprintf('Number of solutions generated = %d \n', length(allValues));
194
   fprintf('Average quality of all solutions generated = %.1f \n', mean(
       allValues));
196
197
   fprintf('\nSolution greedy ramdomized using 5 shortest routing paths\n');
198
   t = tic;
   bestEnergyGreedy= inf;
200
   sol = zeros(1, nFlows);
201
   allValues= [];
   while toc(t) < 10
203
        ax2 = randperm(nFlows); %array numa ordem aleatoria
204
        sol = zeros(1, nFlows);
205
        for i = ax2
             k \text{ best} = 0;
207
             best = inf;
208
            %encontrar o melhor vizinho
209
             n = min(5, nSP(i)); %correr so 5 vezes, 5 primeiros
210
             for k = 1:n
211
                 sol(i) = k;
212
                 Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
                 load = max(max(Loads(:,3:4)));
214
215
```

```
if load <= 10
216
                      energy = 0;
217
                      for a=1:nLinks
218
                          if Loads(a,3)+Loads(a,4)>0
219
                               energy = energy + L(Loads(a,1), Loads(a,2));
220
                          end
221
                      end
                 else
                      energy=inf;
224
                 end
225
226
                 if energy < best
227
                      k \text{ best} = k;
228
                      best = energy;
229
                 end
            end
231
            sol(i) = k best; % percurso com a melhor escolha
232
        end
233
        Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
234
        load = max(max(Loads(:,3:4)));
235
        if load <= 10
236
            energy = 0;
            for a=1:nLinks
                 if Loads(a,3)+Loads(a,4)>0
239
                      energy = energy + L(Loads(a,1), Loads(a,2));
240
241
                 end
            end
        else
243
            energy=inf; s
244
        end
246
        allValues [ allValues energy ];
247
        if energy <bestEnergyGreedy
248
            bestSol = sol;
249
            bestEnergyGreedy= energy;
250
        end
251
   end
252
   hold on
   grid on
255
   plot (sort (allValues));
256
   legend ('Greedy randomized using all possible', 'Greedy randomized using 10
       shortest', 'Greedy randomized using 5 shortest', Location="southeast");
   fprintf('Energy consumption value of the best solution = \%.1f \n',
258
       bestEnergyGreedy);
   fprintf('Number of solutions generated = %d \n', length(allValues));
   fprintf('Average quality of all solutions generated = %.1f \n', mean(
       allValues));
```

#### 2.b.2 Resultados e Conclusões

Neste exercício tal como no anterior, é de esperar que ao utilizar número limitado das rotas mais curtas, se tenha melhores resultados com mais qualidade, pois mesmo se a rede for pequena, ao reduzir-se os caminhos curtos (shorted path) as soluções ficam melhores. O que acontece é retirar-se soluções, mas só se descarta as últimas soluções (soluções maiores), ficando assim com as melhores soluções que são

também as primeiras (mais curtas). As boas soluções custumam estar sempre nos primeiros shorted path por isso ao reduzir está-se a selecionar as melhores soluções.

O nosso objetivo no caso 2 e 3 é gerar poucas soluções, mas com resultados bons em vez de gerar muitas e com resultados piores.

Tal como se pode ver na Figura 2.3, no primeiro caso (utilizando todas as rotas possíveis) obtive-se 1235.0 como valor do consumo da energia da melhor solução enquanto que obtive 1235.0 e 1303.0 para os casos 2 (utilizando as 10 rotas mais curtas) e 3 (utilizando as 5 rotas mais curtas), respetivamente. Pode-se ver também que existe melhor qualidade de soluções no caso 3 do que nos outros casos, sendo as piores soluções as do caso 1.

Foi gerado sempre maior número de soluções quanto menores forem os caminhos, com valores de 5188, 16522 e 32106 para o caso 1, 2 e 3, respetivamente. Isto acontece porque os caminhos são mais pequenos e assim o algoritmo demora menos tempo a calcular a solução, tendo o limite máximo de 10 segundos em todos os programas é de esperar que gere mais soluções para caminhos mais curtos do que para os maiores.

```
Task 2 - Alinea B

Solution greedy ramdomized using all possible routing paths Energy consumption value of the best solution = 1235.0 Number of solutions generated = 5188 Average quality of all solutions generated = 1397.9

Solution greedy ramdomized using 10 shortest routing paths Energy consumption value of the best solution = 1235.0 Number of solutions generated = 16522 Average quality of all solutions generated = 1415.4

Solution greedy ramdomized using 5 shortest routing paths Energy consumption value of the best solution = 1303.0 Number of solutions generated = 32106 Average quality of all solutions generated = 1514.7
```

Figura 2.3: Resultados númericos para a alínea B nos diferentes casos.

Como podemos ver no Gráfico 2.4, os melhores resultados se se reduzir o tamanho das soluções geradas (caso 2 e 3) quando comparado com o caso 1, pois ao limitar o número de rotas mais curtas, reduz-se os caminhos existentes a caminhos mais curtos o que faz com que no final se fique com as melhores soluções. Pode-se comprovar isto observando o Gráfico 2.4 onde se consegue ver que as soluções iniciais são proximas de caso para caso.

Também é importante referir que se encontra a solução mais rapidamente quando temos o número de rotas limitado, isto acontece porque existe menos rotas e essas rotas são as melhores soluções.

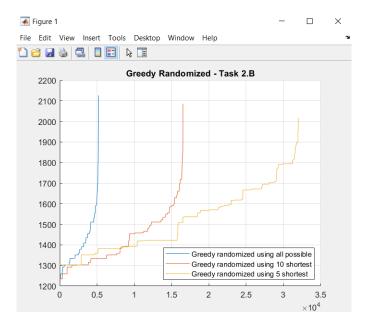


Figura 2.4: Resultados gráficos para a alínea B nos diferentes casos.

A diferença computancionalmente do caso 1 para os casos 2 e 3 é praticamente nula visto que só se diminui-o o número de rotas a utilizar, mas existe uma melhoria significativa dos casos 2 e 3 quando comparados com o caso 1. Do caso 1 para o caso 2, o valor do consumo da energia da melhor solução não aumentou, mas a média da qualidade das soluções aumentou assim como o número de soluções geradas.

### 2.c Task 2.c - Enunciado

Repeat experiment 2.a but now using a multi start hill climbing algorithm instead of the random algorithm. Take conclusions on the influence of the number of routing paths in the efficiency of the multi start hill climbing algorithm.

#### 2.c.1 Código

Neste exercício, foi pedido para se executar um algoritmo hill climbing durante 10 segundos para 3 casos:

- (1) Utilizando todas as rotas possíveis;
- (2) Utilizando as 10 rotas mais curtas;
- (3) Utilizando as 5 rotas mais curtas.

Para cada caso tem que se registar o valor do consumo de energia da melhor solução, o número de soluções geradas pelo algoritmo e a qualidade média de todas as soluções.

Como dito anteriormente, o algoritmo hill climbing, é uma tecnica de otimização que usa um algoritmo iterativo que começa com uma solução arbitrária para um problema e depois tenta encontrar uma solução melhor fazendo uma alteração incremental na solução. Se a alteração produzir uma solução melhor, outra alteração incremental será feita na nova solução e assim sucessivamente até que não sejam encontradas mais melhorias.

Para este exercício, foi usado o código do professor, pois é igual ao código do algoritmo hill climbing da task 1 adaptado para calcular a energia. Este código foi alterado para se conseguir executar o caso 2 e 3, como se verifica a seguir.

Para o segundo caso foi pedido para se usar o mesmo algoritmo do primeiro caso, mas agora utilizando apenas as 10 rotas mais curtas. Isto faz-se limitando-se a seleção do custo random para cada fluxo aos primeiros 10 percursos. Para isso viu-se quais caminhos tinham os 10 menores custos no array nSp. É importante referir que se quer os caminhos com 10 menores custos, mas se se tiver menos que 10 caminhos, então seleciona-se os caminhos todos. O resto do programa é igual ao primeiro caso.

Para o terceiro caso foi pedido para se usar o mesmo algoritmo do primeiro caso, mas agora utilizando apenas as 5 rotas mais curtas. Isto faz-se limitando-se a seleção do custo random para cada fluxo aos primeiros 5 percursos. Para isso viu-se quais caminhos tinham os 5 menores custos no nSp. É importante referir que se quer os caminhos com 5 menores custos, mas se se tiver menos que 5 caminhos, então seleciona-se os caminhos todos, tal como no caso anterior. O resto do programa é igual ao primeiro caso.

```
clear all;
   close all;
2
   fprintf('Task 2 - Alinea C\n');
   Nodes = [30 70]
5
           350 40
6
           550 180
           310 130
           100 170
           540 290
10
           120 240
11
           400 310
12
           220 370
13
           550 380];
14
15
```

```
Links = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}
16
             1 5
17
             2 3
18
             2 4
19
             3 4
20
             3 6
21
             3 8
22
             4 5
23
             4 8
24
             5 7
25
             6 8
26
             6 10
27
            7 8
28
            7 9
29
            8 9
30
            9 10];
31
32
      [1
   T=
           3
               1.0 1.0
33
        1
           4
               0.7 - 0.5
34
        2
           7
               2.4 1.5
35
        3
           4
               2.4 2.1
36
        4
           9
               1.0 2.2
37
        5
           6
               1.2 \ 1.5
38
               2.1
        5
           8
                    2.5
39
        5
           9
               1.6 1.9
40
        6 10
               1.4 1.6];
41
   nNodes= 10;
43
   nLinks= size(Links,1);
44
   nFlows = size(T,1);
45
46
   co= Nodes(:,1)+j*Nodes(:,2);
47
   L= inf(nNodes);
                         %Square matrix with arc lengths (in Km)
48
   for i=1:nNodes
49
       L(i, i) = 0;
50
51
   for i=1:nLinks
52
        d= abs(co(Links(i,1))-co(Links(i,2)));
53
       L(Links(i,1),Links(i,2)) = d+5; %Km
54
       L(Links(i,2),Links(i,1)) = d+5; %Km
55
   end
56
   L= round(L); %Km
58
   % Compute up to n paths for each flow:
59
   n = inf;
60
   [sP \ nSP] = calculatePaths(L,T,n);
62
   tempo= 10;
63
64
   fprintf('\nSolution hill climbing using all possible routing paths\n');
  %Optimization algorithm with multi start hill climbing:
66
   t = tic;
67
   bestEnergy= inf;
   allValues= [];
   contadortotal= [];
```

