

Proiectarea filtrelor de tip FIR prin metoda ferestrei

Draghici Rares-Valentin

333AB

Raportul proiectului

Cuprins

| | |
|--------------------|----|
| Sumar | 3 |
| Capitolul I | 3 |
| Capitolul II | 4 |
| Capitolul III..... | 7 |
| Concluzii..... | 12 |
| Bibliografie | 12 |

Sumar

Scopul proiectului este de a observa caracteristicile celor 9 ferestre descrise in cadrul laboratorului si de a le folosi pentru a facilita proiectarea filtrelor de tip FIR, avand tolerante fixe impuse.

Capitolul I

Primul obiectiv de atins este descrierea celor 9 ferestre studiate in cadrul laboratorului. Este de interes atat modul matematic de descriere al ferestrei, cat si analiza grafica comparativa a acestora. Parametrizarea anumitor ferestre este de asemenea de interes, avand in vedere modul in care aceasta influenteaza raspunsul lor in frecventa.

Cel de-al doilea obiectiv este efectuarea unei analize comparative intre ferestrele studiate proiectand un filtru de tip FIR cu parametri ω_c si M fixati, punand in evidenta efectul fiecarei ferestre asupra raspunsului in frecventa si a calitatii filtrului. De asemenea, este de interes analiza efectului modificarii ordinului filtrului asupra calitatii acestuia.

In ultimul rand, este necesar studiul modului de proiectare al unui filtru de tip FIR, utilizand metoda ferestrei si avand anumite tolerante impuse. Ca urmare, va fi prezentat un mod de cautare al filtrului optim din punct de vedere al ordinului minim si al abaterii fata de raspunsul ideal in frecventa.

Capitolul II

Principiul pe care se bazeaza acest studiu este modularea in timp a unui raspuns ideal cu cel al unui semnal de tip fereastră. Un semnal de tip fereastră este definit ca fiind o functie simetrica, cu valori non-zero in intervalul $[-M, M]$ (M – ordinul filtrului) si zero inafara acestui interval. In general, functia de tip fereastră prezinta un maxim in 0, scazand treptat si atingand valoarea 0 la marginile intervalului.

Intelegerea caracteristicilor de baza ale unui filtru este esentiala pentru realizarea obiectivelor propuse. Figura 1 (Augusto) descrie caracteristica ideala a unui filtru de tip trece-jos (FTJ) – amplificare unitara pana la frecventa de taiere ω_c si o atenuare brusca la $-\infty dB$ dupa frecventa de taiere. Acest tip de filtru, insa, este nerealizabil fizic.

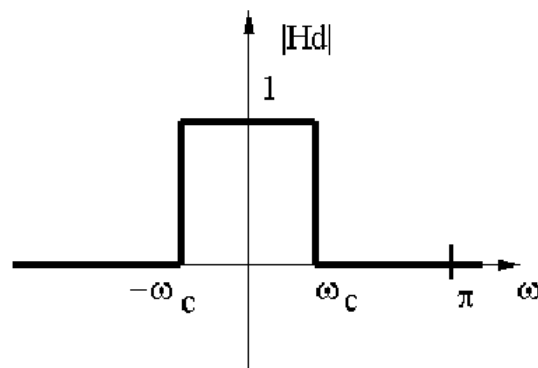


Figura 1

Ferestrele de semnal pe care le vom folosi sunt:

- Fereastră dreptunghiulară:

$$w_d[n] = 1, n \in \overline{0, M-1}.$$

(1.1)

- Fereastra triunghiulara

$$w_t[n] = 1 - \frac{2 \left| n - \frac{M-1}{2} \right|}{M-1}, n \in \overline{0, M-1}.$$

(1.2)

- Fereastra Blackman-Harris

$$w_{Bk}[n] = 0.42 - 0.5 \cos \frac{2n\pi}{M-1} + 0.08 \cos \frac{4n\pi}{M-1}, n \in \overline{0, M-1}.$$

(1.3)

