

Cours Rayonnement

Application à la rentrée atmosphérique

O. Rouzaud¹, L. Tessé² & T. Soubrié³

¹ONERA, Centre de Toulouse

²ONERA, Centre de Châtillon

³Andhéo, Paris

11 février 2018



Première partie I

Introduction



Sommaire

Cadre du cours

Introduction

Exemples

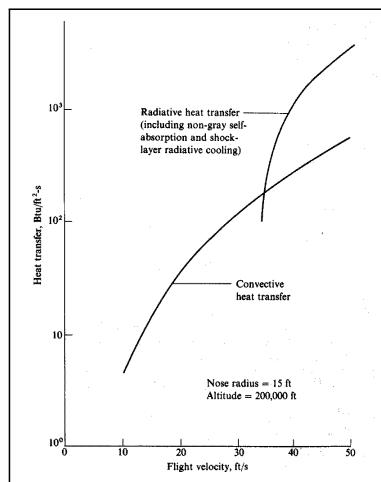
Conditions d'écoulement

Références

Introduction

- ▶ **Ecoulements autour de véhicules de rentrée avec prise en compte des échauffements convectifs et radiatifs**
 - Influence du rayonnement sur le bilan thermique
 - Influence du rayonnement sur l'écoulement
- ▶ **Les nouvelles missions entraînent un regain d'intérêt pour le rayonnement**
 - Missions planétaires (MARS Premier, Galileo, Huygens,...)
 - Transfert d'orbites (AOTV)
 - Démonstrateurs pour la rentrée terrestre (Moyens de mesure)

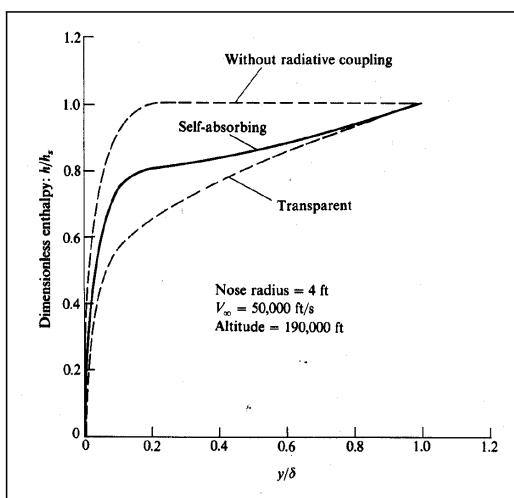
Influence du rayonnement sur le bilan thermique



Comparaison des flux

- ▶ Estimation pour une rentrée terrestre
- ▶ Comparaison des flux radiatif et convectif au point d'arrêt
- ▶ Prédominance du flux radiatif pour $V_{\text{rentrée}} \geq 9 \text{ km/s}$

Influence du rayonnement sur l'écoulement



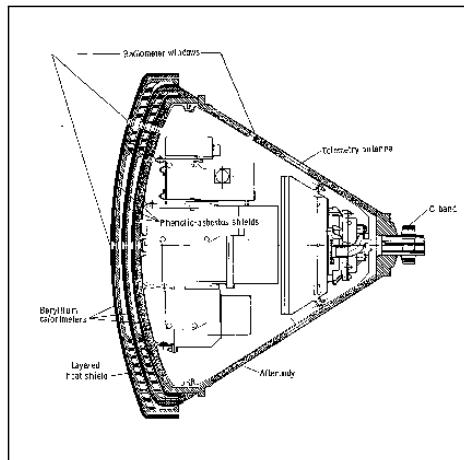
Enthalpie réduite

	Stagnation point heat transfer		Shock-detachment distance
	q_c Btu/ft ² s	q_R Btu/ft ² s	
Without radiative coupling	1262	12,970	0.172 ft
With radiative coupling—transparent gas	666	6,170	0.144 ft
With radiative coupling—nongray gas	990	5,220	0.154 ft

Valeur des flux au point d'arrêt

- ▶ Rentrée terrestre
- ▶ Prédominance du flux radiatif
- ▶ Effet de refroidissement de la couche de choc dû au rayonnement

Mission FIRE II

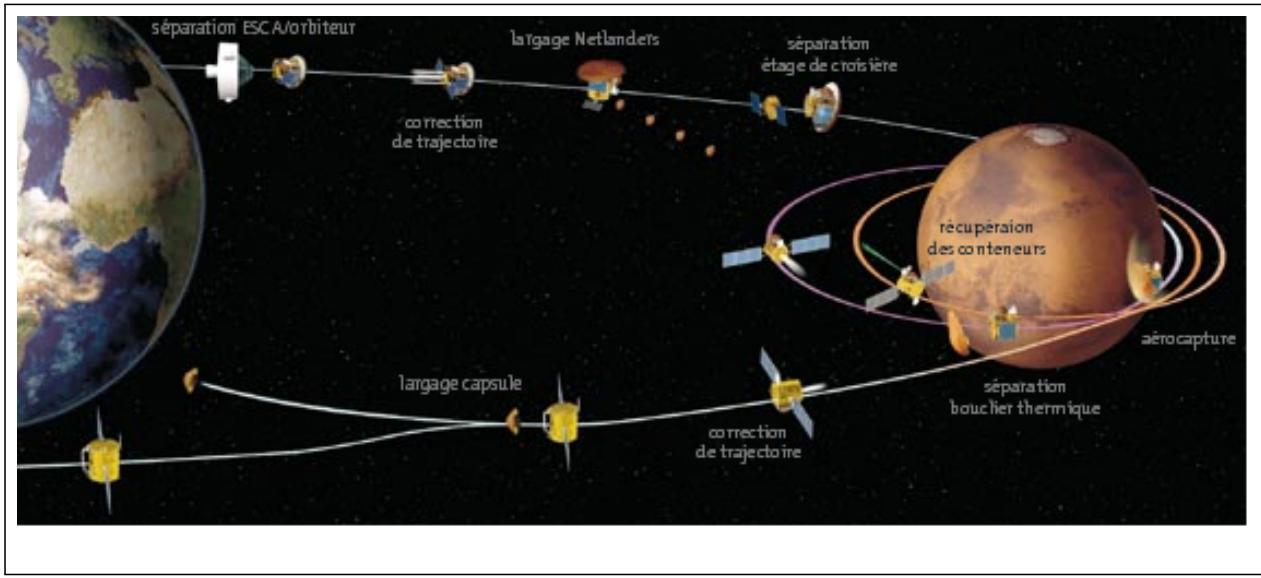


Capsule FIRE II

- ▶ **Rentrée terrestre (Flight Investigation of the Reentry Environment)**
- ▶ **Mission dans le cadre du projet APOLLO**
Rentrée terrestre à grande vitesse $V_\infty \approx 11 \text{ km/s}$

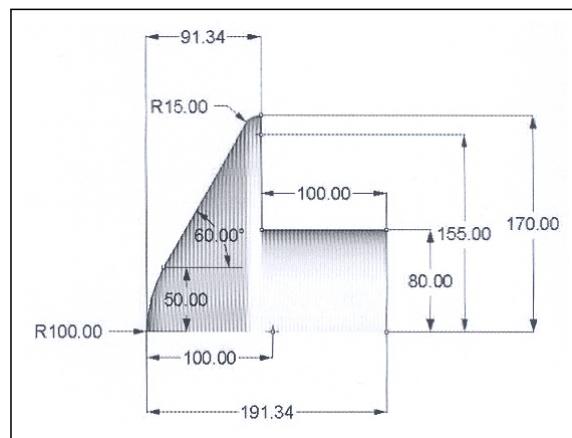
- ▶ **Modèle de cinétique chimique 11 espèces**
 $N_2, N_2^+, NO, NO^+, O_2, O_2^+, N, N^+, O, O^+, e^-$
- ▶ **Condition de déséquilibre thermochimique**
- ▶ **Flux radiatif au point d'arrêt représente jusqu'à 35% du flux total**
- ▶ **Couplage hydrodynamique/rayonnement faible**

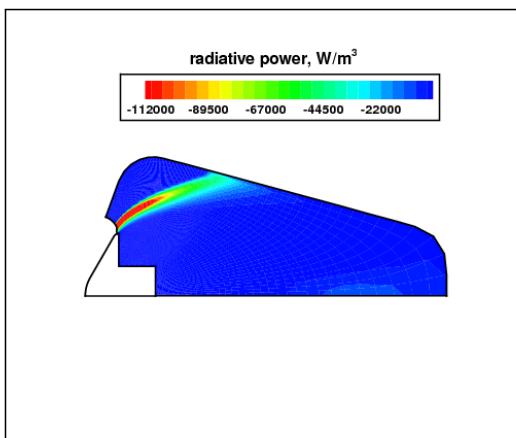
Mission Mars Premier



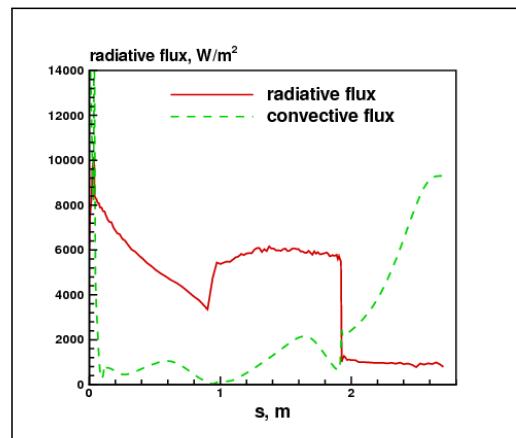
Déroulement de la mission

- ▶ Scénario d'aérocapture - Mars Sample Return Orbiter
- ▶ Modèle de cinétique chimique 5 espèces
 CO_2, CO, O_2, C, O
- ▶ Condition d'équilibre thermique, de déséquilibre chimique
- ▶ Géométrie générique utilisée