```
while toc(t)<tempo
71
        %GREEDY RANDOMIZED:
72
        continuar= true;
73
        while continuar
             continuar= false;
75
             ax2= randperm(nFlows);
76
             sol = zeros (1, nFlows);
             for i = ax2
                  k\_best=0;
79
                  best= inf;
80
                  for k = 1:nSP(i)
                       sol(i) = k;
82
                       Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
83
                       load = max(max(Loads(:,3:4)));
                       if load \ll 10
                            energy = 0;
86
                            for a= 1:nLinks
87
                                 if Loads (a, 3)+Loads (a, 4)>0
88
                                      energy = energy + L(Loads(a,1), Loads(a,2));
89
                                 end
90
                            end
91
                       else
92
                            energy= inf;
93
                       end
94
                       if energy<best
95
                            k best= k;
96
                            best= energy;
                       end
98
                  end
99
                  if k best>0
                       sol(i) = k best;
101
                  else
102
                       continuar= true;
103
104
                       break;
                  end
105
             end
106
        end
107
        energy= best;
109
        %HILL CLIMBING:
110
        continuar true;
111
        while continuar
112
             i best= 0;
113
             k \text{ best} = 0;
114
             best= energy;
             for i = 1:nFlows
                  for k= 1:nSP(i)
117
                       if k^{\sim} = sol(i)
118
                            aux= sol(i);
119
                            sol(i) = k;
120
                            Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
121
                            load1 = max(max(Loads(:,3:4)));
122
                            if load1 \ll 10
                                 energy 1 = 0;
124
                                 for a= 1:nLinks
125
```

```
if Loads (a,3)+Loads (a,4)>0
126
                                         energy1 = energy1 + L(Loads(a,1), Loads(a,2))
127
                                    end
                               end
129
                           else
130
                               energy1= inf;
131
                           end
                           if energy1<best
133
                               i_best=i;
134
                               k \text{ best} = k;
135
                               best= energy1;
136
137
                           sol(i) = aux;
138
                      end
                 end
140
             end
141
             if i best>0
142
                  sol(i best) = k best;
143
                 energy= best;
144
145
                 continuar= false;
146
             end
        end
148
        allValues = [allValues energy];
149
        if energy<br/>bestEnergy
150
             bestSol= sol;
             bestEnergy= energy;
152
        end
153
   end
154
   figure (1);
155
   grid on
156
   plot(sort(allValues));
157
   title ('Multi Start Hill Climbing - Task 2.C');
                 Best energy = \%.1 f \setminus n, bestEnergy);
   fprintf('
159
   fprintf(
                 No. of solutions = \%d \setminus n', length (all Values);
160
   fprintf('
                 Av. quality of solutions = \%.1f\n', mean(allValues));
161
162
   % o hill climbing nao e muito vantajoso para calcular a energia,
163
       normalmente ele nao
   % consegue melhorar a solucao inicial so greeedy randomazed
164
   fprintf('\nSolution hill climbing using 10 shortest routing paths\n');
166
   %Optimization algorithm with multi start hill climbing:
167
   t = tic;
168
   bestEnergy= inf;
169
   allValues= [];
170
   contadortotal= [];
171
    while toc(t)<tempo
172
        %GREEDY RANDOMIZED:
        continuar true;
174
        while continuar
175
             continuar= false;
             ax2= randperm(nFlows);
177
             sol = zeros(1, nFlows);
178
```

```
for i = ax2
179
                   k \text{ best} = 0;
180
                   best= inf;
181
                    n = \min(10, nSP(i));
182
                   for k= 1:n
183
                        sol(i) = k;
184
                        Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
                        load = max(max(Loads(:,3:4)));
                        if load \ll 10
187
                             energy= 0;
188
                             for a= 1:nLinks
189
                                  if Loads(a,3)+Loads(a,4)>0
190
                                       energy = energy + L(Loads(a,1), Loads(a,2));
191
                                  end
192
                             end
                        else
194
                             energy= inf;
195
                        end
196
                        if energy < best
197
                             k best= k;
198
                             best= energy;
199
                        end
200
                   end
                   if k best>0
202
                        sol(i) = k_best;
203
204
                   else
205
                        continuar= true;
                        break;
206
                   end
207
              \quad \text{end} \quad
         end
209
         energy= best;
210
211
        %HILL CLIMBING:
212
         continuar= true;
213
         while continuar
214
              i best = 0;
215
              k best= 0;
216
              best= energy;
217
              for i = 1:nFlows
218
                   for k = 1:nSP(i)
219
                        if k^{\sim} = sol(i)
220
                             aux = sol(i);
221
                             sol(i) = k;
222
                             Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
223
                             load1 = \max(\max(Loads(:,3:4)));
                             if load1 \ll 10
225
                                  energy 1 = 0;
226
                                  for a= 1:nLinks
227
                                       if Loads (a, 3)+Loads (a, 4)>0
228
                                            energy1 = energy1 + L(Loads(a,1), Loads(a,2))
229
                                       end
230
                                  end
231
                             else
232
```

```
energy1 = inf;
233
                           end
234
                            if energy1<best
235
                                i best= i;
236
                                k \text{ best} = k;
237
                                best= energy1;
238
                           end
239
                            sol(i) = aux;
                       end
241
                  end
242
             end
243
             if i best>0
244
                  sol(i best) = k best;
245
                  energy= best;
246
             else
                  continuar false;
248
             end
249
        end
250
        allValues [allValues energy];
251
         if energy<br/>bestEnergy
252
             bestSol= sol;
253
             bestEnergy= energy;
254
        end
    end
256
    hold on
257
    grid on
258
    plot(sort(allValues));
    fprintf(
                  Best energy = \%.1 \text{ f} \cdot \text{n'}, bestEnergy);
260
                  No. of solutions = %d n', length (all Values));
    fprintf(
261
                  Av. quality of solutions = \%.1f\n', mean(allValues));
    fprintf(
262
264
   fprintf('\nSolution hill climbing using 5 shortest routing paths\n');
265
   %Optimization algorithm with multi start hill climbing:
   t = tic;
267
   bestEnergy= inf;
268
    allValues= [];
269
    contadortotal= [];
    while toc(t)<tempo
        %GREEDY RANDOMIZED:
272
        continuar true;
273
        while continuar
274
             continuar false;
275
             ax2= randperm(nFlows);
276
             sol = zeros(1, nFlows);
             for i = ax2
                  k best= 0;
279
                  best= inf;
280
                   n = \min(5, nSP(i));
281
                  for k= 1:n
282
                       sol(i) = k;
283
                       Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
284
                       load = max(max(Loads(:,3:4)));
                       if load \ll 10
286
                           energy = 0;
287
```

```
for a= 1:nLinks
288
                                   if Loads(a,3)+Loads(a,4)>0
289
                                        energy = energy + L(Loads(a,1), Loads(a,2));
290
                                  end
291
                             end
292
                        else
293
                             energy= inf;
                        end
                        if energy < best
296
                             k\_best= k;
297
                             best= energy;
298
                        end
299
                   end
300
                   if k_best>0
301
                        sol(i) = k best;
                   else
303
                        continuar true;
304
                        break;
305
                   end
306
              end
307
         end
308
         energy= best;
309
         %HILL CLIMBING:
311
         continuar= true;
312
         while continuar
313
              i_best=0;
314
              k \text{ best} = 0;
315
              best = energy;
316
              for i = 1:nFlows
                   for k= 1:nSP(i)
318
                        if k^{\sim} = sol(i)
319
                             aux= \ sol\left( \ i \ \right);
320
                             sol(i) = k;
321
                             Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
322
                             load1 = max(max(Loads(:,3:4)));
323
                              \quad \textbf{if} \ load1 <= 10 \\
324
                                  energy1=0;
325
                                   for a= 1:nLinks
                                        if Loads(a,3)+Loads(a,4)>0
327
                                             energy1 = energy1 + L(Loads(a,1), Loads(a,2))
328
                                        end
329
                                  end
330
                             else
331
                                  energy1= inf;
                             end
333
                              if energy1<best
334
                                  i\_best=i;
335
                                  k best= k;
336
                                  best= energy1;
337
338
                             sol(i) = aux;
                        end
340
                   end
341
```

```
end
342
             if i best>0
343
                  sol(i\_best) = k\_best;
344
                 energy= best;
             else
346
                 continuar false;
347
             end
        end
        allValues = [allValues energy];
350
        if energy < best Energy
351
             bestSol = sol;
352
             bestEnergy= energy;
353
        end
354
   end
355
   hold on
356
   grid on
357
   plot (sort (allValues));
358
   legend ('Hill climbing using all possible', 'Hill climbing using 10 shortest'
359
        , 'Hill climbing using 5 shortest', Location="southeast");
   fprintf('
                 Best energy = \%.1 f \cdot n', bestEnergy);
   fprintf(
                 No. of solutions = %d n', length (all Values);
361
   fprintf('
                 Av. quality of solutions = \%.1 f \ ', mean(all Values);
362
```

#### 2.c.2 Resultados e Conclusões

Com este codigo, ao usar o algoritmo hill climbing é de esperar que ao utilizar número limitado das rotas mais curtas, se tenha melhores resultados, pois as boas soluções custumam estar sempre nos primeiros shorted path por isso ao reduzir está-se a selecionar as melhores soluções. É de notar que o hill climbing encontra rapidamente a melhor solução, logo, é de esperar que apesar de ter melhores resultados para o caso de se limitar o número de rotas mais curtas, este resultado não seja muito diferente de quando não se limita o número de rotas. Ou seja, com o hill climbing encontra-se muito rapidamente a melhor solução então os resultados obtidos de caso para caso (caso 1, 2 e 3) não devem ser muito diferentes.

Tal como se pode ver na Figura 2.5, no primeiro caso (utilizando todas as rotas possíveis) teve-se 1153.0 como valor do consumo da energia da melhor solução para todos os casos. Pode-se ver também que a qualidade das soluções geradas não varia muito entre os casos. Isto acontece como já foi dito, porque o algoritmo hill climbing encontra muito rapidamente a melhor solução.

Quanto ao número de soluções geradas, pode-se ver que também não houve muita alteração do caso para caso, isto acontece pelo mesmo motivo já referido.

```
Task 2 - Alinea C

Solution hill climbing using all possible routing paths
Best energy = 1153.0
No. of solutions = 7919
Av. quality of solutions = 1317.1

Solution hill climbing using 10 shortest routing paths
Best energy = 1153.0
No. of solutions = 7812
Av. quality of solutions = 1313.6

Solution hill climbing using 5 shortest routing paths
Best energy = 1153.0
No. of solutions = 7195
Av. quality of solutions = 1308.8
```

Figura 2.5: Resultados númericos para a alínea C nos diferentes casos.

Como podemos ver no Gráfico 2.6, os resultados de caso para caso, são muito próximos uns dos outros, logo comprova-se que as melhores soluções estão nos primeiros *shorted path*. É de notar que com a diminuição do número de rotas mais curtas, o algoritmo encontra mais rapidamente a melhor solução (menos soluções geradas), pois existe menos rotas para ele analizar, mas esta diferença não é tão significativa como nos algoritmos random e greedy randomized.

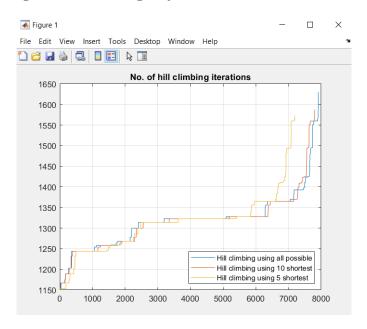


Figura 2.6: Resultados gráficos para a alínea C nos diferentes casos.

## 2.d Task 2.d - Enunciado

Compare the efficiency of the three heuristic algorithms based on the results obtained in 2.a, 2.b and 2.c.

## 2.d.1 Código

Como foi pedido para se comparar os resultados dos diferentes algoritmos, criou-se um programa que nos dá os diferentes gráficos.

