

UNIVERSITATEA POLITEHNICĂ din BUCUREȘTI

Facultatea de Electronică, Telecomunicații și Tehnologia Informației

Proiect

Semnale și Programare

Analiza semnalelor cu ajutorul matlab

Stan Rareș-Gabriel

Grupa 423F

București 2023

CUPRINS

• Date și cerințe.	3
• CAPITOLUL I. Introducere.....	6
• CAPITOLUL II. Noțiuni teortice	
▪ 2.1. Analiza Fourier a semnalelor periodice.....	8
▪ 2.2. Analiza Fourier a semnalelor neperiodice.....	12
▪ 2.3. Convoluția semnalelor.....	15
▪ 2.4. Distribuții.....	17
▪ 2.5. Transformata Laplace.....	20
• CAPITOLUL III. Grafice. Rezultate experimentale.....	24
• CAPITOLUL IV. Concluzii. Observații personale.....	81
• Bibliografie.....	82

Date și cerințe

$$n=6 ; a_1=0,5333 ; a_2=-0,0889 ; a_3=1,0141 ; a_4=0,6703$$

Se consideră semnalele:

$$x(t) = a_1 t^3 - a_2 t^2 - a_3 t - a_4, t \in [-1, 1], t [\text{ms}]$$

$$\left. \begin{aligned} x_i(t) &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT_i) \\ x_{i+2}(t) &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (-1)^k \delta(t - kT_i) \end{aligned} \right\} i = \overline{1, 2}$$

$$T_1 = 2, T_2 = 4$$

$$\left. \begin{aligned} y_i(t) &= x(t) * x_i(t) \\ y_{i+2}(t) &= x(t) * x_{i+2}(t) \end{aligned} \right\} i = \overline{1, 2}$$

Se cere:

a) Să se reprezinte grafic $x(t)$ pe suportul $[-1, 1]$, marșându-se pe axele de coordonate valorile semnificative. Se vor scrie dimensiunile utilizate pentru obținerea figurii.

b) Să se reprezinte grafic semnalul $y_i(t)$ $i = \overline{1, 4}$, pentru 3, respectiv 15 perioade. Se vor scrie dimensiunile utilizate pentru obținerea figurii.

c) Să se determine analitic componenta continuă a celor 4 semnale $y_i(t)$

d) Să se reprezinte grafic semnalele $y_i(t)$ $i = \overline{3, 4}$ pentru 3, respectiv 15 perioade fără componentă continuă. Se vor scrie dimensiunile utilizate pentru obținerea figurii.

e) Fi:

$$z_i(t) = |y_i(t)|$$

$$w_i(t) = \frac{(y_i(t) + |y_i(t)|)}{2}$$

Gă se reprezinte grafic semnalele $z_i(t)$ și $w_i(t)$, $i = \overline{1, 4}$, pentru 3, respectiv 15 perioade. Se vor scrie comenzile utilizate pentru obținerea figurii.

f) Gă se determine analitic componenta continuă a semnalelor $z_i(t)$ și $w_i(t)$, $i = \overline{1, 4}$.

g) Gă se reprezinte grafic semnalele $z_i(t)$ și $w_i(t)$, $i = \overline{1, 4}$, pentru 3, respectiv 15 perioade fără componentă continuă. Se vor scrie comenzile utilizate pentru obținerea figurii.

h) Utilizându-se funcții simbolice din MATLAB cunoscute, să se reprezinte grafic semnalele:

$$f_1(t) = 3u(t) - 5u(t - \frac{n}{2}) + 8u(t - n) - 7u(t - \frac{3}{2}n) + 4u(t - 2n) - 3u(t - \frac{5}{2}n)$$

$$t \in [-1, 3n)$$

$$f_2(t) = 2(t - n)(u(t - n) + u(t - n - 1)) + 3(u(t - n - 1) - u(t - n - 2)) + 2(n + 3 - t)(u(t - n - 2) - u(t - n - 3)); \quad t \in [n - 1, n + \frac{7}{2})$$

i) Gă se calculeze P_t analitic pentru $y_i(t)$, $i = \overline{1, 4}$.

j) Gă se calculeze puterea pe o perioadă cu ajutorul funcției `int.m` din MATLAB.

k) Gă se scrie un program în MATLAB care să calculeze P_t cu o precizie de 5 zecimale care să determine valoarea integralei prin metoda aproximațiilor.

CAPITOLUL I

Introducere

Se numește semnal o mărime fizică măsurabilă, purtătoare de informație, care poate fi transmisă la distanță, recepționată și prelucrată.

Orice semnal $x(t)$ poate fi caracterizat prin două reprezentări:

- reprezentare în domeniul timp;
- reprezentare în domeniul frecvență;

Aceste reprezentări mai sunt denumite în mod curent:

- formă de undă a semnalului;
- spectrul de frecvență a semnalului;

În acest proiect vom folosi doar semnalele din domeniul timp.

Pentru a prelucra semnalele ne vom folosi de mediul de lucru numit „Matlab”. Numele „Matlab” este prescurtarea în tagmei „Matrix Laboratory”.

Matlab este un limbaj de nivel înalt și un mediu de lucru interactiv care permite efectuarea de calcule numerice mai eficient decât utilizând limbaje de programare de nivel scăzut.

Principalele aplicații ale acestui limbaj vizuală scrierea de algoritmi, analiza și vizualizarea datelor, prelucrarea semnalelor, modelare sistată de calculatoare, proiectarea sistemelor automate.

CAPITOLUL II

Notiuni teoretice

2.1 Analiza Fourier a semnalelor periodice

Def: $x_p(t) = x_p(t + K T_0)$; $K \in \mathbb{Z}$ ($\neq 0$) $t \in \mathbb{R}$

T_0 - perioada fundamentală [s]

$f_0 = \frac{1}{T_0}$ - frecvența fundamentală ~~[Hz]~~ [Hz]

$\omega_0 = 2\pi f_0$ - pulsația fundamentală [rad/s]

① Seria Fourier exponențială (SFE)

$$(2.1.1) \quad x_p(t) = \sum_{K=-\infty}^{\infty} a_{Kc} e^{jK\omega_0 t}, \text{ unde:}$$

$$a_{Kc} = \frac{1}{T} \int_T x_p(t) e^{-jK\omega_0 t} dt \quad (2.1.2)$$

$$a_{0c} = \frac{1}{T} \int_T x_p(t) dt - \text{componenta continuă a } x_p(t) \quad (2.1.3)$$

② Seria Fourier armonică (SFA)

$$(2.1.4) \quad x_p(t) = A_0 + \sum_{K=1}^{\infty} A_K \cos(K\omega_0 t + \varphi_K), \text{ unde:}$$

$$A_0 = a_{0c} = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} x_p(t) dt - \text{componenta continuă (2.1.5)}$$

$$A_K = 2|a_{Kc}|, \quad K > 0$$

③ Seria Fourier trigonometrică (SFT)

$$(2.1.6) \quad x_p(t) = C_0 + \sum_{K=1}^{\infty} (C_K \cos(K\omega_0 t) + S_K \sin(K\omega_0 t)), \text{ unde:}$$

$$C_0 = a_{0c} = A_0 = \frac{1}{T} \int_T x_p(t) dt - \text{componenta continuă (2.1.7)}$$

$$C_K = \frac{2}{T} \int_T x(t) \cos(K\omega_0 t) dt \quad (2.1.8)$$

$$S_K = \frac{2}{T} \int_T x(t) \sin(K\omega_0 t) dt \quad (2.1.9)$$

Relații de legătură între SFE, SFA, SFT

$$a_{0c} = A_0 = C_0$$

$$a_{kc} = \frac{c_k}{2} - j \frac{S_k}{2}$$

$$|a_{kc}| = \sqrt{\frac{c_k^2 + S_k^2}{2}} = \frac{A_k}{2} \Rightarrow A_k^2 = S_k^2 + C_k^2$$

$$S_k = -A_k \sin(\varphi_k)$$

$$C_k = A_k \cos(\varphi_k)$$

$$\arg\{a_{kc}\} = -\arctg\left(\frac{S_k}{C_k}\right)$$

$$\arg\{a_{-kc}\} = \arctg\left(\frac{S_k}{C_k}\right)$$

Relația lui Parseval

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt \quad (2.1.10)$$

$$(2.1.11) P_T = \frac{1}{T} \int_T x_p^2(t) dt = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |a_{kd}|^2 =$$

$$= A_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{A_k^2}{2} = C_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{C_k^2 + S_k^2}{2} - \text{puterea semnalului}$$

Proprietățile seriilor Fourier

① Limitele de integrare se aleg convenabil pentru calculele efectuate pe o perioadă.

$$② C_0 = A_0 = a_{0c} = \frac{1}{T} \int_T x_p(t) dt = \frac{1}{T} \cdot \text{aria semnalului (cu semnul algebric)}$$

③ Proprietatea de paritate a semnalului:

$$x(t) = x(-t), \forall t \in \mathbb{R} \text{ (simetric față de } OY)$$

$$\Rightarrow C_k = \frac{2}{T} \int_{\frac{T}{2}} x(t) \cos(k\omega_0 t) dt$$

$$S_k = 0$$

$$C_0 = \frac{2}{T} \int_{\frac{T}{2}} x_p(t) dt \quad a_{kc} \in \mathbb{R}$$

④ Proprietatea de imparitate a semnalului
 $x(-t) = -x(t) \quad (\forall) t \in \mathbb{R}$ (simetrie față de origine)

$$\Rightarrow C_0 = 0; \quad C_k = 0$$

$$S_k = \frac{4}{T} \int_{\frac{T}{2}} x(t) \sin(k\omega_0 t) dt$$

$$a_{kc} \in \mathbb{C} = j S_k - \text{pur imaginari}$$

⑤ Proprietatea simetriei de rotație;

Un semnal are simetrie de rotație dacă $x(t) = -x(t \pm \frac{T}{2}) \quad (\forall) t \in \mathbb{R}$

\Rightarrow Un semnal are simetrie de rotație dacă prin deplasarea la stânga sau la dreapta cu jumătate de perioadă ($\frac{T}{2}$) și apoi rotirea în jurul axei O_x se obține semnalul de la care am plecat.

Observații: Un semnal care are simetrie de rotație are armonicele pare nule, și $C_0 = 0 \Rightarrow a_{2k} = 0$

$$C_{2k} = S_{2k} = 0$$

$$C_0 = A_0 = a_{0c} = 0$$

⑥ Proprietatea de simetrie oculară:

Fie $x(t)$ care nu are proprietățile 2, 4, 5, unde $x(t) = C_0 + x_1(t)$, iar $x_1(t)$ este $x(t)$ fără componenta continuă. Se poate întâmpla ca $x_1(t)$ să aibă una sau mai multe dintre proprietățile anterioare. Se spune că respectiva proprietate este oculară de componenta continuă.

⑦ Proprietatea de deplasare în timp (întârziere)

SFE: $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{jk\omega_0 t}$

$$y(t) = x(t-t_0) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_k e^{jk\omega_0 t}, \text{ unde } b_k = a_k e^{-jk\omega_0 t_0}$$

SFT: $x(t) = c_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (C_k \cos(k\omega_0 t) + S_k \sin(k\omega_0 t))$

$$y(t) = x(t-t_0) = c'_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (C'_k \cos(k\omega_0 t) + S'_k \sin(k\omega_0 t)), \text{ unde:}$$

$$c'_0 = c_0$$

$$C'_k = C_k \cos(k\omega_0 t_0) - S_k \sin(k\omega_0 t_0)$$

$$S'_k = C_k \sin(k\omega_0 t_0) + S_k \cos(k\omega_0 t_0)$$

SFA: $x(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} [A_k \cos(k\omega_0 t) + \Psi_k]$

$$x(t-t_0) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega_0 t - \Psi_k - k\omega_0 t_0)$$

$$y(t) = B_0 + \sum_{k=1}^{\infty} B_k \cos(k\omega_0 t + \Psi'_k), \text{ unde}$$

$$A_0 = B_0$$

$$A_k = B_k$$

$$\Psi'_k = \Psi_k + k\omega_0 t_0$$

⑧ Proprietatea de derivare

SFE: $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{jk\omega_0 t} + a_0 c$

$$y(t) = x'(t) = \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} a_k (jk\omega_0) e^{jk\omega_0 t} =$$

$$= \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} b_k e^{jk\omega_0 t}, \text{ unde } b_k = ja_k \omega_0, k \in \mathbb{Z}, b_0 = 0$$

$$\underline{\text{SFT}}: x(t) = C_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (C_k \cos(k\omega_0 t) + S_k \sin(k\omega_0 t))$$

$$y(t) = x'(t) = \sum_{k=1}^{\infty} (-k\omega_0 C_k \sin(k\omega_0 t) + k\omega_0 S_k \cos(k\omega_0 t))$$

$$\underline{\text{SFA}}: x(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega_0 t + \varphi_k)$$

$$y(t) = x'(t) = \sum_{k=1}^{\infty} (-k\omega_0 A_k \sin(k\omega_0 t + \varphi_k))$$

⑨ Proprietatea de integrare

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{jk\omega_0 t}; \quad a_{0c} = 0$$

$$y(t) = \int_0^t x(\tau) d\tau = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{a_k}{jk\omega_0} e^{jk\omega_0 t} + C$$

2.2. Analiza Fourier a semnalelor neperiode

Transformata Fourier directă:

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt = \mathcal{F}\{x(t)\} \quad (2.2.1)$$

Transformata Fourier inversă:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega = \mathcal{F}^{-1}\{X(\omega)\} \quad (2.2.2)$$

Teorema Parseval a energiei:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega \quad (2.2.3)$$

Observație: $X(\omega) = A_{\text{max}} \cdot \text{sinc}\left(\frac{\omega \cdot \text{lungime}}{2}\right) \quad (2.2.4)$

Proprietățile transformatei Fourier:

① Proprietatea de liniaritate

$$x_1(t) \longleftrightarrow \cancel{X_1(\omega)}$$

$$x_2(t) \longleftrightarrow \cancel{X_2(\omega)}$$

$$x(t) = \delta_1 x_1(t) + \delta_2 x_2(t) \longleftrightarrow X(\omega) = \delta_1 \cancel{X_1(\omega)} + \delta_2 \cancel{X_2(\omega)}; \delta_1, \delta_2 \in \mathbb{R}$$

② Consecințele caracterului real a lui $x(t)$

$$|X(\omega)| = |X(-\omega)|$$

$$\angle X(\omega) = -\angle X(-\omega)$$

$$\operatorname{Re}\{X(\omega)\} = \operatorname{Re}\{X(-\omega)\}$$

$$\operatorname{Im}\{X(\omega)\} = -\operatorname{Im}\{X(-\omega)\}$$

$$x_{\text{par}}(t) = \frac{x(t) + x(-t)}{2}$$

$$x_{\text{impr}}(t) = \frac{x(t) - x(-t)}{2}$$

$$x(t) \longleftrightarrow X(\omega)$$

$$x_{\text{par}}(t) \longleftrightarrow \operatorname{Re}\{X(\omega)\}$$

$$x_{\text{impr}}(t) \longleftrightarrow j \operatorname{Im}\{X(\omega)\}$$

③ Proprietatea de întorsire în timp:

$$x(t) \longleftrightarrow X(\omega)$$

$$x(t+t_0) \longleftrightarrow X(\omega) e^{-j\omega t_0}$$

$$x(t-t_0) \longleftrightarrow X(\omega) e^{j\omega t_0}$$

④ Proprietatea de deplasare în frecvență:

$$x(t) \longleftrightarrow X(\omega)$$

$$x(t)e^{j\omega_0 t} \longleftrightarrow X(\omega - \omega_0)$$

⑤ Proprietatea de dualitate

$$x(t) \longleftrightarrow X(\omega)$$

$$\cancel{X(t)} \longleftrightarrow \cancel{2\pi X(-\omega)} \quad X(t) \longleftrightarrow 2\pi X(-\omega)$$

⑥ Proprietatea de schimbare de scală

$$x(t) \longleftrightarrow X(\omega)$$

$$x(at) \longleftrightarrow \frac{1}{|a|} X\left(\frac{\omega}{a}\right), a \in \mathbb{R}^*$$

⑦ Proprietatea de derivare în timp;

$$x(t) \longleftrightarrow X(\omega)$$

$$x'(t) \longleftrightarrow j\omega X(\omega)$$

⑧ Proprietatea de integrare în timp

$$x(t) \longleftrightarrow X(\omega)$$

$$\int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau \longleftrightarrow \frac{X(\omega)}{j\omega}$$

⑨ Proprietatea de derivare în frecvență

$$x(t) \longleftrightarrow X(\omega)$$

$$(-jt)x(t) \longleftrightarrow X'(\omega)$$

⑩ Proprietatea de integrare în frecvență

$$x(t) \longleftrightarrow X(\omega)$$

$$\frac{x(t)}{-jt} \longleftrightarrow \int_{-\infty}^{\omega} X(\lambda) d\lambda$$

2.3. Convolutia semnalelor

$$\begin{aligned}x(t) = x_1(t) * x_2(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} x_1(\tau) x_2(t - \tau) d\tau = \\&= \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t - \tau) x_2(\tau) d\tau \quad (2.3.1)\end{aligned}$$

Teorema integralei de convoluție (TIC)

$$x_1(t) \longleftrightarrow X_1(\omega)$$

$$x_2(t) \longleftrightarrow X_2(\omega)$$

$$x(t) = x_1(t) * x_2(t) \longleftrightarrow X(\omega) = X_1(\omega) X_2(\omega)$$

Consecințe ale teoremei integralei de convoluție (TIC):

① Comutativitatea

$$x_1(t) * x_2(t) = x_2(t) * x_1(t)$$

② Asociativitatea

$$x_1 * (x_2(t) * x_3(t)) = (x_1(t) * x_2(t)) * x_3(t)$$

③ Distribuativitatea

$$x_1(t) * (x_2(t) + x_3(t)) = x_1(t) * x_2(t) + x_1(t) * x_3(t)$$

④ Proprietatea de convoluție nu se schimbă la derivare/integrare simetrică:

$$x(t) = x_1(t) * x_2(t) =$$

$$= x_1'(t) * \int_{-\infty}^t x_2(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^t x_1(\tau) d\tau * x_2'(t)$$

⑤ Derivarea problemei de convoluție

$$x(t) = x_1(t) * x_2(t)$$

$$x'(t) = x_1'(t) * x_2(t) = x_1(t) * x_2'(t)$$

$$x''(t) = x_1'(t) * x_2'(t) = x_1''(t) * x_2(t) = x_1(t) * x_2''(t)$$

⑥ Dacă $x(t) = x_1(t) * x_2(t) \Rightarrow$

$$\Rightarrow x_1(t-t_1) * x_2(t-t_2) = x(t-t_1-t_2)$$

Convoluția în frecvență:

Dacă $X_1(\omega), X_2(\omega) \in L_1(\mathbb{R})$

$$X(\omega) = x_1(\omega) * x_2(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(\lambda) x_2(\omega - \lambda) d\lambda \quad (2.3.2)$$

Teorema integrării de convoluție în frecvență (TICF)

$$x_1(t) \longleftrightarrow X_1(\omega)$$

$$x_2(t) \longleftrightarrow X_2(\omega)$$

$$2\pi x_1(t) x_2(t) \longleftrightarrow X_1(\omega) * X_2(\omega)$$

Corelația și autocorelația semnalelor:

Fie $x_1(t) \in L_1(\mathbb{R}), x_2(t) \in L_1(\mathbb{R})$, atunci

$$k_{12}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t) x_2(t+\tau) dt \quad \left. \begin{array}{l} k_{21}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x_2(t) x_1(t+\tau) dt \\ k_{22}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x_2(t) x_2(t+\tau) dt \end{array} \right\} (2.3.3) - \text{corelație}$$

$$k_{11}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t) x_1(t+\tau) dt \quad \left. \begin{array}{l} k_{22}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x_2(t) x_2(t+\tau) dt \\ k_{11}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t) x_1(t+\tau) dt \end{array} \right\} (2.3.4) - \text{autocorelație}$$

Dacă semnale pentru care $k_{12}(\tau)$ și $k_{21}(\tau)$ sunt multe se numesc încorelate.

Autocorelația reprezintă corelația unui semnal cu el însuși.

$$\mathcal{F}\{k_{12}(\tau)\} = \overline{X_1(\omega)} \cdot X_2(\omega)$$

$$\mathcal{F}\{k_{21}(\tau)\} = X_1(\omega) \cdot \overline{X_2(\omega)}$$

$$\mathcal{F}\{k_{11}(\tau)\} = \overline{X_1(\omega)} \cdot X_1(\omega) = |X_1(\omega)|^2$$

$$\mathcal{F}\{k_{22}(\tau)\} = X_2(\omega) \cdot \overline{X_2(\omega)} = |X_2(\omega)|^2$$

Funcția de autocorelație în originea unui semnal periodic este egală cu puterea pe o perioadă \Rightarrow

$$\Rightarrow k_{11}^T(0) = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x_1^2(t) dt = P_T$$

2.4 Distribuții

- un proces de atribuire printr-o funcțională fct a unor valori $v(t)$ pentru o funcție $x(t)$

Ex: - distribuția Dirac distribuția regulată = tip funcție
- distribuția Gausside

Proprietățile distribuției regulate:

① Anularea unei distribuții

Fie $\varphi \in \mathcal{D}$, $\text{supp}\{\varphi\} = J$

Dacă $\langle f, \varphi \rangle = 0 \quad (\forall) \varphi \in \mathcal{D} \Rightarrow f = 0$

② Explicita a două distribuții

$$\text{dacă } \langle f_1, \varphi \rangle = \langle f_2, \varphi \rangle \quad \forall \varphi \in D \Rightarrow f_1 = f_2$$

③ Limita unui nr. de distribuții

$$\text{dacă } \lim_{n \rightarrow \infty} \langle f_n, \varphi \rangle = \langle f, \varphi \rangle \quad \forall \varphi \in D \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} f_n = f$$

④ Schimbarea de variabile

$$\langle f(at+b); \varphi(t) \rangle = \frac{1}{|a|} \langle f(t); \varphi\left(\frac{t-b}{a}\right) \rangle, \quad \forall \varphi \in D, a \in \mathbb{R}^*, b \in \mathbb{R}$$

⑤ Înmulțirea unei distribuții cu o funcție $g \in C^\infty$

$$\langle g f, \varphi \rangle = \langle f, g \varphi \rangle \quad (\forall) \varphi \in D$$

⑥ Derivarea unei distribuții

$$\langle f^{(n)}, \varphi \rangle = (-1)^n \langle f, \varphi^{(n)} \rangle \quad (\forall) \varphi \in D$$

⑦ Liniaritatea unei distribuții

$$\langle \lambda_1 f_1 + \lambda_2 f_2, \varphi \rangle = \lambda_1 \langle f_1, \varphi \rangle + \lambda_2 \langle f_2, \varphi \rangle \quad (\forall) \varphi \in D, \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{C}$$

Distribuția Dirac - proprietăți:

① - este distribuția punctuală

$$\text{dacă } \text{supp } \{ \varphi \} = (-\infty, -\varepsilon); \varepsilon > 0 \Rightarrow \langle \delta, \varphi \rangle = \varphi(0) = 0$$

$$\text{dacă } \text{supp } \{ \varphi \} = (\varepsilon, \infty); \varepsilon > 0 \Rightarrow \langle \delta, \varphi \rangle = \varphi(0) = 0$$

$$\textcircled{2} \delta(at) = \frac{1}{|a|} \delta(t)$$

$$\text{dacă } a = -1 \Rightarrow f(-t) = f(t) \Rightarrow \delta(t) \text{ este distribuție pară}$$

$$\textcircled{3} \text{ Fie } g(t) \in C^\infty(\mathbb{R}) \Rightarrow g(t) \delta(t) = g(0) \delta(t)$$

$$\textcircled{4} \langle \delta(t-t_0), \varphi(t) \rangle = \varphi(t_0)$$

$$\textcircled{5} g(t) \delta'(t) = g(0) \delta'(t) - g'(0) \delta(t)$$

⑥ $S(t) = \frac{d\mu(t)}{dt}$, unde $\mu(t)$ este distribuția Lebesgue

⑦ Fie $f(t)$ funcția continuă pe (\mathbb{R}) cu un punct de discontinuitate t_0 de prima speță.

$$s_{t_0} = f(t_0) - f(t_0^-) \Rightarrow f'(t) = s_{t_0} \delta(t - t_0) + f'_-(t)$$

- generalizând, $f'(t) = \sum_k s_{t_k} \delta(t - t_k) + f'_-(t)$, unde
 $f'_-(t)$ - derivata funcției pe intervale
 t_k - puncte de discontinuitate speță I;

$$\mathcal{F}\{f(t)\} = \gamma(\omega)$$

$$\Rightarrow f(t) \longleftrightarrow \gamma(\omega)$$

$$1(t) \longleftrightarrow 2\pi \delta(-\omega) = 2\pi \delta(\omega)$$

$$x(t) e^{j\omega_0 t} \longleftrightarrow x(\omega - \omega_0)$$

$$\cos(\omega_0 t) \longleftrightarrow \pi [\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)]$$

$$\sin(\omega_0 t) \longleftrightarrow \frac{\pi}{j} [\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0)]$$

$$1(t) \longleftrightarrow 2\pi \delta(\omega)$$

$$u(t) \longleftrightarrow \frac{1}{j\omega} + \pi \delta(\omega)$$

Distribuția Dirac Periodică

$$S_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{jk\omega_0 t} \quad (2.4.1)$$

$$e^{j\omega_0 t} \longleftrightarrow 2\pi \delta(\omega - \omega_0)$$

$$S_T(t) \longleftrightarrow \omega_0 S_{\omega_0}(\omega), \text{ unde } S_{\omega_0}(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\omega_0)$$

2.5) Transformata Laplace

$$\mathcal{L}_B \{x(t)\} = X_B(s) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-st} dt, s \in \mathbb{C} - \text{transformata Laplace bilaterală (2.5.1)}$$

unde $s = \sigma + j\omega$; σ - factor de convergență

$$\mathcal{L}_B^{-1} \{X_B(s)\} = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} X_B(s) e^{st} ds = x(t) - \text{transformata Laplace bilaterală inversă (2.5.2)}$$

$$e^{at} u(t) \longleftrightarrow \frac{1}{s-a}; \sigma > a$$

$$-e^{at} u(-t) \longleftrightarrow \frac{1}{s-a}; \sigma < a \Rightarrow \mathcal{L}_B^{-1} \left\{ \frac{1}{s-a} \right\} = \begin{cases} e^{at} u(t), & \sigma > a \\ -e^{at} u(-t), & \sigma < a \end{cases} \quad (2.5.3)$$

Transformata Laplace unilaterală

$$X(s) = \int_0^{\infty} x(t) e^{-st} dt - \text{T.L. directă (2.5.4)}$$

$$x(t) u(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} X(s) e^{st} ds - \text{TL inversă (2.5.5)}$$

Proprietăți:

① Proprietatea de liniaritate

$$x_k(t) u(t) \longleftrightarrow X_k(s), \sigma > \sigma_k$$

$$x(t) = \sum_k L_k x_k(t) u(t) \longleftrightarrow X(s) = \sum_k L_k X_k(s); \sigma > \max\{\sigma_k\}$$

② Proprietatea de întârziere în timp

$$x(t) u(t) \longleftrightarrow X(s), \sigma > \sigma$$

$$y(t) = x(t-t_0) u(t-t_0) \longleftrightarrow X(s) e^{-st_0}, \sigma > \sigma$$

③ Proprietatea de deplasare în frecvență

$$x(t) u(t) \longleftrightarrow X(s), \sigma > \sigma$$

$$e^{s_0 t} x(t) u(t) \longleftrightarrow X(s-s_0), \sigma > \sigma + \text{Re}\{s_0\}$$

④ Proprietatea de schimbare de scală
 $x(t) u(t) \longleftrightarrow X(\omega), \forall \omega \in \mathbb{R}$

$$x(at) u(t) \longleftrightarrow \frac{1}{|a|} X\left(\frac{\omega}{a}\right), \forall \omega \in \mathbb{R}, a \in \mathbb{R}^*_{+}$$

⑤ Proprietatea de derivare în frecvență
 $x(t) u(t) \longleftrightarrow X(\omega), \forall \omega \in \mathbb{R}$

$$-t x(t) u(t) \longleftrightarrow X'(\omega); \forall \omega \in \mathbb{R}$$

⑥ Proprietatea de integrare în frecvență
 $x(t) u(t) \longleftrightarrow X(\omega), \forall \omega \in \mathbb{R}$

$$\frac{x(t)}{t} u(t) \longleftrightarrow \int_0^{\infty} X(\lambda) d\lambda, \forall \omega \in \mathbb{R}$$

⑦ Proprietatea integralei de convoluție în timp
 $x_1(t) u(t) \longleftrightarrow X_1(\omega), \forall \omega \in \mathbb{R}$

$$x_2(t) u(t) \longleftrightarrow X_2(\omega), \forall \omega \in \mathbb{R}$$

$$x(t) = (x_1 * x_2)^{(t)} u(t) \longleftrightarrow X(\omega) = X_1(\omega) X_2(\omega), \forall \omega \in \mathbb{R}$$

⑧ Proprietatea de convoluție în frecvență
 $x_1(t) u(t) \longleftrightarrow X_1(\omega), \forall \omega \in \mathbb{R}$

$$x_2(t) u(t) \longleftrightarrow X_2(\omega), \forall \omega \in \mathbb{R}$$

$$2\pi \int x_1(t) x_2(t) u(t) dt \longleftrightarrow X_1(\omega) * X_2(\omega)$$