Puissance radiative



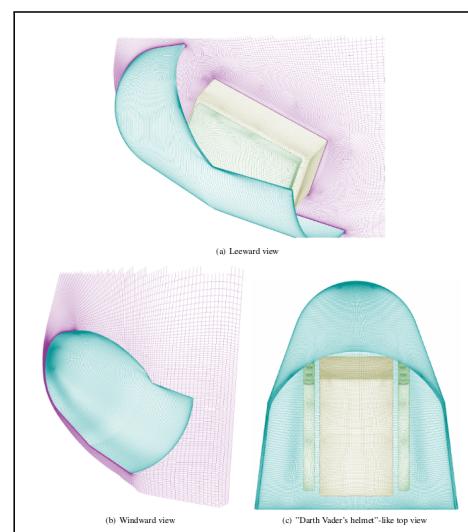
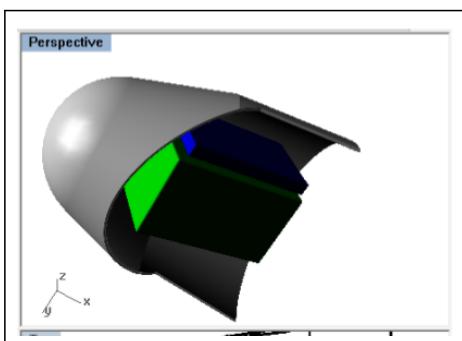
Comparaison des flux sur la partie arrière

► Conclusions

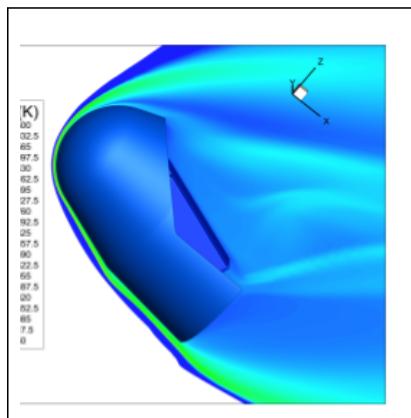
- Flux radiatif élevé sur la partie arrière du véhicule (charge utile)
- Dimensionnement thermique doit prendre en compte flux radiatif
- Couplage hydrodynamique/rayonnement faible

Mission Aerofast

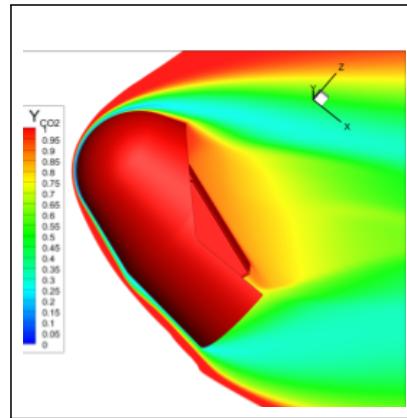
► A voir



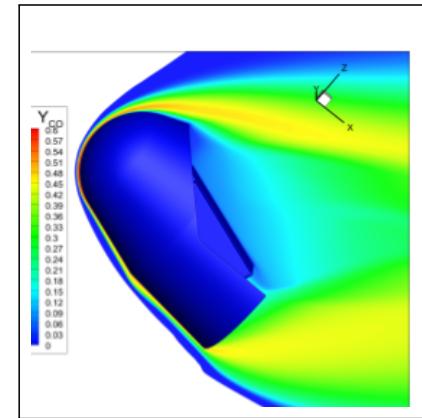
► Description du champ aérothermodynamique
Point flux de chaleur maximal



Pression



Température

Fraction massique de CO_2

► Comparaison des flux de chaleur

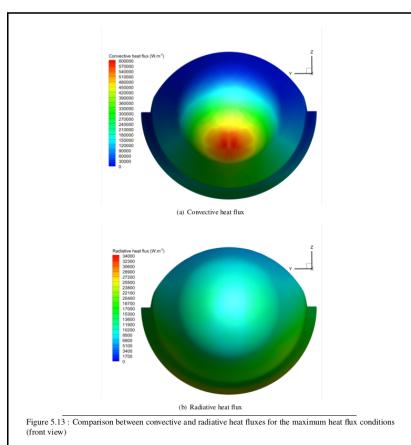


Figure 5.13 : Comparison between convective and radiative heat fluxes for the maximum heat flux conditions (front view)

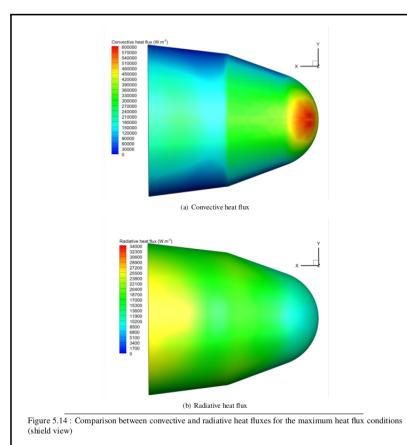


Figure 5.14 : Comparison between convective and radiative heat fluxes for the maximum heat flux conditions (shield view)

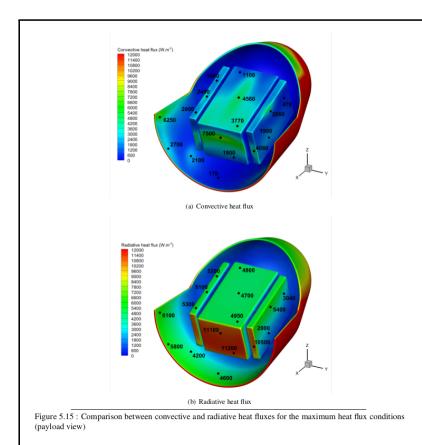


Figure 5.15 : Comparison between convective and radiative heat fluxes for the maximum heat flux conditions (payload view)

Comparaison face avant

Comparaison bouclier

Comparaison face arrière

► Bilan de l'étude

Trajectory point	$\phi_{cone}^{max} [kW.m^{-2}]$	$\phi_{rad}^{max} [kW.m^{-2}]$	$\phi_{rad}^{max} / \phi_{cone}^{max} [\%]$
Maximum heat flux	590	34	5.8
Maximum dynamic pressure	530	38	7.1
Exit	48	2.8	5.8

Table 5.4 : Convective and radiative heat flux comparison on the windward side of the heatshield

Flux maximal au point d'arrêt

Trajectory point	$\phi_{cone}^{max} [kW.m^{-2}]$	$\phi_{rad}^{max} [kW.m^{-2}]$	$\phi_{rad}^{max} / \phi_{cone}^{max} [\%]$
Maximum heat flux	7.5	11.5	153
Maximum dynamic pressure	7.2	13.7	190
Exit	0.4	0.8	200

Table 5.5 : Convective and radiative heat flux comparison on rear side of the payload - Surface maximum values

Flux maximal en face arrière

Mission Galileo

► Rentrée dans l'atmosphère de Jupiter

- **Atmosphère H₂ (89%ν) / He (11%ν)**
- **Rentrée avec une vitesse relative de 48 km.s⁻¹**
- **Conception d'un bouclier thermique ablatif (carbon phenolic)**
- **Calcul de type Viscous Shock Layer**

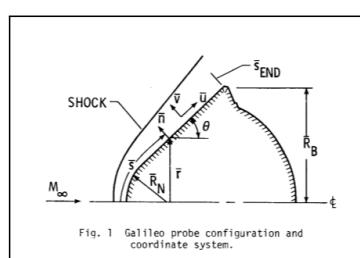
Equilibre chimique : (e⁻, H, H₂, H⁺, He, He⁺)

Avec ablation : (C, C₂, C₃, C⁺, C₂H, C₄H, C₂H₂, O, O₂, O⁺, CO, CO₂)

- **Calcul de transfert radiatif**

Modèle d'absorption non-gris (molecukar band, continuum, atomic lines)

Espèces traitées : (H, H₂, H⁺, e⁻, C, C₂, C₃, C⁺, C⁻, CO, O, O₂, O⁻)