```
clear all;
    close all;
    fprintf('Task 2 - Alinea D \setminus n');
   Nodes= [30 70
             350 \ 40
             550 180
             310 130
             100 170
9
             540 290
10
             120 240
11
             400 310
12
             220 370
13
             550 380];
15
   Links = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}
16
               1 5
17
               2 3
18
               2 4
19
               3 4
20
               3 6
               3 8
22
               4 5
23
               4 8
24
               5 7
25
               6 8
26
               6 10
27
               7 8
28
               7 9
               8 9
30
                 10];
31
32
   T = [1]
             3
                  1.0 1.0
33
             4
                  0.7 - 0.5
         1
34
         2
                  2.4 1.5
35
         3
                       2.1
             4
                  2.4
36
                       2.2
         4
             9
                  1.0
         5
             6
                  1.2
                       1.5
38
         5
             8
                  2.1
                       2.5
39
             9
                  1.6 1.9
         5
40
         6 10
                  1.4 1.6];
41
   nNodes= 10;
43
44
```

```
nLinks= size (Links, 1);
   nFlows = size(T,1);
46
  tempo= 10;
47
  B= 625; %Average packet size in Bytes
49
   co= Nodes(:,1)+j*Nodes(:,2);
                       %Square matrix with arc lengths (in Km)
  L = inf(nNodes);
53
   for i=1:nNodes
54
       L(i, i) = 0;
55
  end
56
  C= zeros (nNodes);
                       %Square matrix with arc capacities (in Gbps)
57
   for i=1:nLinks
       C(Links(i,1), Links(i,2)) = 10;
                                         %Gbps
       C(Links(i,2),Links(i,1)) = 10;
60
       d = abs(co(Links(i,1))-co(Links(i,2)));
61
       L(Links(i,1),Links(i,2)) = d+5; %Km
62
       L(Links(i,2),Links(i,1)) = d+5; %Km
63
  end
64
  L= round(L); %Km
65
  % Compute up to 100 paths for each flow:
68
   [sP \ nSP] = calculatePaths(L,T,n);
69
70
   fprintf('\nSolution random with all possible routing paths\n');
   t = tic;
72
  bestEnergy= inf;
73
   sol = zeros(1, nFlows);
   allValues= [];
75
   while toc(t) < 10
76
       for i = 1:nFlows
77
           sol(i) = randi(nSP(i));
       end
79
       Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
80
       load = max(max(Loads(:,3:4)));
81
       if load <= 10
           energy = 0;
            for a=1:nLinks
84
                if Loads(a,3)+Loads(a,4)>0
85
                     energy = energy + L(Loads(a,1),Loads(a,2));
                end
           end
       else
           energy=inf;
       end
91
92
       allValues= [allValues energy];
93
       if energy<br/>bestEnergy
           bestSol = sol;
95
           bestEnergy= energy;
96
       end
   end
  figure (1);
```

```
grid on
   plot (sort (allValues));
101
   title ('Compare the algorithms - Task 2.D')
   fprintf('Energy consumption value of the best solution = \%.1 f \ n',
       bestEnergy);
   fprintf('Number of solutions generated = %d \n', length(allValues));
104
   fprintf('Average quality of all solutions generated = %.1f \n', mean(
       allValues));
106
107
   fprintf('\nSolution greedy ramdomized using all possible routing paths\n');
108
   t = tic;
109
   bestEnergyGreedy= inf;
110
   sol = zeros(1, nFlows);
   allValues= [];
   while toc(t) < 10
113
        ax2 = randperm(nFlows);
114
        sol = zeros(1, nFlows);
115
        for i = ax2
116
             k \text{ best} = 0;
117
             best = inf;
118
            %encontrar o melhor vizinho
119
             for k = 1:nSP(i)
                 sol(i) = k;
121
                 Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
122
                 load = max(max(Loads(:,3:4)));
123
124
                  if load \le 10
125
                      energy = 0;
126
                      for a=1:nLinks
                           if Loads(a,3)+Loads(a,4)>0
128
                                energy = energy + L(Loads(a,1), Loads(a,2));
129
                           end
130
                      end
131
                  else
132
                      energy=inf;
133
                 end
134
135
                  if energy < best
136
                      k \text{ best} = k;
137
                      best = energy;
138
                 end
139
             end
140
             sol(i) = k_best;
141
        end
142
        Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
144
        load = max(max(Loads(:,3:4)));
145
        if load \le 10
146
             energy = 0;
147
             for a=1:nLinks
148
                  if Loads (a,3)+Loads (a,4)>0
149
                      energy = energy + L(Loads(a,1), Loads(a,2));
                 end
151
             end
152
```

```
else
153
               energy=inf;
154
155
         end
          allValues [ allValues energy ];
157
          if energy <br/> <br/>bestEnergyGreedy
158
               bestSol= sol;
               bestEnergyGreedy= energy;
161
    end
162
    hold on
163
    grid on
164
    plot (sort (allValues));
165
    fprintf('Energy consumption value of the best solution = \%.1f \n',
         bestEnergyGreedy);
    \begin{array}{lll} \textbf{fprintf('Number of solutions generated} = \% d \ \backslash n', \ \textbf{length(allValues))}; \\ \textbf{fprintf('Average quality of all solutions generated} = \%.1 f \ \backslash n', \ \textbf{mean(allValues)}. \end{array}
167
168
         allValues));
169
    fprintf('\nSolution hill climbing using all possible routing paths\n');
170
    %Optimization algorithm with multi start hill climbing:
171
    t = tic;
172
    bestEnergy= inf;
    allValues= [];
174
    contadortotal= [];
175
    while toc(t)<tempo
176
         %GREEDY RANDOMIZED:
         continuar true;
178
          while continuar
179
               continuar false;
               ax2= randperm(nFlows);
181
               sol = zeros(1, nFlows);
182
               for i = ax2
183
                    k \text{ best} = 0;
184
                    best = inf;
185
                     for k = 1:nSP(i)
186
                          sol(i) = k;
187
                          Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
                          load = max(max(Loads(:,3:4)));
                          if load \ll 10
190
                               energy 0;
191
                               for a= 1:nLinks
192
                                     if Loads(a,3)+Loads(a,4)>0
193
                                          energy = energy + L(Loads(a,1), Loads(a,2));
194
                                     end
195
                               \quad \text{end} \quad
                          else
197
                               energy= inf;
198
                          end
199
                          if energy<best
200
                               k best= k;
201
                               best = energy;
202
                          end
                    end
204
                     if k_best>0
205
```

```
sol(i) = k_best;
206
                  else
207
                       continuar= true;
208
                       break;
209
                  end
210
             end
211
        end
        energy= best;
214
        %HILL CLIMBING:
215
        continuar= true;
216
        while continuar
217
             i best= 0;
218
             k_best=0;
219
             best= energy;
             for i = 1:nFlows
221
                  for k= 1:nSP(i)
222
                       if k~=sol(i)
223
                            aux= sol(i);
224
                            sol(i) = k;
225
                            Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
226
                            load1 = max(max(Loads(:,3:4)));
227
                            if load1 \ll 10
                                 energy1=0;
229
                                 for a= 1:nLinks
230
                                      if Loads (a, 3)+Loads (a, 4)>0
231
                                           energy1 = energy1 + L(Loads(a,1), Loads(a,2))
232
                                      end
233
                                 end
                            else
235
                                 energy1= inf;
236
                            end
237
                            if energy1<best
238
                                 i best= i;
239
                                 k best= k;
240
                                 best= energy1;
241
                            end
242
                            sol(i) = aux;
                       end
244
                  end
245
246
             end
             if i best>0
247
                  sol(i_best) = k_best;
248
                  energy= best;
249
             else
                  continuar= false;
251
             end
252
        end
253
        allValues = [allValues energy];
254
         if energy<br/>bestEnergy
255
             bestSol= sol;
256
             bestEnergy= energy;
        end
   end
259
```

```
hold on
   grid on
261
   plot(sort(allValues));
   legend ('Random using all possible', 'Greedy randomized using all possible', '
       Hill climbing using all possible', Location="southeast");
                 Best energy = \%.1f\n', bestEnergy);
   fprintf('
264
   fprintf('
                 No. of solutions = %d\n', length(allValues));
265
                 Av. quality of solutions = \%.1f\n', mean(allValues));
   fprintf('
267
268
   fprintf('\nSolution random with 10 shortest routing paths\n');
269
   t = tic;
270
   bestEnergy= inf;
271
   sol = zeros(1, nFlows);
   allValues= [];
   while toc(t) < 10
274
        for i = 1:nFlows
275
            n = \min(10, nSP(i));
276
            sol(i) = randi(n);
277
        end
278
        Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
279
        load = max(max(Loads(:,3:4)));
280
        if load <= 10
            energy = 0;
282
            for a=1:nLinks
283
                 if Loads(a,3)+Loads(a,4)>0
284
                     energy = energy + L(Loads(a,1), Loads(a,2));
285
                 end
286
            end
287
        else
            energy=inf;
290
        allValues [ allValues energy];
291
        if energy<br/>bestEnergy
292
            bestSol = sol;
293
            bestEnergy= energy;
294
        end
295
   end
296
   figure (2);
   grid on
298
   plot (sort (allValues));
299
   title ('Compare the algorithms - Task 2.D')
   fprintf ('Energy consumption value of the best solution = \%.1f \n',
301
       bestEnergy);
   fprintf('Number of solutions generated = %d \n', length(allValues));
302
   fprintf('Average quality of all solutions generated = %.1f \n', mean(
303
       allValues));
304
   fprintf('\nSolution greedy ramdomized using 10 shortest routing paths\n');
305
   bestEnergyGreedy= inf;
307
   sol = zeros(1, nFlows);
308
   allValues= [];
   while toc(t) < 10
310
        ax2 = randperm(nFlows);
311
```

```
sol = zeros(1, nFlows);
312
        for i = ax2
313
             k_best = 0;
314
             best = inf;
315
             %encontrar o melhor vizinho
316
              n = \min(10, nSP(i));
317
             for k = 1:n
                  sol(i) = k;
                  Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
320
                  load = max(max(Loads(:,3:4)));
321
322
                  if load \le 10
323
                       energy = 0;
324
                       for a=1:nLinks
325
                           if Loads (a, 3)+Loads (a, 4)>0
                                energy = energy + L(Loads(a,1), Loads(a,2));
327
328
                      end
329
                  else
330
                       energy=inf;
331
                  end
332
333
                  if energy < best
                       k \text{ best} = k;
335
                       best = energy;
336
337
                  end
             end
338
             sol(i) = k best;
339
        end
340
        Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
        load = max(max(Loads(:,3:4)));
342
        if load \le 10
343
             energy = 0;
344
             for a=1:nLinks
345
                  if Loads (a, 3)+Loads (a, 4)>0
346
                       energy = energy + L(Loads(a,1),Loads(a,2));
347
                  end
348
             end
        else
             energy=inf;
351
        end
352
353
        allValues = [allValues energy];
354
        if energy <br/> <br/>bestEnergyGreedy
355
             bestSol= sol;
             bestEnergyGreedy= energy;
        end
358
   end
359
360
   hold on
    grid on
362
    plot(sort(allValues));
363
    fprintf('Energy consumption value of the best solution = \%.1f \n',
       bestEnergyGreedy);
    fprintf('Number of solutions generated = %d \n', length(allValues));
```