⑨ Proprietatea de derivare în timp

$$x(t) \longleftrightarrow X(s), \quad T > 0$$

$$x'(t)u(t) \longleftrightarrow sX(s) - x(0), \quad T > 0$$

⑩ Proprietatea de integrale în timp

$$x(t)u(t) \longleftrightarrow X(s), \quad T > 0$$

$$\int_0^+ x(\tau) d\tau \longleftrightarrow \frac{X(s)}{s}, \quad T > 0 \text{ sau } \{0, \infty\}$$

⑪ Proprietatea valorii inițiale

$$X(s) = \mathcal{L}\{x(t)u(t)\}, \quad T > 0$$

$$x(0^+) = \lim_{s \rightarrow \infty} sX(s)$$

⑫ Teorema valorii finale

$$X(s) = \mathcal{L}\{x(t)u(t)\}, \quad T > 0$$

$$x(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sX(s)$$

⑬ Proprietatea de samplare a unui semnal continuu

$$\text{m.p. } \{x(t)u(t)\} = 0; \quad T > 0$$

$$x_m(t) = \sum_{k=0}^{\infty} x(t - kT) = x(t)u(t) * \sum_{k=0}^{\infty} \delta(t - kT)$$

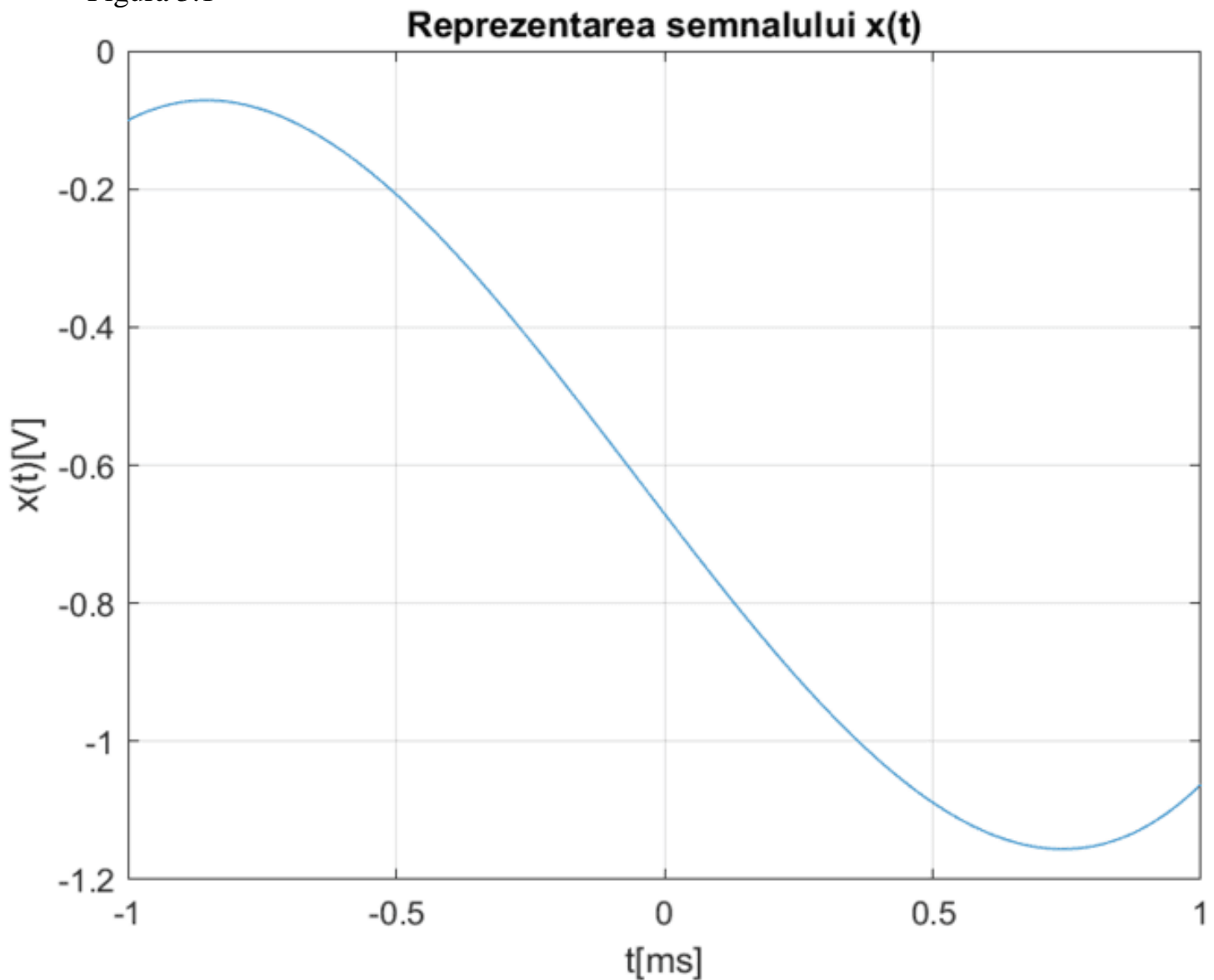
CAPITOLUL III

GRAFICE. REZULTATE EXPERIMENTALE

a) Să se reprezinte grafic semnalul $x(t)$ pe suportul $[-1;1]$, marcându-se pe axele de coordonate valorile semnificative. Se vor scrie comenzile utilizate pentru obținerea figurii.

```
t=linspace(-1,1);  
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;  
plot(t,x);  
grid on;  
xlabel('t[ms]');  
ylabel('x(t)[V]');  
title('Reprezentarea semnalului x(t)');
```

Figura 3.1

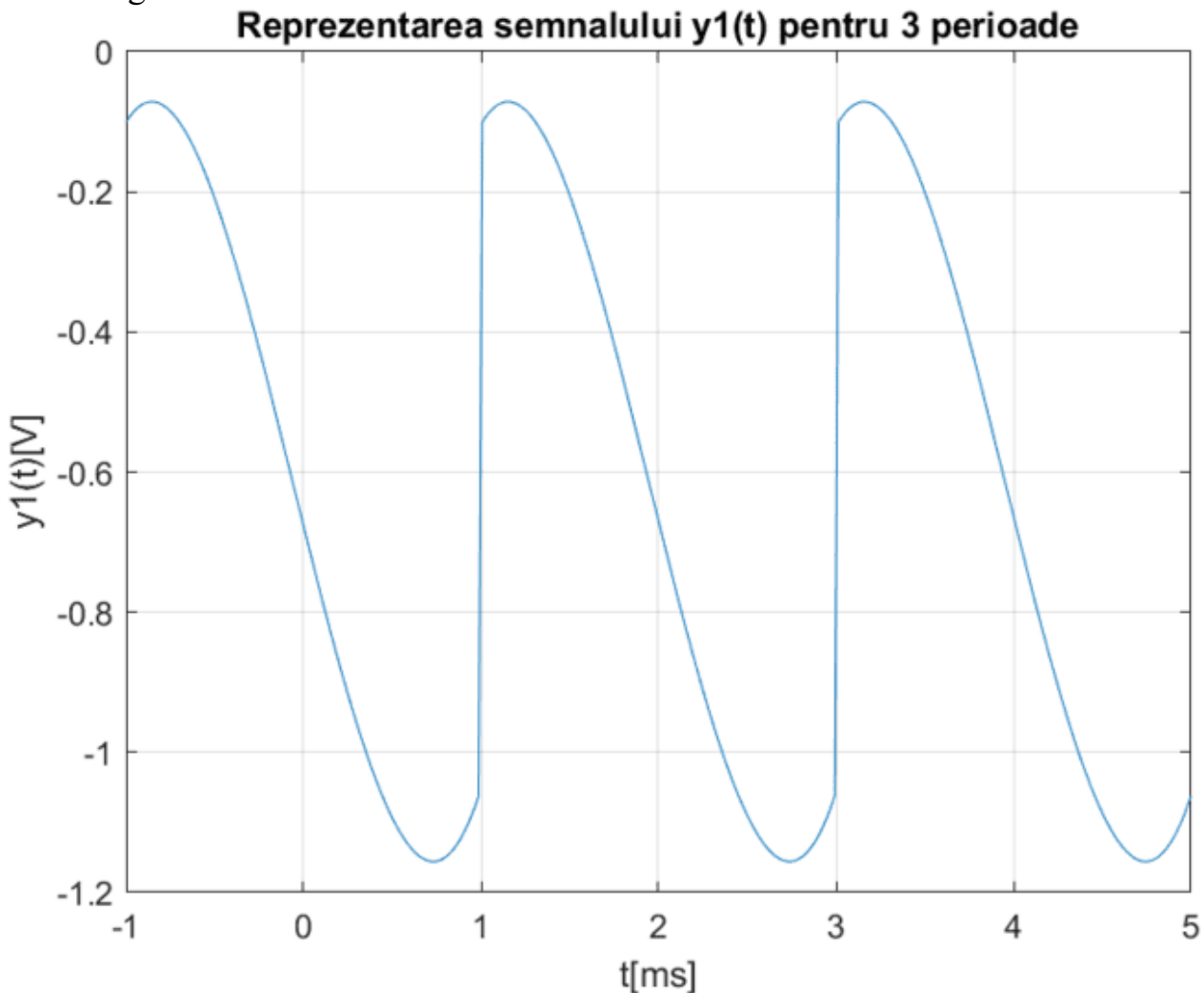


b) Să se reprezinte grafic semnalul $y_i(t)$ $i=1,4$, pentru 3, respectiv 15 perioade.

$y1(t)$ - 3 perioade:

```
t=linspace(-1,1);  
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;  
a=linspace(-1,5,300);  
y1=x'*ones(1,3);  
for i=1:3  
    for j=1:100  
        y1(j,i)=y1(j,i);  
    end  
end  
y1=y1(:);  
plot(a,y1);  
grid on;  
xlabel('t[ms]');  
ylabel('y1(t)[V]');  
title('Reprezentarea semnalului y1(t) pentru 3 perioade');
```

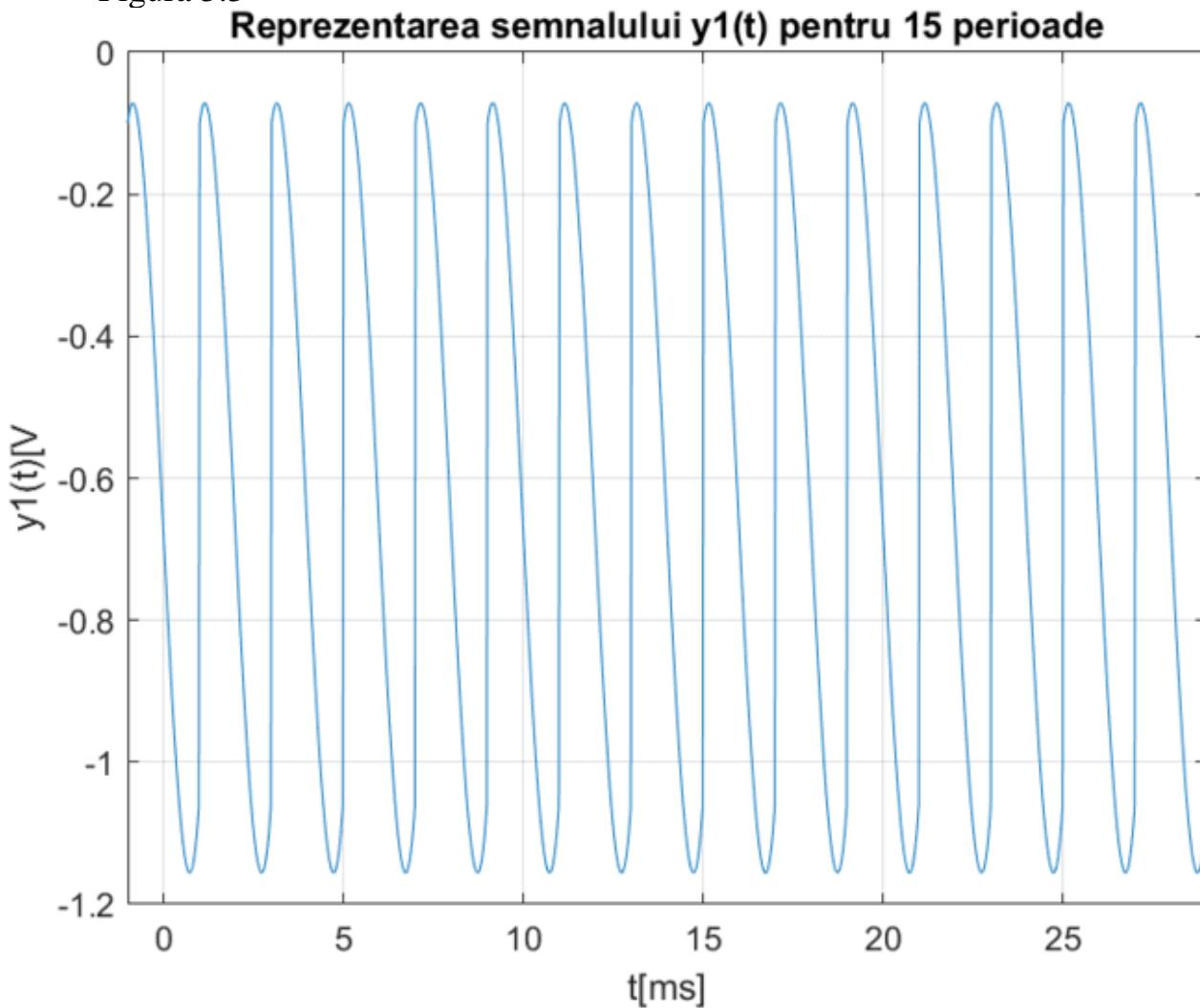
Figura 3.2



$y_1(t)$ - 15 perioade:

```
t=linspace(-1,1);  
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;  
a=linspace(-1,29,1500);  
y1=x'*ones(1,15);  
for i=1:15  
    for j=1:100  
        y1(j,i)=y1(j,i);  
    end  
end  
y1=y1(:);  
plot(a,y1);  
axis([-1 29 -1.2 0]);  
grid on;  
xlabel('t[ms]');  
ylabel('y1(t)[V]');  
title('Reprezentarea semnalului y1(t) pentru 15 perioade');
```

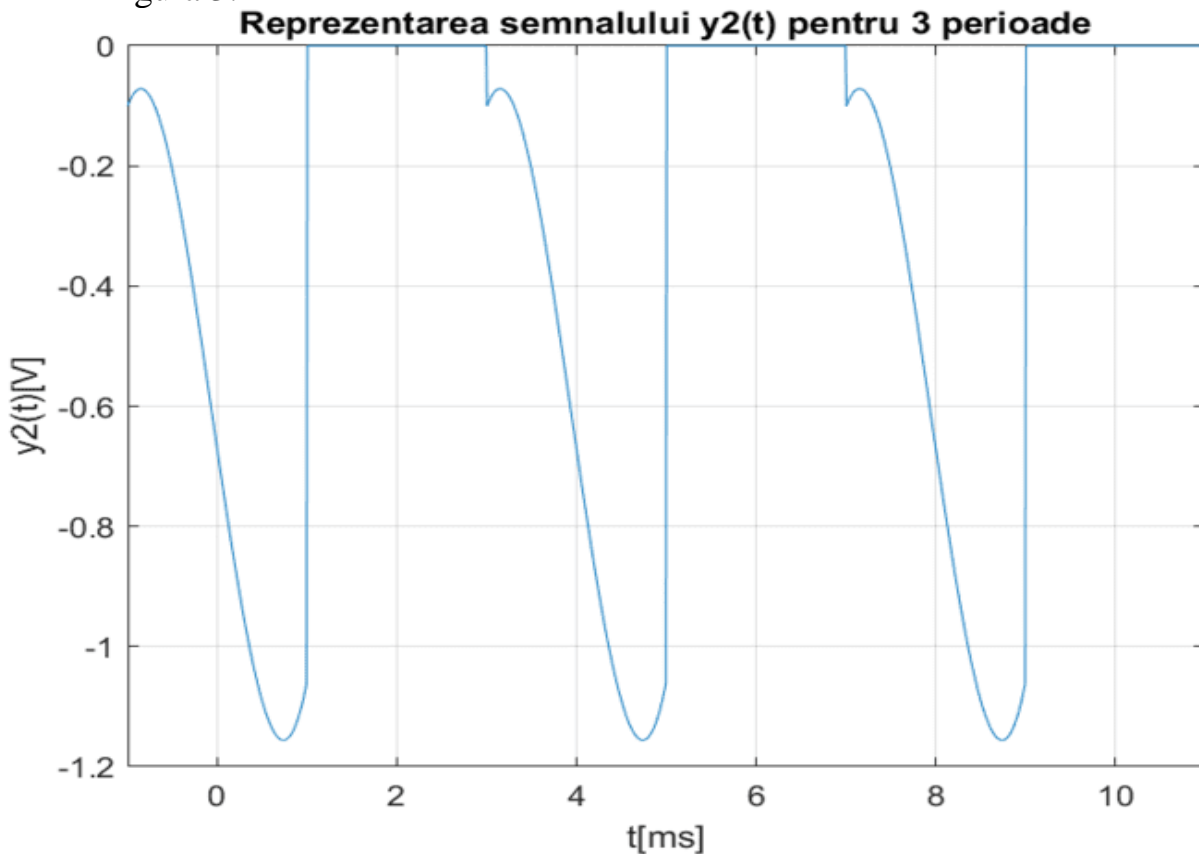
Figura 3.3



$y_2(t)$ - 3 perioade:

```
t = linspace(-1,1,200);
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;
val = linspace(-1,11,1200);
val = val(:);
y2 = linspace(0, 4, 400);
for(i = 1:400)
    if(i<201)
        y2(i) = x(i);
    else
        y2(i) =0;
    end;
end;
y2 = y2'*ones(1,3);
y2 = y2(:);
plot(val, y2);
axis([-1 11 -1.2 0]);
grid on;
xlabel('t[ms]');
ylabel('y2(t)[V]');
title('Reprezentarea semnalului y2(t) pentru 3 perioade');
```

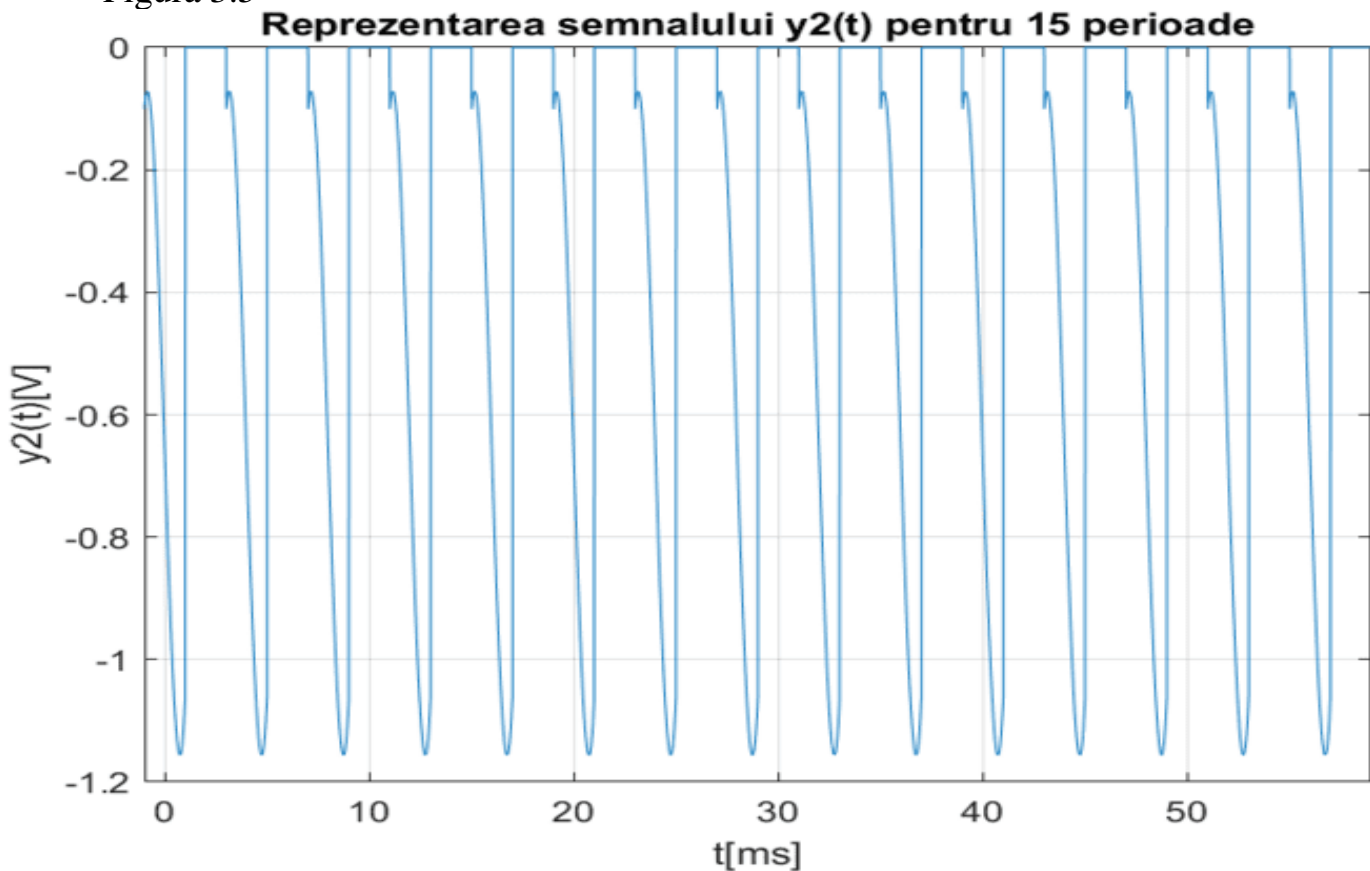
Figura 3.4



$y_2(t)$ - 15 perioade:

```
t = linspace(-1,1,200);
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;
val = linspace(-1,59,6000);
val = val(:);
y2 = linspace(0, 4, 400);
for(i = 1:400)
    if(i<201)
        y2(i) = x(i);
    else
        y2(i) =0;
    end;
end;
y2 = y2'*ones(1,15);
y2 = y2(:);
plot(val, y2);
axis([-1 59 -1.2 0]);
grid on;
xlabel('t[ms]');
ylabel('y2(t)[V]');
title('Reprezentarea semnalului y2(t) pentru 15 perioade');
```

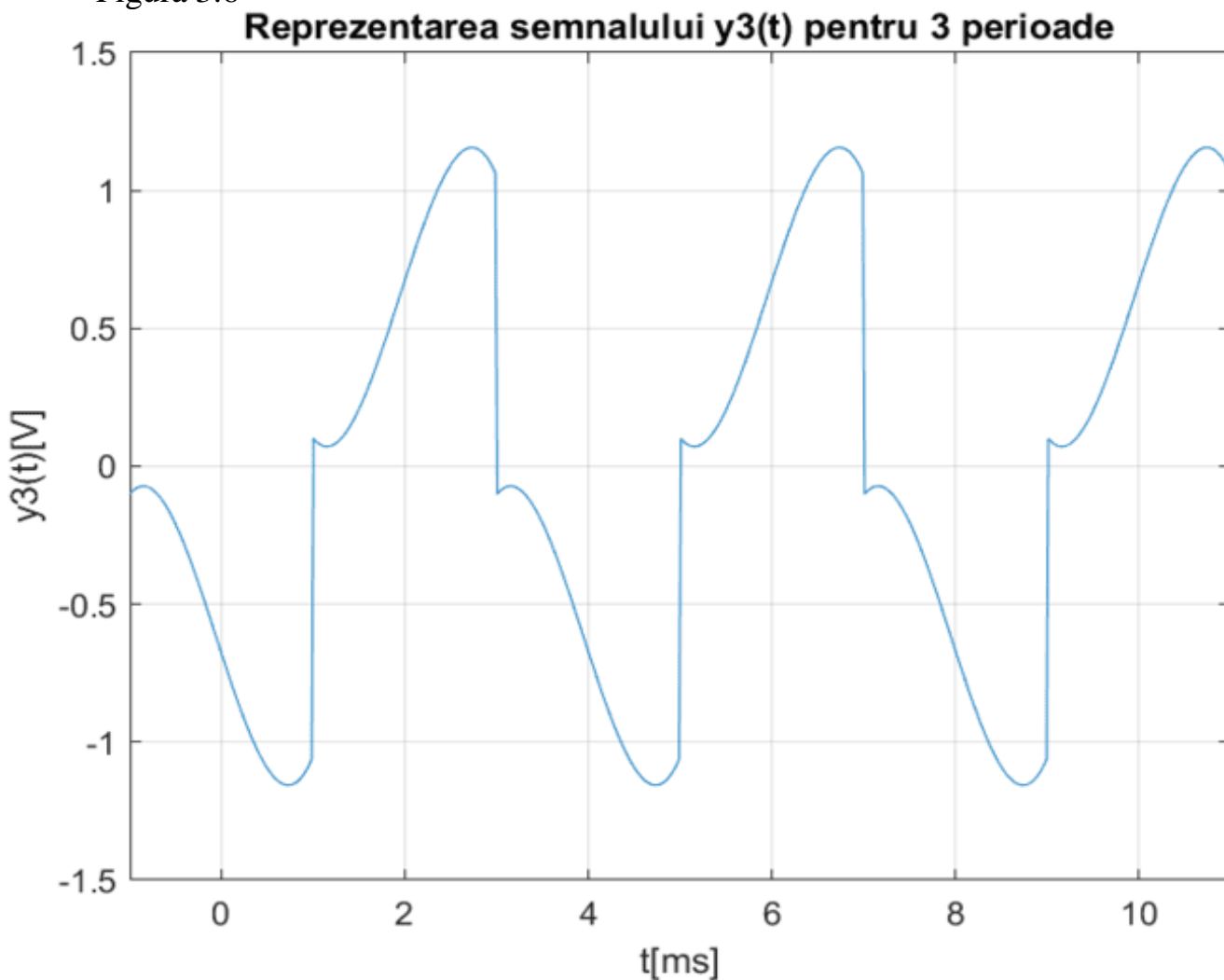
Figura 3.5



$y_3(t)$ - 3 perioade:

```
t=linspace(-1,1);  
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;  
a=linspace(-1,11,600);  
y3=x'*ones(1,6);  
for i=1:6  
    for j=1:100  
        y3(j,i)=((-1).^(i+1))*y3(j,i);  
    end  
end  
y3=y3(:);  
plot(a,y3);  
axis([ -1 11 -1.5 1.5]);  
grid on;  
xlabel('t[ms]');  
ylabel('y3(t)[V]');  
title('Reprezentarea semnalului y3(t) pentru 3 perioade');
```

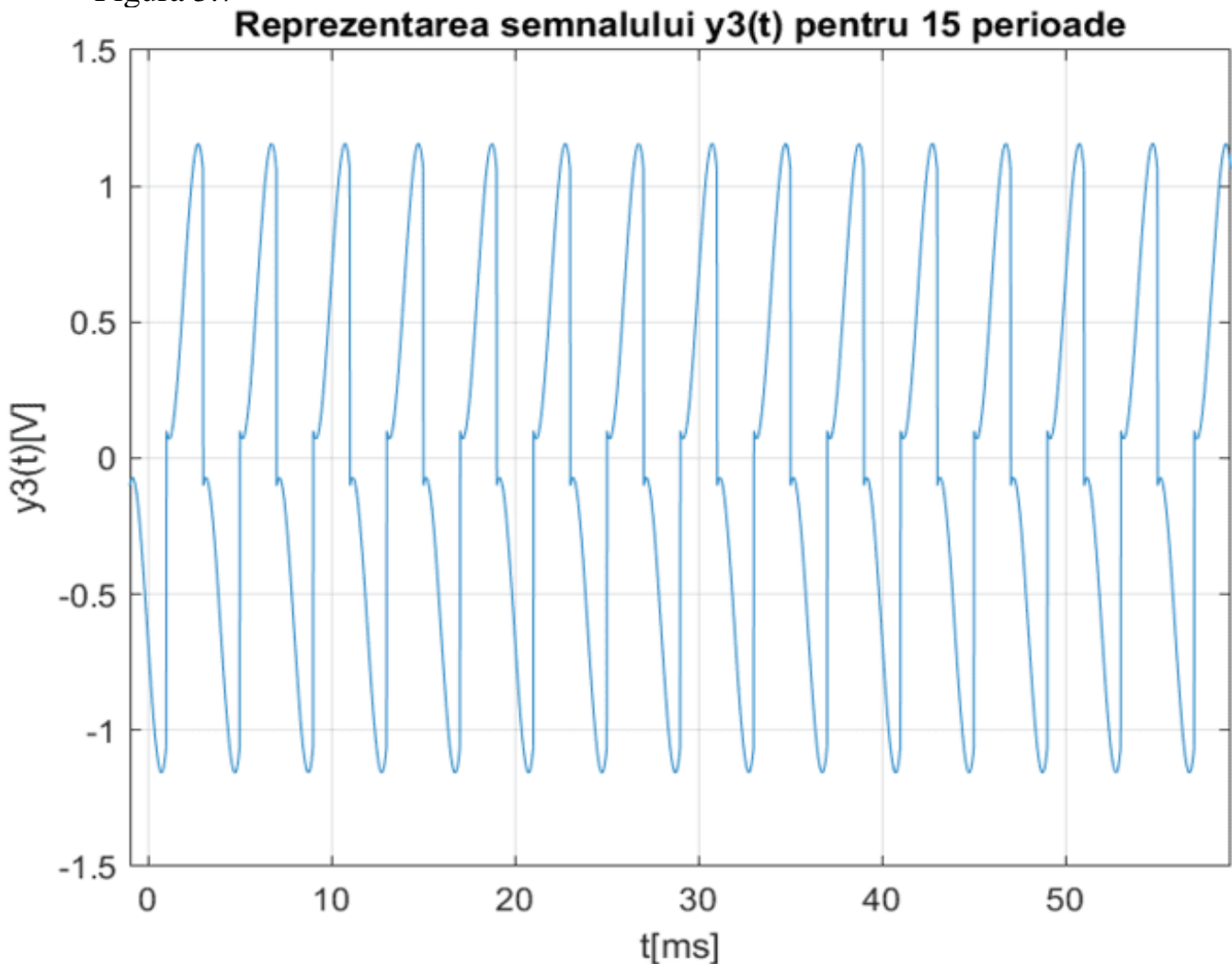
Figura 3.6



$y_3(t)$ - 15 perioade:

```
t=linspace(-1,1);  
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;  
a=linspace(-1,59,3000);  
y3=x'*ones(1,30);  
for i=1:30  
    for j=1:100  
        y3(j,i)=((-1).^(i+1))*y3(j,i);  
    end  
end  
y3=y3(:);  
plot(a,y3);  
axis([-1 59 -1.5 1.5]);  
grid on;  
xlabel('t[ms]');  
ylabel('y3(t)[V]');  
title('Reprezentarea semnalului y3(t) pentru 15 perioade');
```