Géométrie

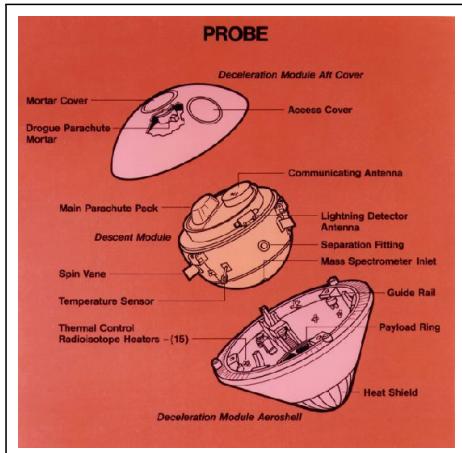
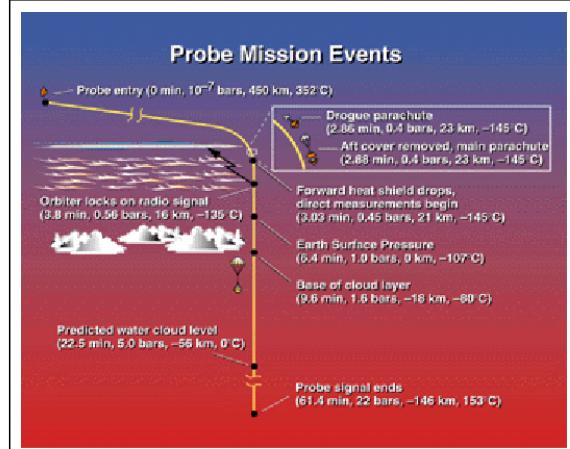


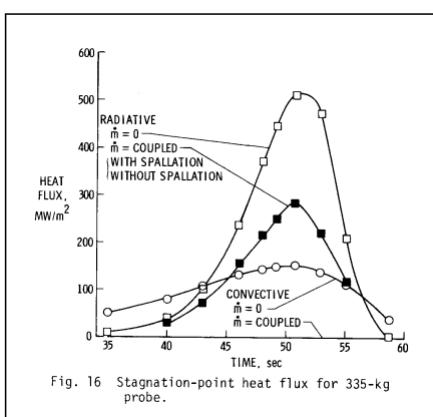
Schéma de la capsule



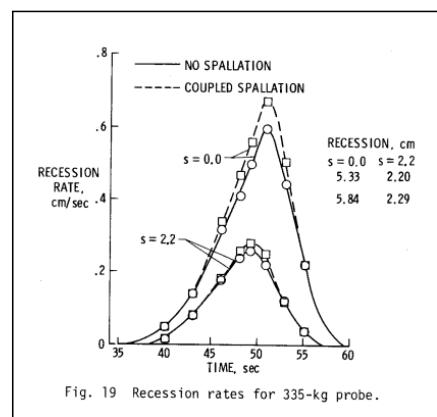
Déroulement de la mission

► Bilan sur la trajectoire

- Prédominance du flux radiatif
- Influence minime du phénomène de spalliation



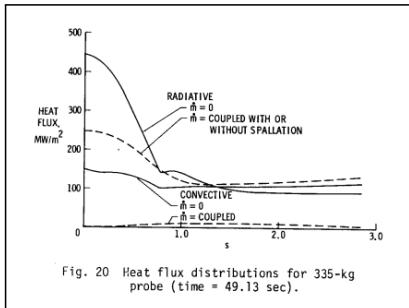
Flux au point d'arrêt



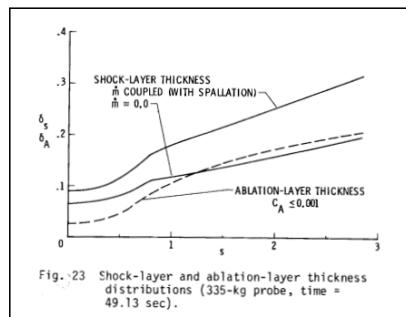
Taux de régression

► Bilan au point de flux de chaleur maximal ($t = 49.13$ s)

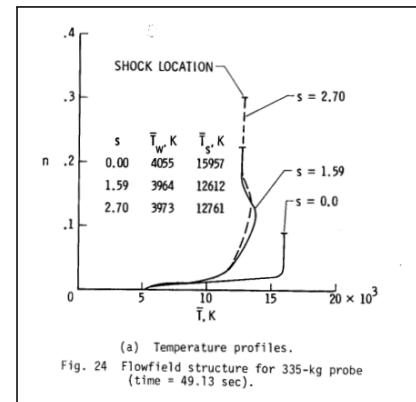
- Prédominance du flux radiatif sur tout le bouclier
- Modification de l'écoulement dans la couche de choc



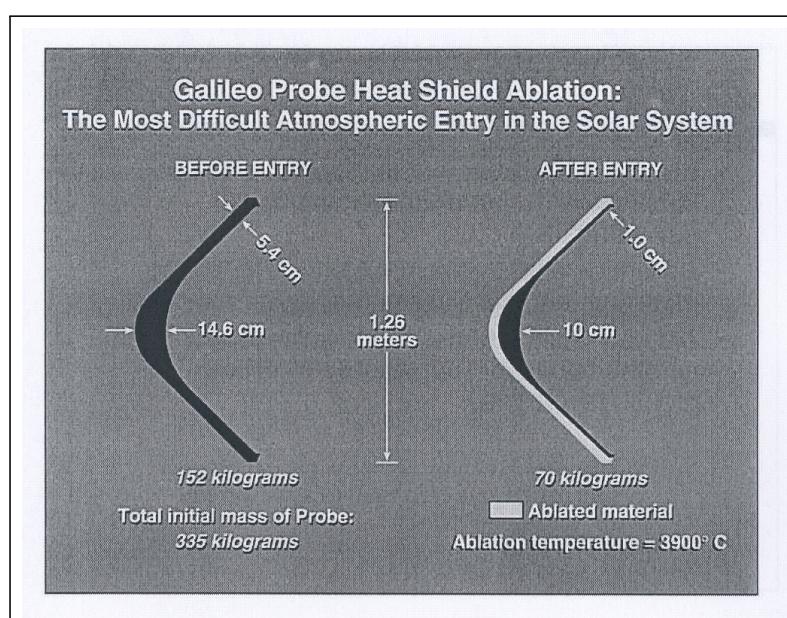
Flux de chaleur pariétal



Epaisseurs



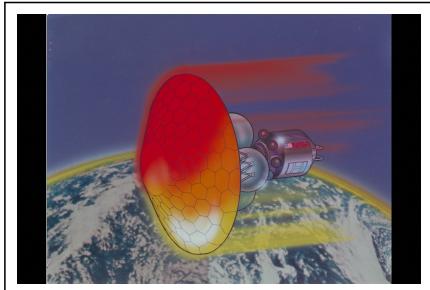
Profils de température



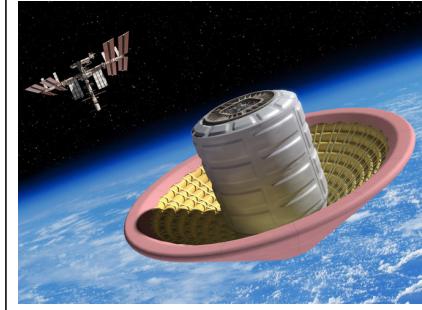
Régime d'amincissement du bouclier

Transfert d'orbites

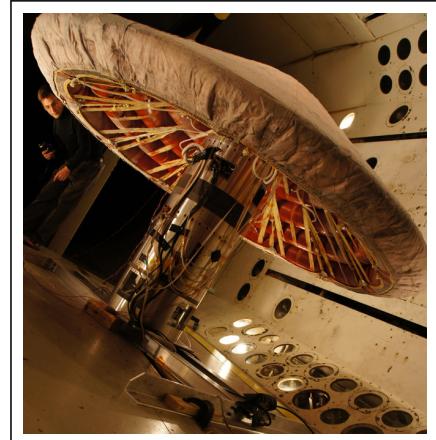
- ▶ AOTV : Aero-assisted Orbital Transfer Vehicle
- ▶ Différents concepts dont aérofreinage, structure gonflable, véhicules portants, ...



Aéofreinage



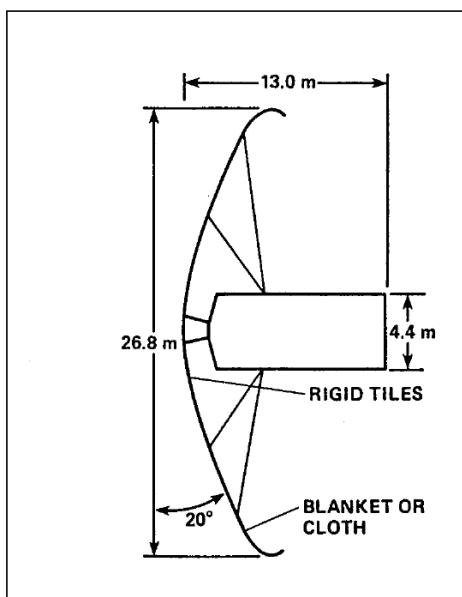
Ballute struc.



Ballute struc.

- ▶ Mission présentée : aéofreinage

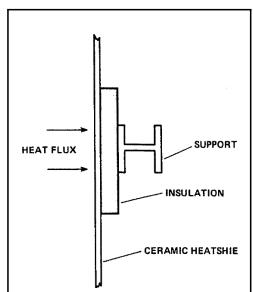
- Transfert d'orbite géosynchrone vers navette spatiale
- Commentaire sur le véhicule...
- Question : où le rayonnement joue-t-il ?