- Fereastra Chebisev

$$w(n) = \frac{1}{N} \left[\frac{1}{r} + 2 \sum_{i=1}^{(N-1)/2} T_{N-1} \left(x_0 \cos \left(\frac{i\pi}{N} \right) \right) \cos \left(\frac{2\pi ni}{N} \right) \right], \quad n = 0, \dots, (N-1)/2$$

(1.4)

- Fereastra Hamming

$$w_{Hm}[n] = 0.54 - 0.46 \cos \frac{2n\pi}{M-1}, n \in \overline{0, M-1}.$$

(1.5)

- Fereastra Hanning

$$w_{Hn}[n] = \frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{2n\pi}{M-1} \right), n \in \overline{0, M-1}.$$

(1.6)

- Fereastra Kaiser – parametrul $\alpha > 0$ este inaltimea in dB a primului lob parazit

$$w_{Ks}[n] = \frac{\sinh \left[\alpha \sqrt{\left(\frac{M-1}{2} \right)^2 - \left(n - \frac{M-1}{2} \right)^2} \right]}{\sinh \left[\alpha \frac{M-1}{2} \right]}, n \in \overline{0, M-1},$$

(1.7)

- Fereastra Lanczos – parametrul L controleaza deschiderea ferestrei

$$w_{Lz}[n] = \left[\frac{\sin 2\pi \left(\frac{2n-M+1}{2(M-1)} \right)}{2\pi \left(\frac{2n-M+1}{2(M-1)} \right)} \right]^L, n \in \overline{0, M-1}, \quad (1.8)$$

- Fereastra Tukey – parametrul α controleaza aportul adus de suportul ferestrei dreptunghiulare in suportul intregii ferestre

$$w_{Tk}[n] = \begin{cases} 1 & , \left| n - \frac{M-1}{2} \right| \leq \alpha \frac{M-1}{2} \\ \sin^2 \left(\frac{n}{(1-\alpha)(M-1)} \pi \right) & , 0 \leq n < \frac{(1-\alpha)(M-1)}{2} \\ \sin^2 \left(\frac{n-M+1}{(1-\alpha)(M-1)} \pi \right) & , \frac{(1+\alpha)(M-1)}{2} < n \leq M-1 \end{cases}, n \in \overline{0, M-1}. \quad (1.9)$$

Alegerea ferestrei potrivite este o problema ce nu are un raspuns definitiv, ci depinde de cerintele de proiectare ale filtrului dorit. In principiu, datorita Principiului de incertitudine Gabor-Heisenberg alegerea ferestrei este un compromis intre deschiderea cat mai mica a lobului principal si atenuarea lobilor paraziti.

Problema proiectarii unui filtru cu tolerante impuse se rezuma la a proiecta un filtru astfel incat, date fiind ω_p , ω_s , Δ_p si Δ_s , sa se aleaga ordinul filtrului, fereastra si frecventa de taiere ω_c pentru a minimiza in primul rand ordinul filtrului, si in al doilea rand abaterile in banda de trecere si de stopare. O metoda de a alege aceste valori este urmatoarea:

1. Se aleg M si ω_c , $\omega_p < \omega_c < \omega_s$ si fereastra, dupa care se proiecteaza un filtru FIR – h
2. Daca abaterile sunt in parametri nominali, se incearca micsorarea ordinului M pana la gasirea ordinului minim
3. Daca nu s-a gasit un filtru, se modifica: ω_c si fereastra utilizata si se reia pasul 2

Capitolul III

Pentru a realiza obiectivele propuse, am utilizat MATLAB pentru a realiza o analiza grafica si calitativa a celor 9 ferestre studiate, am utilizat ferestrele respective in proiectarea filtrelor de tip trece-jos, si am propus o metoda de tip brute-force pentru minimizarea ordinului filtrului in cadrul proiectarii filtrelor cu tolerante fixate. De asemenea, utilizand metoda ferestrei, am proiectat un filtru FIR pornind de la raspunsul ideal si am adaptat metoda de cautare a filtrului optim pentru a utiliza raspunsul ideal.