Figura 3.7



$y_4(t)$ - 3 perioade:

```
t=linspace(-1,1);  
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;  
v = zeros(0, 24);  
for i = 1:6  
    if mod(i,2) == 0  
        v(2*i) = -1;  
    else  
        v(2*i) = 1;  
    end  
end  
y4 = x'*v;  
y4 = y4(:);  
val = linspace(-1, 23, 1200);  
val = val(:);  
plot(val, y4);  
axis([-1 23 -1.5 1.5]);  
grid on;  
xlabel('t[ms]');  
ylabel('y4(t)[V]');  
title('Reprezentarea grafica a semnalului y4(t) pe 3 perioade');
```

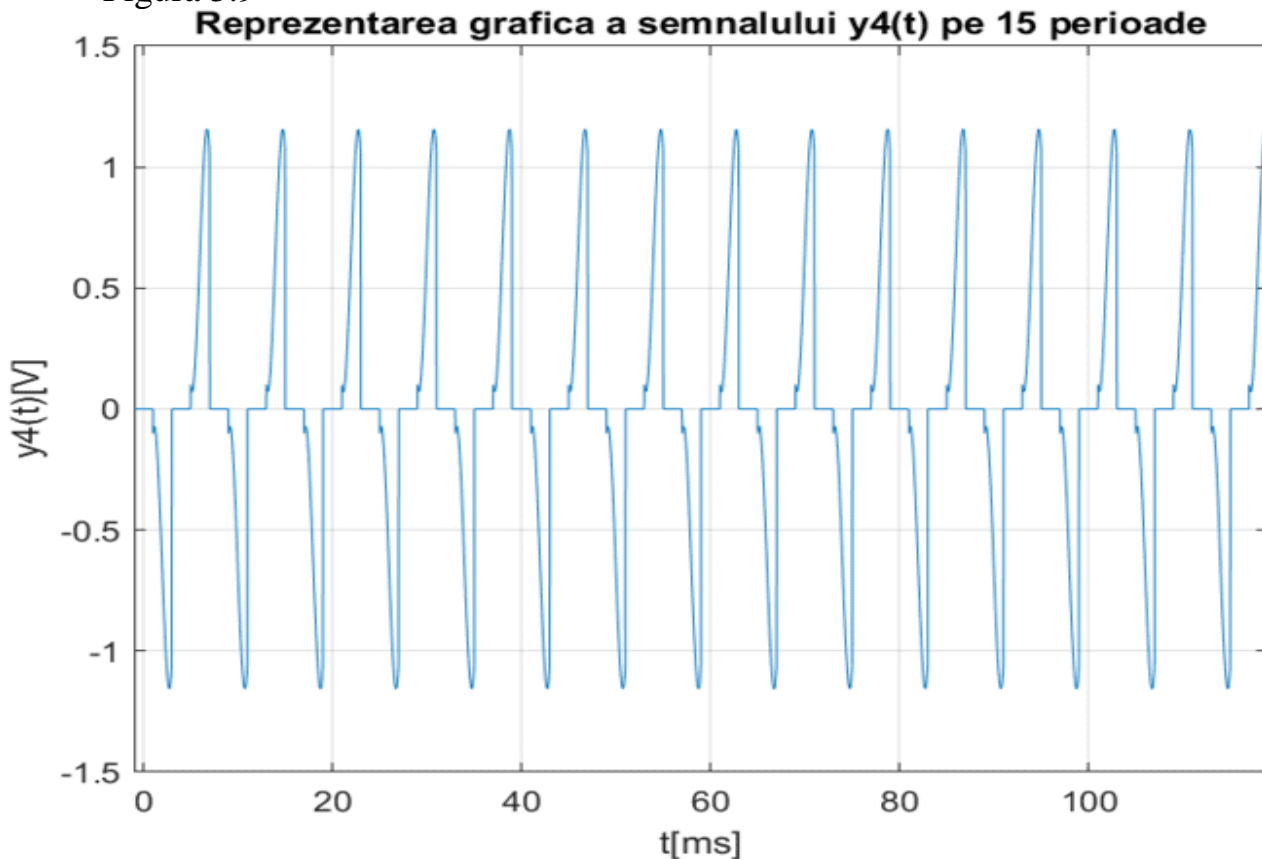
Figura 3.8



$y_4(t)$ - 15 perioade:

```
t=linspace(-1,1);  
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;  
v = zeros(0, 120);  
for i = 1:30  
    if mod(i,2) == 0  
        v(2*i) = -1;  
    else  
        v(2*i) = 1;  
    end  
end  
y4 = x'*v;  
y4 = y4(:);  
val = linspace(-1, 119, 6000);  
val = val(:);  
plot(val, y4);  
axis([-1 119 -1.5 1.5]);  
grid on;  
xlabel('t[ms]');  
ylabel('y4(t)[V]');  
title('Reprezentarea grafica a semnalului y4(t) pe 15 perioade');
```

Figura 3.9



c) Să se determine analitic componenta continuă celor 4 semnale $y_i(t)$.

$$x(t) = 0,5333t^3 + 0,0889t^2 - 1,0141t - 0,6703$$

Pentru $y_1(t)$:

$$\begin{aligned} C_{01} &= \frac{1}{T_1} \int_{T_1} y_1(t) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 (0,5333t^3 + 0,0889t^2 - 1,0141t - 0,6703) dt = \\ &= \frac{1}{2} \left(0,5333 \frac{t^4}{4} \Big|_{-1}^1 + 0,0889 \frac{t^3}{3} \Big|_{-1}^1 - 1,0141 \frac{t^2}{2} \Big|_{-1}^1 - 0,6703 \Big|_{-1}^1 \right) = \\ &= \frac{1}{2} \left(0,5333 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{4} \right) + 0,0889 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{3} \right) - 1,0141 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right) - 0,6703 \cdot 2 \right) = \\ &= \frac{1}{2} \left(0 + 0,0889 \cdot \frac{2}{3} - 0,6703 \cdot 2 \right) = \\ &= \frac{1}{2} (0,05926 - 1,3406) = \frac{1}{2} \cdot (-1,28134) = -0,64067 \end{aligned}$$

Pentru $y_2(t)$:

$$\begin{aligned} C_{02} &= \frac{1}{T_2} \int_{T_2} y_2(t) = \frac{1}{4} \int_{-1}^1 (0,5333t^3 + 0,0889t^2 - 1,0141t - 0,6703) dt = \\ &= \frac{1}{2} \cdot (-0,64067) = -0,32033 \end{aligned}$$

Pentru $y_3(t)$:

$$\begin{aligned} C_{03} &= \frac{1}{T_3} \int_{T_3} y_3(t) = \frac{1}{4} \int_{-1}^1 (0,5333t^3 + 0,0889t^2 - 1,0141t - 0,6703) dt = \\ &= \frac{1}{4} \int_1^3 (0,5333(t-2)^3 + 0,0889(t-2)^2 + 1,0141(t-2) - 0,6703) dt = \\ &= -0,32033 - \frac{1}{4} \int_1^3 (0,5333(t^3 - 6t^2 + 12t - 8) + 0,0889(t^2 - 4t + 4) + \\ &\quad + 1,0141(t-2) - 0,6703) dt = \\ &= -0,32033 - \frac{1}{4} \int_1^3 0,5333t^3 + (0,0889 - 6 \cdot 0,5333)t^2 + 17 \\ &\quad + (12 \cdot 0,5333 - 4 \cdot 0,0889 + 1,0141)t - 0,6703 dt = 8 \cdot 0,5333 + \\ &\quad + 4 \cdot 0,0889 - 2 \cdot 1,0141) dt = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -0,32033 - \frac{1}{4} \int_1^3 (0,5333t^3 - 3,1109t^2 + 7,0581t - 6,6093) dt = \\
&= -0,32033 - \frac{1}{4} \left(0,5333 \frac{t^4}{4} \Big|_1^3 - 3,1109 \frac{t^3}{3} \Big|_1^3 + 7,0581 \frac{t^2}{2} \Big|_1^3 - 6,6093 \frac{t}{1} \Big|_1^3 \right) \\
&= -0,32033 - \frac{1}{4} \left(0,5333 \frac{81-1}{4} - 3,1109 \cdot \frac{27-1}{3} + 7,0581 \frac{9-1}{2} - 6,6093 \cdot 2 \right) = \\
&= -0,32033 - \frac{1}{4} \left(0,5333 \cdot 20 - 3,1109 \cdot \frac{26}{3} + 7,0581 \cdot 4 - 6,6093 \cdot 2 \right) = \\
&= -0,32033 - \frac{1}{4} (-1,28132) = -0,32033 + 0,32033 = \\
&= 0
\end{aligned}$$

Pentru $y_4(t)$:

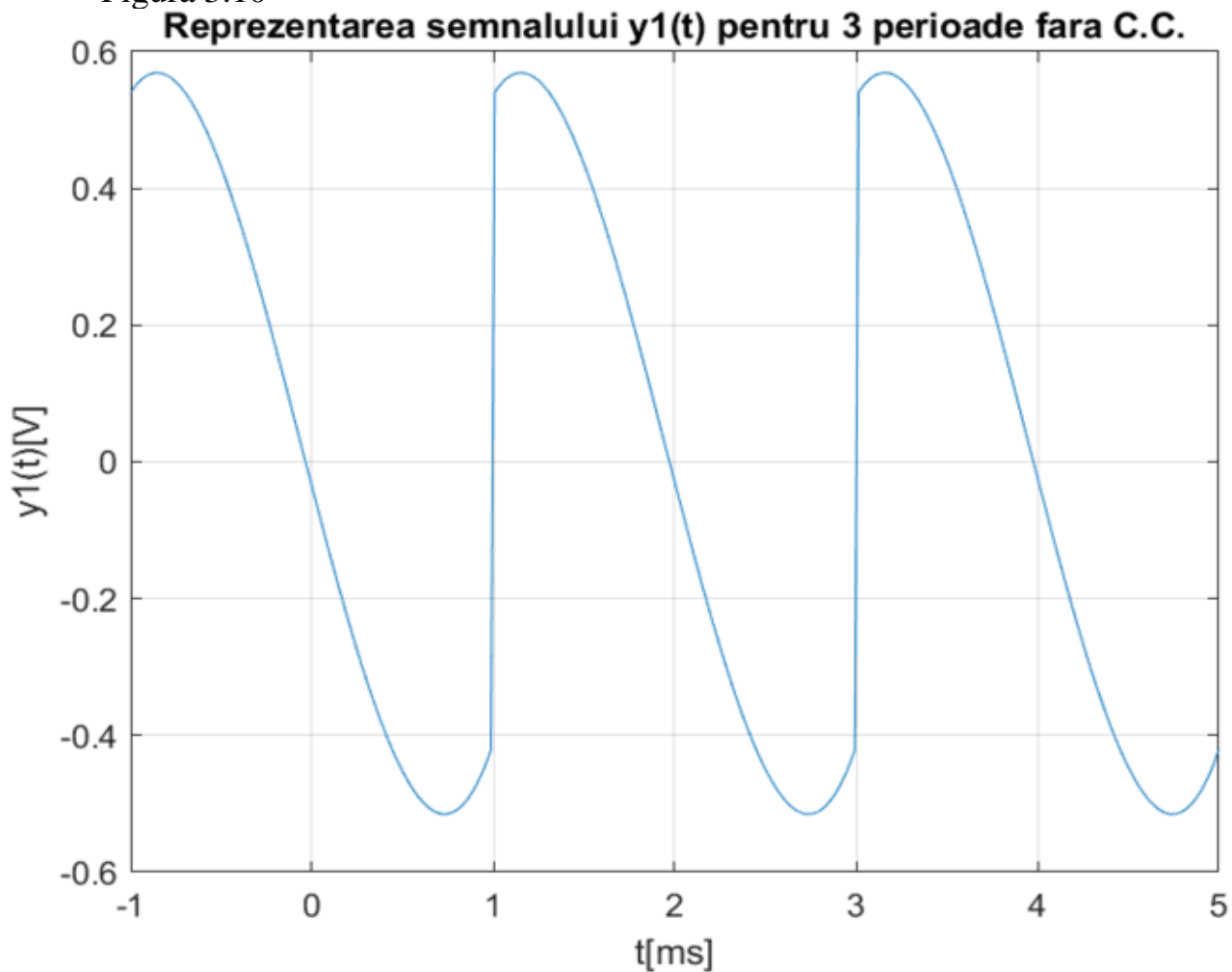
$$\begin{aligned}
C_{04} &= \frac{1}{T_4} \int_{T_4} y_4(t) dt = + \frac{1}{8} \int_1^3 [0,5333(t-2)^3 + 0,0889(t-2)^2 - 1,0141(t-2) - 0,6703] dt \\
&= \frac{1}{8} \int_2^7 [0,5333(t-6)^3 + 0,0889(t-6)^2 - 1,0141(t-6) - 0,6703] dt = \\
&= \frac{1}{2} \cdot (-0,32033) - \frac{1}{8} \int_5^7 [0,5333(t^3 - 216 - 18t^2 + 108t) + \\
&+ 0,0889(t^2 - 12t + 36) - 1,0141(t-6) - 0,6703] dt = \\
&= -0,16016 + 0,16016 = 0
\end{aligned}$$

d) Să se reprezinte grafic semnalele $y_i(t)$ $i=1,4$ pentru 3, respectiv 15 perioade fără componentă continuă.

$y_1(t)$ - 3 perioade fara C.C.:

```
t=linspace(-1,1);  
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;  
a=linspace(-1,5,300);  
y1=x*ones(1,3);  
for i=1:3  
    for j=1:100  
        y1(j,i)=y1(j,i);  
    end  
end  
y1=y1(:);  
plot(a,y1+0.64067);  
grid on;  
xlabel('t[ms]');  
ylabel('y1(t)[V]');  
title('Reprezentarea semnalului y1(t) pentru 3 perioade fara C.C.');
```

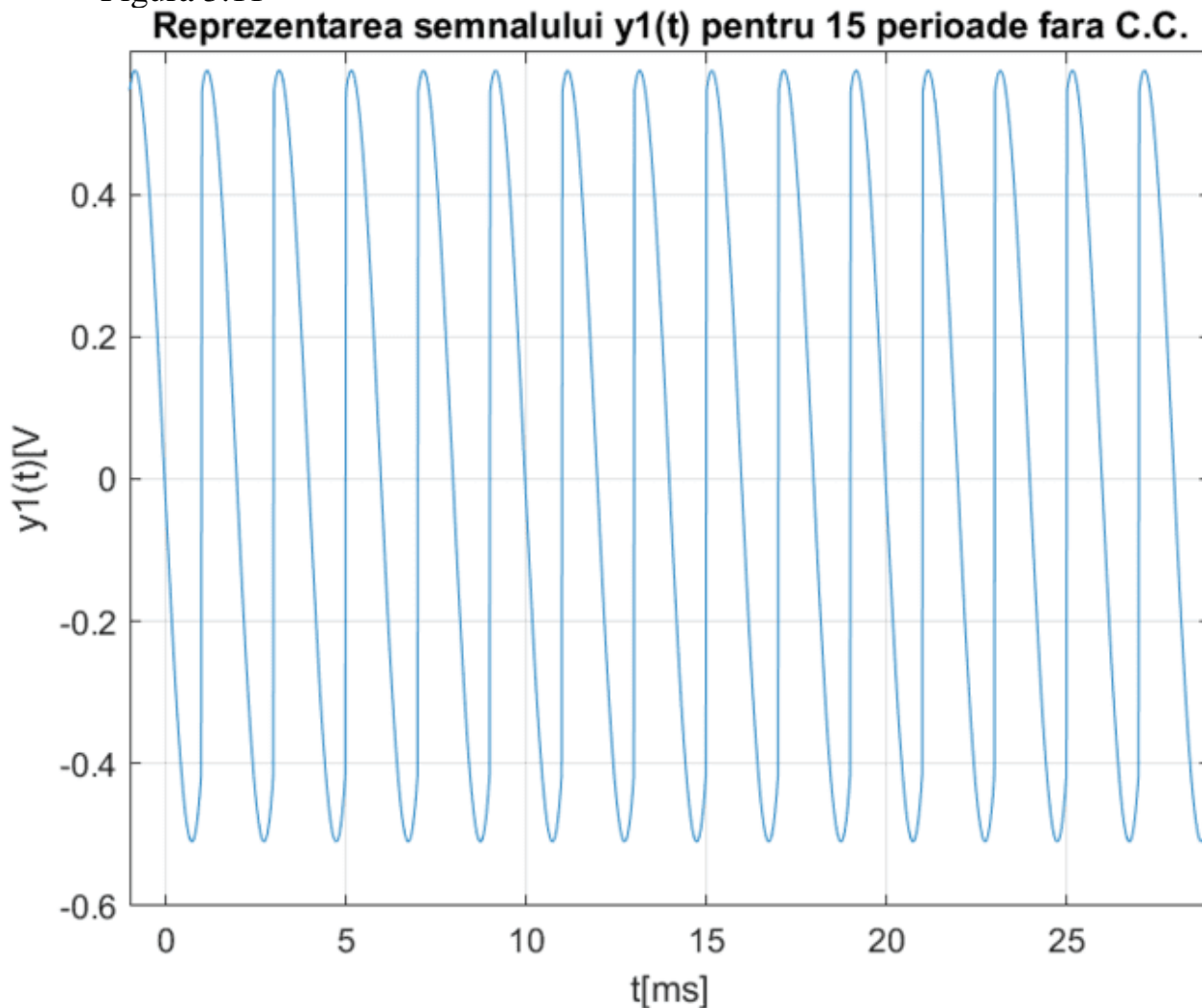
Figura 3.10



$y_1(t)$ - 15 perioade fara C.C.:

```
t=linspace(-1,1);  
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;  
a=linspace(-1,29,1500);  
y1=x'*ones(1,15);  
for i=1:15  
    for j=1:100  
        y1(j,i)=y1(j,i);  
    end  
end  
y1=y1(:);  
plot(a,y1+0.64607);  
axis([-1 29 -0.6 0.6]);  
grid on;  
xlabel('t[ms]');  
ylabel('y1(t)[V]');  
title('Reprezentarea semnalului y1(t) pentru 15 perioade fara C.C.');
```

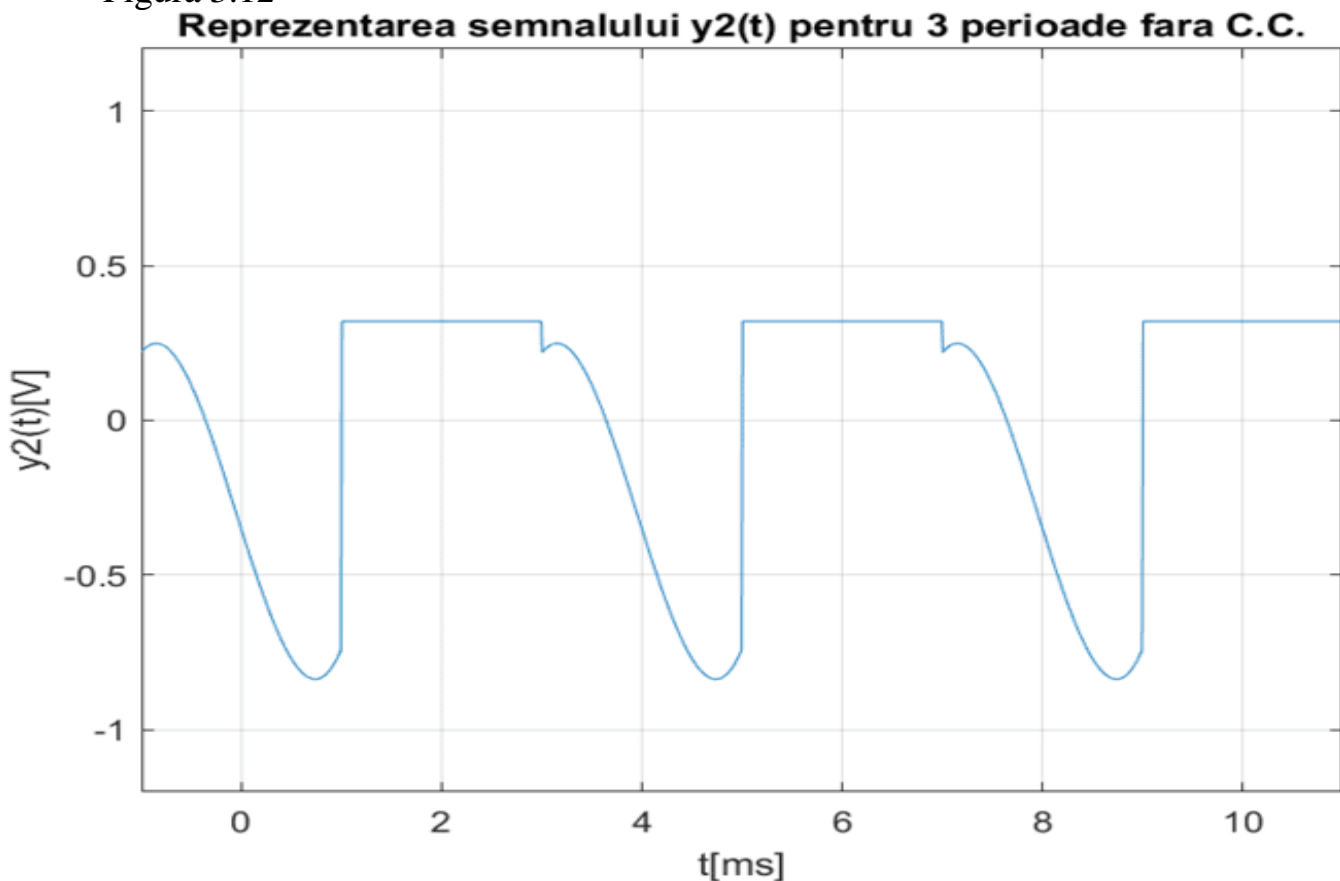
Figura 3.11



$y_2(t)$ - 3 perioade fara C.C.:

```
t = linspace(-1,1,200);  
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;  
val = linspace(-1,11,1200);  
val = val(:);  
y2 = linspace(0, 4, 400);  
for(i = 1:400)  
    if(i<201)  
        y2(i) = x(i);  
    else  
        y2(i) =0;  
    end;  
end;  
y2 = y2'*ones(1,3);  
y2 = y2(:);  
plot(val, y2+0.32033);  
axis([-1 11 -1.2 1.2]);  
grid on;  
xlabel('t[ms]');  
ylabel('y2(t)[V]');  
title('Reprezentarea semnalului y2(t) pentru 3 perioade fara C.C.');
```

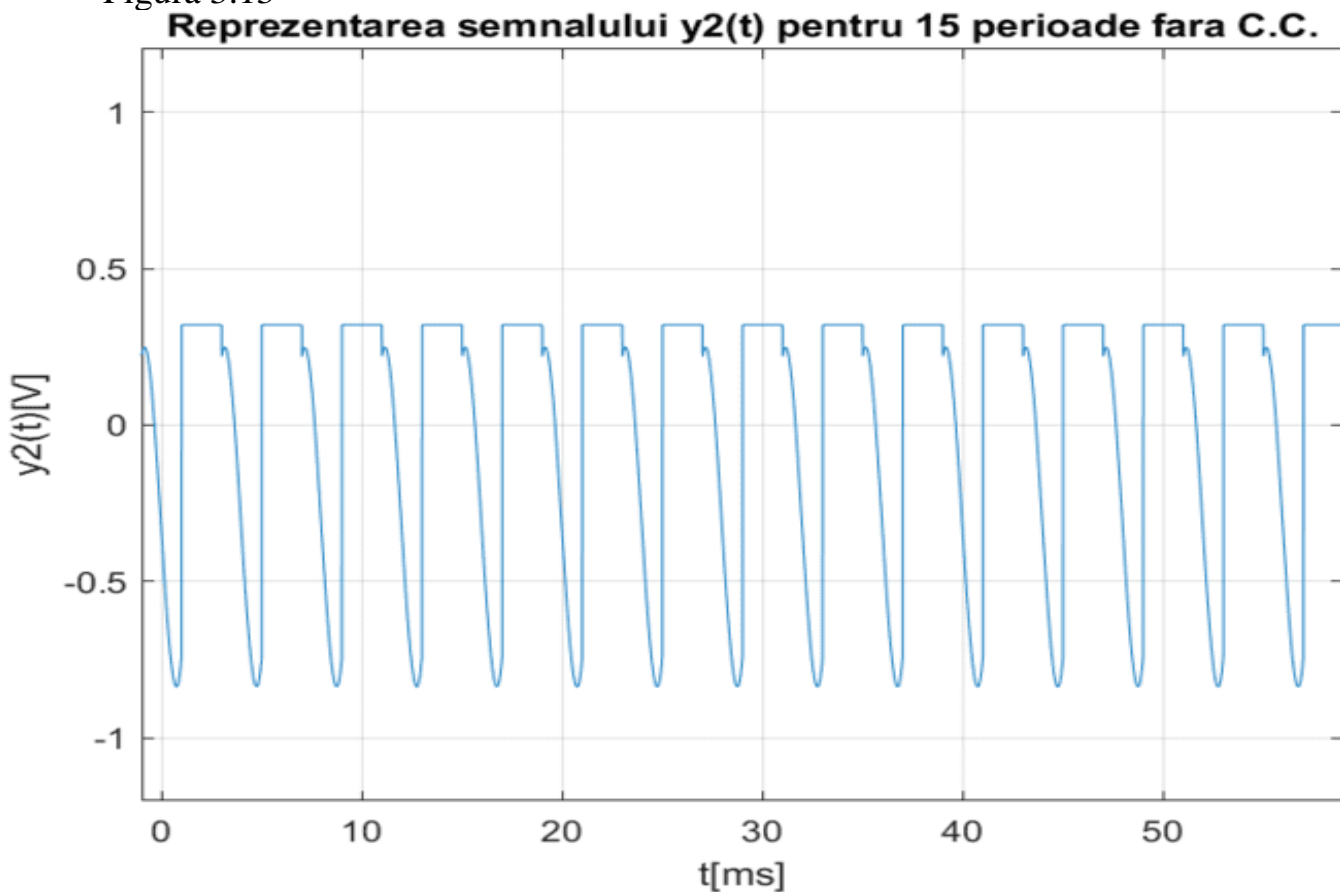
Figura 3.12



$y_2(t)$ - 15 perioade fara C.C.:

```
t = linspace(-1,1,200);  
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;  
val = linspace(-1,59,6000);  
val = val(:);  
y2 = linspace(0, 4, 400);  
for(i = 1:400)  
    if(i<201)  
        y2(i) = x(i);  
    else  
        y2(i) =0;  
    end;  
end;  
y2 = y2'*ones(1,15);  
y2 = y2(:);  
plot(val, y2+0.32033);  
axis([-1 59 -1.2 1.2]);  
grid on;  
xlabel('t[ms]');  
ylabel('y2(t)[V]');  
title('Reprezentarea semnalului y2(t) pentru 15 perioade fara C.C.');
```

Figura 3.13

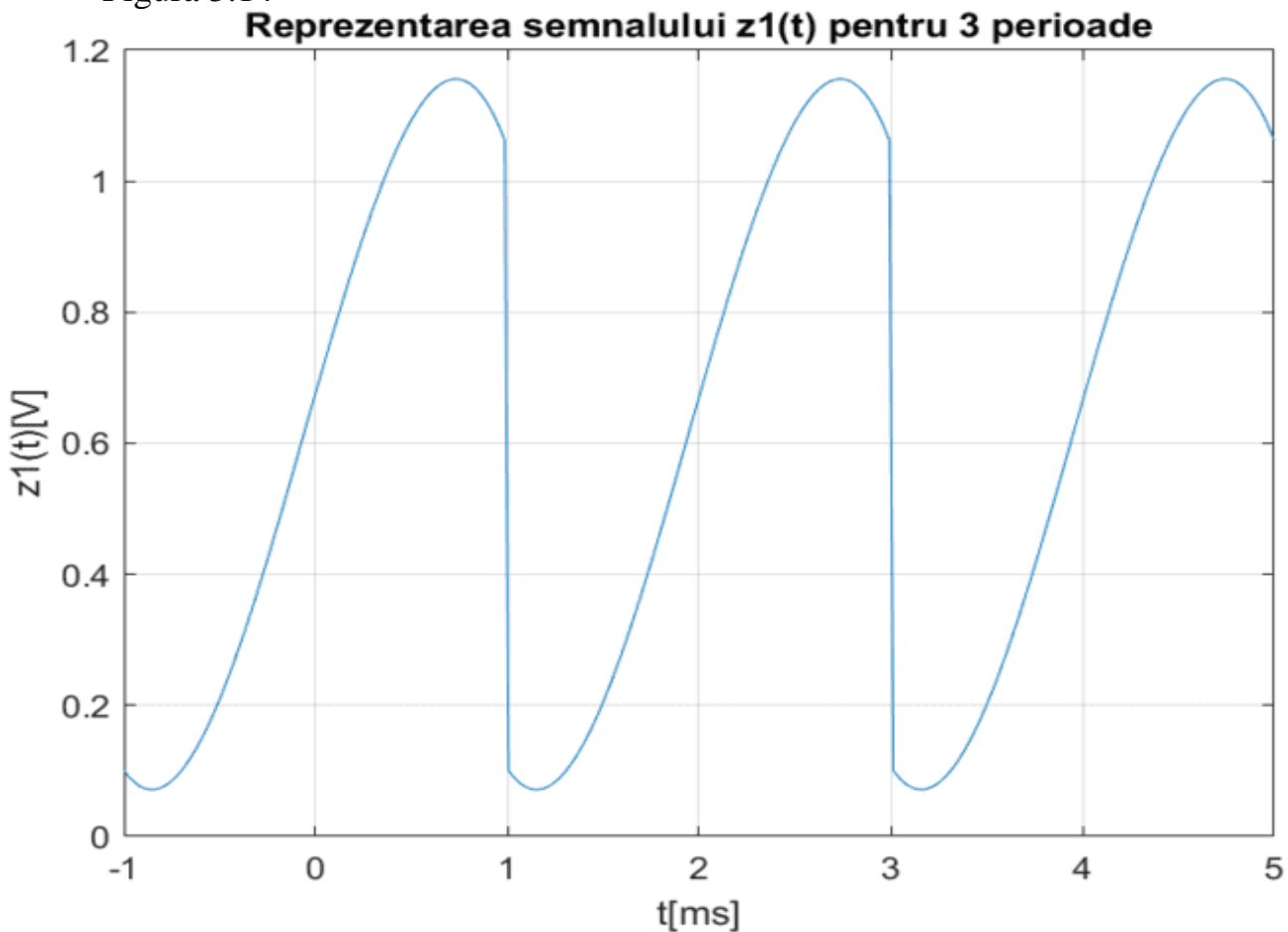


e) Să se reprezinte grafic semnalele $z_i(t)$ și $w_i(t)$ $i=1,4$ pentru 3, respectiv 15 perioade.