```
fprintf('Average quality of all solutions generated = %.1f \n', mean(
366
        allValues));
367
    fprintf('\nSolution hill climbing using 10 shortest routing paths\n');
   %Optimization algorithm with multi start hill climbing:
369
   t = tic:
370
    bestEnergy= inf;
    allValues= [];
    contadortotal= [];
373
    while toc(t)<tempo
374
        %GREEDY RANDOMIZED:
375
        continuar true;
376
        while continuar
377
             continuar= false;
378
             ax2= randperm(nFlows);
             sol = zeros(1, nFlows);
380
             for i = ax2
381
                  k best= 0;
382
                  best= inf;
383
                   n = \min(10, nSP(i));
384
                  for k=1:n
385
                       sol(i) = k;
386
                       Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
                       load = max(max(Loads(:,3:4)));
388
                       if load \ll 10
389
                            energy 0;
390
                            for a= 1:nLinks
391
                                 if Loads (a,3)+Loads (a,4)>0
392
                                     energy = energy + L(Loads(a,1), Loads(a,2));
393
                                end
                            end
395
                       else
396
                            energy= inf;
397
398
                       end
                       if energy<best
399
                            k \text{ best} = k;
400
                            best= energy;
401
                       end
402
                  end
403
                  if k best>0
404
                       sol(i) = k_best;
405
406
                  else
                       continuar true;
407
                       break;
408
                  end
409
             \quad \text{end} \quad
410
        end
411
        energy= best;
412
413
        %HILL CLIMBING:
414
        continuar true;
415
        while continuar
416
             i best= 0;
             k \text{ best} = 0;
418
             best = energy;
419
```

```
for i = 1:nFlows
420
                   for k= 1:nSP(i)
421
                       if k = sol(i)
422
                            aux= sol(i);
                            sol(i) = k;
424
                            Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
425
                            load1 = max(max(Loads(:,3:4)));
426
                            if load1 \ll 10
                                 energy 1 = 0;
428
                                 for a= 1:nLinks
429
                                      if Loads(a,3)+Loads(a,4)>0
430
                                           energy1 = energy1 + L(Loads(a,1), Loads(a,2))
431
                                      end
432
                                 \quad \text{end} \quad
                            else
434
                                 energy1= inf;
435
                            end
436
                            if energy1<best
437
                                 i best= i;
438
                                 k \text{ best} = k;
439
                                 best= energy1;
440
                            end
                            sol(i) = aux;
442
                       end
443
                  end
444
             end
445
              if i best>0
446
                  sol(i best) = k best;
447
                  energy= best;
              else
449
                  continuar= false;
450
             end
451
452
        end
         allValues = [allValues energy];
453
         if energy<br/>bestEnergy
454
             bestSol= sol;
455
             bestEnergy= energy;
456
        end
    end
458
    hold on
459
    grid on
    plot (sort (all Values));
461
    legend ('Random with 10 shortest', 'Greedy randomized with 10 shortest', 'Hill
462
         climbing with 10 shortest', Location="southeast");
                  Best energy = \%.1 f \setminus n, bestEnergy);
    fprintf(
                  No. of solutions = %d\n', length(allValues));
    fprintf(
464
                  Av. quality of solutions = \%.1 \text{ f} \cdot \text{n}, mean(allValues));
    fprintf(
465
466
    fprintf('\nSolution random with 5 shortest routing paths\n');
467
    t = tic;
468
    bestEnergy= inf;
469
    sol = zeros(1, nFlows);
470
    allValues= ||;
    while toc(t) < 10
472
```

```
for i = 1:nFlows
473
             n = \min(5, nSP(i));
474
             sol(i) = randi(n);
475
        end
476
        Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
477
        load = max(max(Loads(:,3:4)));
478
        if load \le 10
479
             energy = 0;
             for a=1:nLinks
481
                  if Loads (a, 3)+Loads (a, 4)>0
482
                      energy = energy + L(Loads(a,1), Loads(a,2));
483
                 end
484
             end
485
        else
486
             energy=inf;
        end
488
        allValues [ allValues energy ];
489
        if energy < best Energy
490
             bestSol= sol;
491
             bestEnergy= energy;
492
        end
493
494
   end
   figure (3);
496
   grid on
497
   plot(sort(allValues));
498
   title ('Compare the algorithms - Task 2.D')
   fprintf('Energy consumption value of the best solution = \%.1f \n',
500
       bestEnergy);
   fprintf('Number of solutions generated = %d \n', length(allValues));
   fprintf('Average quality of all solutions generated = %.1f \n', mean(
502
       allValues));
503
   fprintf('\nSolution greedy ramdomized using 5 shortest routing paths\n');
504
505
   bestEnergyGreedy= inf;
506
   sol = zeros(1, nFlows);
507
   allValues= [];
   while toc(t) < 10
509
        ax2 = randperm(nFlows);
510
        sol = zeros(1, nFlows);
511
        for i = ax2
512
             k \text{ best} = 0;
513
             best = inf;
514
            %encontrar o melhor vizinho
515
              n = \min(5, nSP(i));
             for k = 1:n
517
                 sol(i) = k;
518
                 Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
519
                 load = max(max(Loads(:,3:4)));
520
521
                  if load \le 10
522
                      energy = 0;
                      for a=1:nLinks
524
                           if Loads(a,3)+Loads(a,4)>0
525
```

```
energy = energy + L(Loads(a,1), Loads(a,2));
526
                          end
527
                      end
528
                 else
529
                      energy=inf;
530
                 end
531
                 if energy < best
                      k \text{ best} = k;
534
                      best = energy;
535
                 end
536
             end
537
             sol(i) = k_best;
538
        end
539
        Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
        load = max(max(Loads(:,3:4)));
541
        if load <= 10
542
             energy = 0;
543
             for a=1:nLinks
544
                 if Loads (a,3)+Loads (a,4)>0
545
                      energy = energy + L(Loads(a,1), Loads(a,2));
546
                 end
547
             end
        else
549
             energy=inf;
550
551
        end
552
        allValues = [allValues energy];
553
        if energy <br/> <br/>bestEnergyGreedy
554
             bestSol= sol;
             bestEnergyGreedy= energy;
        end
557
   end
558
559
   hold on
560
   grid on
561
   plot(sort(allValues));
562
   fprintf('Energy consumption value of the best solution = \%.1f \n',
       bestEnergyGreedy);
   fprintf('Number of solutions generated = %d \n', length(allValues));
564
   fprintf('Average quality of all solutions generated = %.1f \n', mean(
565
       allValues));
566
567
   fprintf('\nSolution hill climbing using 5 shortest routing paths\n');
568
   %Optimization algorithm with multi start hill climbing:
   t = tic;
570
   bestEnergy= inf;
571
   allValues= [];
572
   contadortotal= ||;
   while toc(t)<tempo
574
        %GREEDY RANDOMIZED:
575
        continuar true;
        while continuar
             continuar false;
578
```

```
ax2= randperm(nFlows);
579
             sol = zeros(1, nFlows);
580
             for i = ax2
581
                  k_best=0;
582
                  best= inf;
583
                   n = \min(5, nSP(i));
584
                  for k=1:n
                       sol(i) = k;
                       Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
587
                       load = max(max(Loads(:,3:4)));
588
                       if load \ll 10
589
                            energy 0;
590
                            for a= 1:nLinks
591
                                 if Loads(a,3)+Loads(a,4)>0
592
                                      energy = energy + L(Loads(a,1), Loads(a,2));
594
                            end
595
                       else
596
                            energy= inf;
597
                       end
598
                       if energy < best
599
                            k_best=k;
600
                            best= energy;
                       end
602
                  end
603
                  if k best>0
604
                       sol(i) = k best;
605
                  else
606
                       continuar= true;
607
                       break;
                  end
609
             end
610
        end
611
612
        energy= best;
613
        %HILL CLIMBING:
614
        continuar true;
615
        while continuar
616
             i best = 0;
617
             k \text{ best} = 0;
618
             best= energy;
619
             for i = 1:nFlows
                  for k= 1:nSP(i)
621
                       if k = sol(i)
622
                            aux= sol(i);
                            sol(i) = k;
                            Loads = calculateLinkLoads (nNodes, Links, T, sP, sol);
625
                            load1 = max(max(Loads(:,3:4)));
626
                            if load1 \ll 10
627
                                 energy 1 = 0;
628
                                 for a= 1:nLinks
629
                                      if Loads (a, 3)+Loads (a, 4)>0
630
                                           energy1 = energy1 + L(Loads(a,1), Loads(a,2))
                                     end
632
```

```
end
633
                            else
634
                                energy1= inf;
635
                           end
636
                            if energy1<best
637
                                i best= i:
638
                                k best = k;
                                best = energy1;
641
                            sol(i) = aux;
642
                       end
643
                  end
644
             end
645
             if i best>0
                  sol(i best) = k best;
                  energy= best;
648
             else
649
                  continuar false;
650
             end
651
        end
652
        allValues [allValues energy];
653
         if energy < best Energy
654
             bestSol = sol;
             bestEnergy= energy;
656
        end
657
    end
658
    hold on
    grid on
660
    plot (sort (all Values));
661
    legend ('Random with 5 shortest', 'Greedy randomized with 5 shortest', 'Hill
662
        climbing with 5 shortest', Location="southeast");
663
    fprintf(
                  Best energy = \%.1 f \setminus n', bestEnergy);
664
                  No. of solutions = %d n', length (all Values));
    fprintf(
    fprintf(
                  Av. quality of solutions = \%.1 f \ ', mean(all Values);
666
```

#### 2.d.2 Resultados e Conclusões

Através do código mostrado anteriormente, pode-se ver que o algoritmo hill climbing é bastante mais complexo que o greedy randomized que por sua vez é mais complexo do que o algoritmo random. É esperado que a solução hill climbing tenha a melhor solução mais rapidamente que o algoritmo greedy randomized que por sua vez tenha melhores resultados que o algoritmo random, como verificado na task anterior.

Quando se compara a solução random com a greedy randomized em redes grandes, apesar da solução greedy ser mais pesada computacionalmente que a estrategia random, esta complexidade extra compensa, pois os valores do algoritmo greedy randomized são melhores que os do algoritmo random. Isto também acontece para redes pequenas (neste caso só se tem 9 fluxos). Na Figura 2.7 pode-se observar que se obteve melhores resultados com melhor média da qualidade das soluções geradas no algoritmo greedy randomized (1235.0) que no algoritmo random (2189.0). Isto também pode ser visto através do Gráfico 2.8.

Quando se compara o algoritmo hill climbing com o algoritmo random, pode se observar que este melhorou a solução final entre estes dois algoritmos, mas por outro lado, é de notar que o algoritmo random em 10 segundos gerou 143474 soluções enquanto que o algoritmo hill climbing apenas gerou 1935. Isto comprava que o algoritmo hill climbing é bastante mais complexo que o random.

Finalmente, quando se compara o algoritmo greedy randomized com o hill climbing em redes grandes,