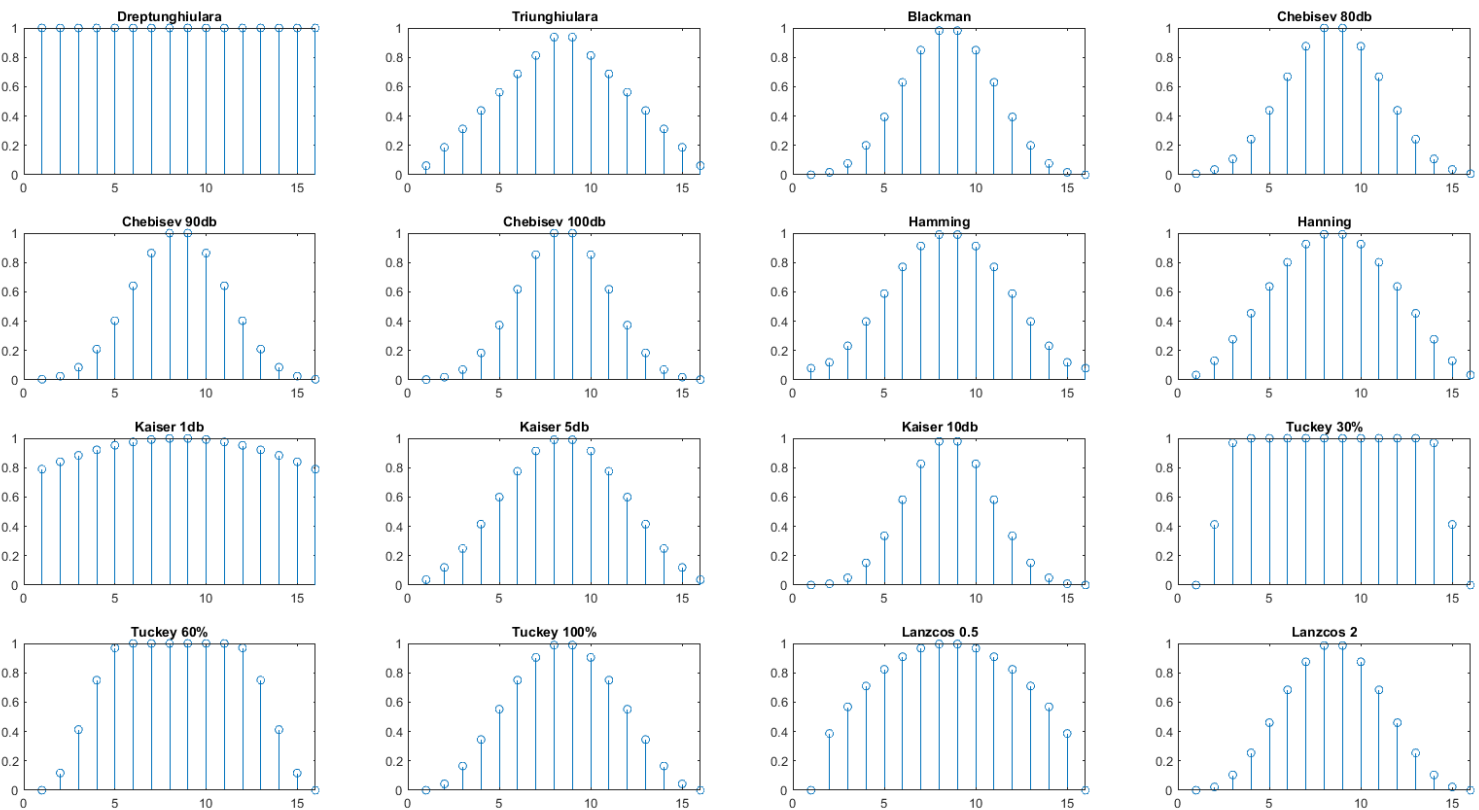


Figura 2 – Raspunsul la impuls al ferestrelor

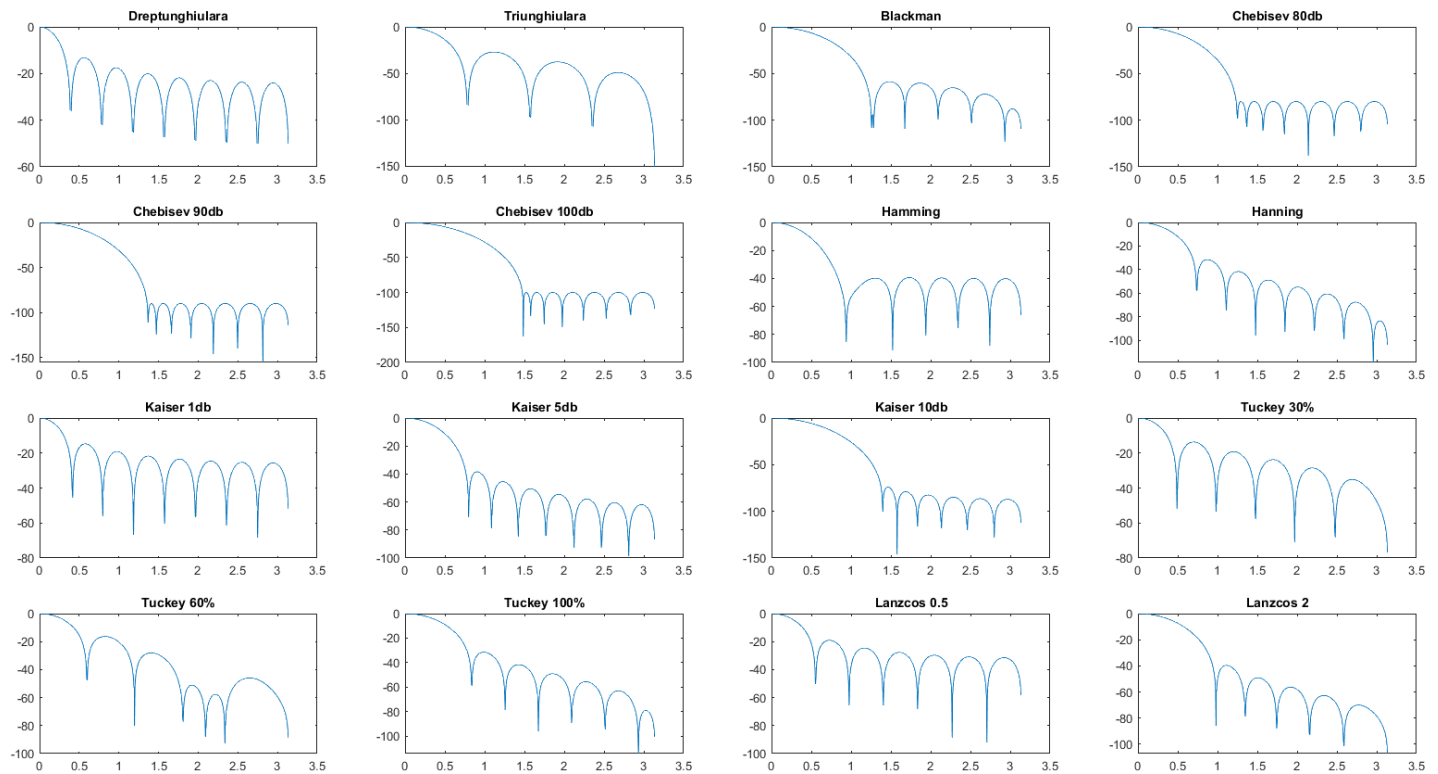


Figura 3 – Raspunsul in frecventa al diferitelor ferestre

Observand raspunsurile in frecventa din figura 3, putem observa caracteristica definita anterior: filtrele, in general, fie au o deschidere foarte mica a lobului principal, fie au o atenuare foarte puternica a lobilor paraziti. Ferestrele dreptunghiulare si triunghiulare au o atenuare foarte slaba a lobilor paraziti, scazandu-le mult utilitatea in proiectarea filtrelor. Fereastra Chebisev are cea mai puternica atenuare a lobilor paraziti, de peste -100dB, insa aceasta atenuare vine cu un lob principal foarte lat. Fereastra Kaiser este una foarte versatila: in functie de alegerea parametrului α , filtrul poate fi proiectat fie pentru o deschidere lata a lobului principal si o atenuare puternica a lobilor secundari, fie invers, in functie de cerintele impuse. Ferestrele Blackman si Hamming reprezinta si ele un bun compromis, insa lipsa unor parametri ajustabili le reduc versatilitatea. Filtrele Tukey si Lanczos, in cadrul testarii, sunt mai putin performante decat filtrul Kaiser si duc

la proiectarea unui filtru de ordin mai mare. Filtrul Hanning poate fi utilizat in cazul in care e necesara o localizare buna in frecventa datorita lobului principal ingust.