$z_1(t)$ - 3 perioade:

```
t=linspace(-1,1);
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;
a=linspace(-1,5,300);
z1=x'*ones(1,3);
for i=1:3
    for j=1:100
        if(z1(j,i)<0)
            z1(j,i)=-z1(j,i);
        end
    end
end
z1=z1(:);
plot(a,z1);
grid on;
xlabel('t[ms]');
ylabel('z1(t)[V]');
title('Reprezentarea semnalului z1(t) pentru 3 perioade');
```

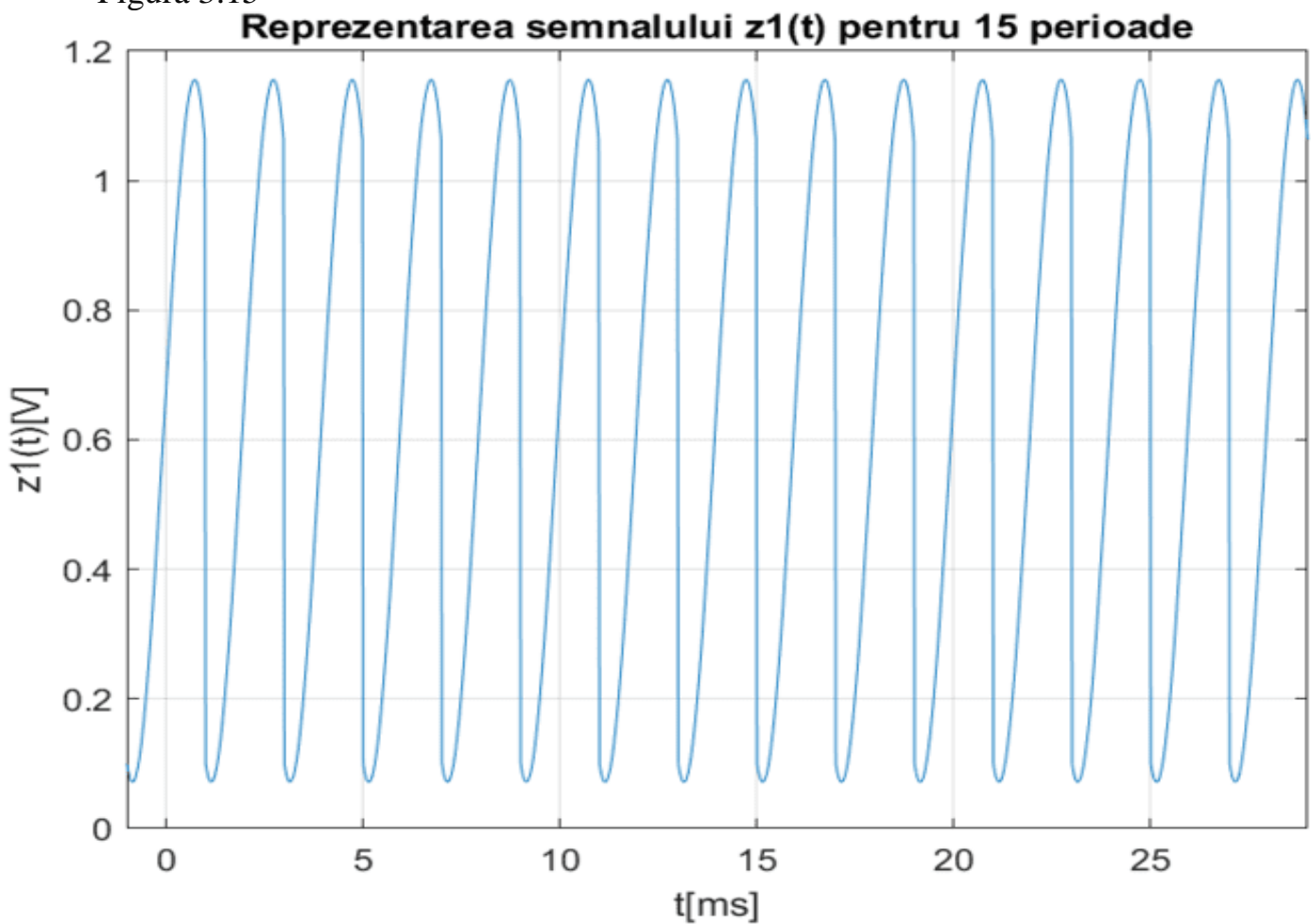
Figura 3.14



$z1(t)$ - 15 perioade:

```
t=linspace(-1,1);  
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;  
a=linspace(-1,29,1500);  
z1=x'*ones(1,15);  
for i=1:15  
    for j=1:100  
        if(z1(j,i)<0)  
            z1(j,i)=-z1(j,i);  
        end  
    end  
end  
z1=z1(:);  
plot(a,z1);  
axis([-1 29 0 1.2]);  
grid on;  
xlabel('t[ms]');  
ylabel('z1(t)[V]');  
title('Reprezentarea semnalului z1(t) pentru 15 perioade');
```

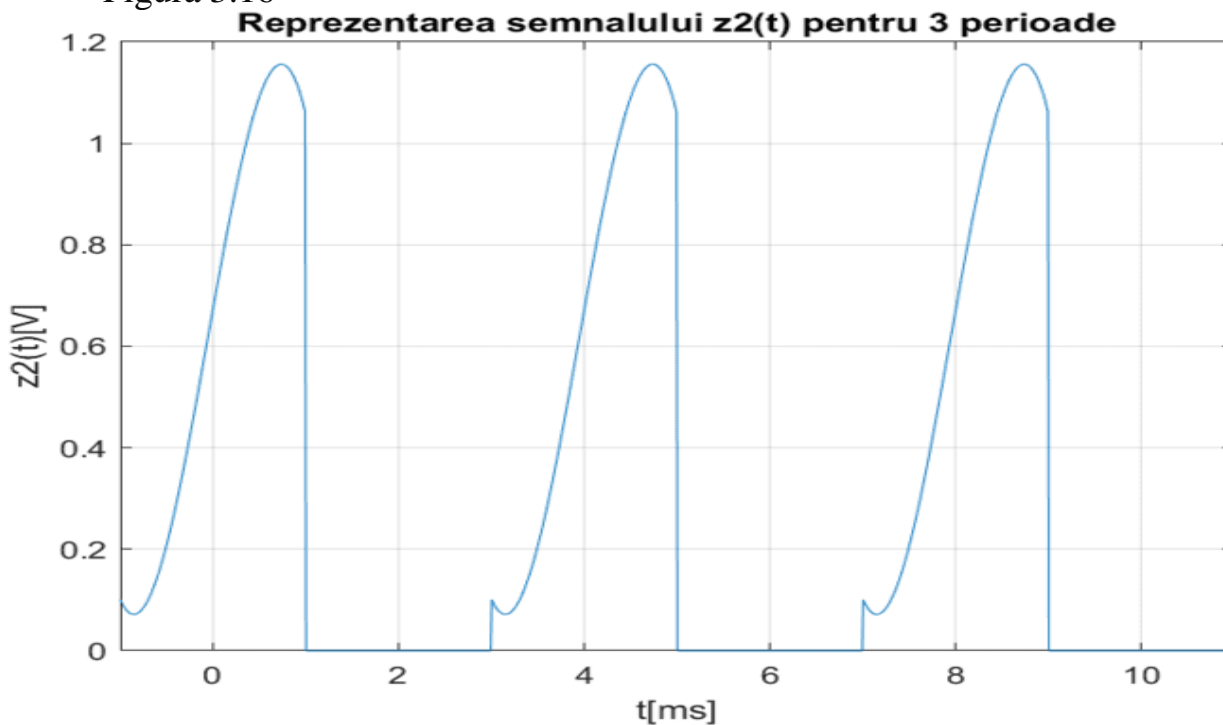
Figura 3.15



$z_2(t)$ - 3 perioade:

```
t = linspace(-1,1,200);
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;
val = linspace(-1,11,1200);
val = val(:);
z2 = linspace(0, 4, 400);
for(i = 1:400)
    if(i<201)
        if(x(i)<0)
            z2(i) = -x(i);
        else
            z2(i) = x(i);
        end;
    else
        z2(i) = 0;
    end;
end;
z2 = z2'*ones(1,3);
z2 = z2(:);
plot(val, z2);
axis([- 1 11 0 1.2]);
grid on;
xlabel('t[ms]');
ylabel('z2(t)[V]');
title('Reprezentarea semnalului z2(t) pentru 3 perioade');
```

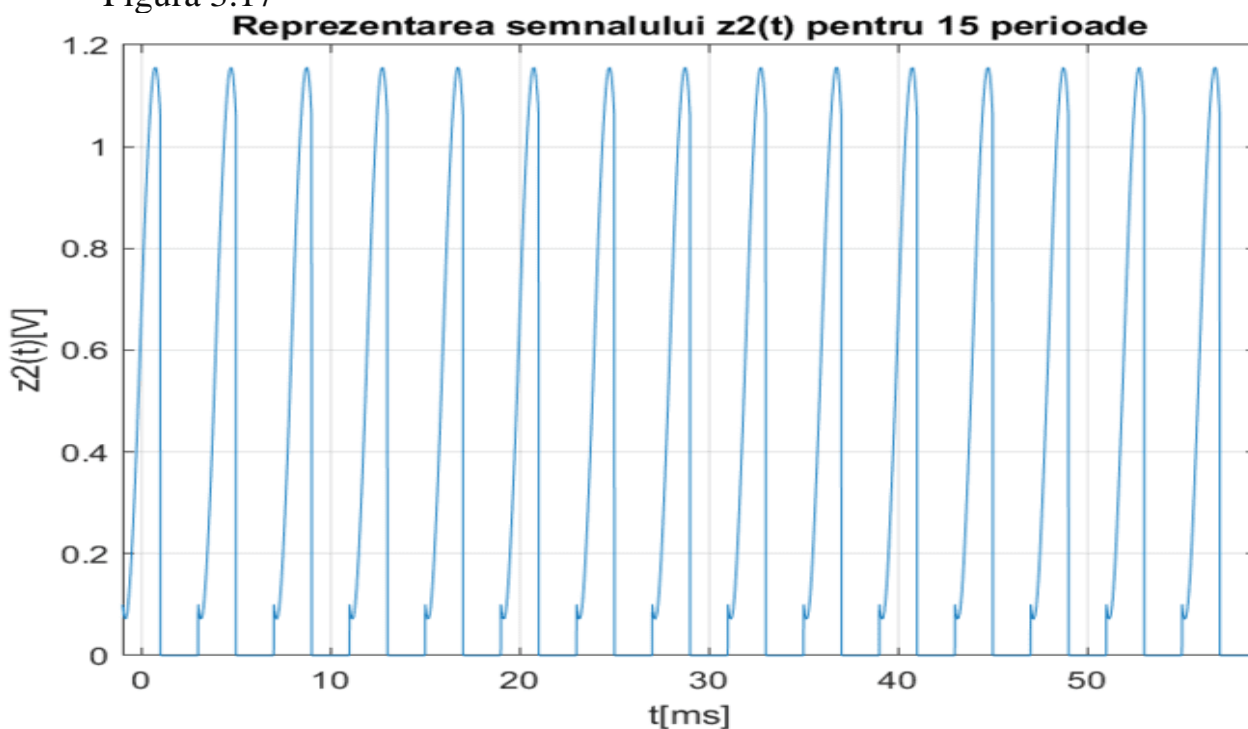
Figura 3.16



$z_2(t)$ - 15 perioade:

```
t = linspace(-1,1,200);
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;
val = linspace(-1,59,6000);
val = val(:);
z2 = linspace(0, 4, 400);
for(i = 1:400)
    if(i<201)
        if(x(i)<0)
            z2(i) = -x(i);
        else
            z2(i) = x(i);
        end;
    else
        z2(i) = 0;
    end;
end;
z2 = z2'*ones(1,15);
z2 = z2(:);
plot(val, z2);
axis([-1 59 0 1.2]);
grid on;
xlabel('t[ms]');
ylabel('z2(t)[V]');
title('Reprezentarea semnalului z2(t) pentru 15 perioade');
```

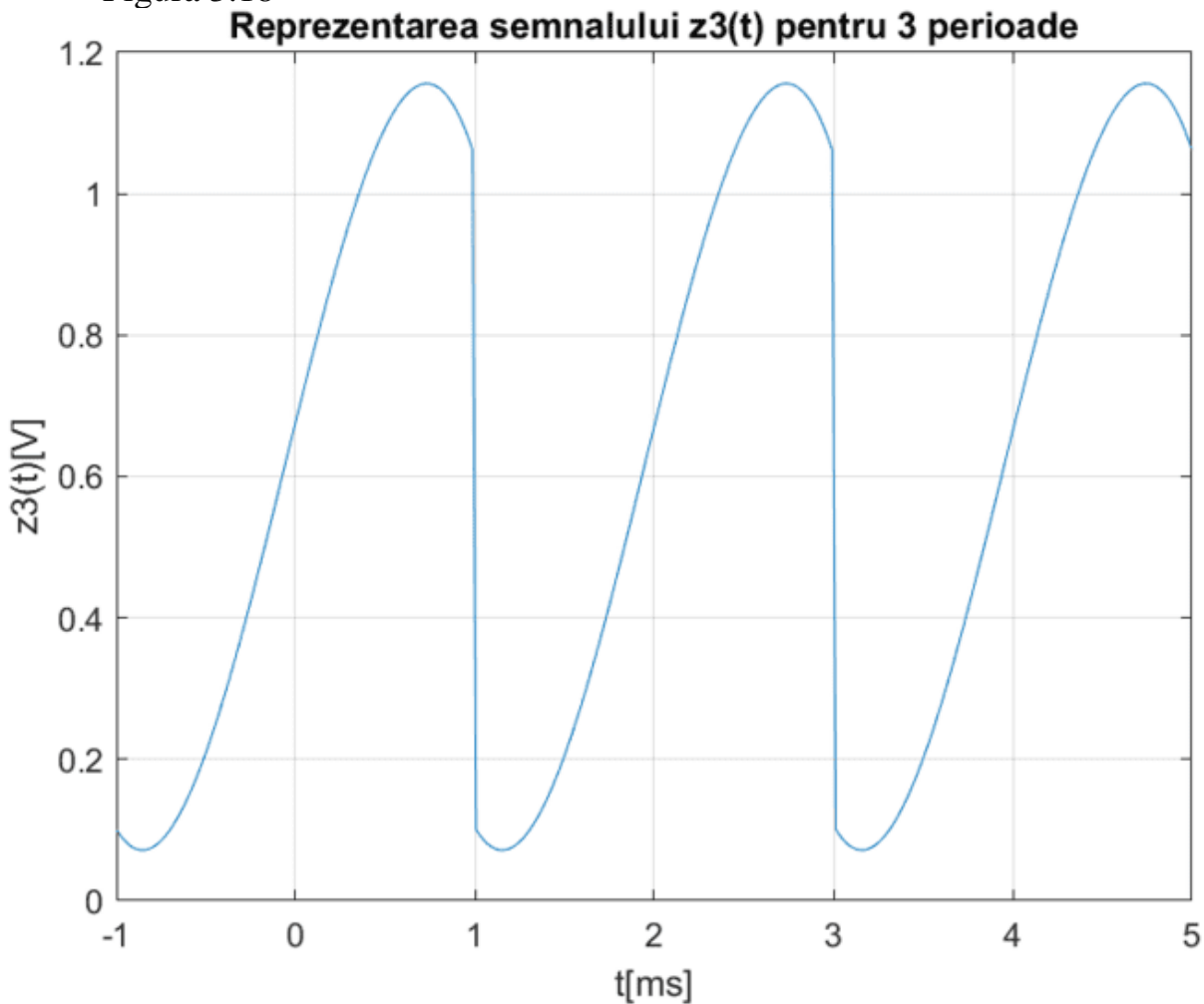
Figura 3.17



$z_3(t)$ - 3 perioade:

```
t=linspace(-1,1);  
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;  
a=linspace(-1,5,300);  
z3=x'*ones(1,3);  
for i=1:3  
    for j=1:100  
        if(z3(j,i)<0)  
            z3(j,i)=-z3(j,i);  
        end  
    end  
end  
z3=z3(:);  
plot(a,z3);  
grid on;  
xlabel('t[ms]');  
ylabel('z3(t)[V]');  
title('Reprezentarea semnalului z3(t) pentru 3 perioade');
```

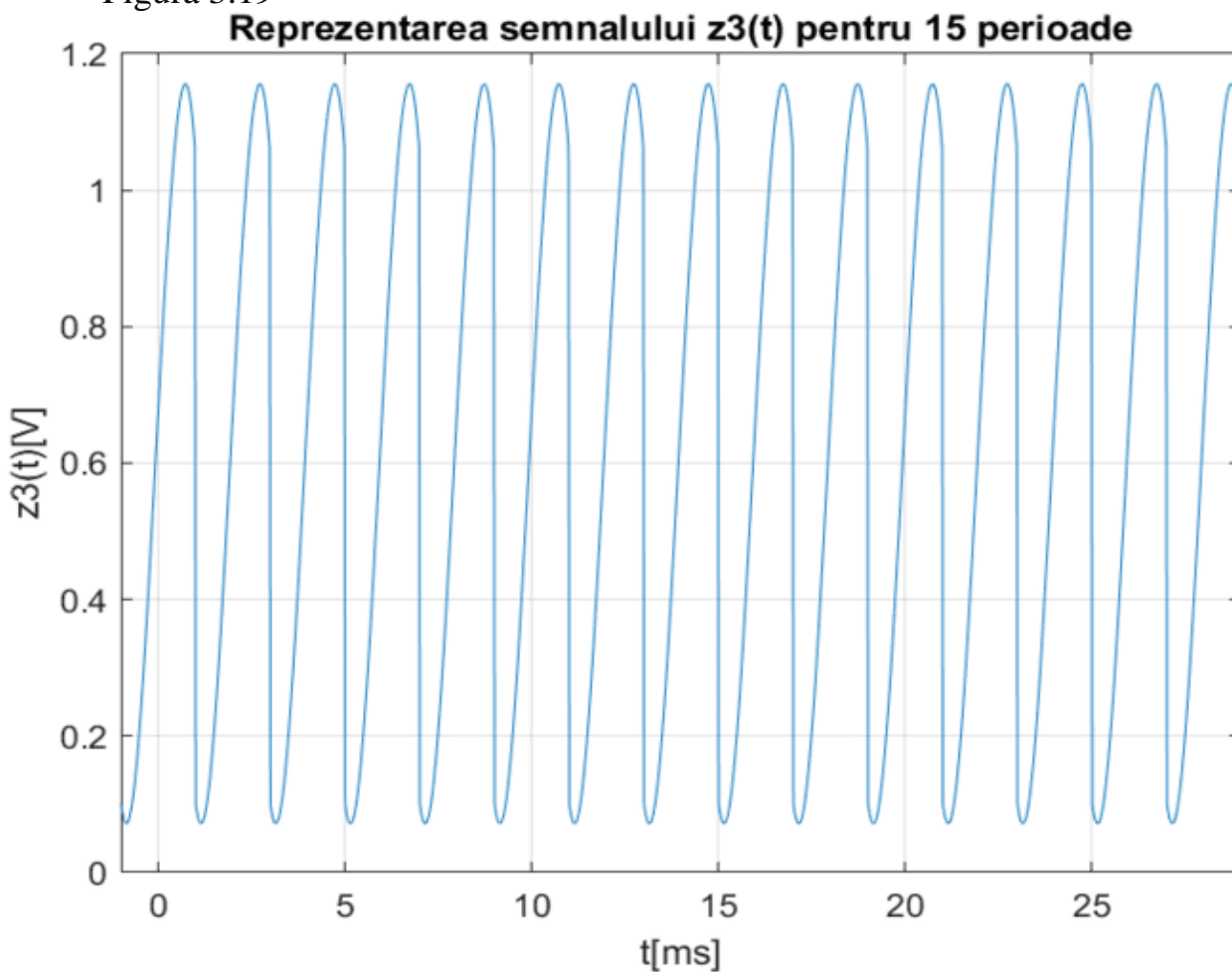
Figura 3.18



$z_3(t)$ - 15 perioade:

```
t=linspace(-1,1);  
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;  
a=linspace(-1,29,1500);  
z3=x'*ones(1,15);  
for i=1:15  
    for j=1:100  
        if(z3(j,i)<0)  
            z3(j,i)=-z3(j,i);  
        end  
    end  
end  
z3=z3(:);  
plot(a,z3);  
axis([-1 29 0 1.2]);  
grid on;  
xlabel('t[ms]');  
ylabel('z3(t)[V]');  
title('Reprezentarea semnalului z3(t) pentru 15 perioade');
```

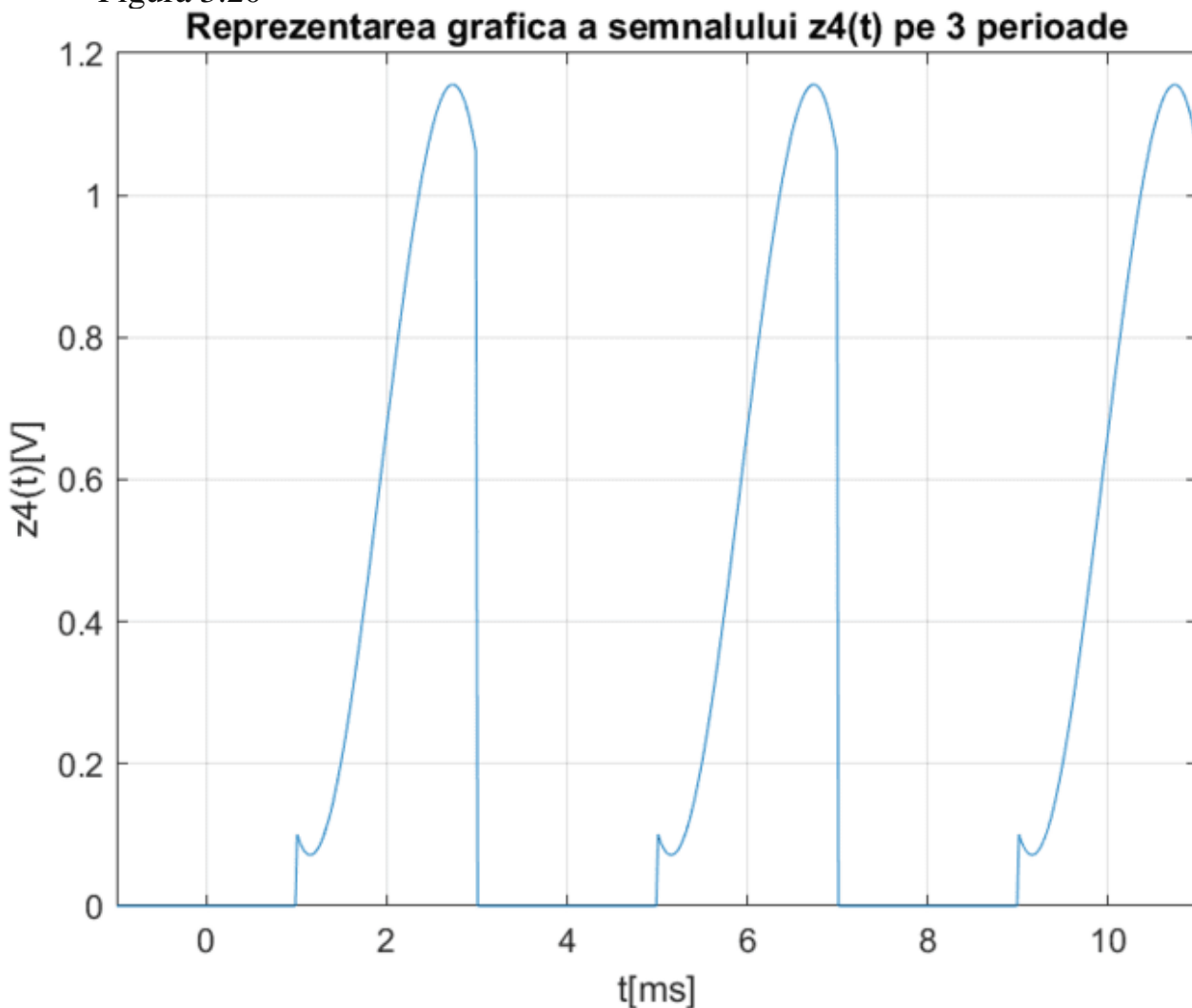
Figura 3.19



$z_4(t)$ - 3 perioade:

```
t=linspace(-1,1);  
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;  
v = zeros(0, 12);  
for i = 1:3  
    v(2*i) = -1;  
end  
z4 = x'*v;  
z4 = z4(:);  
val = linspace(-1, 11, 600);  
val = val(:);  
plot(val, z4);  
axis([-1 11 0 1.2]);  
grid on;  
xlabel('t[ms]');  
ylabel('z4(t)[V]');  
title('Reprezentarea grafica a semnalului z4(t) pe 3 perioade');
```

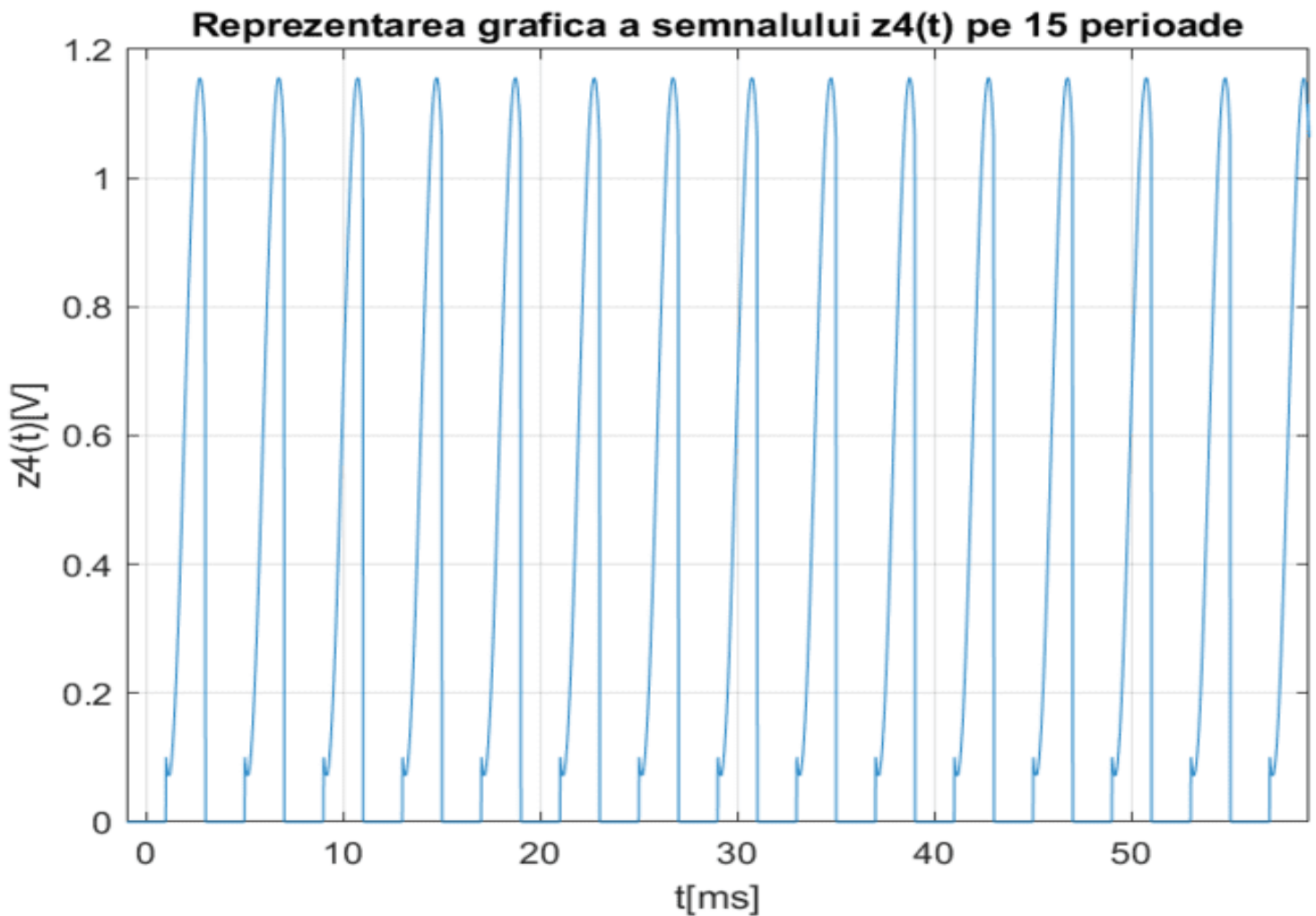
Figura 3.20



$z_4(t)$ - 15 perioade:

```
t=linspace(-1,1);  
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;  
v = zeros(0, 60);  
for i = 1:15  
    v(2*i) = -1;  
end  
z4 = x'*v;  
z4 = z4(:);  
val = linspace(-1, 59, 3000);  
val = val(:);  
plot(val, z4);  
axis([-1 59 0 1.2]);  
grid on;  
xlabel('t[ms]');  
ylabel('z4(t)[V]');  
title('Reprezentarea grafica a semnalului z4(t) pe 15 perioade');
```