```
Task 2 - Alinea D
Solution random with all possible routing paths
Energy consumption value of the best solution = 2189.0
Number of solutions generated = 143474
                                                                Solution hill climbing using 10 shortest routing paths
Average quality of all solutions generated = Inf
                                                                   Best energy = 1235.0
                                                                   No. of solutions = 2503
Solution greedy ramdomized using all possible routing paths
                                                                   Av. quality of solutions = 1373.3
Energy consumption value of the best solution = 1235.0
Number of solutions generated = 5145
                                                                Solution random with 5 shortest routing paths
Average quality of all solutions generated = 1398.5
                                                                Energy consumption value of the best solution = 1394.0
                                                                Number of solutions generated = 145180
Solution hill climbing using all possible routing paths
                                                                Average quality of all solutions generated = Inf
  Best energy = 1235.0
  No. of solutions = 1935
                                                                Solution greedy ramdomized using 5 shortest routing paths
  Av. quality of solutions = 1374.3
                                                                Energy consumption value of the best solution = 1303.0
                                                                Number of solutions generated = 32163
Solution random with 10 shortest routing paths
                                                                Average quality of all solutions generated = 1512.1
Energy consumption value of the best solution = 1701.0
Number of solutions generated = 145087
                                                                Solution hill climbing using 5 shortest routing paths
Average quality of all solutions generated = Inf
                                                                   Best energy = 1235.0
                                                                   No. of solutions = 1806
Solution greedy ramdomized using 10 shortest routing paths
                                                                   Av. quality of solutions = 1388.6
Energy consumption value of the best solution = 1235.0
Number of solutions generated = 15834
Average quality of all solutions generated = 1415.9
```

Figura 2.7: Resultados númericos para a alínea D nos diferentes casos.

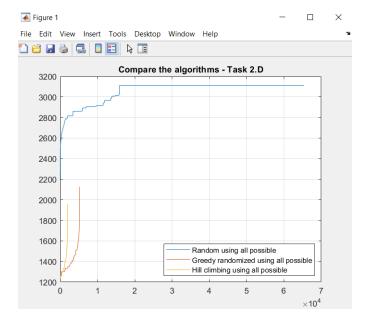


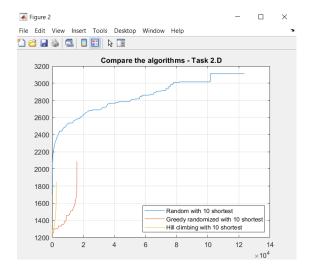
Figura 2.8: Resultados gráficos para a alínea D no caso de ter todas as rotas para os diferentes algoritmos.

apesar do algoritmo hill climbing ser mais complexo e pesado computacionalmente que o algoritmo greedy randomized, esta complexidade extra compensa, pois os valores do algoritmo hill climbing encontra a melhor solução mais rapidamente e os seus melhores valores são melhores que os do algoritmo greedy randomized. Neste caso, como é uma rede pequena (9 fluxos), o melhor valor do algoritmo hill climbing é igual ao do algoritmo greedy randomized, como se pode ver na Figura 2.7. Isto acontece, porque cada algoritmo só corre 10 segundos e como o algoritmo hill climbing é muito complexo, demora mais tempo a gerar soluções tendo menos soluções que o algoritmo greedy randomized. Também se pode ver que a média da qualidade de todas as soluções geradas no hill climbing é maior que no greedy randomized, pois o hill climbing precisa sempre de menos soluções para chegar á melhor solução.

Posto isto, pode-se concluir que para redes pequenas o algoritmo hill climbing é demasiado complexo,

não sendo vantajoso quando se compara com o algoritmo greedy randomized, pois gera menos soluções que o algoritmo greedy randomized e ao mesmo tempo obtem o mesmo resultado que o algoritmo greedy randomized.

Com isto tudo, pode-se concluir que o algoritmo random gera muito mais soluções que o greedy randomized e que o hill climbing. No algoritmo greedy randomized existe uma melhoria significativa na melhor solução quando comparado com o algoritmo random, ou seja a complexidade acrescida que o algoritmo greedy randomized tem em relação ao random, compensa. O algoritmo hill climbing não obteve melhoria quando comparado com o algoritmo greedy randomized. Como este é mais complexo que o greedy randomized pode se dizer que o algoritmo hill climbing não traz vantangens para calcular a energia comparado com o algoritmo greedy randomized.



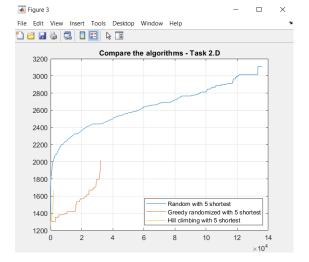


Figura 2.9: Resultados gráficos para a alínea D no caso de ter 10 rotas mais curtas para os diferentes algoritmos.

Figura 2.10: Resultados gráficos para a alínea D no caso de ter 5 rotas mais curtas para os diferentes algoritmos.

Através dos Gráficos 2.9 e 2.10 pode-se observar que utilizando rotas mais curtas as soluções de cada algoritmo ficam melhores (como dito nos exercícios anteriores), continuando-se com o mensionado anteriormente neste exercício.

### Capítulo 3

## Task 3

Assume that all routers are of very high availability (i.e., their availability is 1.0). Compute the availability of each link based on the length of the link assuming the model considered in J.-P. Vasseur, M. Pickavet and P. Demeester, "Network Recovery: Protection and Restoration of Optical, SONET-SDH, IP, and MPLS", Elsevier (2004). In this task, the aim is to compute a pair of symmetrical routing paths to support each flow of the unicast service.

#### 3.a Task 3.a - Enunciado

For each flow, compute one of its routing paths given by the most available path.

#### 3.a.1 Código

Neste exercício foi pedido para se calcular uma das rotas dadas pelo caminho mais disponível, usado o modelo dado nas aulas.

Primeiramente, calculou-se o MTBF usando a expressão dada nas aulas, availability, a matriz A e um array que guarda os valores de sP, que armazena os caminhos, e nSp, que armazena os custos dos caminhos sP. Começou-se por inicializar a disponibilidade de cada fluxo a 1 como pede o enunciado e a construir um ciclo que percorre-se o número de fluxos existentes, guardando numa variável aux os valores de sP $\{i\}$  em arrays para se conseguir aceder aos valores de cada caminho. De seguida, tirou-se o número de nós através do número de colunas do aux guardando numa variável chamada arr. Para cada fluxo, fez-se print do  $1^{\circ}$  caminho, percorrendo o tamanho de aux e calculou-se a sua disponibilidade.

O algoritmo de dijskstra para encontrar o caminho mais curto (ou de menor custo) desde nó de origem usa a ideia de que cada router trata-se como se fosse o router central. Como cada link tem uma métrica associada com o mesmo, o custo da rota desde a origem acaba por ser o sumatório de cada custo individual até se chegar ao nó pretendido. Como neste exercícío pede o caminho de cada fluxo de maior probabilidade, ou seja, o  $1^{\circ}$  caminho encontrado em que cada fluxo tem maior probabilidade de cada elemento estar operacional em qualquer instante, calcula-se fazendo o produto das disponibilidades dos links que pertencem ao percurso calculado com menor custo.

Ao colocar n = 1, o kShortestPath dá-nos o percurso com custo minimo, que é o chamado 1º percurso. O código gerado para a resolução do exercício é o seguinte:

```
550 380];
10
   Links= [1 2
11
            1 5
12
            2 3
13
            2 4
14
            3 4
15
            3 6
16
            3 8
17
            4 5
18
            4 8
19
            5 7
20
            6 8
21
            6 10
22
            7 8
23
            7 9
24
            8
              9
25
            9
              10];
26
      [1
           3
              1.0 1.0
27
       1
           4
              0.7 \ 0.5
28
       2
           7
              2.4 1.5
29
       3
           4
              2.4 2.1
30
       4
          9
              1.0 \ 2.2
31
       5
          6
              1.2 \ 1.5
32
       5
          8
              2.1
                  2.5
33
       5
          9
              1.6 1.9
34
       6 10
              1.4 \ 1.6;
35
   nNodes= 10;
   nLinks= size (Links, 1);
37
   nFlows = size(T,1);
   co= Nodes(:,1)+j*Nodes(:,2);
  L = inf(nNodes);
                        %Square matrix with arc lengths (in Km)
40
   for i=1:nNodes
41
       L(i, i) = 0;
42
43
   end
   for
      i = 1:nLinks
44
       d = abs(co(Links(i,1))-co(Links(i,2)));
45
       L(Links(i,1),Links(i,2)) = d+5; %Km
46
       L(Links(i,2),Links(i,1)) = d+5; %Km
47
   end
48
   L= round(L); \%m
49
   fprintf("Task 3 - Alinea A \ );
  MTBF = (450*360*24)./L;
  A = MTBF./(MTBF+24); \% a = availability
  A(isnan(A))=0; % quando a matriz a tiver Nan mete essa posicao a 0 em vez
      do Nan
   [sP \ nSP] = calculatePaths(L,T,1); %retorna o 1
                                                         caminho para cada link que
      e o melhor
  %sP sao os caminhos e o nSp sao os custos dos caminhos sP
55
   av = ones(1, nFlows); %avalibility tudo a 1 - inicialização
56
   for i = 1:nFlows
57
       aux = cell2mat(sP{i}); %transforma o {...} num array para conseguirmos
58
           aceder ao que esta dentro dos {}
       arr = size(aux); % n de linhas n de colunas -> nos queremos os nos = n
           de colunas
       fprintf('Fluxo %d:\n',i);
60
```

```
fprintf('1 caminho: %d', aux(1));
61
       for j = 2:length(aux)
62
            fprintf('-%d', aux(j));
63
       end
       fprintf("\n");
65
       for j = 1: arr(1,2)-1 %percorre o fluxo i \rightarrow o array aux
66
           av(i) = av(i) * A(aux(j), aux(j+1));
           %estao sempre em serie, pois da sempre o caminho mais curto no
68
           %calculatePaths
69
       end
70
       aux = av(i)*100;
71
       fprintf("Disponibilidade = \%f = \%f\%\%n", av(i), aux);
72
  end
73
```

#### 3.a.2 Resultados e Conclusões

Com base nas explicações anteriormente dadas e perante este programa, obteve-se os resultados da Figura 3.1.