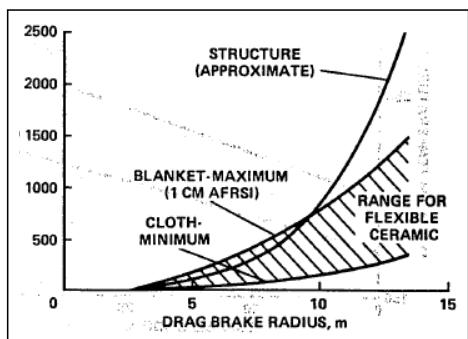
Vue véhicule

► Mission présentée : aérofreinage

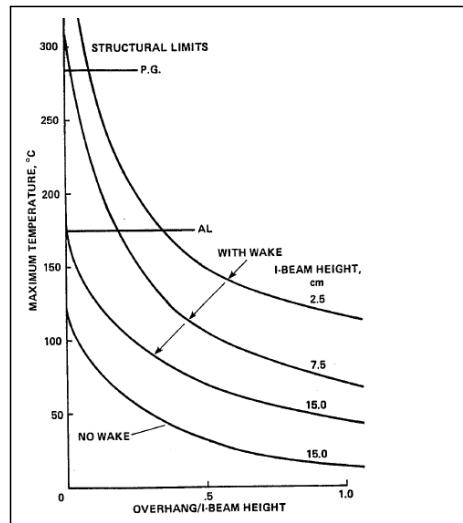
- ## • **Commenter...**



Vue poutre

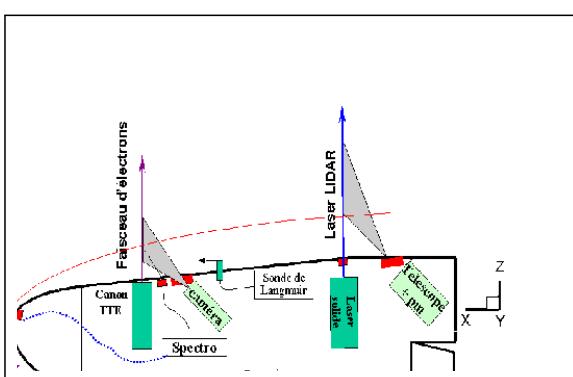


Bilan masse



Température maximale structure

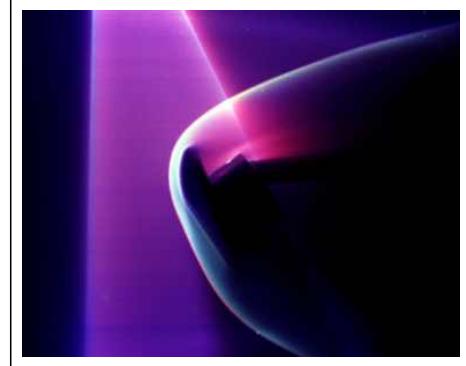
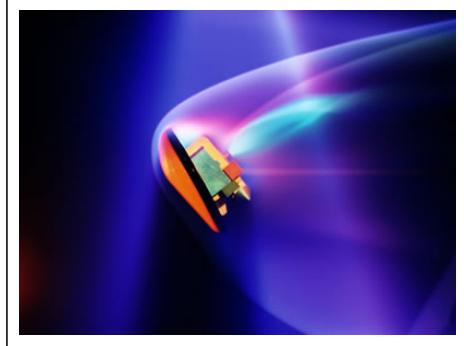
Moyens de mesure embarqués



Montage des moyens de mesure

- ▶ Faisceau d'électrons envoyé dans l'écoulement par le canon FFE
 - ▶ Collision-excitation des espèces lourdes par les électrons suivie d'une désexcitation radiative

- ▶ Observation de l'émission radiative par le spectromètre
 - ▶ Mesure de certaines grandeurs thermodynamiques comme la température de vibration de l'espèce N_2^+



Ecoulement autour de l'orbiteur MSR

Conditions d'écoulement

- ▶ **Ecoulements hypersoniques hyperenthalpiques**
 - Milieu continu
 - Equilibre/Déséquilibre chimique
 - Equilibre/Déséquilibre thermique
- ▶ **Rayonnement des particules**
 - Phénomène de diffusion
- ▶ **Rayonnement des parois**
- ▶ **Rayonnement du gaz (milieu semi-transparent)**
 - Le gaz émet et absorbe du rayonnement

Références

- ▶ Ouvrages généraux sur la dynamique des gaz
 - **Hypersonic and High-Temperature Gas Dynamics**
J.D. Anderson, McGraw Hill Ed.
 - **Introduction to physical Gas Dynamics**
W.G. Vincenti & C.H. Kruger, Krieger Publishing Company
 - **Physics of Shock Wave and High-Temperature Hydrodynamic Phenomena**
Ya. B. Zeldovi'ch & Yu. P. Raizer, Dover
 - **Foundations of Radiation Hydrodynamics**
D. Mihalas & B. Weibel-Mihalas, Dover
 - **Nonequilibrium Hypersonic Aerothermodynamics**
C. Park, John Wiley & Sons
- ▶ Ouvrages généraux rayonnement-spectroscopie
 - **Spectroscopie**
J. M. Hollas, Dunod
 - **Radiative Heat Transfer**
M.F. Modest, Academic Press
 - **Transferts Thermiques**
J. Taine & J.-P. Petit, Dunod

Articles cités

- ▶ **Computational aerothermodynamic analysis of a biconic vehicle design for Mars aerocapture - AEROFAST european collaborative project**, G. Leplat, J.-L. Vérant, J.-M. Lamet, ONERA RT 5/14925, 2011
- ▶ **Galileo Probe Forebody Flowfield during Jupiter Entry**, J.N. Moss, A.L. Simmonds, AIAA Paper 82-0874
- ▶ **Thermal Design of AOTV Heat Shields for a Conical Drag Brake**, W.C. Pitts, M.S. Murbachs, AIAA Paper 85-1052
- ▶ **A voir**, O. Rouzaud, L. Tessé, T. SOubrié, ...

Deuxième partie II

Généralités

Généralités

Sommaire

Généralités

- Conventions & Rappels
- Grandeurs radiatives
- Rayonnement thermique
- Rayonnement d'équilibre
- Rayonnement des matériaux
- Rayonnement des gaz

Constantes

Vitesse de la lumière dans le vide : $c_0 = 2,99 \cdot 10^8 \text{ [m/s]}$

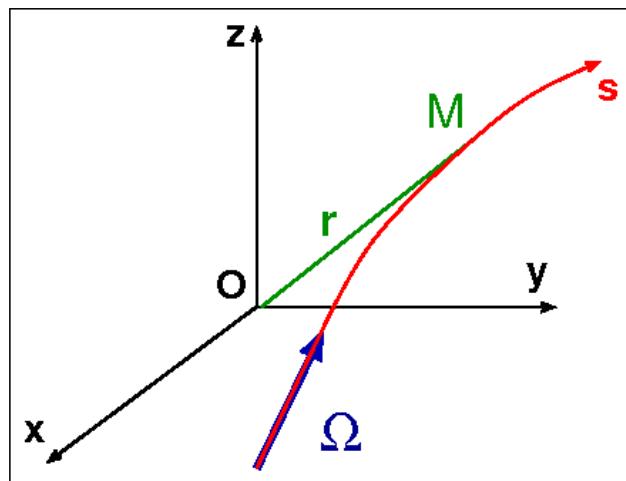
Constante de Planck : $h = 6,6261 \cdot 10^{-34} \text{ [J.s]}$

Constante de Boltzmann : $k = 1,3807 \cdot 10^{-23} \text{ [J/K]}$

Constante de Stefan-Boltzmann : $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ [W/m}^2/\text{K}^4]$

Repère

- ▶ Référentiel d'origine O et de repère R
- ▶ Position d'un point M défini par le vecteur $r = OM$
- ▶ Direction de propagation selon le vecteur Ω
- ▶ Abscisse curviligne s le long d'un rayon optique



Repère et rayon optique

Angles

► Définition des angles

θ : angle polaire variant entre 0 et π

ϕ : angle d'azimut variant entre 0 et 2π

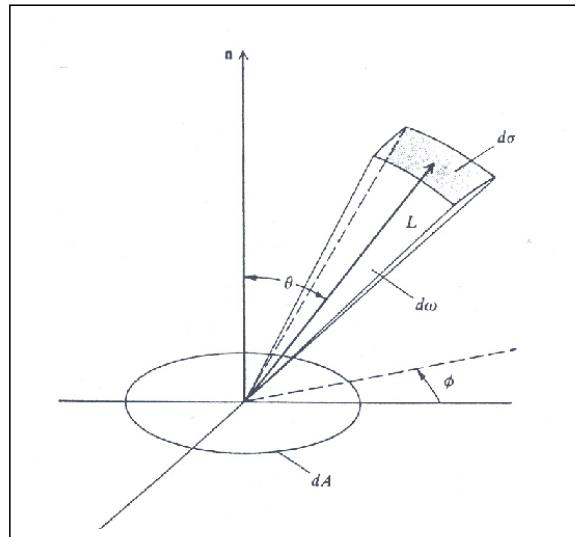
► Angle solide

$$d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$$

avec les relations

$$\int_{volume} d\Omega = 4\pi \text{ [St]}$$

$$\int_{paroi} d\Omega = 2\pi \text{ [St]}$$



Angle solide

Variable spectrale

► Variables usuelles

- Fréquence ν $\left[\text{s}^{-1}\right]$
- Longueur d'onde λ $[\text{m}, \mu\text{m}, \text{A}]$
- Nombre d'onde $\tilde{\nu}$ $\left[\text{m}^{-1}, \text{cm}^{-1}\right]$

► Relations entre les variables avec $n(\mathbf{r}, \Omega, \nu)$ indice optique du milieu

$$\lambda(\mathbf{r}, \Omega) = \frac{c(\mathbf{r}, \Omega)}{\nu} = \frac{c_o}{\nu n(\mathbf{r}, \Omega, \nu)}$$

$$d\lambda = -\frac{c_o}{n\nu} \left(\frac{1}{n} \frac{dn}{d\nu} + \frac{1}{\nu} \right) d\nu$$

- Dans le cas où l'indice optique n est constant et égal à un, ces relations deviennent

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{c_o}{\nu} \\ d\lambda &= -c_o \frac{d\nu}{\nu^2}\end{aligned}$$

Remarque

La longueur d'onde n'est pas invariante dans un milieu semi-transparent : en effet, n et c peuvent dépendre des propriétés locales du milieu et de la direction Ω . La variable spectrale sera, dans un tel milieu, liée à la fréquence ou, plus couramment, au nombre d'onde dans le vide [Taine].