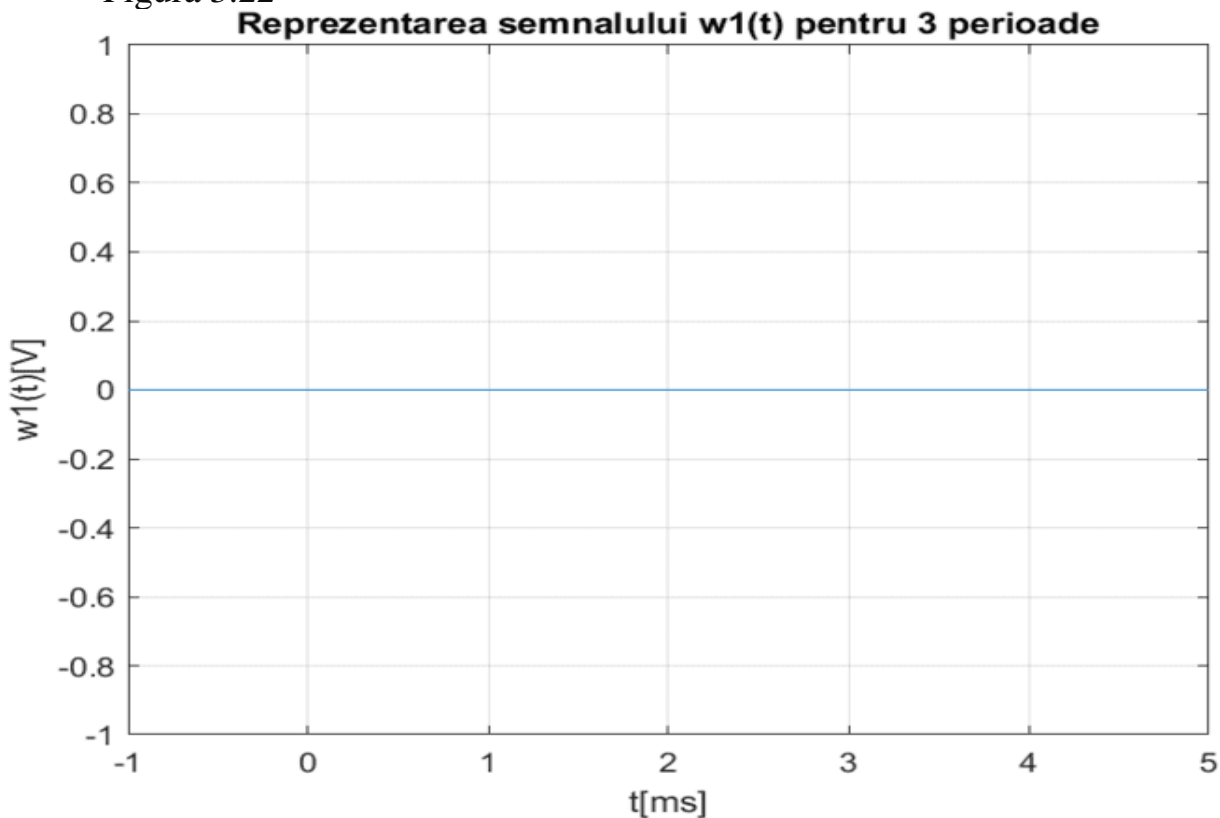
Figura 3.21



$w_1(t)$ - 3 perioade:

```
t=linspace(-1,1);
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;
a=linspace(-1,5,300);
y1=x'*ones(1,3);
for i=1:3
    for j=1:100
        y1(j,i)=y1(j,i);
    end
end
y1=y1(:);
z1=x'*ones(1,3);
for i=1:3
    for j=1:100
        if(z1(j,i)<0)
            z1(j,i)=-z1(j,i);
        end
    end
end
z1=z1(:);
suma=0.5*(y1+z1);
plot(a,suma);
grid on;
xlabel('t[ms]');
ylabel('w1(t)[V]');
title('Reprezentarea semnalului w1(t) pentru 3 perioade');
```

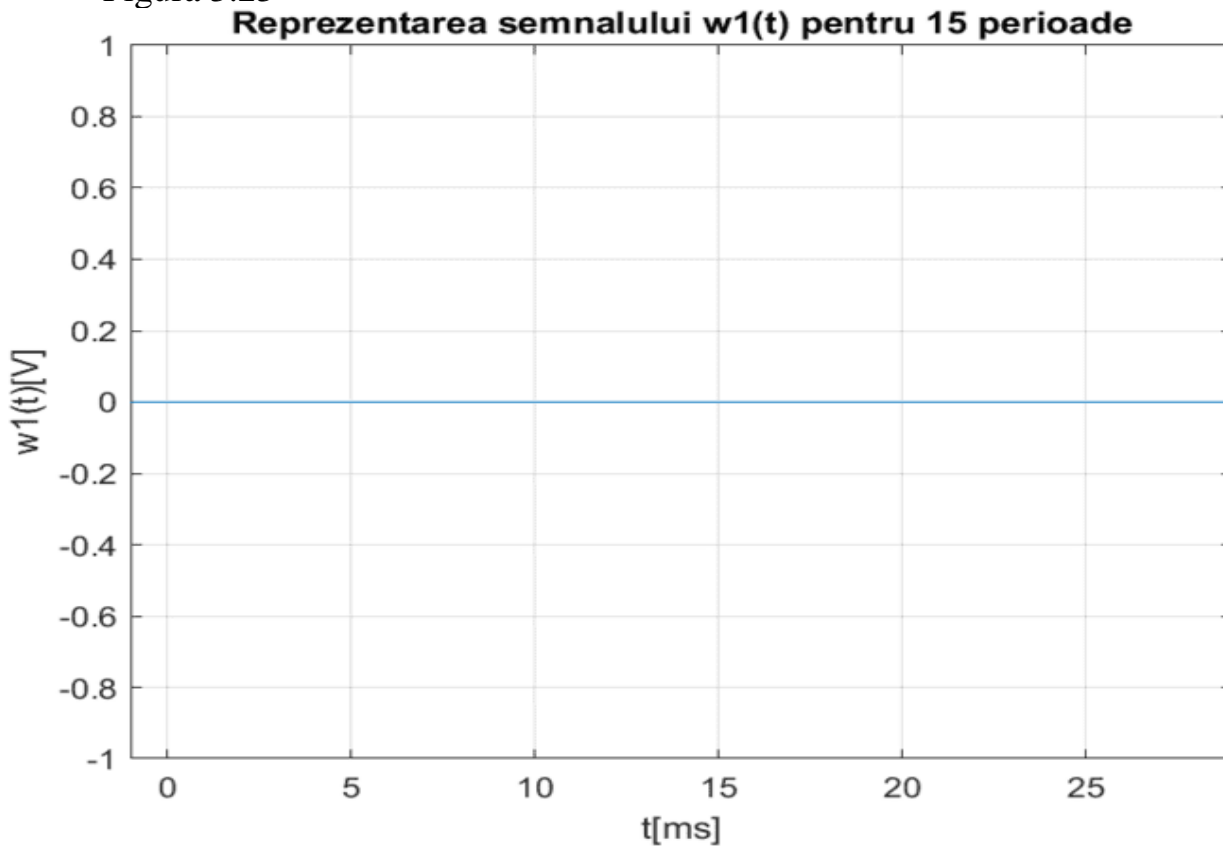
Figura 3.22



w1(t) - 15 perioade:

```
t=linspace(-1,1);
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;
a=linspace(-1,29,1500);
y1=x'*ones(1,15);
for i=1:15
    for j=1:100
        y1(j,i)=y1(j,i);
    end
end
y1=y1(:);
z1=x'*ones(1,15);
for i=1:15
    for j=1:100
        if(z1(j,i)<0)
            z1(j,i)=-z1(j,i);
        end
    end
end
z1=z1(:);
suma=0.5*(y1+z1);
plot(a,suma);
grid on;
xlabel('t[ms]');
ylabel('w1(t)[V]');
title('Reprezentarea semnalului w1(t) pentru 15 perioade');
```

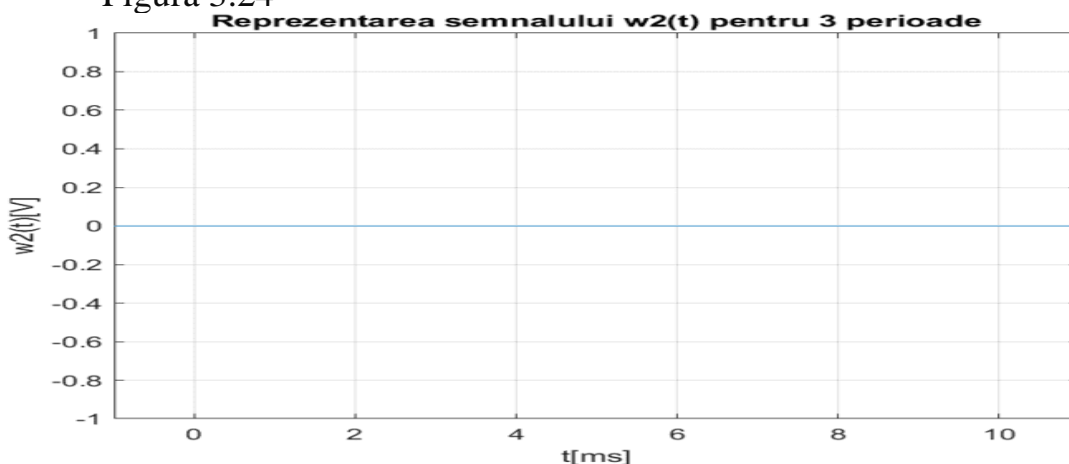
Figura 3.23



$w_2(t)$ - 3 perioade:

```
t = linspace(-1,1,200);
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;
val = linspace(-1,11,1200);
val = val(:);
y2 = linspace(0, 4, 400);
for(i = 1:400)
    if(i<201)
        y2(i) = x(i);
    else
        y2(i)=0;
    end;
end;
y2 = y2'*ones(1,3);
y2 = y2(:);
z2 = linspace(0, 4, 400);
for(i = 1:400)
    if(i<201)
        if(x(i)<0)
            z2(i) = -x(i);
        else
            z2(i) = x(i);
        end;
    else
        z2(i)=0;
    end;
end;
z2 = z2'*ones(1,3);
z2 = z2(:);
suma=0.5*(y2+z2);
plot(val, suma);
axis([-1 11 -1 1]);
grid on;
xlabel('t[ms]');
ylabel('w2(t)[V]');
title('Reprezentarea semnalului w2(t) pentru 3 perioade');
```

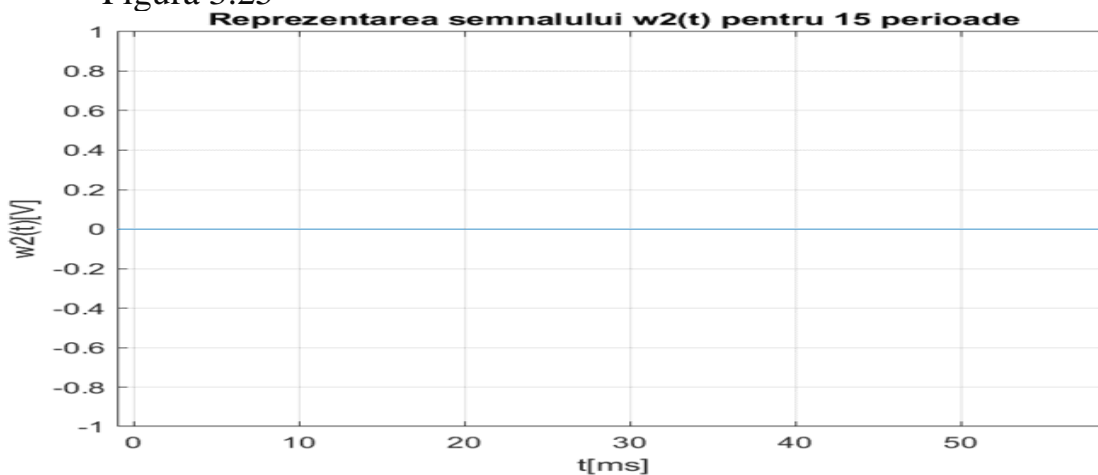
Figura 3.24



$w_2(t)$ - 15 perioade:

```
t = linspace(-1,1,200);
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;
val = linspace(-1,59,6000);
val = val(:);
y2 = linspace(0, 4, 400);
for(i = 1:400)
    if(i<201)
        y2(i) = x(i);
    else
        y2(i) =0;
    end;
end;
y2 = y2'*ones(1,15);
y2 = y2(:);
z2 = linspace(0, 4, 400);
for(i = 1:400)
    if(i<201)
        if(x(i)<0)
            z2(i) = -x(i);
        else
            z2(i) = x(i);
        end;
    else
        z2(i) =0;
    end;
end;
z2 = z2'*ones(1,15);
z2 = z2(:);
suma=0.5*(y2+z2);
plot(val, suma);
axis([-1 59 -1 1]);
grid on;
xlabel('t[ms]');
ylabel('w2(t)[V]');
title('Reprezentarea semnalului w2(t) pentru 15 perioade');
```

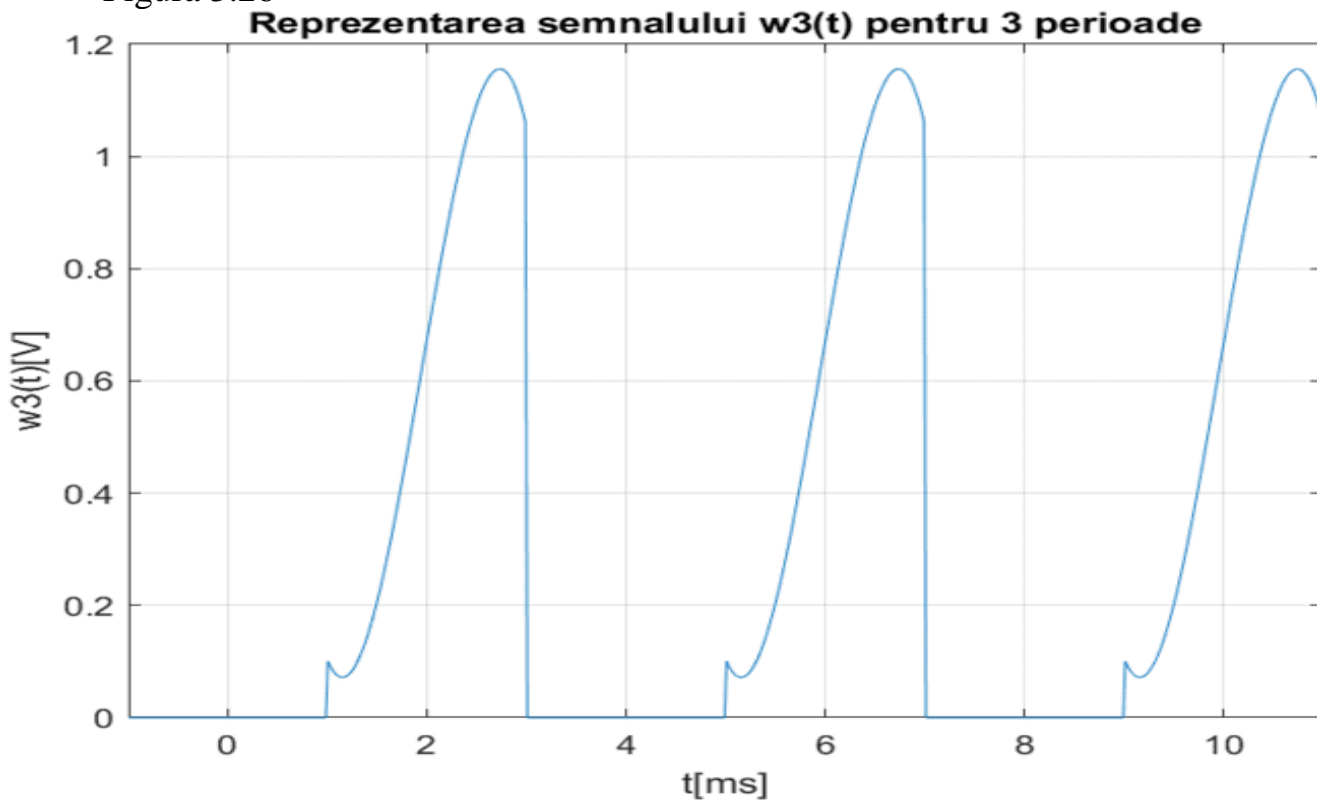
Figura 3.25



$w_3(t)$ - 3 perioade:

```
t=linspace(-1,1);
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;
a=linspace(-1,11,600);
y3=x'*ones(1,6);
for i=1:6
    for j=1:100
        y3(j,i)=((-1).^(i+1))*y3(j,i);
    end
end
y3=y3(:);
z3=x'*ones(1,6);
for i=1:6
    for j=1:100
        if(z3(j,i)<0)
            z3(j,i)=-z3(j,i);
        end
    end
end
z3=z3(:);
suma=0.5*(y3+z3);
plot(a,suma);
axis([-1 11 0 1.2]);
grid on;
xlabel('t[ms]');
ylabel('w3(t)[V]');
title('Reprezentarea semnalului w3(t) pentru 3 perioade');
```

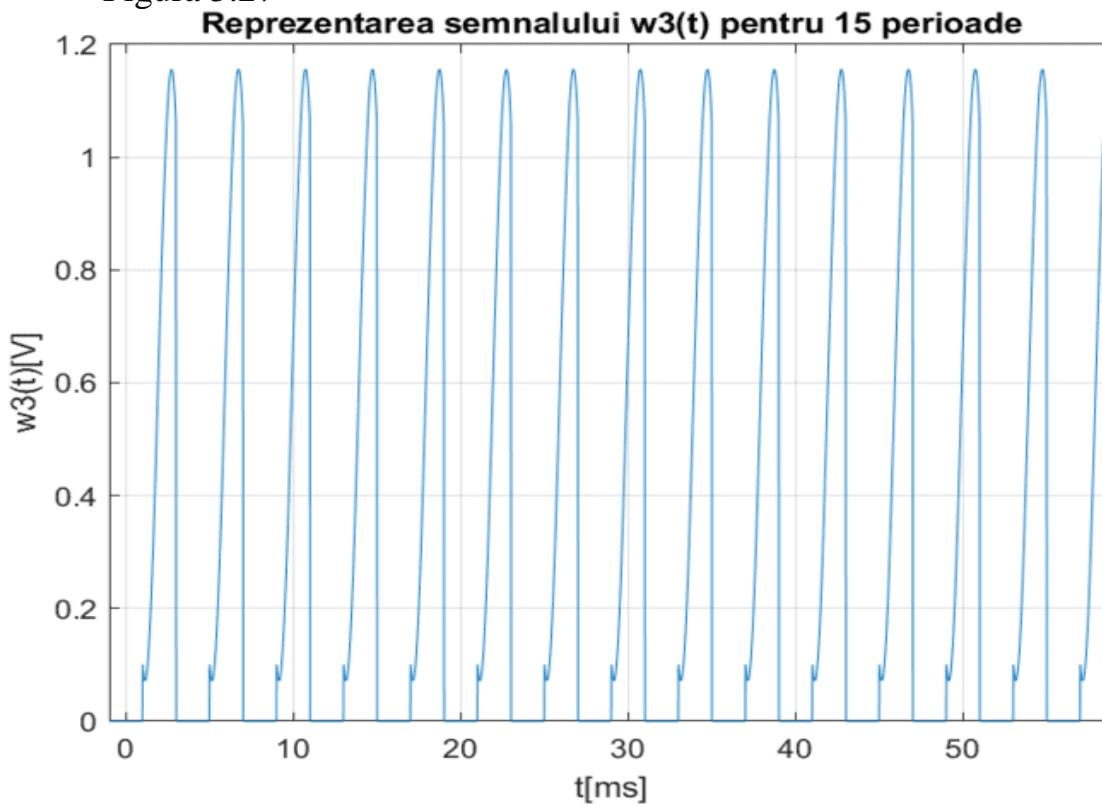
Figura 3.26



$w_3(t)$ - 15 perioade:

```
t=linspace(-1,1);
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;
a=linspace(-1,59,3000);
y3=x'*ones(1,30);
for i=1:30
    for j=1:100
        y3(j,i)=((-1).^(i+1))*y3(j,i);
    end
end
y3=y3(:);
z3=x'*ones(1,30);
for i=1:30
    for j=1:100
        if(z3(j,i)<0)
            z3(j,i)=-z3(j,i);
        end
    end
end
z3=z3(:);
suma=0.5*(y3+z3);
plot(a,suma);
axis([-1 59 0 1.2]);
grid on;
xlabel('t[ms]');
ylabel('w3(t)[V]');
title('Reprezentarea semnalului w3(t) pentru 15 perioade');
```

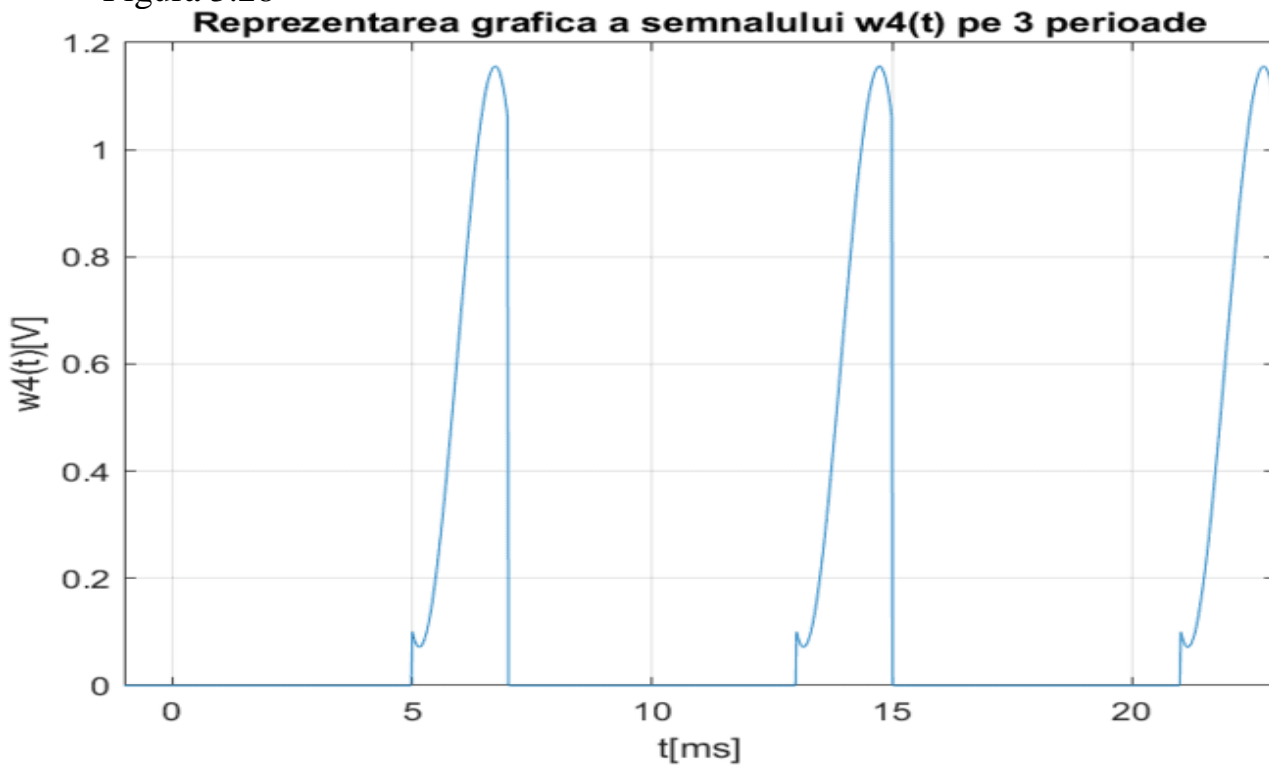
Figura 3.27



$w_4(t)$ - 3 perioade:

```
t=linspace(-1,1);  
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;  
v = zeros(0, 24);  
for i = 1:6  
    if mod(i,2) == 0  
        v(2*i) = -1;  
    else  
        v(2*i) = 1;  
    end  
end  
y4 = x'*v;  
y4 = y4(:);  
val = linspace(-1, 23, 1200);  
val = val(:);  
v1 = zeros(0, 24);  
for i = 1:6  
    v1(2*i) = -1;  
end  
z4 = x'*v1;  
z4 = z4(:);  
suma=0.5*(y4+z4);  
plot(val, suma);  
axis([-1 23 0 1.2]);  
grid on;  
xlabel('t[ms]');  
ylabel('w4(t)[V]');  
title('Reprezentarea grafica a semnalului w4(t) pe 3 perioade');
```

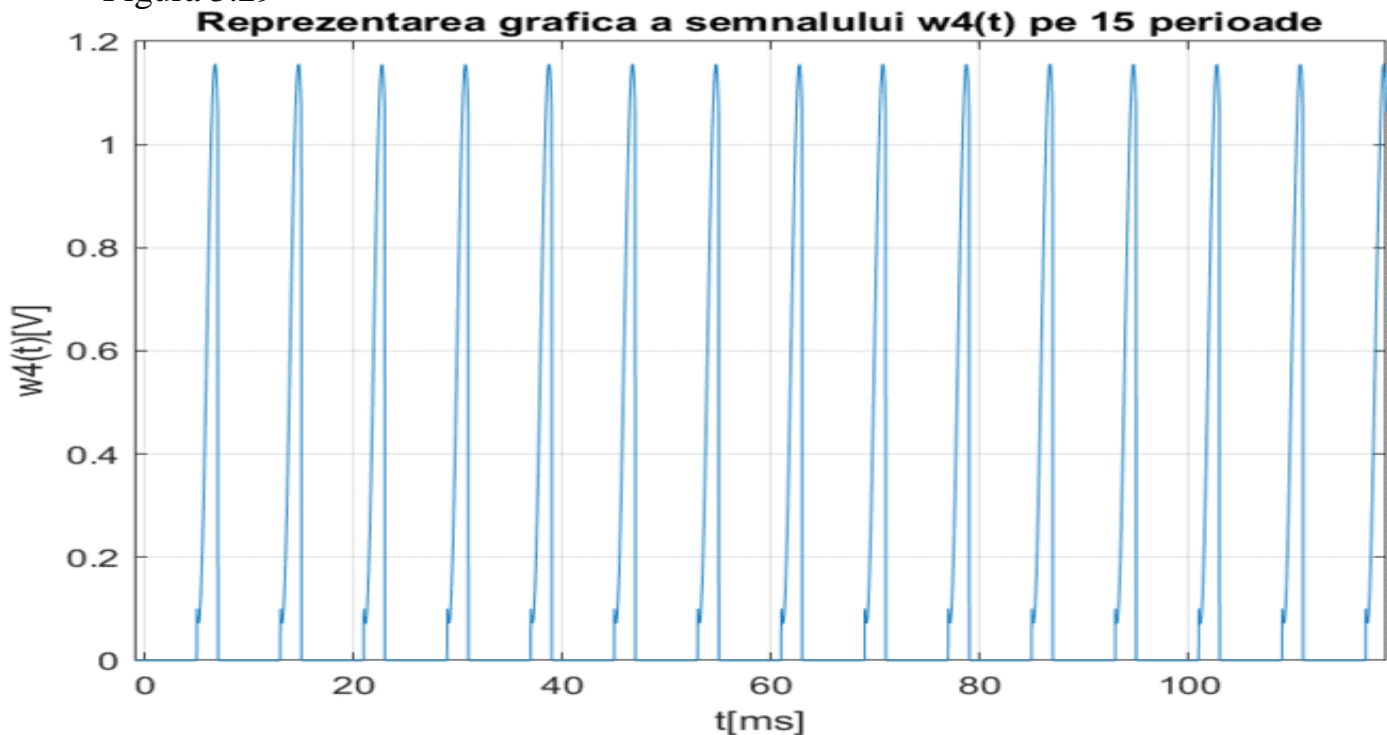
Figura 3.28



$w_4(t)$ - 15 perioade:

```
t=linspace(-1,1);  
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;  
v = zeros(0, 120);  
for i = 1:30  
    if mod(i,2) == 0  
        v(2*i) = -1;  
    else  
        v(2*i) = 1;  
    end  
end  
y4 = x'*v;  
y4 = y4(:);  
val = linspace(-1, 119, 6000);  
val = val(:);  
v1 = zeros(0, 120);  
for i = 1:30  
    v1(2*i) = -1;  
end  
z4 = x'*v1;  
z4 = z4(:);  
suma=0.5*(y4+z4);  
plot(val, suma);  
axis([-1 119 0 1.2]);  
grid on;  
xlabel('t[ms]');  
ylabel('w4(t)[V]');  
title('Reprezentarea grafica a semnalului w4(t) pe 15 perioade');
```