```
Task 3 - Alinea A
Fluxo 1:
1º caminho: 1-2-3
Disponibilidade= 0.996460 = 99.646010%
Fluxo 2:
1º caminho: 1-5-4
Disponibilidade= 0.997868 = 99.786769%
Fluxo 3:
1º caminho: 2-4-5-7
Disponibilidade= 0.997535 = 99.753514%
Fluxo 4:
1º caminho: 3-4
Disponibilidade= 0.998459 = 99.845917%
Fluxo 5:
1º caminho: 4-8-9
Disponibilidade= 0.997529 = 99.752928%
Fluxo 6:
1º caminho: 5-7-8-6
Disponibilidade= 0.996810 = 99.680974%
Fluxo 7:
1º caminho: 5-7-8
Disponibilidade= 0.997708 = 99.770809%
Fluxo 8:
1º caminho: 5-7-9
Disponibilidade= 0.998477 = 99.847713%
Fluxo 9:
1º caminho: 6-10
Disponibilidade= 0.999408 = 99.940776%
```

Figura 3.1: Resultados para a task 3 alínea A nos diferentes casos.

Conclui-se que todos os fluxos tiveram um  $1^{\circ}$  caminho disponivel, com uma disponibilidade superior a 99% cada.

#### 3.b Task 3.b - Enunciado

For each flow, compute another routing path given by the most available path which is link disjoint with the previously computed routing path. Compute the availability provided by each pair of routing paths. Present all pairs of routing paths of each flow and their availability. Present also the average service availability (i.e., the average availability value among all flows of the service).

#### 3.b.1 Código

Neste exercício foi pedido para se calcular outra das rotas dadas pelo caminho mais disponível, usando o modelo dado nas aulas, neste caso com pares de percursos disjuntos, em que cada fluxo (de um nó origem para um nó destino) é suportado por dois percursos disjuntos (ambos a iniciar no nó origem e a terminar no nó destino do fluxo).

Primeiramente, calculou-se o MTBF usando a expressão dada nas aulas, availability, a matriz A e um array que guarda os valores de sP, que armazena os primeiros caminhos, nSp, que armazena os custos dos primeiros caminhos sP, sP2, que armazena dos segundos caminhos, e nSp2, que armazena os custos dos segundos caminhos. Como fizemos no exercício anterior, começou-se por inicializar a disponibilidade de cada fluxo a 1 como pede o enunciado e por construir um ciclo onde se percorre o número de fluxos existentes, guardando numa variável aux os valores de sPi em arrays para se conseguir aceder aos valores de cada caminho, usando a variável aux e realizando as operações já realizadas anteriormente. Depois de encontrados os  $1^{\circ}$  caminhos, calculou-se os segundos caminhos, usando a mesma lógica: tirou-se o número de nós através do número de colunas do aux guardando numa variável chamada arr e, para cada fluxo, fez-se um print do  $2^{\circ}$  caminho, percorrendo o tamanho de aux e calculou-se a sua disponibilidade.

```
Nodes= [30 70
               350 40
2
               550 180
3
               310 130
4
               100 170
               540 290
               120
                     240
               400 310
               220 370
q
               550 380];
10
    Links=
               \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}
11
                1 5
12
                2
                   3
13
                2
                   4
14
                3
                   4
15
                3
                   6
16
                3
                   8
17
                4
                   5
18
                4
                   8
19
                5
                   7
20
                6
                   8
21
                6
                   10
22
                7
                   8
23
                7
                   9
24
                8
                   9
25
                9
                   10];
26
         [1
                    1.0
                         1.0
27
          1
               4
                    0.7
                         0.5
28
          2
               7
                    2.4 1.5
29
```

```
3
          4
              2.4 2.1
30
       4
          9
              1.0 2.2
31
       5
          6
              1.2 1.5
32
       5
          8
              2.1 \ 2.5
       5
          9
              1.6 1.9
34
       6 10
              1.4 \ 1.6;
35
   nNodes = 10;
36
   nLinks= size (Links, 1);
   nFlows = size(T,1);
38
   co= Nodes(:,1)+j*Nodes(:,2);
39
  L = inf(nNodes);
                       %Square matrix with arc lengths (in Km)
   for i=1:nNodes
41
       L(i, i) = 0;
42
   end
43
       i = 1:nLinks
   for
       d = abs(co(Links(i,1))-co(Links(i,2)));
45
       L(Links(i,1),Links(i,2))= d+5; %Km
46
       L(Links(i,2),Links(i,1)) = d+5; \%km
47
   end
48
  L = round(L); \%m
49
   fprintf("Task 3 - Alinea B\n");
  MTBF = (450*360*24)./L;
  A = MTBF./(MTBF+24); \% a = availability
  A(isnan(A))=0; % quando a matriz a tiver Nan mete essa posicao a 0 em vez
53
      do Nan
  AuxL = -\log(A) *100;
   [sP nSP sP2 nSP2] = calculateDisjointPaths(AuxL,T);
   for i=1:nFlows
56
       aux = cell2mat(sP\{1\});
57
       arr = size(aux);
       for j=2:length(aux)
59
            AuxL(aux(j), aux(j-1)) = inf;
60
            AuxL(aux(j-1), aux(j)) = inf;
61
       end
62
   end
63
  %sP sao os caminhos e o nSp sao os custos dos caminhos sP
64
   av = ones(1, nFlows); %avalibility tudo a 1 - inicialização
65
   for i = 1:nFlows
66
       aux = cell2mat(sP2{i}); %transforma o {...} num array para conseguirmos
67
            aceder ao que esta dentro dos {}
       arr = size(aux); % n de linhas n de colunas -> nos queremos os nos = n
68
           de colunas
       fprintf('Fluxo %d:',i);
69
       if isempty(sP2\{i\}\{1\})
70
            fprintf('\nSegundo caminho: %d',sP2{i}{1}(1));
            for j = 2 : length(sP2\{i\}\{1\})
                fprintf('-%d', sP2{i}{1}(j));
73
            end
74
            for j = 1: arr(1,2)-1 %percorre o fluxo i \rightarrow o array aux
75
                av(i) = av(i) * A(aux(j), aux(j+1));
76
                %estao sempre em serie, pois da sempre o caminho mais curto no
77
                %calculatePaths
            end
            aux = av(i) *100;
80
            fprintf("\ nDisponibilidade = \%f = \%f\%\%\ n", av(i), aux);
81
```

```
end end end
```

#### 3.b.2 Resultados e Conclusões

Perante este programa obteve-se os resultados da Figura 3.2.

```
Task 3 - Alinea B
Fluxo 1:
Segundo caminho: 1-5-4-3
Disponibilidade= 0.996330 = 99.633015%
Fluxo 2:
Segundo caminho: 1-2-4
Disponibilidade= 0.997358 = 99.735757%
Fluxo 3:
Segundo caminho: 2-3-8-7
Disponibilidade= 0.995409 = 99.540924%
Fluxo 4:
Segundo caminho: 3-2-4
Disponibilidade= 0.997831 = 99.783090%
Fluxo 5:
Segundo caminho: 4-5-7-9
Disponibilidade= 0.997129 = 99.712916%
Fluxo 6:
Segundo caminho: 5-4-3-6
Disponibilidade= 0.996404 = 99.640390%
Fluxo 7:
Segundo caminho: 5-4-8
Disponibilidade= 0.997382 = 99.738170%
Fluxo 8:
Segundo caminho: 5-4-8-9
Disponibilidade= 0.996183 = 99.618259%
Fluxo 9:
Segundo caminho: 6-8-9-10
Disponibilidade= 0.995839 = 99.583911%
```

Figura 3.2: Resultados para a task 3 alínea B nos diferentes casos.

Perante os resultados pode-se afirmar que os resultados são disjuntos nos nós e nas ligações, pois ao comparar os resultados com os resultados da alínea anterior verifica-se que não existem ligações nem existe nós intermédios comuns entre o  $1^{0}$  e o  $2^{0}$  caminho. Isto faz com que se proteja o fluxo para todas as falhas individuais de um elemento (nó ou ligação) exceto a falha do nó origem ou do nó destino do fluxo.

#### 3.c Task 3.c - Enunciado

Recall that the capacity of all links is 10 Gbps in each direction. Compute how much bandwidth is required on each direction of each link to support all flows with 1+1 protection using the previous computed pairs of link disjoint paths. Compute also the total bandwidth required on all links. Register which links do not have enough capacity.

#### 3.c.1 Código

Neste exercício, era pedido para calcular quanta banda larga era necessária em cada direção de cada link de forma a suportar todos os fluxos com a proteção 1+1.

Usando o código utilizado anteriormente e usando as fórmulas dadas na aula calculou-se a banda larga para cada um dos links e depois calculou-se a soma da banda larga necessária de todos os links.

```
Nodes = [30 70]
            350 40
2
            550 180
3
            310 130
            100 170
            540 290
            120 240
            400 310
            220 370
9
            550 380];
10
   Links = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}
             1 5
12
             2 3
13
             2 4
14
             3 4
15
             3 6
16
             3 8
17
             4 5
18
             4 8
19
             5 7
20
             6 8
21
             6 10
22
             7 8
23
             7 9
24
             8
               9
25
               10];
             9
26
   T = [1]
            3
               1.0 1.0
        1
            4
               0.7 \ 0.5
28
        2
           7
               2.4 1.5
29
        3
            4
               2.4
                    2.1
30
           9
                    2.2
        4
               1.0
31
        5
            6
               1.2
                    1.5
32
        5
           8
               2.1
                    2.5
33
        5
           9
               1.6 1.9
34
        6 10
               1.4 1.6];
35
   nNodes= 10;
36
   nLinks= size (Links, 1);
37
   nFlows = size(T,1);
   co= Nodes(:,1)+j*Nodes(:,2);
   L= inf(nNodes);
                          %Square matrix with arc lengths (in Km)
40
   for i=1:nNodes
41
        L(i,i) = 0;
42
   end
43
       i = 1:nLinks
44
        d = abs(co(Links(i,1))-co(Links(i,2)));
45
        L(Links(i,1),Links(i,2)) = d+5; %Km
46
        L(Links(i,2),Links(i,1)) = d+5; %Km
47
   end
48
   L= round(L); %Km
49
   fprintf("Task 3 - Alinea B\n");
   MTBF = (450*360*24)./L;
51
   A = MTBF./(MTBF+24); \% a = availability
52
   A(isnan(A))=0; % quando a matriz a tiver Nan mete essa posicao a 0 em vez
       do Nan
  AuxL = -\log(A) *100;
```

```
[sP nSP sP2 nSP2] = calculateDisjointPaths(AuxL,T);
55
   for i=1:nFlows
56
       aux = cell2mat(sP\{1\});
57
       arr = size(aux);
       for j=2:length(aux)
59
           AuxL(aux(j), aux(j-1)) = inf;
60
           AuxL(aux(j-1), aux(j)) = inf;
       end
   end
63
  %sP sao os caminhos e o nSp sao os custos dos caminhos sP
64
   av = ones(1, nFlows); %avalibility tudo a 1 - inicialização
   for i = 1:nFlows
66
       aux = cell2mat(sP2\{i\}); %transforma o {...} num array para conseguirmos
67
            aceder ao que esta dentro dos {}
       arr = size(aux); % n de linhas n de colunas -> nos queremos os nos = n
           de colunas
       fprintf('Fluxo %d:',i);
69
       if ~isempty(sP2{i}{1})
70
           fprintf('\nSegundo caminho: %d',sP2{i}{1}(1));
71
           for j = 2 : length(sP2\{i\}\{1\})
72
                fprintf('-%d', sP2{i}{1}(j));
73
           end
           for j = 1: arr(1,2)-1 %percorre o fluxo i \rightarrow o array aux
                av(i) = av(i) * A(aux(j), aux(j+1));
76
               %estao sempre em serie, pois da sempre o caminho mais curto no
77
               %calculatePaths
78
           end
           aux = av(i)*100;
80
           fprintf("\nDisponibilidade = \%f = \%f\%\%n", av(i), aux);
       end
   end
83
   bandwith= calculateLinkLoads1plus1(nNodes,Links,T,sP,sP2)
84
   totalbandwith= sum(sum(bandwith(:,3:4)))
```

#### 3.c.2 Resultados e Conclusões

A proteção 1+1 dita que se houver 2 fluxos que passam pelos mesmos routers soma-se a banda larga (gbps) que passam por lá pois, neste caso, o fluxo é duplicado pelos 2 percursos e o tempo de recuperação de falhas é muito curto, o que exige muitos recursos da rede.

Perante o programa anterior obteve-se os resultados da Figura 3.3.