Photons

- Particules immatérielles transportant l'énergie radiative
- Quantité de mouvement d'un photon : $p_\nu = \frac{h\nu}{c_0}$
- Energie d'un photon : $h\nu$
- Fonction de distribution des photons
 - Par exemple, $g^R(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}_\nu)$ ou $f^R(t, \mathbf{r}, \nu, \Omega)$
 - Densité de photons au point M selon le rayon de direction Ω dont la fréquence est comprise entre ν et $\nu + d\nu$ vaut

$$n^R g^R(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}_\nu) d\mathbf{p}_\nu \equiv n^R f^R(t, \mathbf{r}, \nu, \Omega) d\Omega d\nu$$

où n^R représente la densité de photons

► Equation de Boltzmann des photons

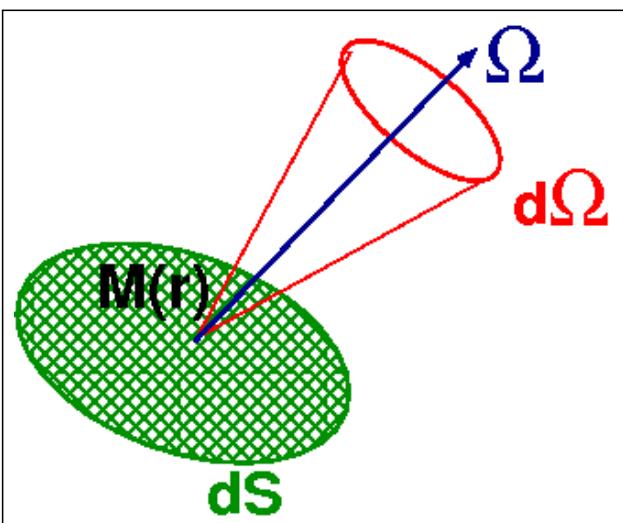
Cette équation traduit l'évolution du nombre de photons dans un volume élémentaire dr

$$\frac{\partial (n^R f^R)}{\partial t} + \mathbf{c} \cdot \nabla (n^R f^R) = \left[\frac{\partial n^R f^R}{\partial t} \right]_{a,e,d}$$

Le second membre contient les contributions dues aux phénomènes d'absorption, d'émission et de diffusion.

Intensité spectrale

- Rayon de direction de propagation Ω , d'angle solide $d\Omega$ passant par $M(r)$
- Flux d'énergie traversant la surface élémentaire orientée dS ?



$$\Omega \cdot dS = \cos\theta \, dS$$

Definition

Soit une surface orientée dS traversée par un rayon lumineux de direction Ω , la puissance $d\mathcal{E}_\nu(t, \mathbf{r}, \Omega)$ transportée par ce rayon au temps t entre ν et $\nu + d\nu$ s'écrit

$$d\mathcal{E}_\nu(t, \mathbf{r}, \Omega) = I_\nu(t, \mathbf{r}, \Omega) \cos\theta dS d\nu d\Omega$$

En reprenant la définition de la fonction de distribution, l'intensité devient

$$I_\nu(t, \mathbf{r}, \Omega) = c h_\nu n^R f^R(t, \mathbf{r}, \nu, \Omega)$$

Unités

$$\begin{aligned} I_\nu & \quad [\text{W.m}^{-2}.\text{St}^{-1}.\text{s}] \\ I_\lambda & \quad [\text{W.m}^{-2}.\text{St}^{-1}.\text{m}^{-1}] \\ I_{\tilde{\nu}} & \quad [\text{W.m}^{-2}.\text{St}^{-1}.\text{m}] \end{aligned}$$

- ▶ L'intensité radiative est une grandeur spectrale et directionnelle !
- ▶ Intensité spectrale moyenne intégrée en direction

$$J_\nu(t, \mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} I_\nu(t, \mathbf{r}, \Omega) d\Omega \quad [\text{W.m}^{-2}.\text{St}^{-1}.\text{s}]$$

- Moment d'ordre 0 de l'intensité par rapport aux directions
- Application : mesure par un spectromètre
- PRF MH : moyen de mesure embarqué proposé par l'ONERA

- ▶ Cas où l'intensité est isotrope

$$J_\nu(t, \mathbf{r}) = I_\nu(t, \mathbf{r})$$

- ▶ Intensité globale

$$J(t, \mathbf{r}) = \int_0^\infty J_\nu(t, \mathbf{r}) d\nu$$

Flux radiatif

Definition

Le vecteur flux radiatif monochromatique correspond au flux d'énergie radiative en un point M

$$\mathbf{q}_\nu^R(t, \mathbf{r}) = \int_{\Omega} \Omega I_\nu(t, \mathbf{r}, \Omega) d\Omega \quad [\text{W.m}^{-2}.\mathbf{s}]$$

Par extension, le vecteur flux radiatif prend en compte l'ensemble des contributions spectrales, soit

$$\mathbf{q}^R(t, \mathbf{r}) = \int_0^\infty \int_{\Omega} \Omega I_\nu(t, \mathbf{r}, \Omega) d\Omega d\nu \quad [\text{W.m}^{-2}]$$

- ▶ **Le vecteur flux radiatif monochromatique est le moment d'ordre 1 de l'intensité spectrale par rapport à l'ensemble des directions**

Definition

Le flux radiatif surfacique traversant une surface dS de normale unitaire \mathbf{n} s'écrit comme

$$q^R(t, \mathbf{r}) = \int_0^\infty \int_{\Omega} \Omega \cdot \mathbf{n} I_\nu(t, \mathbf{r}, \Omega) d\Omega d\nu \quad [\text{W.m}^{-2}]$$

- ▶ Noter la dépendance en $\cos\theta$ due au produit scalaire $\Omega \cdot \mathbf{n}$
- ▶ Contribution au bilan thermique sur la paroi d'un véhicule
 - \mathbf{n} normale à la paroi
 - Angle solide limité à 2π stéradians
- ▶ Cas où l'intensité est isotrope
 - Intégration sur 4π stéradians : $q^R = 0$
 - Intégration sur 2π stéradians (paroi) : $q^R = \pi \int_0^\infty I_\nu(t, \mathbf{r}) d\nu$

Divergence du flux radiatif

Definition

La divergence du flux radiatif s'écrit en repère cartésien

$$\nabla \cdot \mathbf{q}^R = \int_0^\infty \int_{4\pi} \Omega_i \frac{\partial I_\nu}{\partial x_i} d\Omega d\nu$$

Ce terme est, au signe près, l'élément principal du couplage entre le champ hydrodynamique et le champ de rayonnement dans les applications considérées.

Pression radiative

Definition

La pression radiative traduit le flux de la quantité de mouvement radiative au travers d'une surface et s'écrit en monochromatique

$$\mathbf{p}_\nu^R(t, \mathbf{r}) = \frac{1}{c} \int_{\Omega} \boldsymbol{\Omega} \otimes \boldsymbol{\Omega} I_\nu(t, \mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) d\Omega [\text{Pa}]$$

ou par intégration sur le spectre

$$\mathbf{p}^R(t, \mathbf{r}) = \frac{1}{c} \int_0^\infty \int_{\Omega} \boldsymbol{\Omega} \otimes \boldsymbol{\Omega} I_\nu(t, \mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) d\Omega d\nu [\text{Pa}]$$

C'est un tenseur d'ordre 2.