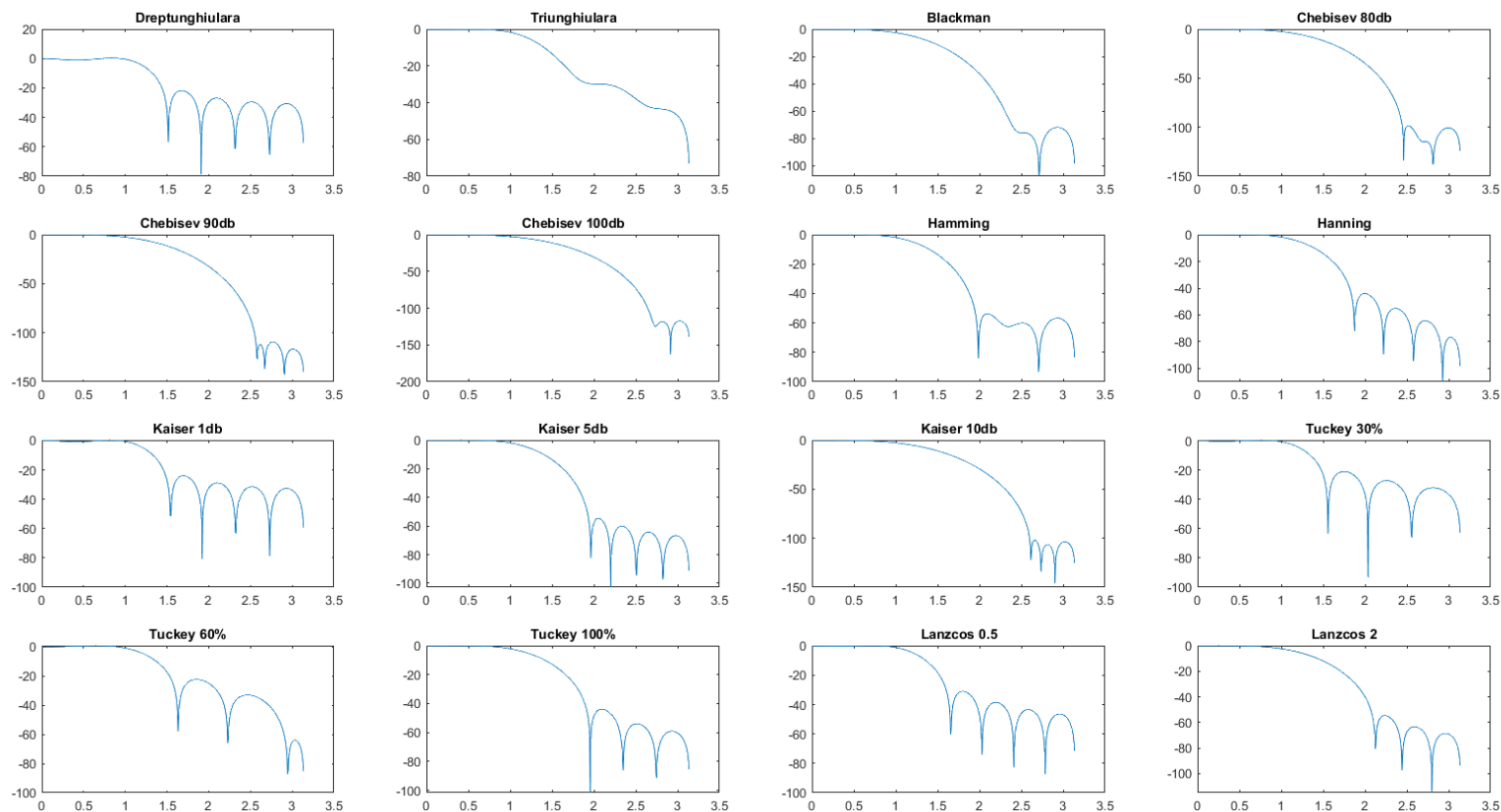


Figura 4 – Proiectarea filtrelor folosind cele 9 ferestre

Pentru a compara calitatea celor 9 ferestre, am proiectat un filtru trece-jos FIR de ordin 16, cu $\omega_c = 4\pi$.

Figura 4 releva efectul ferestrelor asupra filtrului, iar conform analizei anterioare a ferestrelor, cele mai performante sunt filtrele proiectate cu ferestrele Kaiser si Chebisev.