```
bandwith =
    1.0000
               2.0000
                         1.7000
                                    1.5000
    1.0000
               5.0000
                         1.7000
                                     1.5000
                         5.5000
                                    4.9000
    2.0000
               3.0000
    2.0000
               4.0000
                         5.5000
                                     4.1000
    3.0000
               4.0000
                         4.9000
                                    4.3000
    3.0000
               6.0000
                         1.2000
                                    1.5000
    3.0000
               8.0000
                         2.4000
                                    1.5000
    4.0000
               5.0000
                         10.8000
                                   10.3000
    4.0000
               8.0000
                         4.7000
                                    6.6000
    5.0000
               7.0000
                         8.3000
                                     9.6000
               8.0000
    6.0000
                         2.9000
                                    2.8000
    6.0000
              10.0000
                         1.4000
                                    1.6000
    7.0000
               8.0000
                          4.8000
                                     6.4000
                         2.6000
    7.0000
               9.0000
                                    4.1000
    8.0000
               9.0000
                          4.0000
                                     5.7000
    9.0000
              10.0000
                         1.4000
                                     1.6000
totalbandwith =
  131.8000
```

Figura 3.3: Resultados para a task 3 alínea C nos diferentes casos.

Como cada link tem a capacidade de 10 Gbps em cada direção, os links que não têm capacidade necessária são todos os que forem maior que 10 Gbps. Nesse caso, e analisando os resultados obtidos, a linha que obtem maior banda larga do que 10 Gbps é a entre o link dos nós 4 e 5, que necessita 10.800 Gbps e 10.300 Gbps, respetivamente.

#### 3.d Task 3.d - Enunciado

Compute how much bandwidth is required on each link to support all flows with 1:1 protection using the previous computed pairs of link disjoint paths. Compute also the total bandwidth required on all links. Register which links do not have enough capacity and the highest bandwidth value required among all links.

#### 3.d.1 Código

Neste exercício, era pedido para calcular quanta banda larga era necessária em cada direção de cada link de forma a suportar todos os fluxos com a proteção 1:1.

Usando o código utilizado anteriormente e usando as fórmulas dadas calculou-se a banda larga para cada um dos links, calculou-se a soma da banda larga necessária de todos os links e depois o link que precisava de mais banda larga dos calculados.

```
310 130
4
            100 170
5
            540 290
            120 240
            400 310
            220 370
9
            550 380];
10
   Links = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}
11
             1 5
12
             2 3
13
             2 4
             3 4
15
             3 6
16
             3 8
17
             4 5
18
             4 8
19
             5 7
20
             6 8
21
             6 10
22
             7 8
23
             7 9
24
             8 9
25
               10];
             9
26
   T=[1]
            3
                1.0 1.0
27
            4
                0.7
                     0.5
28
        2
            7
                2.4 1.5
29
        3
            4
                2.4 \ 2.1
        4
            9
                1.0 \ \ 2.2
31
        5
            6
                1.2 1.5
32
        5
            8
                2.1 \ 2.5
33
            9
                1.6 1.9
        5
34
        6 10
                1.4 \ 1.6;
35
   nNodes= 10;
36
   nLinks = \begin{array}{cc} \textbf{size} \, (\, Links \,\, , 1 \,) \,\, ; \\ \end{array}
   nFlows = size(T,1);
   co= Nodes(:,1)+j*Nodes(:,2);
39
                           %Square matrix with arc lengths (in Km)
   L= inf(nNodes);
40
   for i=1:nNodes
41
        L(i, i) = 0;
42
   end
43
   for i=1:nLinks
44
        d = abs(co(Links(i,1))-co(Links(i,2)));
45
        L(Links(i,1),Links(i,2)) = d+5; %Km
46
        L(Links(i,2),Links(i,1)) = d+5; \%km
47
   end
48
   L= round(L); % Mm
49
   fprintf("Task 3 - Alinea B\n");
   MTBF = (450*360*24)./L;
   A = MTBF./(MTBF+24); \% a = availability
   A(isnan(A))=0; % quando a matriz a tiver Nan mete essa posicao a 0 em vez
       do Nan
   AuxL = -\log(A) *100;
   [sP nSP sP2 nSP2] = calculateDisjointPaths(AuxL,T);
   for i=1:nFlows
56
        aux = cell2mat(sP\{1\});
57
```

```
arr = size(aux);
58
       for j=2:length(aux)
59
            AuxL(aux(j), aux(j-1)) = inf;
60
            AuxL(aux(j-1), aux(j)) = inf;
       end
62
   end
63
  %sP sao os caminhos e o nSp sao os custos dos caminhos sP
   av = ones(1, nFlows); %avalibility tudo a 1 - inicialização
   for i = 1:nFlows
66
       aux = cell2mat(sP2{i}); %transforma o {...} num array para conseguirmos
67
            aceder ao que esta dentro dos {}
       arr = size(aux); % n de linhas n de colunas -> nos queremos os nos = n
68
           de colunas
       fprintf('Fluxo %d:',i);
69
       if ~isempty(sP2{i}{1})
            fprintf('\nSegundo caminho: %d',sP2{i}{1}(1));
71
            for j = 2 : length(sP2\{i\}\{1\})
72
                fprintf('-%d', sP2{i}{1}(j));
73
            end
74
                j = 1: arr(1,2)-1 %percorre o fluxo i -> o array aux
            for
75
                av(i) = av(i) * A(aux(j), aux(j+1));
76
                %estao sempre em serie, pois da sempre o caminho mais curto no
                %calculatePaths
79
            aux = av(i)*100;
80
            fprintf("\nDisponibilidade= \%f = \%f\%\\n",av(i),aux);
81
       end
   end
83
   bandwith= calculateLinkLoads1to1(nNodes, Links, T, sP, sP2)
84
   totalbandwith= sum(sum(bandwith(:,3:4)))
   \begin{bmatrix} \sim \\  \end{bmatrix}, index \end{bmatrix} = \max(\text{bandwith}(:,3:4));
   maxbandwith = bandwith (index,:)
```

#### 3.d.2 Resultados e Conclusões

Usando a proteção 1:1, o fluxo é enviado por um dos percursos (percurso de serviço) e o outro (percurso de proteção) só é usado em caso de falha do primeiro. Contudo, o tempo de recuperação é grande e os recursos de proteção podem ser partilhados entre diferentes fluxos. Se houver 2 fluxos que passam pelos mesmos routers, escolheu-se os que têm valores de banda larga máximo que passa por lá.

Perante este programa obteve-se os resultados da Figura 3.4.

```
bandwith =
    1.0000
               2.0000
                         1.7000
                                    1.5000
    1.0000
               5.0000
                          1.7000
                                    1.5000
               3.0000
                         3.4000
                                    3.4000
    2,0000
    2.0000
               4.0000
                         4.8000
                                    3.6000
    3.0000
               4.0000
                         3.9000
                                    3.3000
    3.0000
               6.0000
                         1.2000
                                    1.5000
    3.0000
               8.0000
                          2.4000
                                    1.5000
    4.0000
               5.0000
                         6.9000
                                    5.6000
    4.0000
               8.0000
                         4.7000
                                    6.6000
    5.0000
               7.0000
                         8.3000
                                    9.6000
    6.0000
               8.0000
                                    2.8000
                         2.9000
    6.0000
              10.0000
                         1.4000
                                    1.6000
    7.0000
               8.0000
                          4.8000
                                    6.4000
    7.0000
               9.0000
                         2.6000
                                    4.1000
    8.0000
               9.0000
                         2.6000
                                    4.1000
    9.0000
              10.0000
                         1.4000
                                    1.6000
totalbandwith =
  113.4000
maxbandwith =
    5.0000
               7.0000
                         8.3000
                                    9.6000
    5.0000
               7.0000
                         8.3000
                                    9.6000
```

Figura 3.4: Resultados para a task 3 alínea D nos diferentes casos.

Como cada link tem a capacidade de 10 Gbps em cada direção, os links que não têm capacidade necessária são todos os que forem maior que 10 Gbps. Nesse caso, e analisando os resultados obtidos, todos os links têm capacidade e o link que necessita maior banda larga é entre os nós 5 e 7.

#### 3.e Task 3.e - Enunciado

Compare the results of 3.c and 3.d and justify the differences.

#### 3.e.1 Resultados e Conclusões

Comparando os resultados da alinea c e d, consegue-se entender que o desempenho de falhas do 1+1 é mais rápido que o 1:1, sendo uma das razões das diferenças nos valores entre as duas alíneas. Enquanto que 1+1 simplesmente duplica os dados pelo dois caminhos de cada fluxo e portanto, a largura de banda necessária é a soma de cada fluxo, o 1:1 faz partilha de recursos fazendo com que em alguns links, a largura de banda necessária seja menor.

Outra situação que poderá acontecer é um caminho já estar a ser utilizado por outro fluxo e o fluxo seguinte nunca chegar ao seu destino, daí os mecanismos de proteção serem tão importantes.

## Capítulo 4

## Task 4

Consider the same availability values as in Task 3. In this task, the aim is to compute a pair of symmetrical routing paths to support each flow of the unicast service with 1:1 protection which minimizes the highest required bandwidth value among all links.

#### 4.a Task 4.a - Enunciado

For each flow, compute 10 pairs of link disjoint paths in the following way. With a k-shortest path algorithm, first compute the k=10 most available routing paths provided by the network to each traffic flow. Then, compute the most available path which is link disjoint with each of the k previous paths.

#### 4.a.1 Código

Para este exercício, foi pedido para calcular 10 caminhos de pares disjuntos. Para isto calculou-se os 10 primeiros shortest paths com a função kShortestPath, a seguir iterou-se sobre o array calculado e criou-se uma matriz temporaria para cada path com nome de NewAuxL onde é igual à original (AuxL) onde se alterou os links usados no shortestPath para "inf". Depois voltou-se a calcular o kShortestPath, mas com a matriz temporaria criada anteriormente e com tamanho 1 e guarda-se os resultados outro array (shortestPath2). A partir daqui, fez-se como no exercício 3.d.