- ▶ Correspond au moment d'ordre 2 de l'intensité
- ▶ Cas où l'intensité est isotrope

$$I_\nu(t, \mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) \equiv I_\nu(t, \mathbf{r}) \quad \text{et} \quad \mathbf{p}^R = \frac{4\pi}{3c} \int_0^\infty I_\nu(t, \mathbf{r}) d\nu \mathbf{Id}$$

Densité d'énergie rayonnée

Definition

La densité spectrale d'énergie rayonnée et la densité d'énergie rayonnée s'écrivent

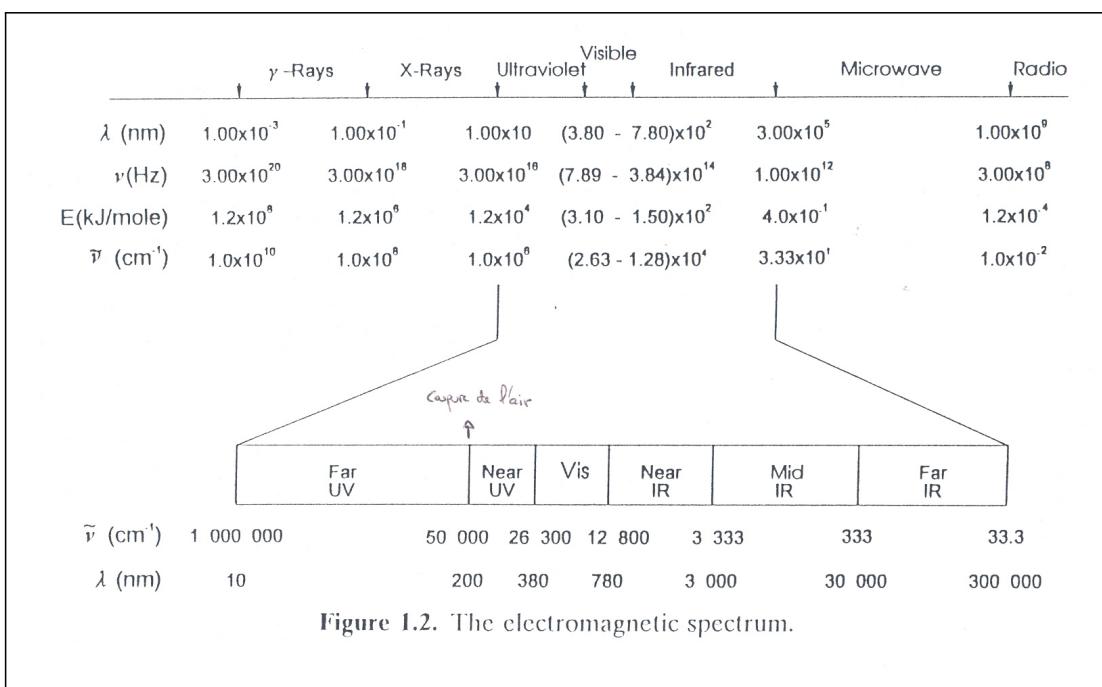
$$u_{\nu}^R(t, \mathbf{r}) = \frac{1}{c} \int_{\Omega} I_{\nu}(t, \mathbf{r}, \Omega) d\Omega \quad [\text{J.m}^{-3}.\text{s}]$$

$$u^R(t, \mathbf{r}) = \frac{1}{c} \int_0^{\infty} \int_{\Omega} I_{\nu}(t, \mathbf{r}, \Omega) d\Omega d\nu \quad [\text{J.m}^{-3}]$$

- ▶ **Terme à comparer aux énergies cinétique et interne du fluide**
- ▶ **Cas isotrope**

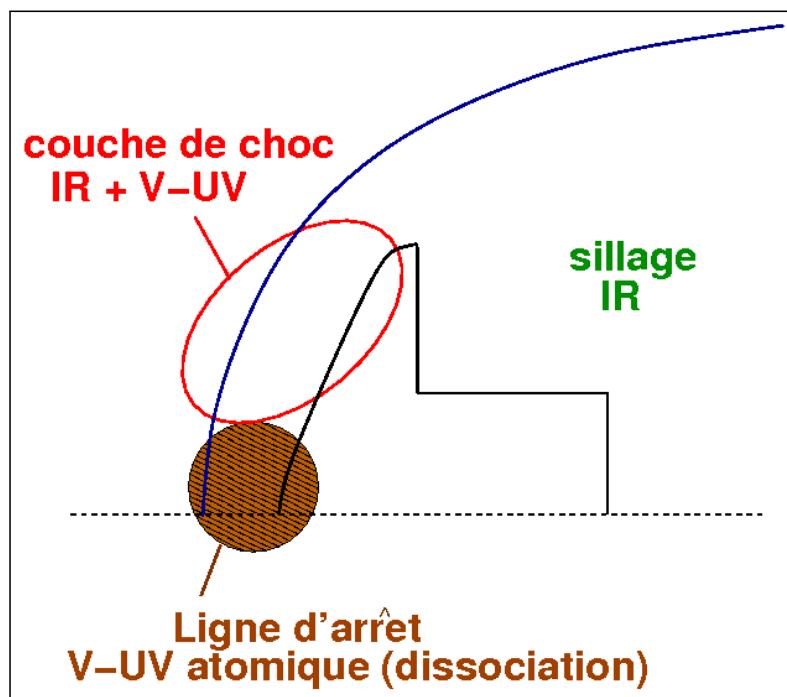
$$u^R(t, \mathbf{r}) = \frac{4\pi}{c} J(t, \mathbf{r})$$

Spectre [Hollas]



Remarques

- ▶ Le rayonnement thermique couvre classiquement le domaine de l’Infrarouge et du Visible. Dans le cas des écoulements de rentrée, la partie UV du spectre doit également être prise en compte à cause des phénomènes physico-chimiques se produisant dans la couche de choc
 - Couche de choc
 - Région de compression, forte élévation de température
 - Dissociation des molécules, ionisation, particules sur des états excités
 - Région de sillage
 - Zone de détente, fermeture du sillage
 - Recombinaison des espèces moléculaires
- ▶ Les contributions radiatives (spectre UV, Visible, IR) dépendent de l’écoulement (conditions de vol, couche de choc, sillage,...)



Rentrée martienne - Rayonnement autour d'un véhicule de type MSRO

Loi de Planck

Definition

Dans un milieu transparent, non dispersif d'indice 1, en équilibre avec les corps opaques avoisinants, il existe en tout point un rayonnement d'équilibre. L'intensité de ce rayonnement est isotrope et ne dépend que de la longueur d'onde et de la température. Cette intensité, notée I_λ^o est donnée par la loi de Planck

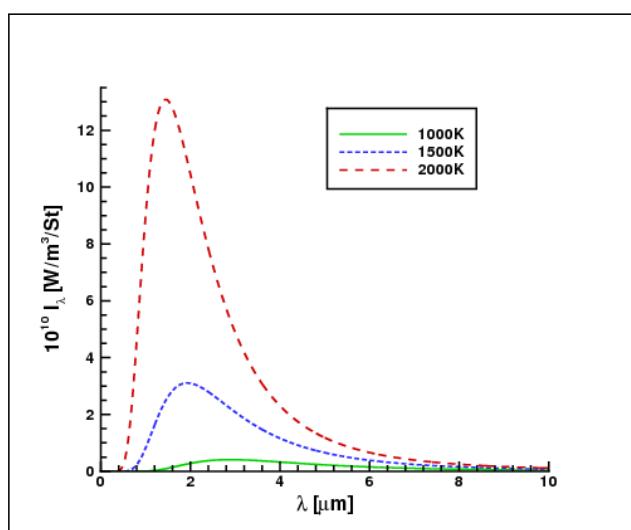
$$I_\lambda^o(T) = 2hc_o^2\lambda^{-5} \left[\exp\left(\frac{hc_o}{k\lambda T}\right) - 1 \right]^{-1}$$

Pour les autres variables spectrales, la loi de Planck s'écrit

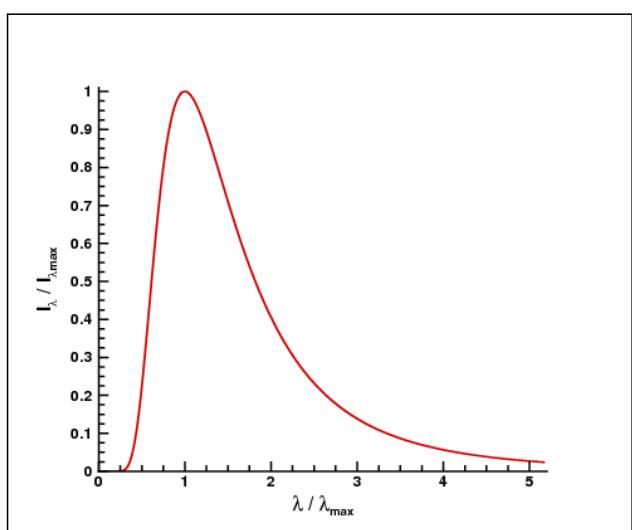
$$I_\nu^o(T) = 2h\nu^3c_o^{-2} \left[\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1 \right]^{-1}$$

$$I_{\tilde{\nu}}^o(T) = 2hc_o^2\tilde{\nu}^3 \left[\exp\left(\frac{hc_o\tilde{\nu}}{kT}\right) - 1 \right]^{-1}$$

Fonction de Planck



Effet de la température



Fonction normalisée

- ▶ L'intensité maximale augmente avec la température tout en se décalant vers des longueurs d'onde plus petites