Figura 3.29



f) Să se determine analitic componenta continuă a semnalelor $z_i(t)$ și $w_i(t)$ $i=1:4$.

$$x(t) = 0,5333t^3 + 0,0889t^2 - 1,0141t - 0,6703$$

Pentru $z_1(t)$:

$$C_{z_1} = \frac{1}{T} \int_T z_1(t) dt = -\frac{1}{2} \int_{-1}^1 (0,5333t^3 + 0,0889t^2 - 1,0141t - 0,6703) dt =$$

$$= -(-0,64067) = 0,64067 \quad (\text{deci integrată la la } y_1)$$

Pentru $z_2(t)$:

$$C_{z_2} = \frac{1}{T} \int_T z_2(t) dt = -\frac{1}{4} \int_{-1}^1 (0,5333t^3 + 0,0889t^2 - 1,0141t - 0,6703) dt =$$

$$= -\frac{1}{2} \cdot (-0,64067) = +0,32033 \quad (\text{deci integrată la la } y_2)$$

Pentru $z_3(t)$:

$$C_{z_3} = \frac{1}{T} \int_T z_3(t) dt = -\frac{1}{2} \int_{-1}^1 (0,5333t^3 + 0,0889t^2 - 1,0141t - 0,6703) dt =$$

$$= 0,64067 \quad (\text{deci componentă continuă la } z_1)$$

Pentru $z_4(t)$:

$$C_{z_4} = \frac{1}{T} \int_T z_4(t) dt = \frac{1}{4} \int_{-1}^3 (0,5333(t-2)^3 + 0,0889(t-2)^2 + 1,0141(t-2) - 0,6703) dt =$$

$$= \frac{1}{4} \cdot 1,28132 = 0,32033$$

$$= \frac{1}{4} \cdot 1,28132 = 0,32033$$

(deci integrată la la y_3)

$$C_{w_1} = 0 \quad ; \quad C_{w_2} = 0 \quad ; \quad (\text{nu sunt semnale})$$

Pentru $u_3(t)$:

$$C_{u_3} = \frac{1}{T} \int_T u_3(t) dt = -\frac{1}{4} \int_1^3 (0,5333(t-2)^3 + 0,0889(t-2)^2 - 1,0141(t-2) - 0,6703) dt$$

$$= 0,32033 \text{ (selecție componentă continuă la la 24)}$$

Pentru $W_4(t)$:

$$C_{W_4} = \frac{1}{T} \int_T W_4(t) dt = -\frac{1}{8} \int_5^7 [0,5333(t-6)^3 + 0,0889(t-6)^2 - 1,0141(t-6) - 0,6703] dt =$$

$$= -\frac{1}{8} \int_5^7 [0,5333(t^3 - 216 - 18t^2 + 108t + 0,0889(t^2 - 12t + 36) - 1,0141(t-6) - 0,6703)] dt =$$

$$= -\frac{1}{8} \int_5^7 [0,5333t^3 + (0,0889 - 18 \cdot 0,5333)t^2 + (108 \cdot 0,5333 - 12 \cdot 0,0889 - 1,0141)t + 36 \cdot 0,0889 - 216 \cdot 0,5333 + 6 \cdot 1,0141 - 0,6703] dt =$$

$$= -\frac{1}{8} \int_5^7 (0,5333t^3 + 9,5105t^2 + 51,5135t - 106,5781) dt =$$

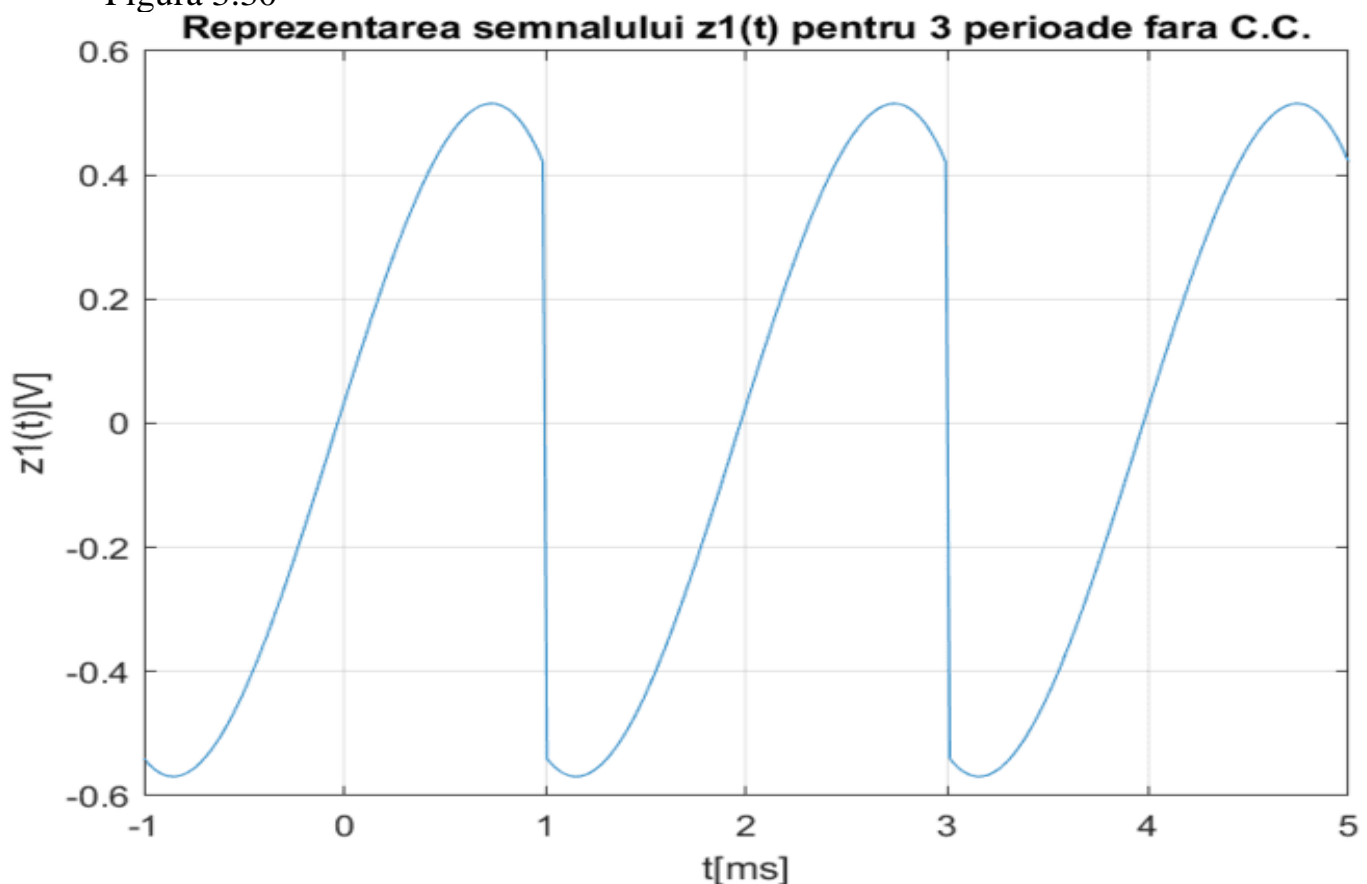
$$= +0,16016 \text{ (selecție integrală la la 24)}$$

g) Să se reprezinte grafic semnalele $z_i(t)$ și $w_i(t)$ $i=1,4$ pentru 3, respectiv 15 perioade fără componentă continuă.

$z_1(t)$ - 3 perioade fara C.C.:

```
t=linspace(-1,1);  
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;  
a=linspace(-1,5,300);  
z1=x'*ones(1,3);  
for i=1:3  
    for j=1:100  
        if(z1(j,i)<0)  
            z1(j,i)=-z1(j,i);  
        end  
    end  
end  
z1=z1(:);  
plot(a,z1-0.64067);  
grid on;  
xlabel('t[ms]');  
ylabel('z1(t)[V]');  
title('Reprezentarea semnalului z1(t) pentru 3 perioade fara C.C.');
```

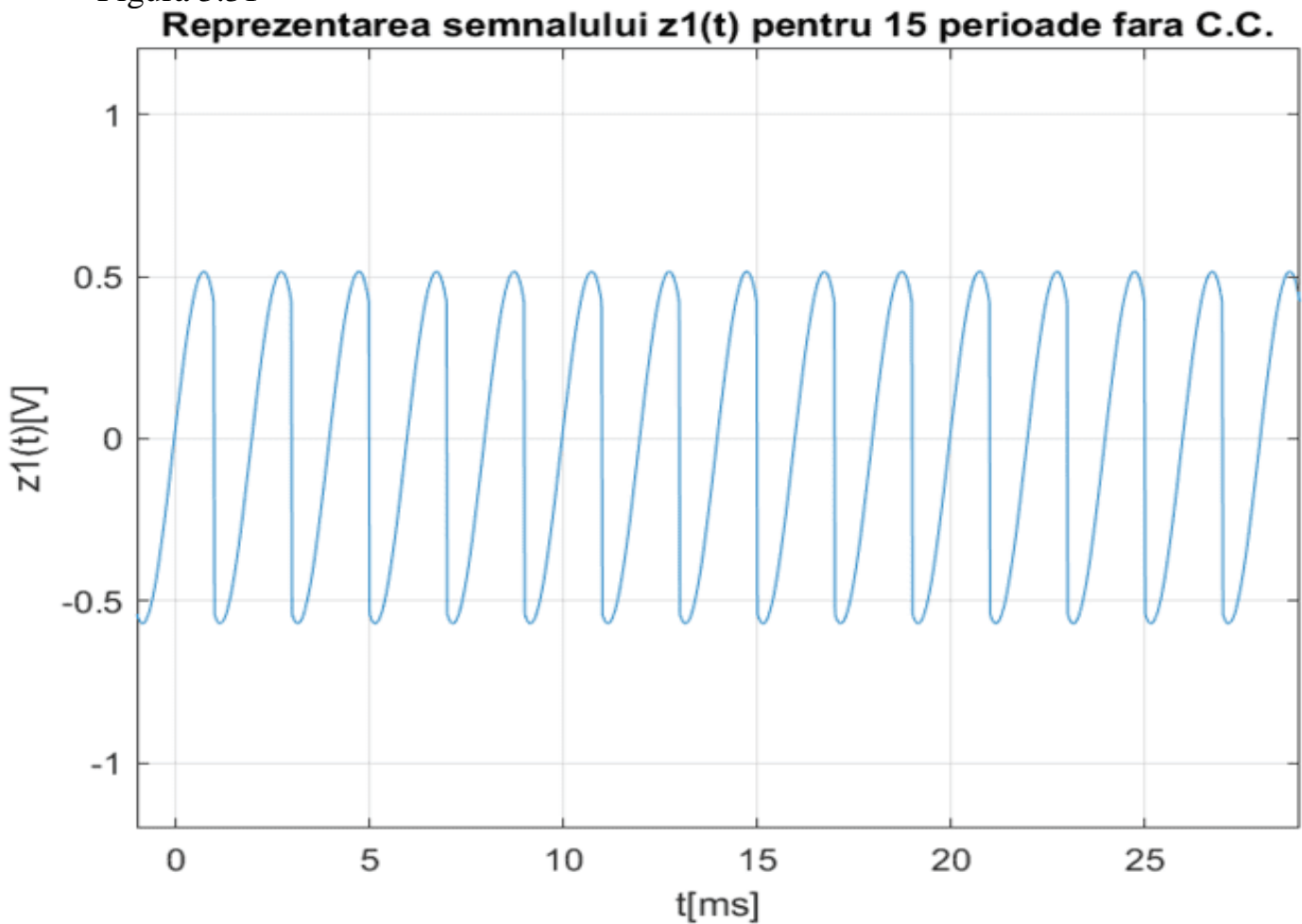
Figura 3.30



$z_1(t)$ - 15 perioade fara C.C.:

```
t=linspace(-1,1);  
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;  
a=linspace(-1,29,1500);  
z1=x'*ones(1,15);  
for i=1:15  
    for j=1:100  
        if(z1(j,i)<0)  
            z1(j,i)=-z1(j,i);  
        end  
    end  
end  
z1=z1(:);  
plot(a,z1-0.64067);  
axis([-1 29 -1.2 1.2]);  
grid on;  
xlabel('t[ms]');  
ylabel('z1(t)[V]');  
title('Reprezentarea semnalului z1(t) pentru 15 perioade fara C.C.');
```

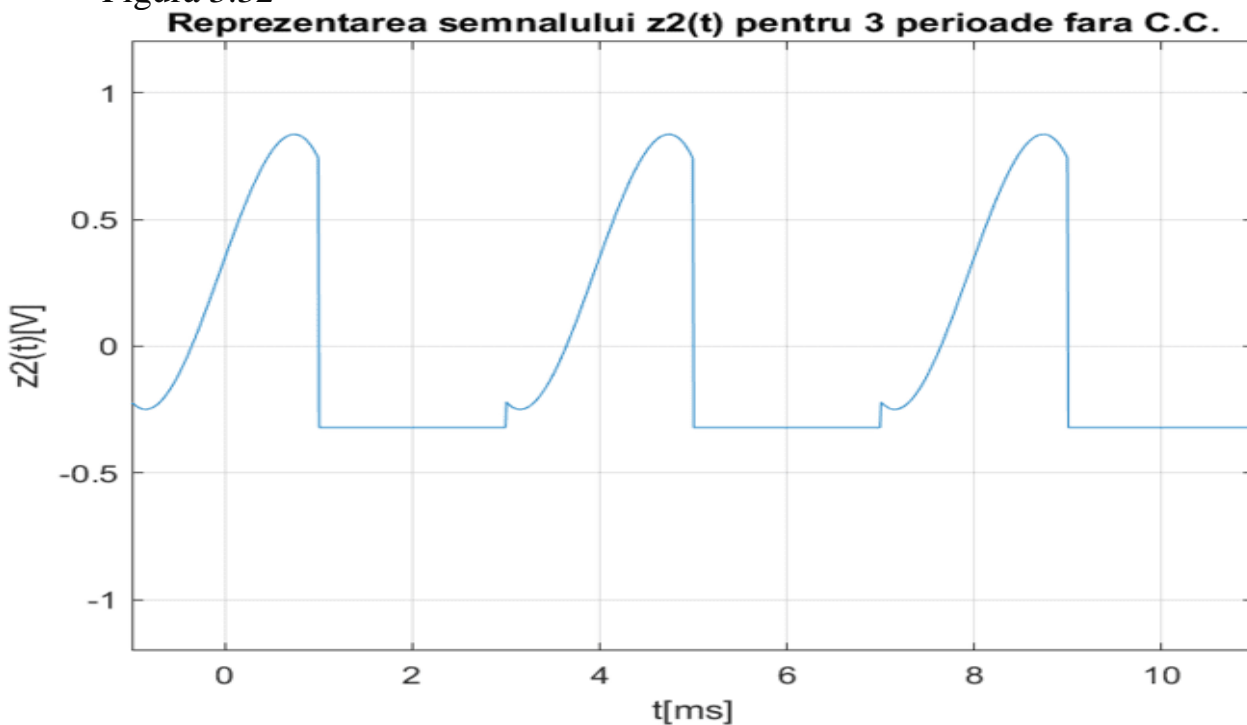
Figura 3.31



$z_2(t)$ - 3 perioade fara C.C.:

```
t = linspace(-1,1,200);
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;
val = linspace(-1,11,1200);
val = val(:);
z2 = linspace(0, 4, 400);
for(i = 1:400)
    if(i<201)
        if(x(i)<0)
            z2(i) = -x(i);
        else
            z2(i) = x(i);
        end;
    else
        z2(i) = 0;
    end;
end;
z2 = z2'*ones(1,3);
z2 = z2(:);
plot(val, z2-0.32033);
axis([- 1 11 -1.2 1.2]);
grid on;
xlabel('t[ms]');
ylabel('z2(t)[V]');
title('Reprezentarea semnalului z2(t) pentru 3 perioade fara C.C.');
```

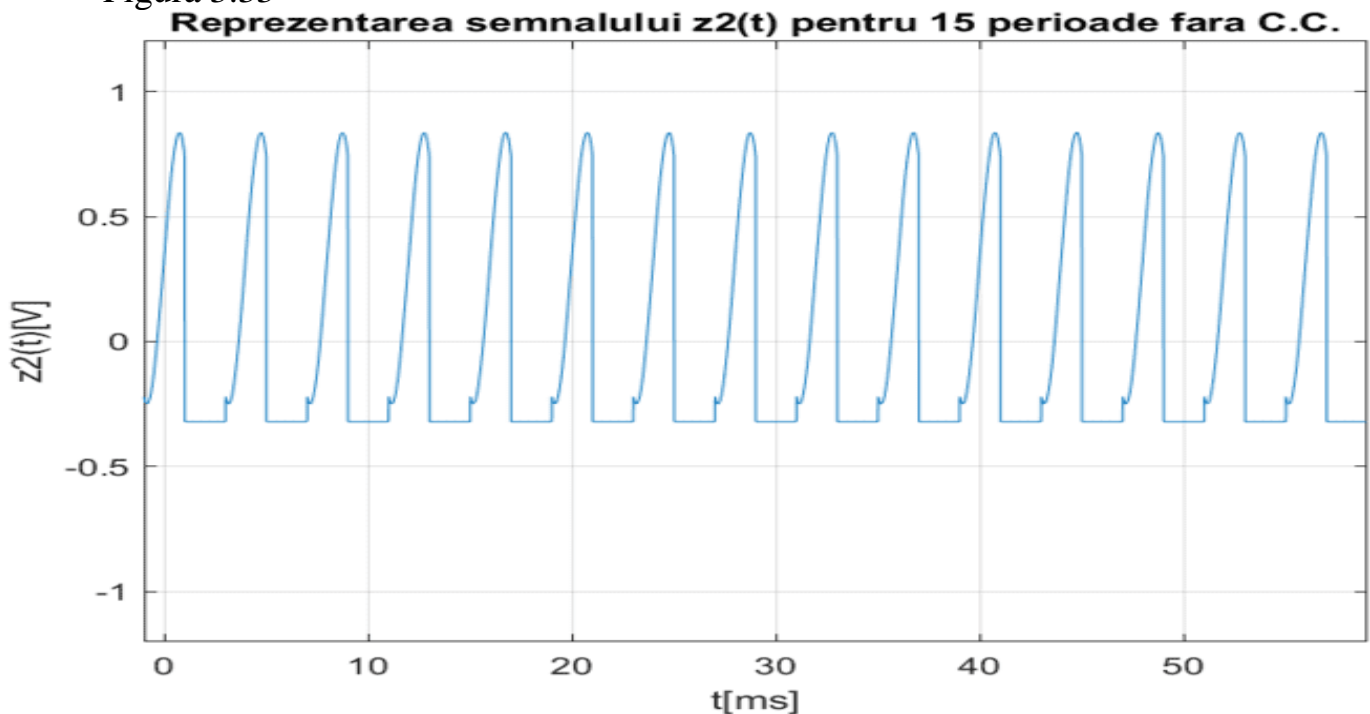
Figura 3.32



$z_2(t)$ - 15 perioade fara C.C.:

```
t = linspace(-1,1,200);  
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;  
val = linspace(-1,59,6000);  
val = val(:);  
z2 = linspace(0, 4, 400);  
for(i = 1:400)  
    if(i<201)  
        if(x(i)<0)  
            z2(i) = -x(i);  
        else  
            z2(i) = x(i);  
        end;  
    else  
        z2(i) = 0;  
    end;  
end;  
z2 = z2'*ones(1,15);  
z2 = z2(:);  
plot(val, z2-0.32033);  
axis([-1 59 -1.2 1.2]);  
grid on;  
xlabel('t[ms]');  
ylabel('z2(t)[V]');  
title('Reprezentarea semnalului z2(t) pentru 15 perioade fara C.C.');
```

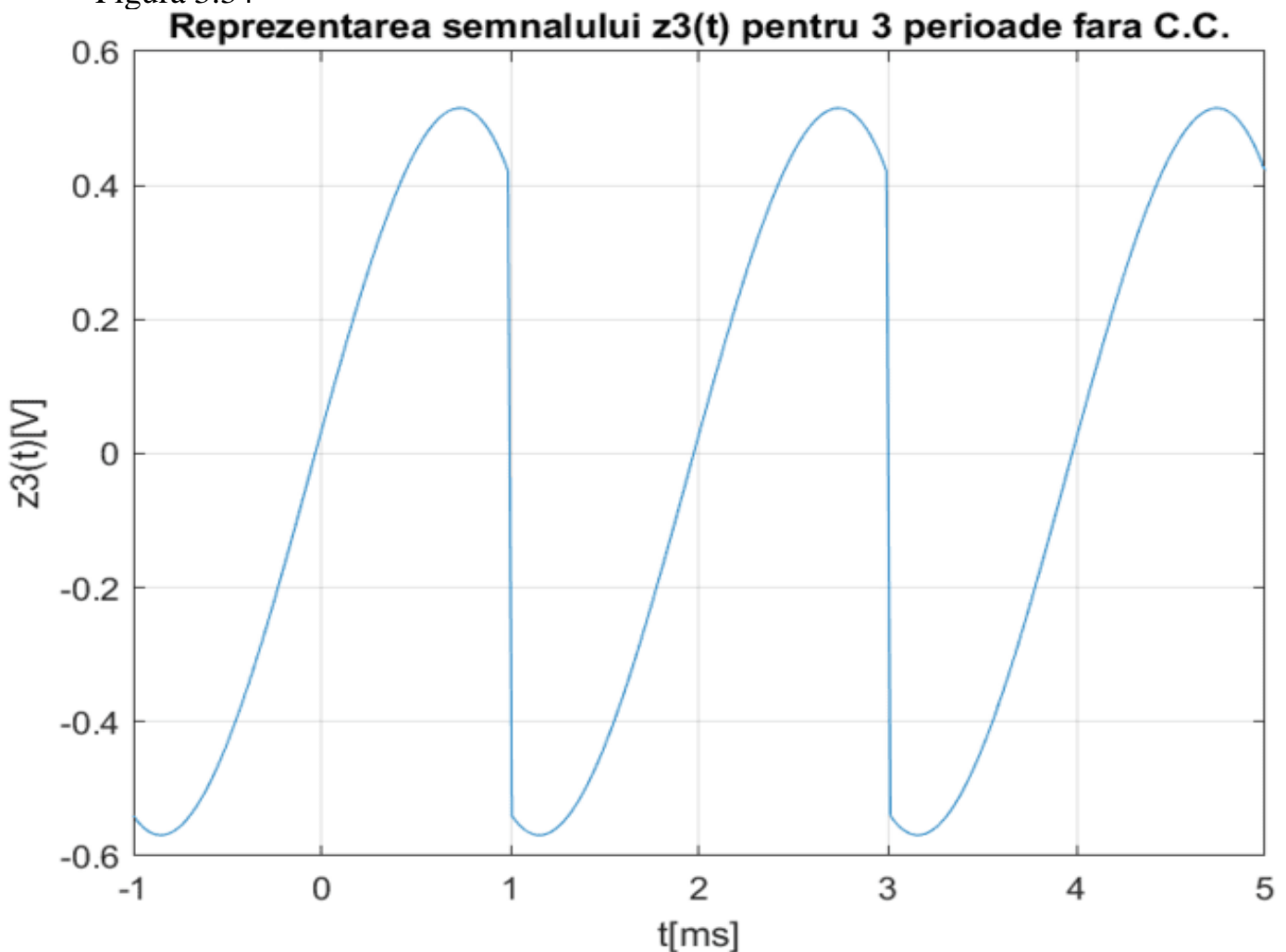
Figura 3.33



$z_3(t)$ - 3 perioade fara C.C.:

```
t=linspace(-1,1);  
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;  
a=linspace(-1,5,300);  
z3=x'*ones(1,3);  
for i=1:3  
    for j=1:100  
        if(z3(j,i)<0)  
            z3(j,i)=-z3(j,i);  
        end  
    end  
end  
z3=z3(:);  
plot(a,z3-0.64067);  
grid on;  
xlabel('t[ms]');  
ylabel('z3(t)[V]');  
title('Reprezentarea semnalului z3(t) pentru 3 perioade fara C.C.');
```

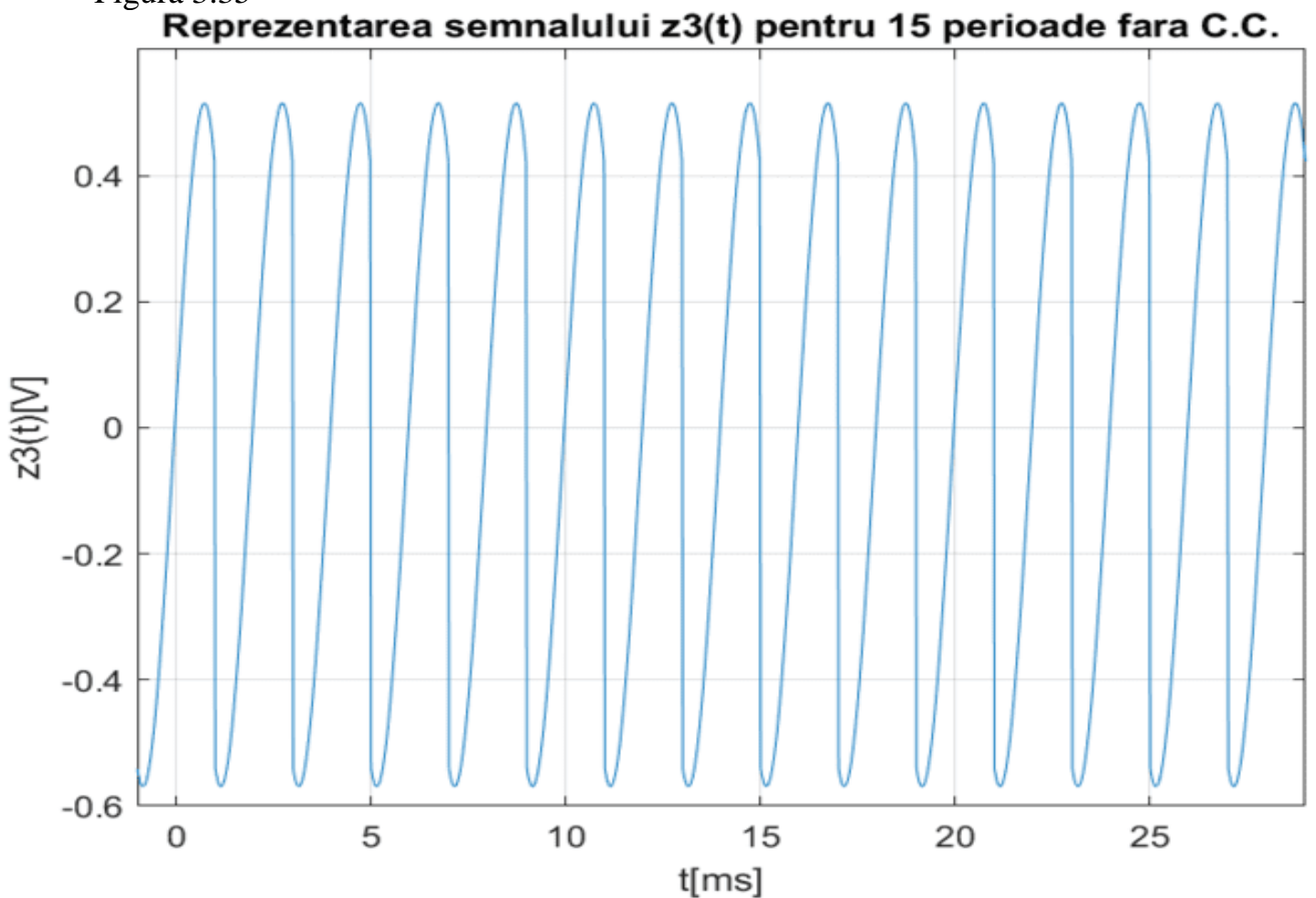
Figura 3.34



$z_3(t)$ - 15 perioade fara C.C.:

```
t=linspace(-1,1);  
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;  
a=linspace(-1,29,1500);  
z3=x'*ones(1,15);  
for i=1:15  
    for j=1:100  
        if(z3(j,i)<0)  
            z3(j,i)=-z3(j,i);  
        end  
    end  
end  
z3=z3(:);  
plot(a,z3-0.64067);  
axis([-1 29 -0.6 0.6]);  
grid on;  
xlabel('t[ms]');  
ylabel('z3(t)[V]');  
title('Reprezentarea semnalului z3(t) pentru 15 perioade fara C.C.');
```