```
clear all;
    close all;
    Nodes= [30 70
              350 40
              550 180
              310 130
              100 170
              540 290
9
              120 240
10
              400 310
11
              220 370
12
              550 380];
13
    Links = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}
14
               1 5
15
               2 3
16
```

```
2 4
17
            3 4
18
            3 6
19
            3 8
            4 5
21
            4 8
22
            5 7
23
            6 8
24
            6 10
25
            7 8
26
            7 9
27
            8 9
28
            9 10];
29
30
      [1
           3
              1.0 1.0
31
              0.7
                   0.5
       1
           4
32
       2
           7
              2.4
                  1.5
33
       3
           4
              2.4
                   2.1
34
       4
           9
              1.0
                   2.2
35
       5
           6
              1.2 1.5
36
       5
           8
              2.1 \ 2.5
37
       5
          9
              1.6 1.9
38
       6 10
              1.4 1.6];
40
   nNodes= 10;
41
   nLinks= size(Links,1);
42
   nFlows = size(T,1);
   co= Nodes(:,1)+j*Nodes(:,2);
44
   L= inf(nNodes);
                        %Square matrix with arc lengths (in Km)
45
   for i=1:nNodes
46
       L(i, i) = 0;
47
48
   for
       i=1:nLinks
49
       d= abs(co(Links(i,1))-co(Links(i,2)));
50
       L(Links(i,1),Links(i,2)) = d+5; %Km
51
       L(Links(i,2),Links(i,1)) = d+5; \%km
52
   end
53
   L= round(L); %Km
   fprintf("Task 3 - Alinea A \ );
  MTBF = (450*360*24)./L;
   A = MTBF./(MTBF+24); \% a = availability
57
   A(isnan(A))=0; % quando a matriz a tiver Nan mete essa posicao a 0 em vez
      do Nan
   AuxL = -log(A);
59
  %[sP nSP sP2 nSP2] = calculateDisjointPaths(AuxL,T);
   shortestPathFinal = [];
   for i=1:nFlows
62
       [shortestPath, totalCost] = kShortestPath(AuxL,T(i,1),T(i,2),10); %
63
           queremos os 10 percursos com custo minimo
64
       NewAuxL=AuxL;
65
       for k = 1:10
66
            tempshortestPath = cell2mat(shortestPath(k));
68
            for j=2:length (tempshortestPath)
69
```

```
NewAuxL(tempshortestPath(j), tempshortestPath(j-1)) = inf;
70
                 NewAuxL(tempshortestPath(j-1), tempshortestPath(j)) = inf;
71
            end
72
            [shortestPath2, totalCost2] = kShortestPath(NewAuxL,T(i,1),T(i,2)
                ,1); %queremos os 1 percursos com custo minimo
            shortestPathFinal = [shortestPathFinal shortestPath2];
74
        end
75
   end
76
78
   for i = 1:nFlows
79
      % arr = size(aux); % n de linhas n de colunas -> nos queremos os nos = n
80
           de colunas
81
        fprintf('Fluxo %d:',i);
        for k=1:10
83
           aux = cell2mat(shortestPathFinal(k)); %transforma o {...} num array
84
               para conseguirmos aceder ao que esta dentro dos {}
85
          fprintf('\nPath %d : %d',k,aux(1));
86
           for j = 2 : length(aux)
87
                fprintf('-%d', aux(j));
           end
           if ~isempty(aux(2))
90
                 fprintf('\tSecond path: %d',aux(1));
91
                 for j= 2:length(aux)
92
                     fprintf('-%d', aux(j));
                 end
94
            else
95
                 fprintf('No paths');
            end
97
98
        end
99
        fprintf(' \setminus n');
100
101
   fprintf(' \ ' \ ');
102
```

#### 4.a.2 Resultados e Conclusões

Infelizmente como se pode ver nas Figuras 4.1, 4.2 e 4.3 os resultados obtidos não foram os esperados, pois obteve-se os mesmo caminhos para todos os fluxos.

```
Fluxo 3:
Path 1: 1-5-4-3 Second path: 1-5-4-3
                                                                Path 1: 1-5-4-3 Second path: 1-5-4-3
Path 2 : 1-2-4 Second path: 1-2-4
                                                                Path 2: 1-2-4 Second path: 1-2-4
Path 3 : 2-3-8-7 Second path: 2-3-8-7
                                                                Path 3 : 2-3-8-7 Second path: 2-3-8-7
Path 4 : 2-3-8-7
                  Second path: 2-3-8-7
                                                                Path 4 : 2-3-8-7 Second path: 2-3-8-7
Path 5 : 2-3-8-9-7 Second path: 2-3-8-9-7
                                                                Path 5 : 2-3-8-9-7 Second path: 2-3-8-9-7
Path 6: 3-2-4 Second path: 3-2-4
                                                                Path 6: 3-2-4 Second path: 3-2-4
Path 7 : 3-8-4 Second path: 3-8-4
                                                                Path 7: 3-8-4 Second path: 3-8-4
Path 8: 3-6-8-7-5-4 Second path: 3-6-8-7-5-4
                                                                Path 8: 3-6-8-7-5-4 Second path: 3-6-8-7-5-4
Path 9: 4-5-7-9 Second path: 4-5-7-9
                                                                Path 9: 4-5-7-9 Second path: 4-5-7-9
Path 10: 4-3-6-10-9 Second path: 4-3-6-10-9
                                                                Path 10: 4-3-6-10-9 Second path: 4-3-6-10-9
Fluxo 2:
                                                                Fluxo 4:
Path 1 : 1-5-4-3 Second path: 1-5-4-3
                                                                Path 1: 1-5-4-3 Second path: 1-5-4-3
Path 2: 1-2-4 Second path: 1-2-4
                                                                Path 2 : 1-2-4 Second path: 1-2-4
Path 3: 2-3-8-7 Second path: 2-3-8-7 Path 4: 2-3-8-7 Second path: 2-3-8-7
                                                                Path 3: 2-3-8-7 Second path: 2-3-8-7 Path 4: 2-3-8-7 Second path: 2-3-8-7
Path 5: 2-3-8-9-7 Second path: 2-3-8-9-7
                                                                Path 5 : 2-3-8-9-7 Second path: 2-3-8-9-7
Path 6: 3-2-4 Second path: 3-2-4
                                                                Path 6: 3-2-4 Second path: 3-2-4
Path 7 : 3-8-4 Second path: 3-8-4
                                                                Path 7: 3-8-4 Second path: 3-8-4
Path 8: 3-6-8-7-5-4 Second path: 3-6-8-7-5-4
                                                                Path 8: 3-6-8-7-5-4 Second path: 3-6-8-7-5-4
Path 9: 4-5-7-9 Second path: 4-5-7-9
                                                                Path 9: 4-5-7-9 Second path: 4-5-7-9
Path 10: 4-3-6-10-9 Second path: 4-3-6-10-9
                                                                Path 10: 4-3-6-10-9 Second path: 4-3-6-10-9
```

Figura 4.1: Resultados númericos para a alínea A nos diferentes casos.

```
Fluxo 5:
                                                                 Fluxo 7:
Path 1 : 1-5-4-3
                  Second path: 1-5-4-3
                                                                 Path 1: 1-5-4-3 Second path: 1-5-4-3
Path 2: 1-2-4 Second path: 1-2-4
                                                                 Path 2 : 1-2-4 Second path: 1-2-4
Path 3: 2-3-8-7 Second path: 2-3-8-7 Path 4: 2-3-8-7 Second path: 2-3-8-7
                                                                 Path 3 : 2-3-8-7 Second path: 2-3-8-7
Path 4 : 2-3-8-7 Second path: 2-3-8-7
                   Second path: 2-3-8-7
                                                                                     Second path: 2-3-8-7
Path 5 : 2-3-8-9-7 Second path: 2-3-8-9-7
                                                                 Path 5 : 2-3-8-9-7 Second path: 2-3-8-9-7
Path 6: 3-2-4 Second path: 3-2-4
                                                                 Path 6: 3-2-4 Second path: 3-2-4
                                                                 Path 7 : 3-8-4 Second path: 3-8-4
Path 7: 3-8-4 Second path: 3-8-4
Path 8: 3-6-8-7-5-4 Second path: 3-6-8-7-5-4
                                                                 Path 8: 3-6-8-7-5-4 Second path: 3-6-8-7-5-4
Path 9: 4-5-7-9 Second path: 4-5-7-9
                                                                 Path 9: 4-5-7-9 Second path: 4-5-7-9
Path 10: 4-3-6-10-9 Second path: 4-3-6-10-9
                                                                 Path 10: 4-3-6-10-9 Second path: 4-3-6-10-9
Fluxo 6:
                                                                 Fluxo 8:
Path 1: 1-5-4-3 Second path: 1-5-4-3
                                                                 Path 1 : 1-5-4-3 Second path: 1-5-4-3
Path 2: 1-2-4 Second path: 1-2-4
                                                                 Path 2: 1-2-4 Second path: 1-2-4
                                                                 Path 3 : 2-3-8-7 Second path: 2-3-8-7
Path 4 : 2-3-8-7 Second path: 2-3-8-7
Path 3: 2-3-8-7 Second path: 2-3-8-7
Path 4: 2-3-8-7
                   Second path: 2-3-8-7
Path 5 : 2-3-8-9-7 Second path: 2-3-8-9-7
                                                                 Path 5 : 2-3-8-9-7 Second path: 2-3-8-9-7
Path 6: 3-2-4 Second path: 3-2-4
                                                                 Path 6: 3-2-4 Second path: 3-2-4
Path 7 : 3-8-4 Second path: 3-8-4
                                                                 Path 7: 3-8-4 Second path: 3-8-4
Path 8: 3-6-8-7-5-4 Second path: 3-6-8-7-5-4
                                                                 Path 8: 3-6-8-7-5-4 Second path: 3-6-8-7-5-4
Path 9: 4-5-7-9
                  Second path: 4-5-7-9
                                                                 Path 9: 4-5-7-9 Second path: 4-5-7-9
Path 10 : 4-3-6-10-9
                      Second path: 4-3-6-10-9
                                                                 Path 10 : 4-3-6-10-9
                                                                                        Second path: 4-3-6-10-9
```

Figura 4.2: Resultados númericos para a alínea A nos diferentes casos.

```
Fluxo 9:

Path 1: 1-5-4-3 Second path: 1-5-4-3

Path 2: 1-2-4 Second path: 1-2-4

Path 3: 2-3-8-7 Second path: 2-3-8-7

Path 4: 2-3-8-7 Second path: 2-3-8-7

Path 5: 2-3-8-9-7 Second path: 2-3-8-9-7

Path 6: 3-2-4 Second path: 3-2-4

Path 7: 3-8-4 Second path: 3-8-4

Path 8: 3-6-8-7-5-4 Second path: 3-6-8-7-5-4

Path 9: 4-5-7-9 Second path: 4-5-7-9

Path 10: 4-3-6-10-9 Second path: 4-3-6-10-9
```

Figura 4.3: Resultados númericos para a alínea A nos diferentes casos.

## Capítulo 5

# Contribuições dos autores

Mariana Pinto - 50%Raquel Pinto - 50%