Propriétés de la fonction de Planck

Loi de Wien

$$\lambda_{max}(T) T = 2898 \mu\text{m.K}$$

où λ_{max} représente la valeur de la longueur d'onde pour laquelle la fonction de Planck atteint son maximum

- ▶ **98% de l'énergie du rayonnement d'équilibre est compris dans l'intervalle spectral $[\lambda_{max}/2, 8\lambda_{max}]$**

Loi de Stefan

L'intensité totale du rayonnement d'équilibre est définie par

$$\int_0^{\infty} I_{\lambda}^0(T) d\lambda = \frac{\sigma}{\pi} T^4$$

et le flux radiatif incident ou partant à la paroi devient $q^R = \sigma T^4$

▶ Approximations usuelles

- **Corps opaque** $\Rightarrow \varrho'^{\triangleleft}_{\lambda}(T, \theta_i, \phi_i) + \alpha'_{\lambda}(T, \theta_i, \phi_i) = 1$
- **Corps noir** ($\alpha'_{\lambda} = \varepsilon'_{\lambda} = 1$) ou **corps gris avec émission diffuse**
- **Eventuellement, condition d'équilibre radiatif** $Q_{convector} + Q_{radiatif} = 0$

Première forme : $Q_{convector} = \varepsilon \sigma (T_{paroi}^4 - T_{\infty}^4)$

Deuxième forme : $Q_{convector} + Q_{radiatif, incident} = \varepsilon \sigma T_{paroi}^4$

Rayonnement atomique

► Energie d'un atome $\epsilon_{atome} = \epsilon_{translation} + \epsilon_{electronique}$

- $\epsilon_{translation}$ énergie liée à l'agitation thermique ($\frac{3}{2} k T$)
- $\epsilon_{electronique}$ énergie d'un niveau électronique (solution équation Schrödinger)
- **Spectre d'émission de l'atome d'hydrogène**

Energie $\epsilon_n = -\frac{\mu e^4}{8 h^2 \epsilon_0} \left(\frac{1}{n^2} \right)$, **n** nombre quantique

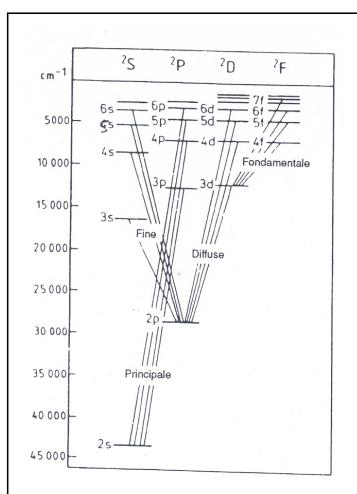
Série de Lyman ($n = 1$) : $\nu = R_H \left(1 - \frac{1}{n'^2} \right) \quad n' \geq 2$

Série de Balmer ($n = 2$) : $\nu = R_H \left(1 - \frac{1}{n'^2} \right) \quad n' \geq 3$

$R_H = \frac{\mu e^4}{8 h^3 \epsilon_0^2 c} = 109677.581 \text{ cm}^{-1}$ **constante de Rydberg**

► Diagramme de Grotrian de l'atome de Lithium

- Configuration fondamentale $1s^2 2s^1$
- Transitions de l'électron de valence $2s^1$



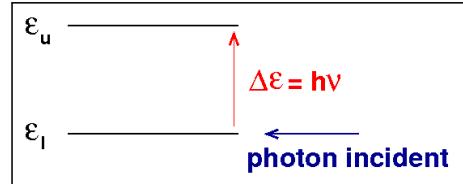
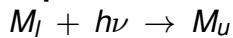
Existence de règles de sélection fixées par la mécanique quantique

► Transitions radiatives lié-lié (transitions entre 2 états électroniques)

On considère 2 états électroniques non dégénérés et séparés par un saut d'énergie
 $\Delta\epsilon = \epsilon_u - \epsilon_l$ où ϵ_l énergie du niveau inférieur et ϵ_u énergie du niveau supérieur

- Phénomène d'absorption

M particule



Le coefficient d'Einstein B_{lu} traduit la probabilité d'une transition $l \rightarrow u$ due à l'absorption dans un angle solide élémentaire par unité de temps, soit

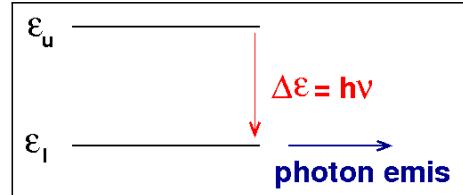
$$B_{lu} I_\nu d\Omega, \quad B_{lu} [m^2 \cdot J^{-1} \cdot s^{-1}]$$

Le nombre de transitions $l \rightarrow u$ par unité de temps et de volume s'écrit

$$\frac{d n_u}{d t} = n_l B_{lu} \int_{4\pi} I_\nu d\Omega \quad (\text{n densité du niveau})$$

► Transitions radiatives lié-lié (suite)

- Phénomène d'émission spontanée



Le coefficient d'Einstein A_{ul} traduit la probabilité d'une transition $u \rightarrow l$ due à l'émission spontanée dans un angle solide élémentaire par unité de temps, soit

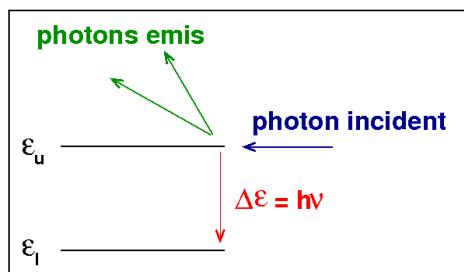
$$A_{ul} d\Omega, \quad A_{ul} [s^{-1}]$$

Le nombre de transitions $u \rightarrow l$ par unité de temps et de volume s'écrit

$$\frac{d n_u}{d t} = -n_u 4\pi A_{ul}$$

► **Transitions radiatives lié-lié (suite)**

- Phénomène d'émission induite



Le coefficient d'Einstein B_{ul} traduit la probabilité d'une transition $u \rightarrow l$ due à l'émission induite dans un angle solide élémentaire par unité de temps, soit

$$B_{ul} I_\nu d\Omega, \quad B_{ul} [m^2 \cdot J^{-1} \cdot s^{-1}]$$

Le nombre de transitions $u \rightarrow l$ par unité de temps et de volume s'écrit

$$\frac{d n_u}{d t} = -n_u B_{ul} \int_{4\pi} I_\nu d\Omega$$

► **Transitions radiatives lié-lié (suite)**

- Relation entre les coefficients d'Einstein

Le bilan des trois transitions entre les états u et l donne

$$\frac{d n_u}{d t} = -n_u B_{ul} \int_{4\pi} I_\nu d\Omega - n_u 4\pi A_{ul} + n_l B_{lu} \int_{4\pi} I_\nu d\Omega$$

Équilibre thermodynamique

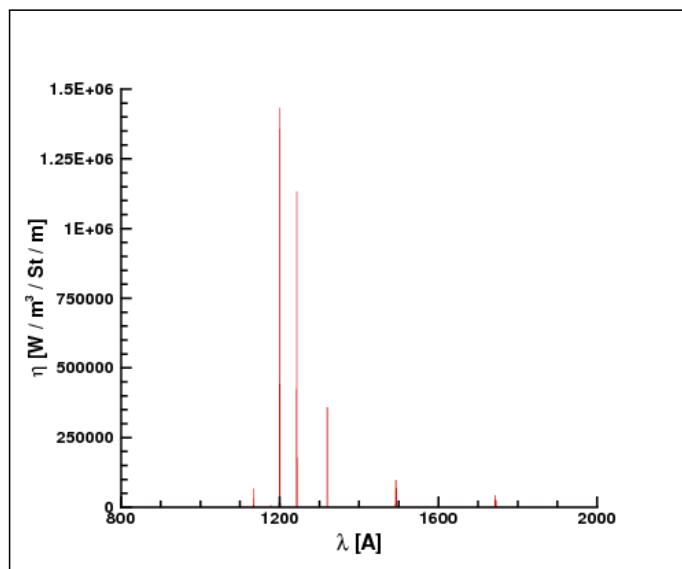
$$\frac{A_{ul}}{B_{ul}} = \frac{2 h \nu^3}{c^2} \quad \text{et} \quad \frac{B_{lu}}{B_{ul}} = 1$$

Ces 2 égalités restent valables hors équilibre thermodynamique et montrent que la connaissance de l'un des coefficients est suffisante pour déterminer les 2 autres coefficients

► Transitions radiatives lié-lié (fin)

- Exemple de spectre atomique

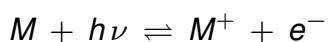
Atome d'azote N : $T = 4000K$ $n_N = 10^{21} \text{ m}^{-3}$