Figura 3.35

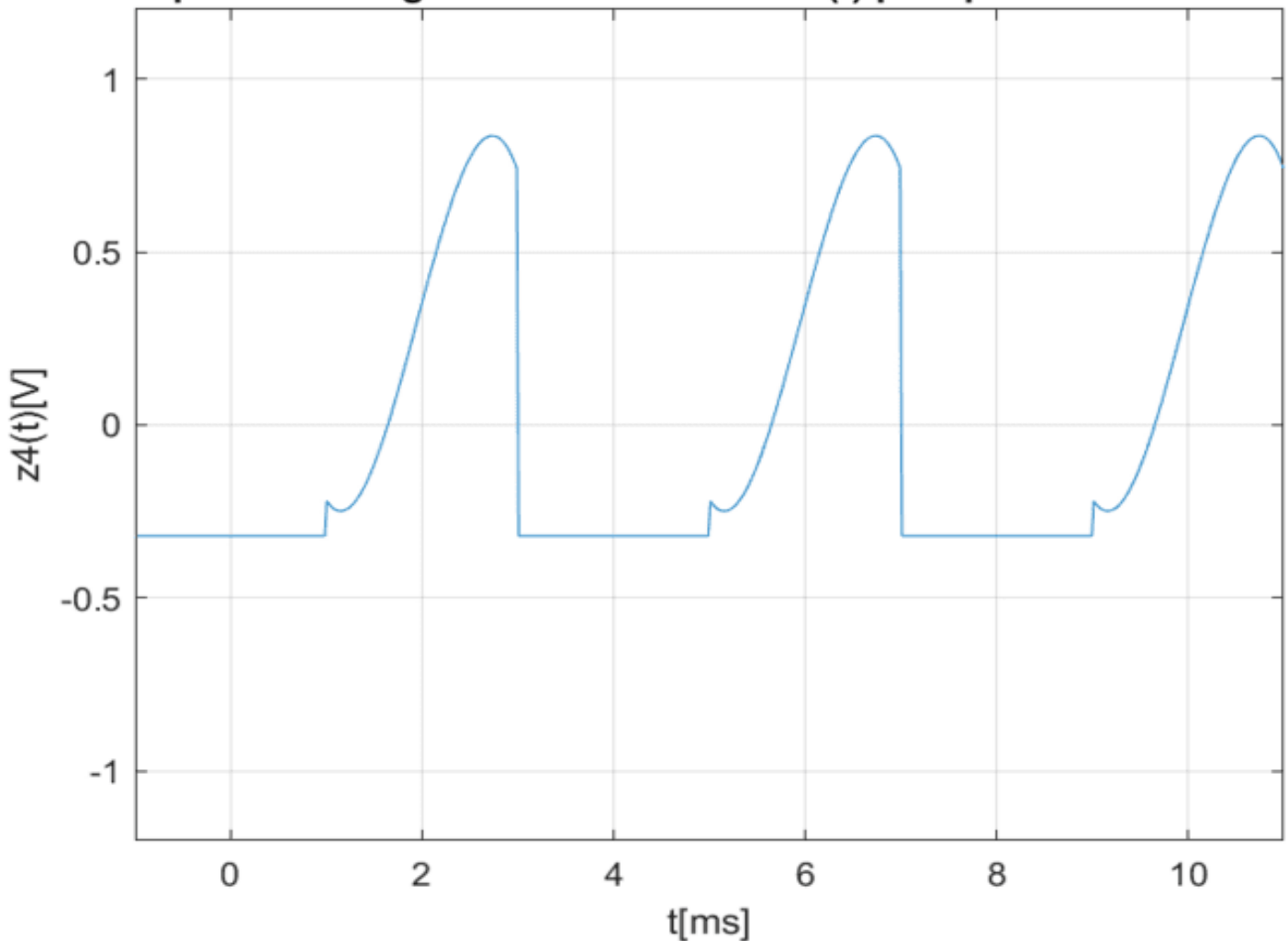


$z_4(t)$ - 3 perioade fara C.C.:

```
t=linspace(-1,1);  
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;  
v = zeros(0, 12);  
for i = 1:3  
    v(2*i) = -1;  
end  
z4 = x'*v;  
z4 = z4(:);  
val = linspace(-1, 11, 600);  
val = val(:);  
plot(val, z4-0.32033);  
axis([-1 11 -1.2 1.2]);  
grid on;  
xlabel('t[ms]');  
ylabel('z4(t)[V]');  
title('Reprezentarea grafica a semnalului z4(t) pe 3 perioade fara C.C.');
```

Figura 3.36

Reprezentarea grafica a semnalului $z_4(t)$ pe 3 perioade fara C.C.

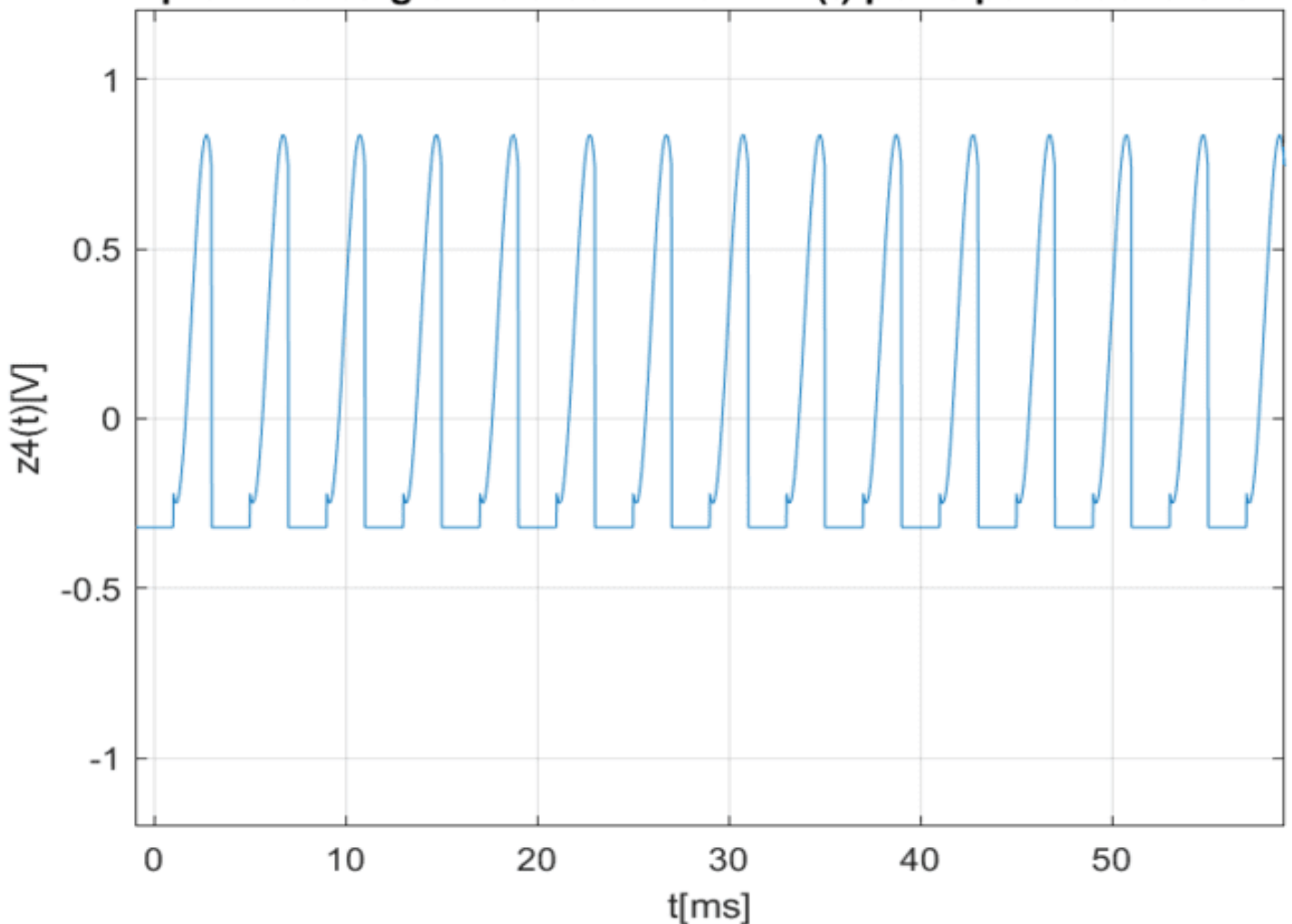


$z_4(t)$ - 15 perioade fara C.C.:

```
t=linspace(-1,1);  
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;  
v = zeros(0, 60);  
for i = 1:15  
    v(2*i) = -1;  
end  
z4 = x'*v;  
z4 = z4(:);  
val = linspace(-1, 59, 3000);  
val = val(:);  
plot(val, z4-0.32033);  
axis([-1 59 -1.2 1.2]);  
grid on;  
xlabel('t[ms]');  
ylabel('z4(t)[V]');  
title('Reprezentarea grafica a semnalului z4(t) pe 15 perioade fara C.C.');
```

Figura 3.37

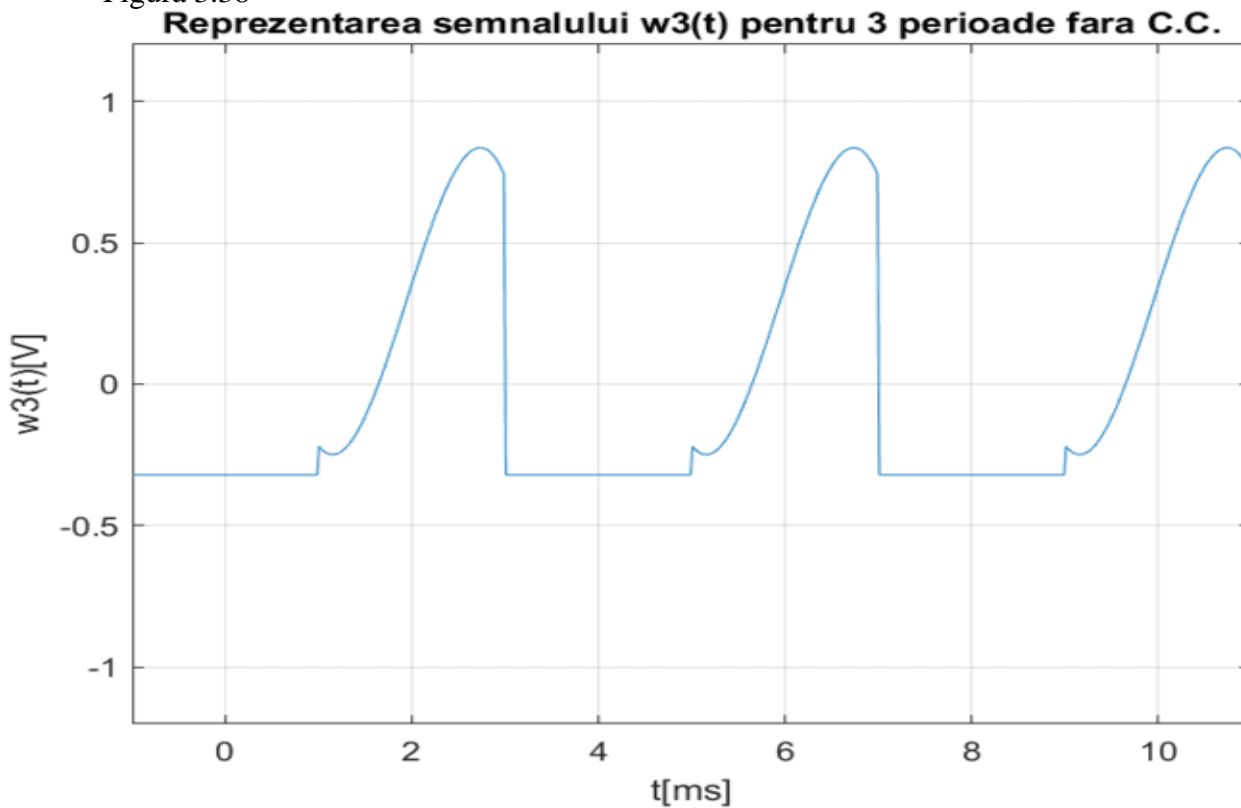
Reprezentarea grafica a semnalului $z_4(t)$ pe 15 perioade fara C.C.



$w_3(t)$ - 3 perioade fara C.C.:

```
t=linspace(-1,1);
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;
a=linspace(-1,11,600);
y3=x'*ones(1,6);
for i=1:6
    for j=1:100
        y3(j,i)=((-1).^(i+1))*y3(j,i);
    end
end
y3=y3(:);
z3=x'*ones(1,6);
for i=1:6
    for j=1:100
        if(z3(j,i)<0)
            z3(j,i)=-z3(j,i);
        end
    end
end
z3=z3(:);
suma=0.5*(y3+z3);
plot(a,suma-0.32033);
axis([-1 11 -1.2 1.2]);
grid on;
xlabel('t[ms]');
ylabel('w3(t)[V]');
title('Reprezentarea semnalului w3(t) pentru 3 perioade fara C.C.');
```

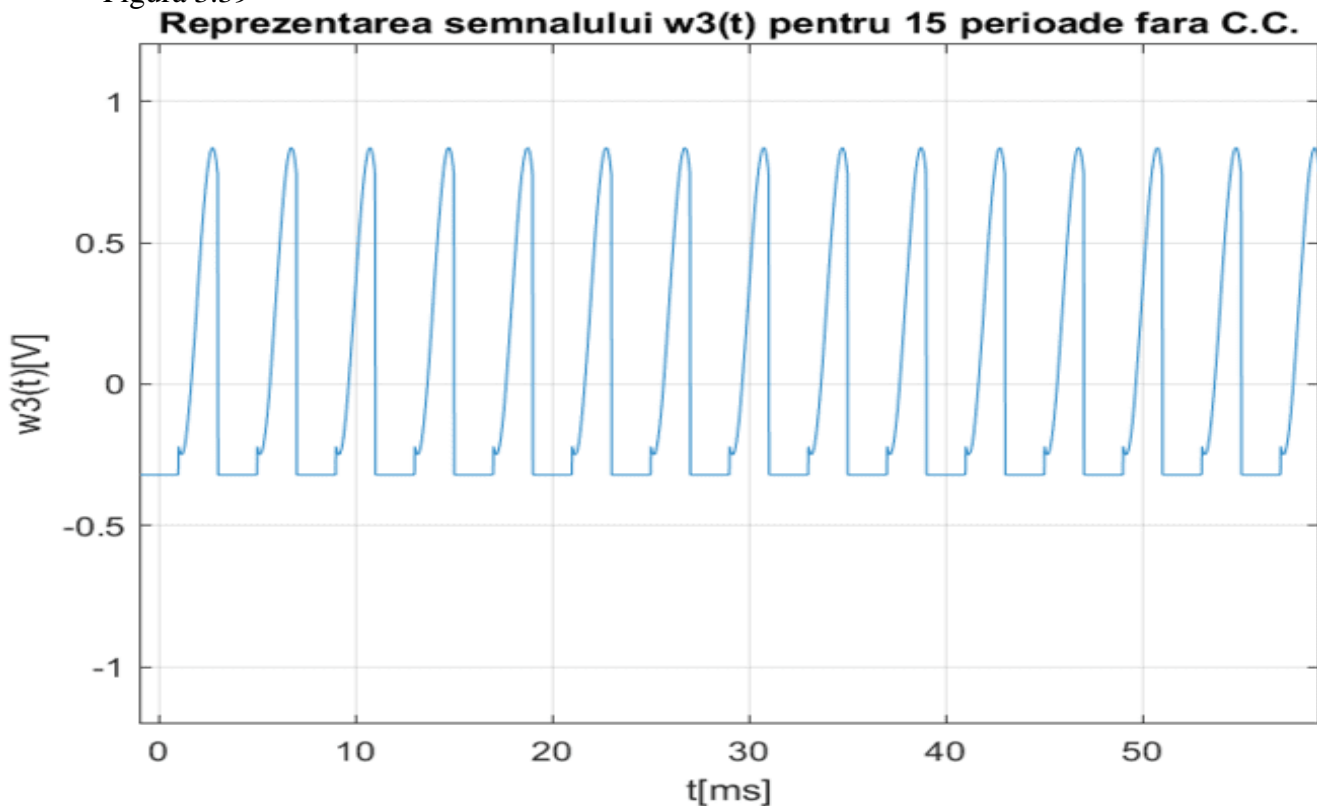
Figura 3.38



$w_3(t)$ - 15 perioade fara C.C.:

```
t=linspace(-1,1);
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;
a=linspace(-1,59,3000);
y3=x'*ones(1,30);
for i=1:30
    for j=1:100
        y3(j,i)=((-1).^(i+1))*y3(j,i);
    end
end
y3=y3(:);
z3=x'*ones(1,30);
for i=1:30
    for j=1:100
        if(z3(j,i)<0)
            z3(j,i)=-z3(j,i);
        end
    end
end
z3=z3(:);
suma=0.5*(y3+z3);
plot(a,suma-0.32033);
axis([-1 59 -1.2 1.2]);
grid on;
xlabel('t[ms]');
ylabel('w3(t)[V]');
title('Reprezentarea semnalului w3(t) pentru 15 perioade fara C.C.');
```

Figura 3.39

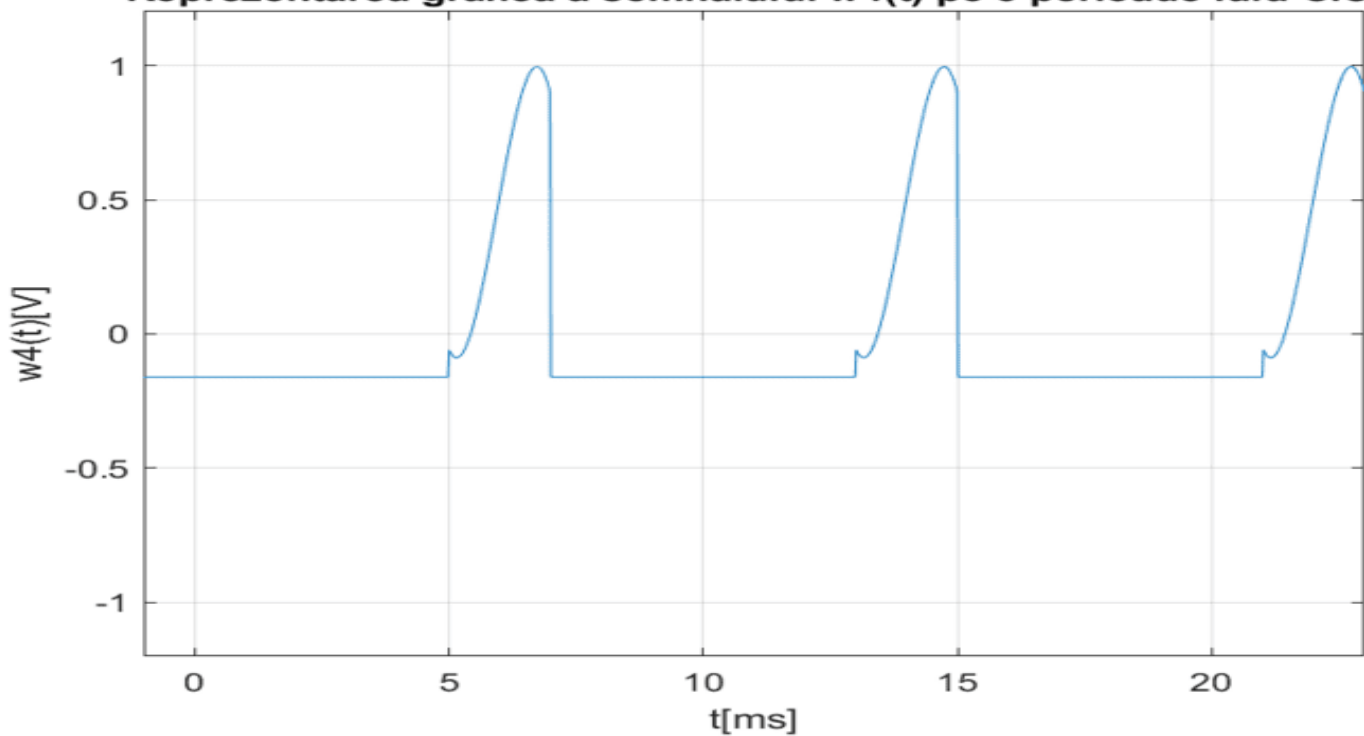


$w_4(t)$ - 3 perioade fara C.C.:

```
t=linspace(-1,1);
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;
v = zeros(0, 24);
for i = 1:6
    if mod(i,2) == 0
        v(2*i) = -1;
    else
        v(2*i) = 1;
    end
end
y4 = x'*v;
y4 = y4(:);
val = linspace(-1, 23, 1200);
val = val(:);
v1 = zeros(0, 24);
for i = 1:6
    v1(2*i) = -1;
end
z4 = x'*v1;
z4 = z4(:);
suma=0.5*(y4+z4);
plot(val, suma-0.16016);
axis([-1 23 -1.2 1.2]);
grid on;
xlabel('t[ms]');
ylabel('w4(t)[V]');
title('Reprezentarea grafica a semnalului w4(t) pe 3 perioade fara C.C.');
```

Figura 3.40

Reprezentarea grafica a semnalului $w_4(t)$ pe 3 perioade fara C.C.

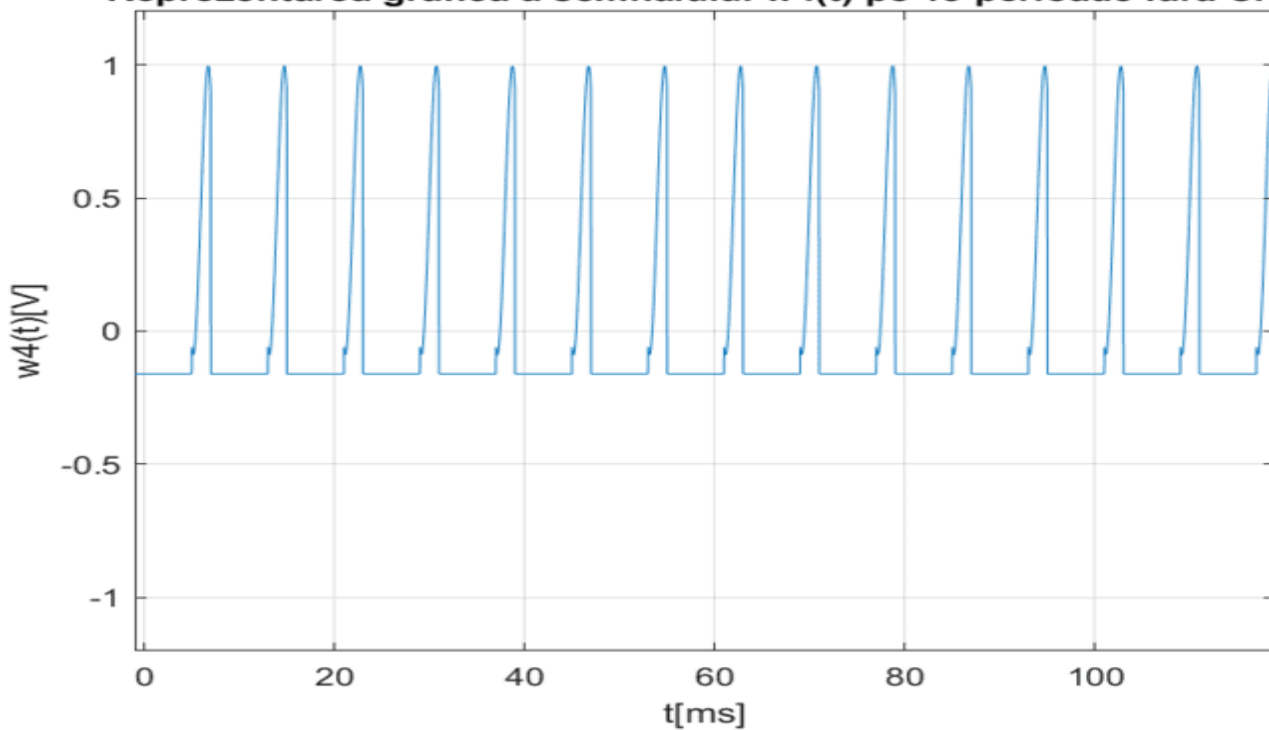


$w_4(t)$ - 15 perioade fara C.C.:

```
t=linspace(-1,1);  
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;  
v = zeros(0, 120);  
for i = 1:30  
    if mod(i,2) == 0  
        v(2*i) = -1;  
    else  
        v(2*i) = 1;  
    end  
end  
y4 = x'*v;  
y4 = y4(:);  
val = linspace(-1, 119, 6000);  
val = val(:);  
v1 = zeros(0, 120);  
for i = 1:30  
    v1(2*i) = -1;  
end  
z4 = x'*v1;  
z4 = z4(:);  
suma=0.5*(y4+z4);  
plot(val, suma-0.16016);  
axis([-1 119 -1.2 1.2]);  
grid on;  
xlabel('t[ms]');  
ylabel('w4(t)[V]');  
title('Reprezentarea grafica a semnalului w4(t) pe 15 perioade fara C.C.');
```

Figura 3.41

Reprezentarea grafica a semnalului $w_4(t)$ pe 15 perioade fara C.C.

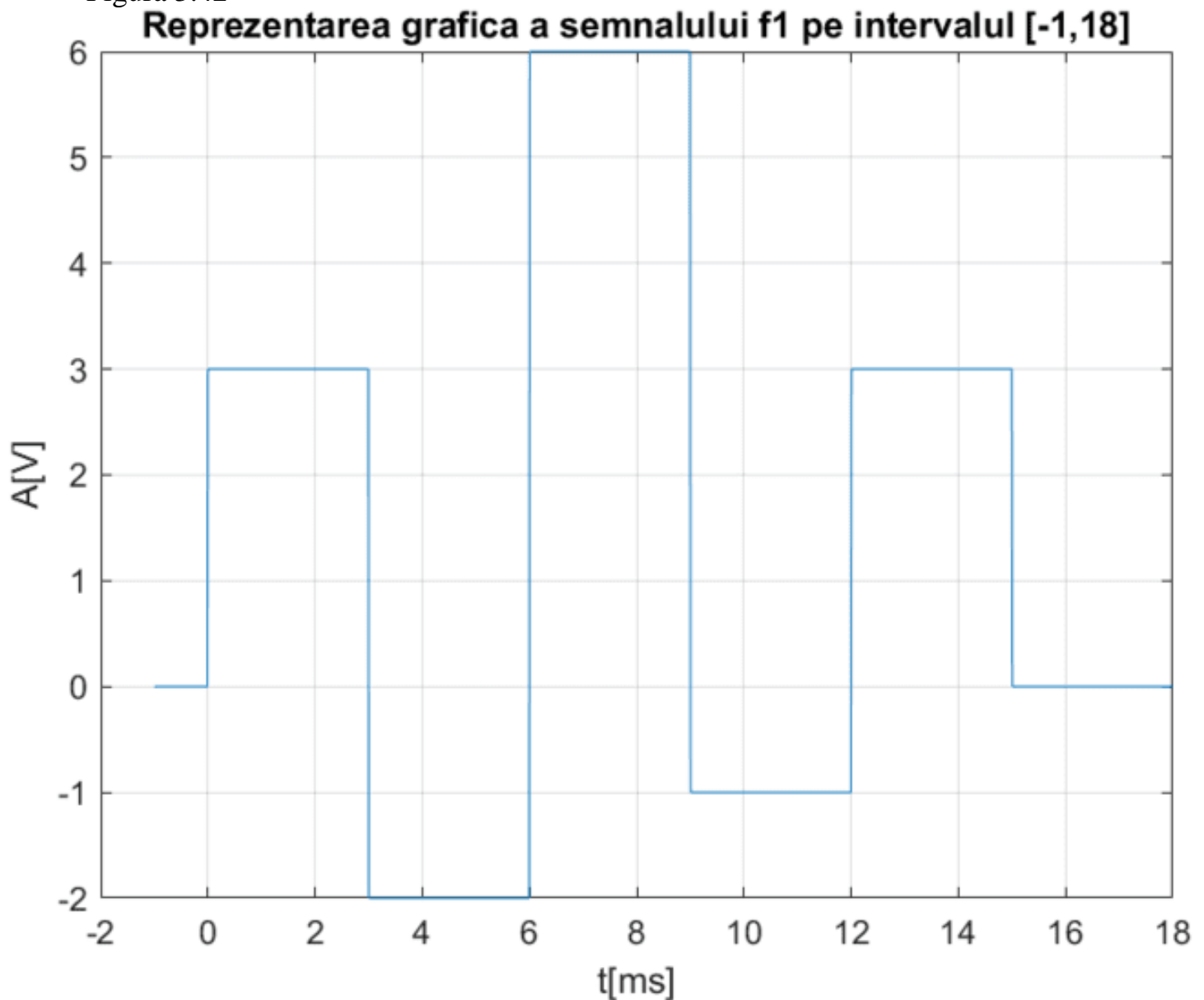


h) Utilizându-se funcții simbolice din MATLAB cunoscute, sa se reprezinte grafic semnalele $f_1(t)$ și $f_2(t)$.