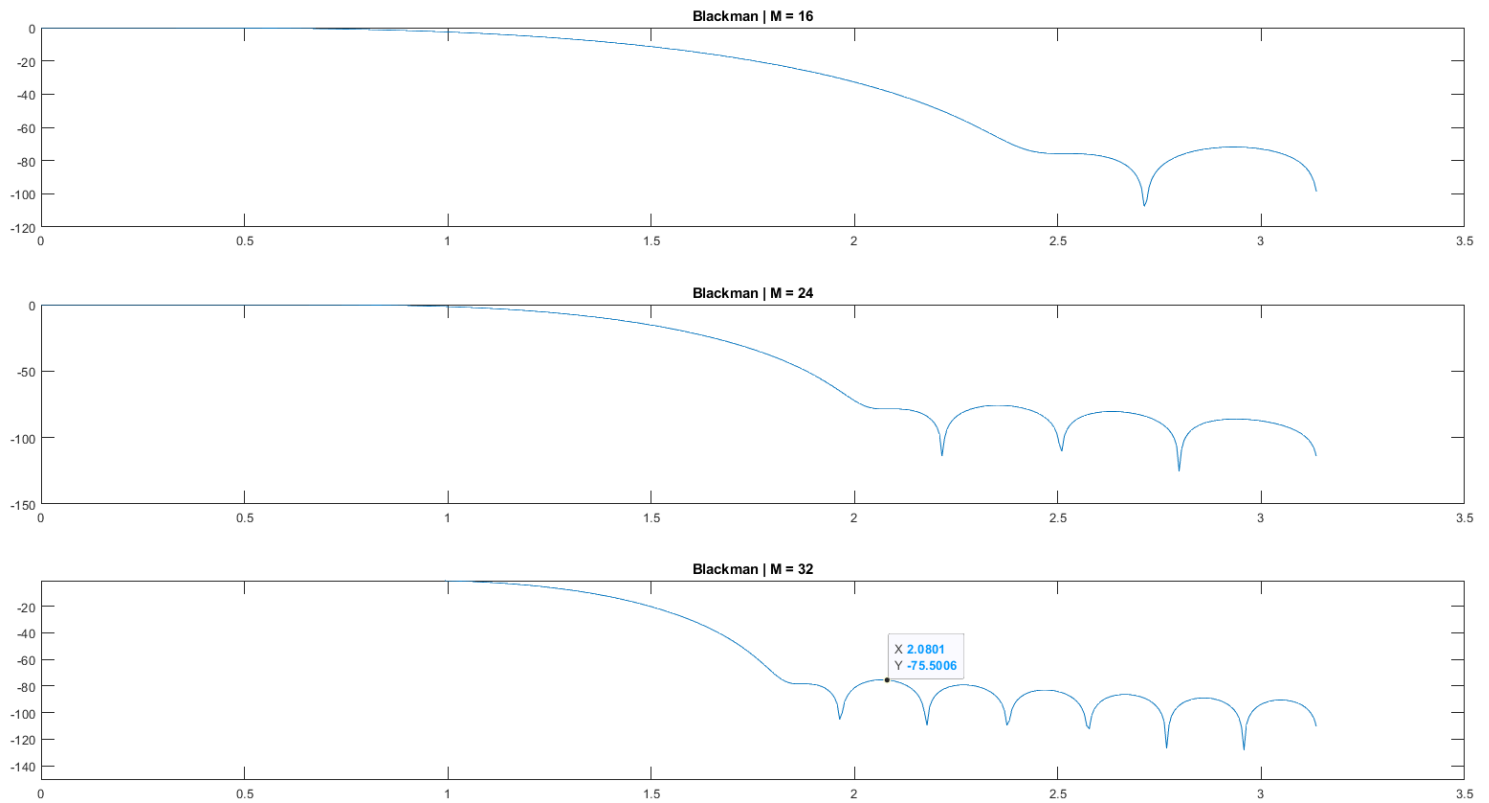


Figura 5 – Efectele modificării ordinului

În figura 5 se pot observa efectele modificării valorii M asupra filtrului. În toate cele 3 cazuri, atenuarea lobilor secundari a rămas aproximativ aceeași: -75dB, însă trecerea către banda de stopare se produce din ce în ce mai repede cu cât ordinul filtrului este crescut.