$f_1(t); t=[-1;18]:$

```
t = linspace(-1,18,1900);  
f1=3*heaviside(t)-5*heaviside(t-3)+8*heaviside(t-6)-7*heaviside(t-9)+4*heaviside(t-12)-3*heaviside(t-15);  
plot(t,f1);  
grid on;  
xlabel('t[ms]');  
ylabel('A[V]');  
title('Reprezentarea grafica a semnalului f1 pe intervalul [-1,18]');
```

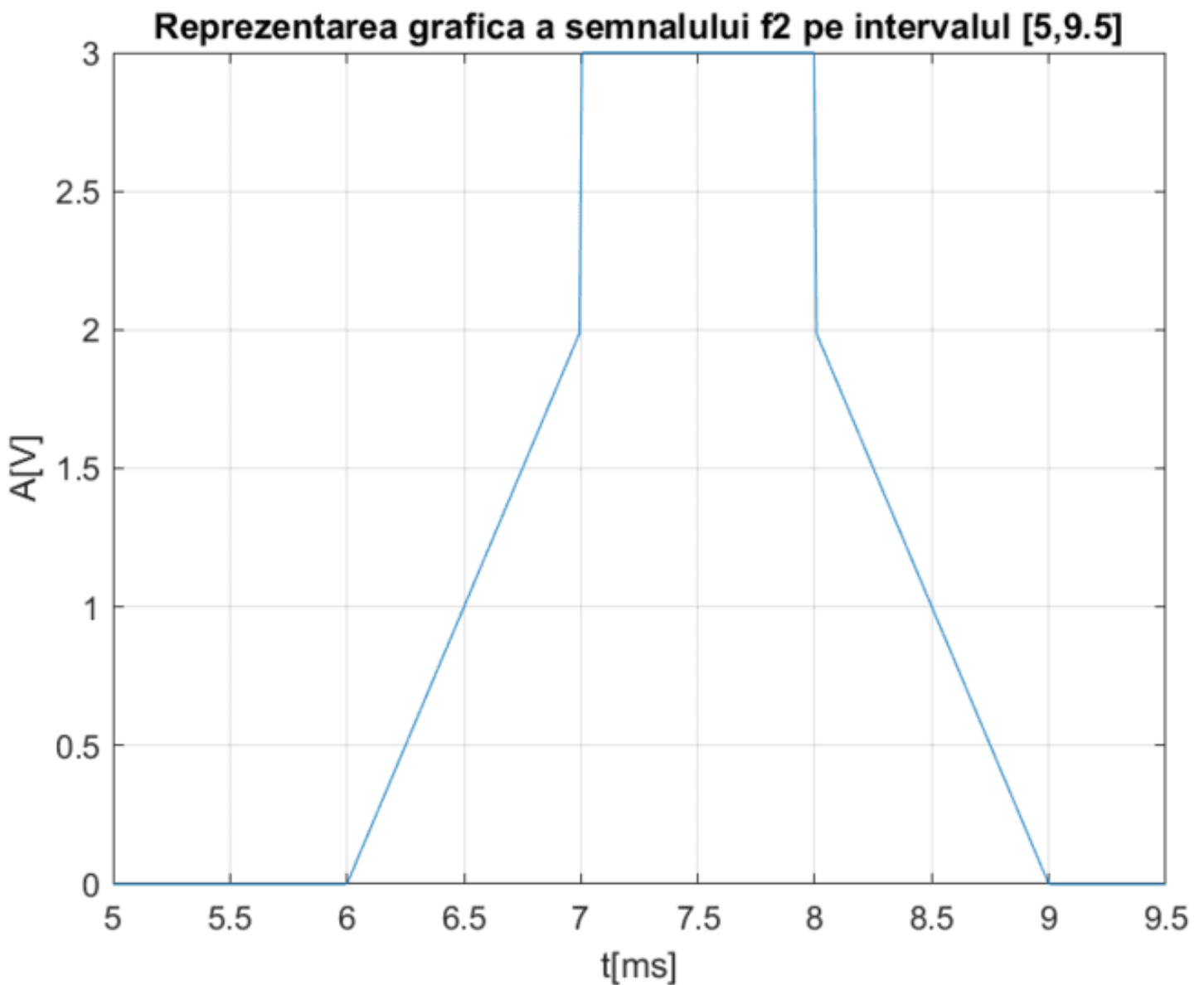
Figura 3.42



$f_2(t); t=[5;9.5]:$

```
t = linspace(5,9.5,450);  
f2=2*(t-6).*(heaviside(t-6)-heaviside(t-7))+3*(heaviside(t-7)-heaviside(t-  
8))+2*(9-t).*(heaviside(t-8)-heaviside(t-9));  
plot(t,f2);  
grid on;  
xlabel('t[ms]');  
ylabel('A[V]');  
title('Reprezentarea grafica a semnalului f2 pe intervalul [5,9.5]');
```

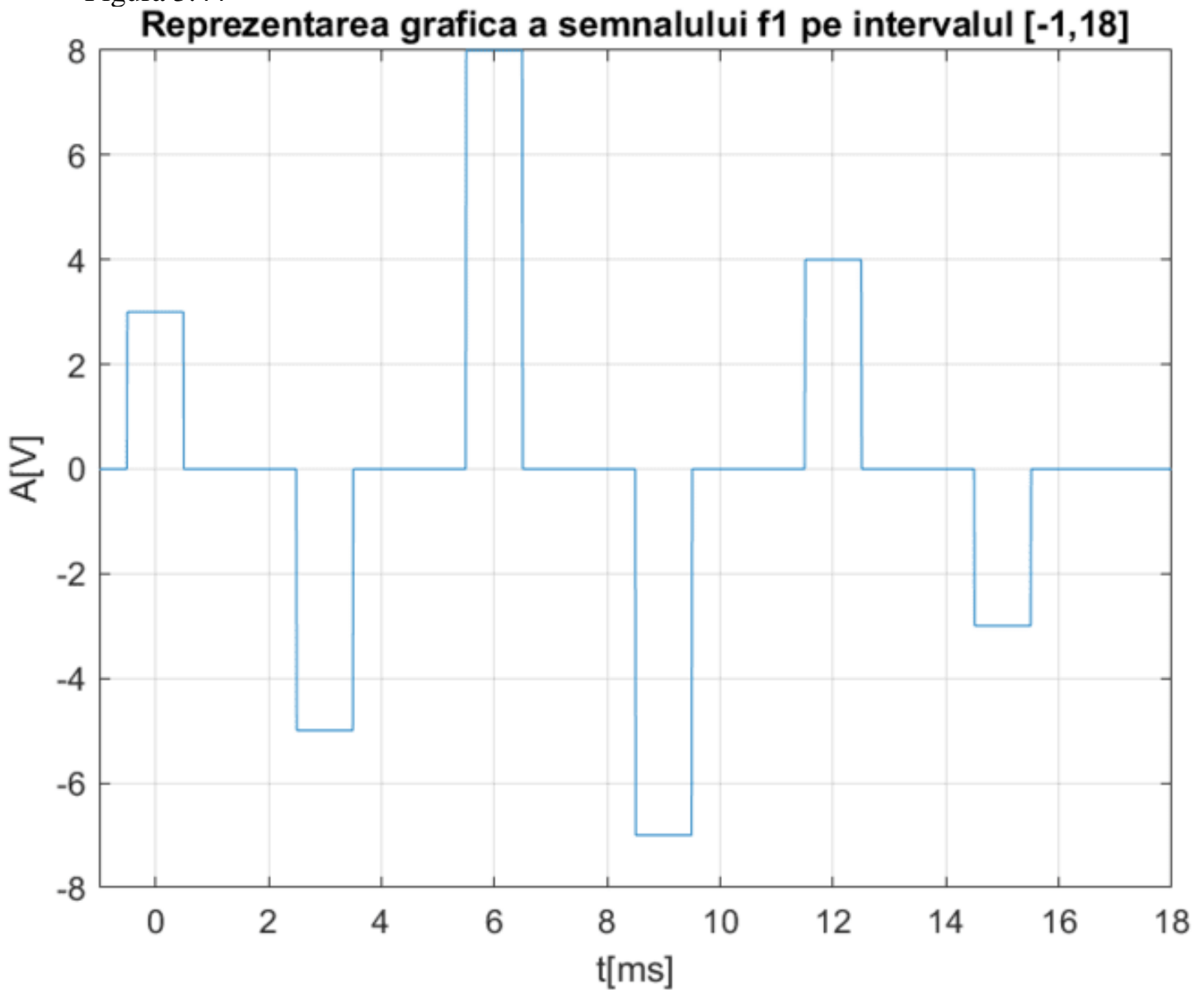
Figura 3.43



$f_1(t); t=[-1;18]:$

```
t = linspace(-1,18,1900);  
f1=3*rectangularPulse(t)-5*rectangularPulse(t-3)+8*rectangularPulse(t-6)-  
7*rectangularPulse(t-9)+4*rectangularPulse(t-12)-3*rectangularPulse(t-15);  
plot(t,f1);  
axis([-1 18 -8 8]);  
grid on;  
xlabel('t[ms]');  
ylabel('A[V]');  
title('Reprezentarea grafica a semnalului f1 pe intervalul [-1,18]');
```

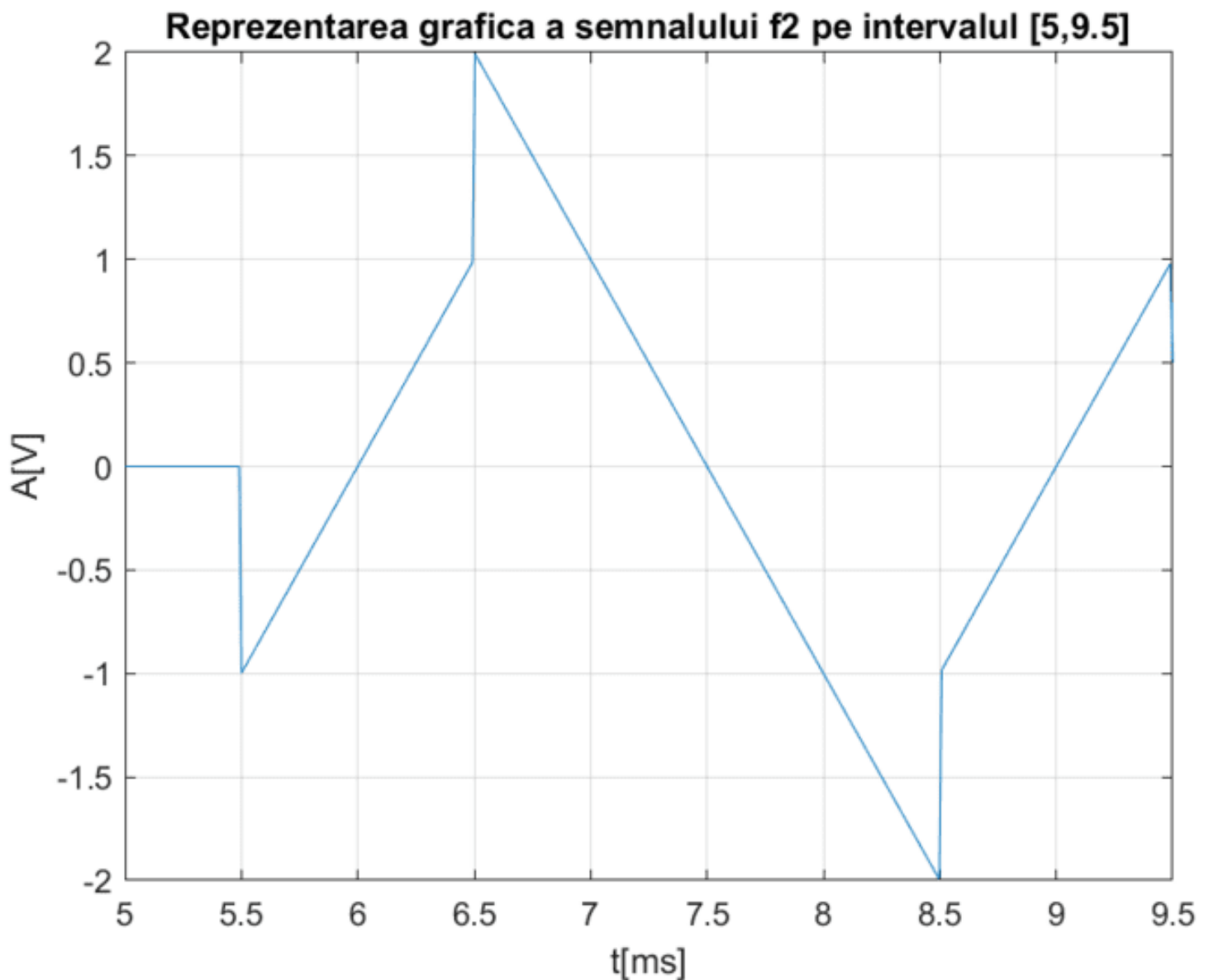
Figura 3.44



$f_2(t); t=[5;9.5]:$

```
t = linspace(5,9.5,450);  
f2=2*(t-6).*(rectangularPulse(t-6)-rectangularPulse(t-  
7))+3*(rectangularPulse(t-7)-rectangularPulse(t-8))+2*(9-  
t).*(rectangularPulse(t-8)-rectangularPulse(t-9));  
plot(t,f2);  
grid on;  
xlabel('t[ms]');  
ylabel('A[V]');  
title('Reprezentarea grafica a semnalului f2 pe intervalul [5,9.5]');
```

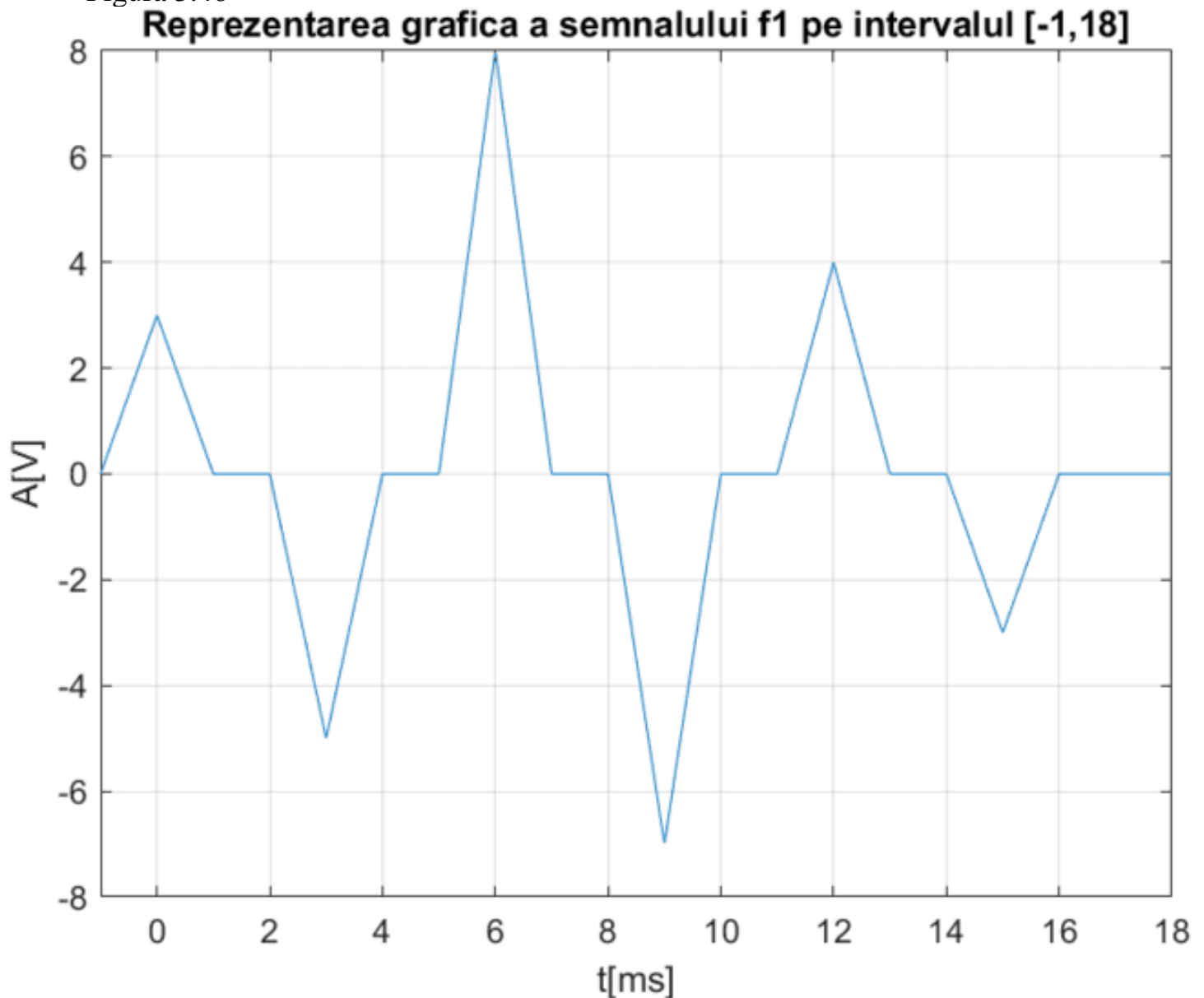
Figura 3.45



$f_1(t); t \in [-1; 18]$:

```
t = linspace(-1,18,1900);  
f1=3*triangularPulse(t)-5*triangularPulse(t-3)+8*triangularPulse(t-6)-  
7*triangularPulse(t-9)+4*triangularPulse(t-12)-3*triangularPulse(t-15);  
plot(t,f1);  
axis([-1 18 -8 8]);  
grid on;  
xlabel('t[ms]');  
ylabel('A[V]');  
title('Reprezentarea grafica a semnalului f1 pe intervalul [-1,18]');
```

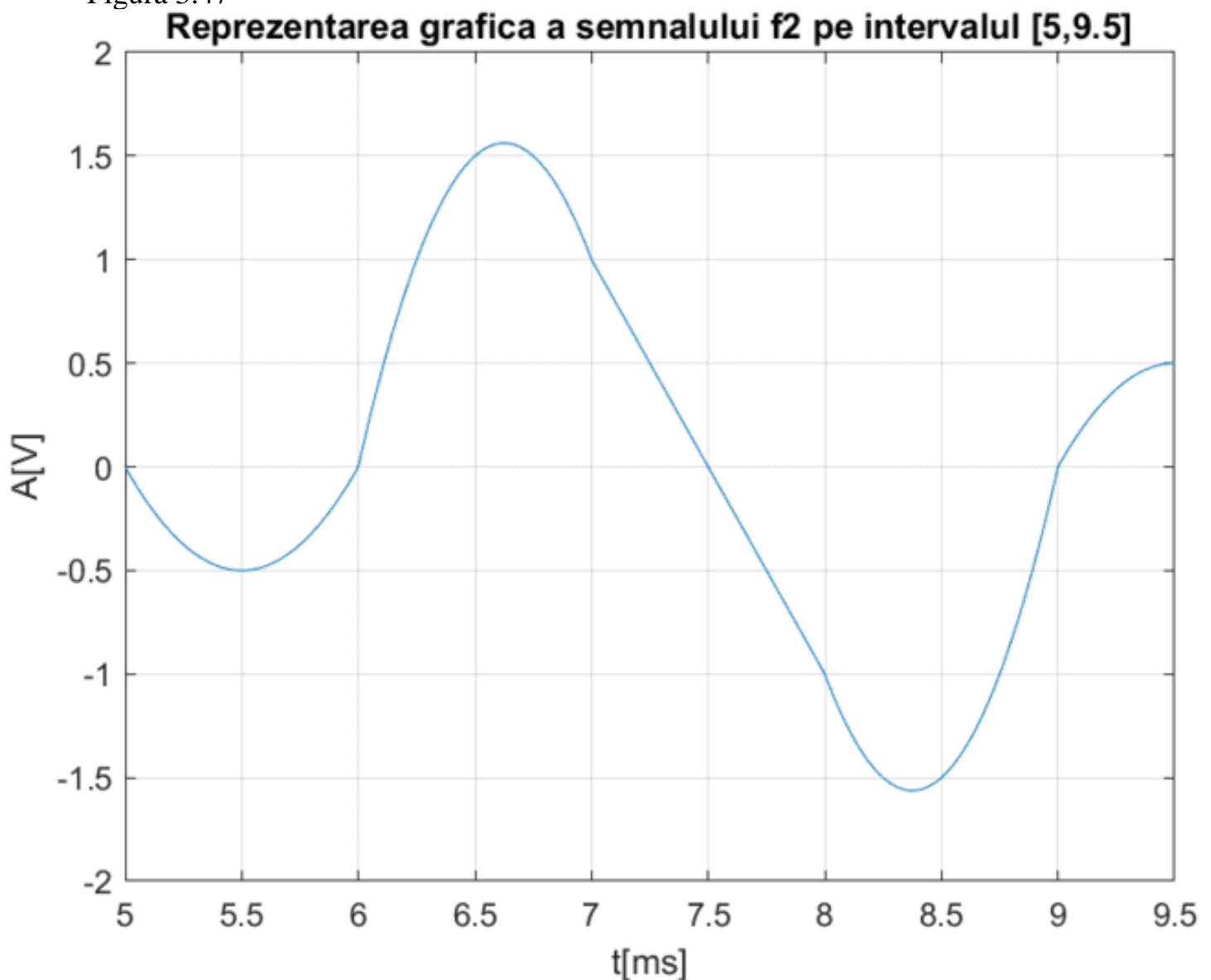
Figura 3.46



$f_2(t); t=[5;9.5]:$

```
t = linspace(5,9.5,450);  
f2=2*(t-6).*(triangularPulse(t-6)-triangularPulse(t-7))+3*(triangularPulse(t-7)-triangularPulse(t-8))+2*(9-t).*(triangularPulse(t-8)-triangularPulse(t-9));  
plot(t,f2);  
grid on;  
xlabel('t[ms]');  
ylabel('A[V]');  
title('Reprezentarea grafica a semnalului f2 pe intervalul [5,9.5]');
```

Figura 3.47



i) Să se calculeze P_t analitic pentru $y_i(t)$, $i=1,4$.

$$x(t) = 0,5333t^3 + 0,0889t^2 - 1,0141t - 0,6703$$

Pentru $y_1(t)$:

$$\begin{aligned} P_{T_1} &= \frac{1}{T} \int_T (y_1(t))^2 dt = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 (0,5333t^3 + 0,0889t^2 - 1,0141t - 0,6703)^2 dt = \\ &= \frac{1}{2} \int_{-1}^1 (0,5333t^3 + 0,0889t^2 - 1,0141t - 0,6703)(0,5333t^3 + 0,0889t^2 - 1,0141t - 0,6703) dt = \\ &= \frac{1}{2} \int_{-1}^1 (0,5333t^3 \cdot 0,5333t^3 + 0,5333t^3 \cdot 0,0889t^2 + 0,5333t^3(-1,0141t) + \\ &+ 0,5333t^3 \cdot (-0,6703) + 0,0889t^2 \cdot 0,5333t^3 + 0,0889t^2 \cdot 0,0889t^2 + 0,0889t^2 \cdot \\ &\cdot (-1,0141t) + 0,0889t^2 \cdot (-0,6703) - 1,0141t \cdot 0,5333t^3 - 1,0141t \cdot 0,0889t^2 \\ &- 1,0141t(-1,0141t) - 1,0141t(-0,6703) - 0,6703 \cdot 0,5333t^3 - 0,6703 \cdot \\ &\cdot 0,0889t^2 - 0,6703(-1,0141t) - 0,6703 \cdot (-0,6703)) dt = \\ &= \frac{1}{2} \int_{-1}^1 (0,28440t^6 + 0,09482t^5 - 1,07373t^4 - 0,89524t^3 + 0,90921t^2 + \\ &+ 1,35950t + 0,44930) dt = \\ &= \frac{1}{2} \left(0,28440 \frac{t^7}{7} \Big|_{-1}^1 + 0,09482 \frac{t^6}{6} \Big|_{-1}^1 - 1,07373 \frac{t^5}{5} \Big|_{-1}^1 - 0,89524 \frac{t^4}{4} \Big|_{-1}^1 + \right. \\ &+ 0,90921 \frac{t^3}{3} \Big|_{-1}^1 + 1,35950 \frac{t^2}{2} \Big|_{-1}^1 + 0,44930t \Big|_{-1}^1 \Big) = \\ &= \frac{1}{2} \left(0,28440 \frac{2}{7} + 0 - 1,07373 \frac{2}{5} - 0 + 0,90921 \frac{2}{3} + 0 + 0,44930 \cdot 2 \right) \\ &= 0,04062 - 0,21574 + 0,30307 + 0,44930 = \\ &= 0,57825 \text{ W.} \end{aligned}$$

Pentru $y_2(t)$:

$$\begin{aligned} P_{T_2} &= \frac{1}{T} \int_T (y_2(t))^2 dt = \frac{1}{4} \int_{-1}^1 (0,5333t^3 + 0,0889t^2 - 1,0141t - 0,6703)^2 dt = \\ &= \frac{1}{2} \cdot 0,57825 = 0,28912 \text{ W} \end{aligned}$$

Pentru $y_3(t)$:

$$\begin{aligned}
 P_{T_3} &= \frac{1}{T_2} \int_T (y_3(t))^2 dt = \frac{1}{4} \int_{-1}^1 (0,5333t^3 + 0,0889t^2 - 1,0141t - 0,6703)^2 dt = \\
 &+ \frac{1}{4} \int_1^3 (0,5333(t-2)^3 + 0,0889(t-2)^2 - 1,0141(t-2) - 0,6703)^2 dt = \\
 &= 0,28912 + \frac{1}{4} \int_1^3 (0,5333(t^3 - 6t^2 + 12t - 8) + 0,0889(t^2 - 4t + 4) - 1,0141(t-2) - 0,6703)^2 dt = \\
 &= 0,28912 + 0,28912 = 0,57824 \text{ W}
 \end{aligned}$$

Pentru $y_4(t)$:

$$\begin{aligned}
 P_{T_4} &= \frac{1}{T_4} \int_T (y_4(t))^2 dt = \frac{1}{8} \int_1^3 (0,5333(t-2)^3 + 0,0889(t-2)^2 - 1,0141(t-2) - 0,6703)^2 dt = \\
 &+ \frac{1}{8} \int_5^7 (0,5333(t-6)^3 + 0,0889(t-6)^2 - 1,0141(t-6) - 0,6703)^2 dt = \\
 &= \frac{0,28912}{2} + \frac{1}{8} \int_5^7 (0,5333(t^3 - 18t^2 + 108t - 216) + 0,0889(t^2 - 12t + 36) - 1,0141(t-6) - 0,6703)^2 dt = \\
 &= 0,14456 + 0,14456 = 0,28912 \text{ W}
 \end{aligned}$$

j) Să se calculeze puterea $y_i(t)$ cu ajutorul funcției `int.m` MATLAB (calcul simbolic).

Pentru $y_1(t)$:

```
t=linspace(-1,1);  
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;  
x1=@(t)(0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703).^2;  
P1=integral(x1,-1,1);  
PT=0.5*P1;
```

Rezultat:

PT =

0.5783

Pentru $y_2(t)$:

```
t=linspace(-1,1);  
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;  
x1=@(t)(0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703).^2;  
P2=integral(x1,-1,1);  
PT=0.25*P2;
```

Rezultat:

PT =

0.2891

Pentru y3(t):

```
t=linspace(-1,3);  
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;  
x1=@(t)(0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703).^2;  
P3_1=integral(x1,-1,1);  
x2=@(t)(0.5333*(t-2).^3+0.0889*(t-2).^2-1.0141*(t-2)-0.6703).^2;  
P3_2=integral(x2,1,3);  
suma=P3_2+P3_1;  
PT=0.25*suma;
```

Rezultat:

PT =

0.5783

Pentru y4(t):

```
t=linspace(-1,7);  
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;  
x1=@(t)(0.5333*(t-2).^3+0.0889*(t-2).^2-1.0141*(t-2)-0.6703).^2;  
P4_1=integral(x1,1,3);  
x2=@(t)(0.5333*(t-6).^3+0.0889*(t-6).^2-1.0141*(t-6)-0.6703).^2;  
P4_2=integral(x2,5,7);  
suma=P4_2+P4_1;  
PT=0.125*suma;
```

Rezultat:

PT =

0.2891

k) Să se scrie un program în MATLAB care să calculeze P_t cu o precizie de 5 zecimale care să determine valoarea integralei prin metoda aproximațiilor.

```
t = linspace(-1,1,100000);  
x=0.5333*t.^3+0.0889*t.^2-1.0141*t-0.6703;  
x=x.^2;  
PT=0;  
for i=1:100000-1  
    PT=PT+(x(i)+x(i+1))*0.00001;  
end  
PT=PT/2;  
vpa(Pt,5);
```

Răspuns:

ans =

0.57825

CAPITOLUL IV

CONCLUZII. OBSERVAȚII PERSONALE

În domeniul de electronică și telecomunicații, analiza semnalelor reprezintă o ramură foarte importantă. Cu ajutorul acestui proiect am pus bazele înțeligerii noțiunilor analizei semnalelor utilizând programul Matlab. Am învățat cum funcționează acest software, și care sunt funcțiile sale de bază. Programul funcționează pe baza matricelor, iar elementele care alcătuiesc pot aparține oricărei mulțimi numerice, în-clusiv mulțimea numerelor complexe. În cazul semnalelor, ele constituie subiectul principal al proiectului, acestea sunt utilizate în Matlab prin intermediul vectorilor.

În ~~ca~~ concluzie, programul Matlab este foarte util în domeniul Telecomunicațiilor, acesta ușurând și reducând munca inginerilor.

BIBLIOGRAFIE

- Notițe curs prof. Mircea Răducanu 2022-2023
- Platforme de lucru “Semnale și programare” prof. Mircea Răducanu
- <https://ro.wikipedia.org>
- <https://despretot.info>
- <https://profs.info.uaic.ro>