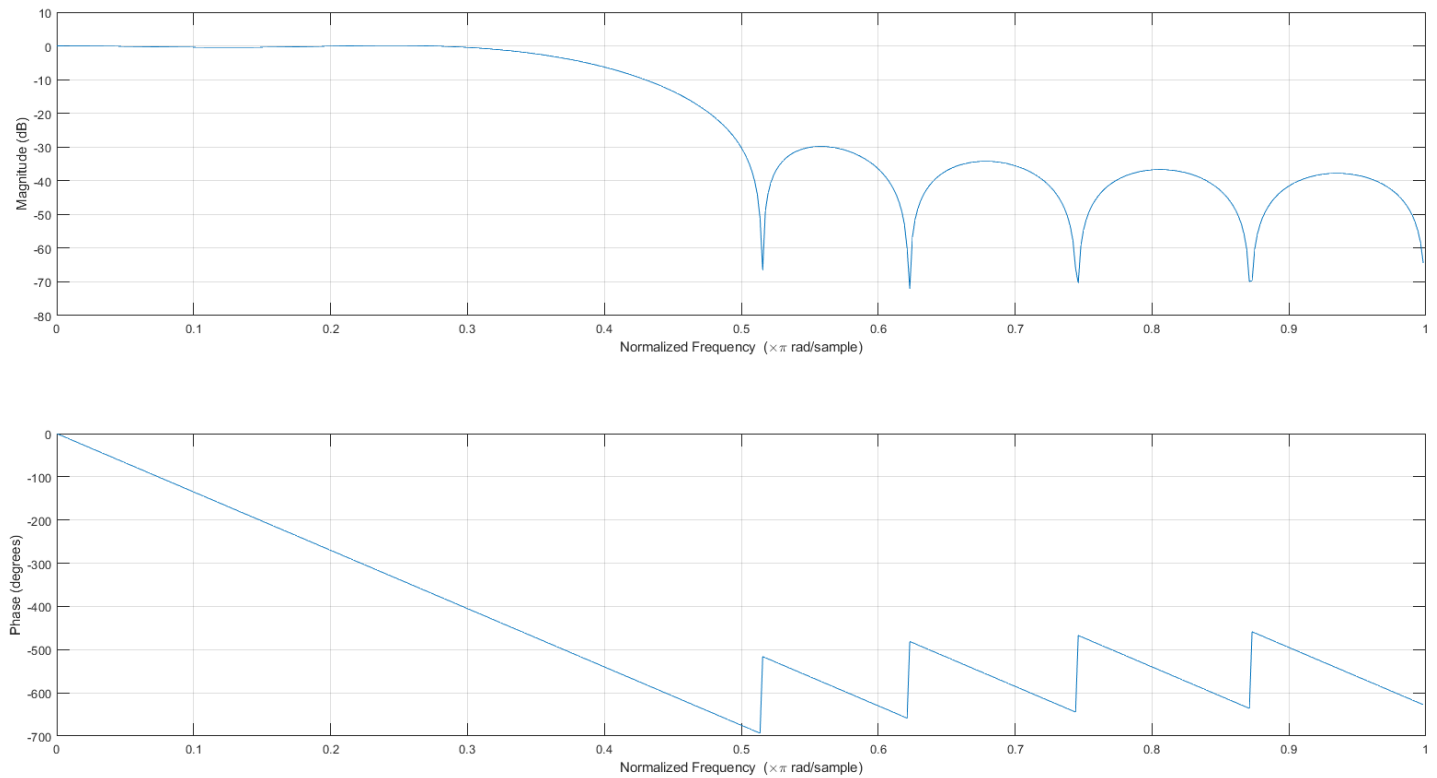


Figura 6 – Filtru proiectat / Faza 3

Figura 6 descrie caracteristica in frecventa si faza a unui filtru proiectat pentru a se incadra conditiile impuse: $\omega_p = 0.3\pi$, $\omega_s = 0.5\pi$, $\Delta_p = 0.05$ si $\Delta_s = 0.05$. Filtrul a fost gasit utilizand metoda ferestrei. Acesta utilizeaza o fereastră de tip Kaiser, cu ω_c ales in centrul frecventelor de taiere pentru benzile de stopare si trecere si $M = 16$. Filtrul are o atenuare slaba a lobilor secundari, doar de $\sim -30\text{dB}$, insa prezinta o banda ingusta de trecere.

Pentru a realiza un program care rezolva minimizarea orinului in proiectarea unui filtru trece-jos de tip FIR, plecand de la datele unei PPFTI, am decis sa abordez problema utilizand o metoda brute-force: algoritmul alege $\omega_c = \frac{(\omega_p + \omega_s)}{2}$ si, incepand cautarea de la cel mai mic ordin posibil, alege treptat fiecare fereastră dintr-o lista de ferestre parametrizate pana ajunge la prima fereastră care ofera un filtru valid.

Pornind de la raspunsul ideal al unui filtru, am utilizat relatia 2.1 pentru a proiecta un filtru FIR trece-jos de ordin 20. De asemenea, am adaptat algoritmul anterior de cautare pentru a putea utiliza aceasta metoda de proiectare a filtrelor.

$$h[n] = h_{id}[n]w[n] = \frac{\sin\omega_c(n-K)}{\pi(n-K)}w[n], \forall n \in \overline{0, M-1}. \quad (2.1)$$

Concluzii

In concluzie, raportul proiectului cuprinde analiza grafica si calitativa a ferestrelor propuse in cadrul laboratorului, filtrele Kaiser, Chebisev si Blackman fiind cele mai performante, si propune un algoritm de cautare al filtrului optim cu tolerante fixate, pornind de la metoda ferestrei.

Bibliografie

1. Cursul si laboratorul de PS - Profesor Dan Stefanoiu, Conferentiar Alexandru Dumitrascu, As.drd. Iulia-Cristina Radulescu
2. The Io-sinh function, calculation of Kaiser windows and design of FIR filters - Augusto, José Soares