Spectre d'émission

► Transitions radiatives lié-libre

- Réaction de photoionisation/Réattachement radiatif



La conservation de l'énergie s'écrit

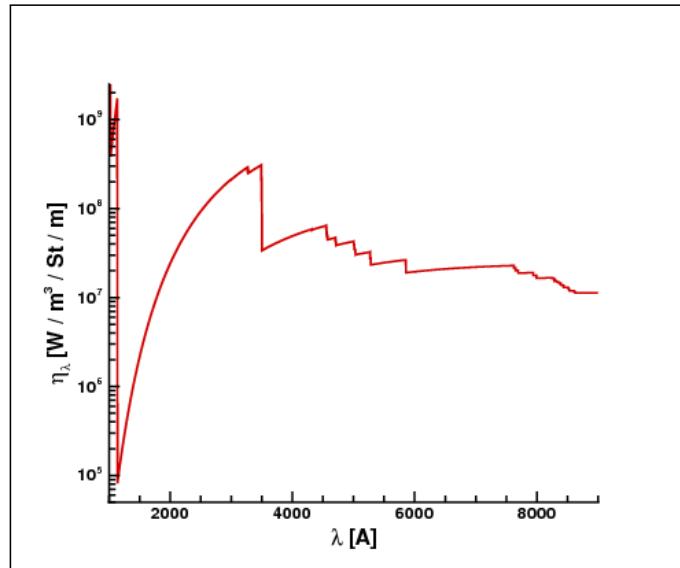
$$h\nu = E_{ionisation} + \frac{1}{2} m_{electron} V_{electron}^2$$

⇒ Le photon doit posséder une énergie minimale $h\nu_{seuil}$ pour que l'ionisation se produise

⇒ Le rayonnement est dit "continu" car la vitesse de l'électron peut varier de 0 à l'infini, i.e. la fréquence du rayonnement varie de ν_{seuil} à l'infini

► Transitions radiatives lié-libre (fin)

- Exemple d'un spectre continu - Plasma N, N^+, e
 $T = 8000K \quad n_N = 10^{21} \text{ m}^{-3} \quad n_e = n_{N^+} = 10^{20} \text{ m}^{-3}$



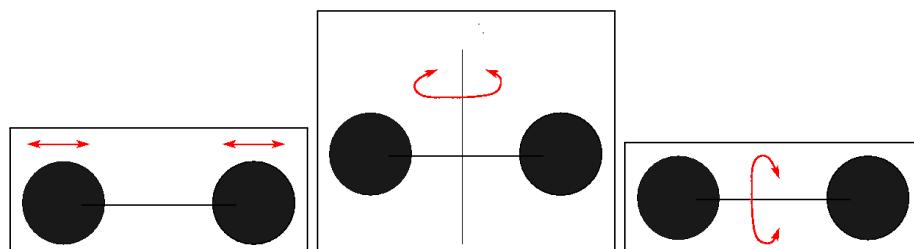
Rayonnement moléculaire

► Energie d'une molécule diatomique

- L'énergie d'un état microscopique s'écrit

$$\epsilon = \epsilon_{\text{translation}} + \underbrace{\epsilon_{\text{electronique}} + \epsilon_{\text{vibration}} + \epsilon_{\text{rotation}}}_{\text{énergie interne}}$$

Une molécule diatomique a 3 degrés de liberté se décomposant en un mode de vibration et 2 modes de rotation.



Approximation de Born-Oppenheimer

L'approximation de Born-Oppenheimer revient à considérer que les mouvements des électrons et les mouvements des noyaux dans une molécule peuvent être traités séparément, i.e. la fonction d'onde Ψ de la molécule s'écrit comme produit d'une fonction d'onde électronique et d'une fonction d'onde nucléaire

$$\Psi(r_e, r_n) = \Psi_e(r_e, r_n) \Psi_n(r_n)$$

r_e vecteur position électrons, r_n vecteur position noyaux

Le traitement du mouvement des électrons par l'équation de Schrödinger conduit à la détermination des états électroniques de la molécule et des fonctions de potentiel intermoléculaire associées.

Le traitement du mouvement des noyaux prend en compte les mouvements de vibration et de rotation nucléaires.

► Energie d'une molécule diatomique (suite)

- Energie électronique $\epsilon_{electronique}$ associée à chaque niveau électronique n
- Energie de rotation $\epsilon_{rotation}$ (modèle du rotateur rigide)

$$\epsilon_J = \frac{h^2 J(J+1)}{8\pi^2 \mathcal{I}}$$

J nombre quantique rotationnel
 I moment d'inertie

- Energie de vibration $\epsilon_{vibration}$ (modèle de l'oscillateur harmonique)

$$\epsilon_v = h \nu_{osc.} \left(v + \frac{1}{2} \right)$$

v nombre quantique vibrationnel
 $\nu_{osc.}$ fréquence de l'oscillateur harmonique

- Désignation d'un état par le triplet (n, v, J)

► **Transitions lié-lié (rotateur rigide - oscillateur harmonique)**

- **Transitions rotationnelles** $(n, \nu, J) \Rightarrow (n, \nu, J')$

Règle de sélection : $\Delta J = 1$

Transitions situées dans le domaine IR lointain

- **Transitions rovibrationnelles** $(n, \nu, J) \Rightarrow (n, \nu', J')$

Règle de sélection : $\Delta \nu = 1$; $\Delta J = 0, \pm 1$ (bande fondamentale)

Transitions situées dans le domaine IR

- **Transition** $(n, \nu, J) \Rightarrow (n', \nu', J')$

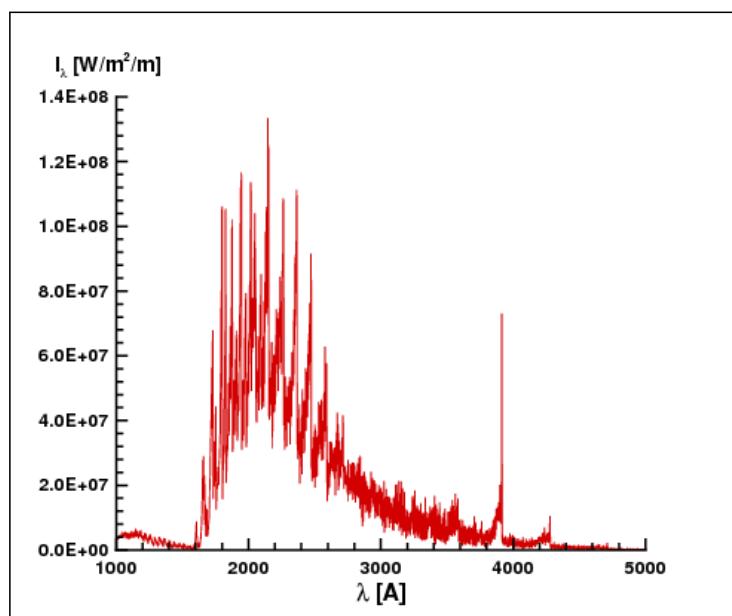
Règles de sélection plus complexes

Transitions situées dans le visible et l'UV

► **Projet EXPERT - Rentrée terrestre**

Mélange à cinq espèces N_2, O_2, NO, N, O

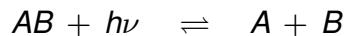
Ecoulement en déséquilibre thermochimique



**Exemple de spectre moléculaire
Signature spectrale à la paroi du véhicule**

► **Rayonnement libre-lié**

- Réaction de photodissociation/Recombinaison radiative



- Même remarque que pour le cas atomique

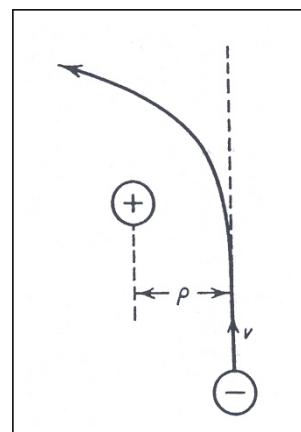
Rayonnement libre-libre

► **Phénomène de Bremsstrahlung**

Rayonnement dû au freinage (émission) ou à l'accélération (absorption) des électrons libres du fait des collisions avec les espèces lourdes

La conservation de l'énergie s'écrit $E_e = E'_e + h\nu$

⇒ **Energie du photon bornée** $h\nu_{max} = E_e$



► **Rayonnement de type continu**

Résumé

► 3 types de phénomènes

- Absorption
- Emission spontanée (absorption négative)
- Emission induite

► 3 types de transitions

- Transition lié-lié
 - Entre états électroniques (atomes ou molécules) \Rightarrow UV, visible
 - Entre états vibrationnels \Rightarrow Visible, proche IR
 - Entre états rotationnels \Rightarrow rayonnement IR
- Transition lié-libre (dissociation des molécules, milieu ionisé) \Rightarrow continu
- Transition libre-libre (milieu ionisé) \Rightarrow continu

► Exercices

Angle solide

Retrouver les valeurs de l'angle solide intégré dans toutes les directions ou sur une paroi en un point non singulier.

Choix de la variable spectrale

On considère un référentiel cartésien de référence \mathcal{R}_o et un référentiel \mathcal{R} se déplaçant à la vitesse v par rapport à \mathcal{R}_o selon l'axe vertical z_o . Un rayon optique est défini dans les deux repères par la fréquence des photons et l'angle du vecteur directeur par rapport à l'axe vertical. Ces grandeurs sont notées respectivement (ν_o, θ_o) et (ν, θ) . On note c_o la célérité de la lumière dans le milieu, β le rapport des vitesses v/c et γ le terme :

$$\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$$

1. Etablir les relations liant (ν_o, θ_o) et (ν, θ) en utilisant la transformation de Lorentz. Que se passe-t-il si β tend vers zéro ?
2. Etablir les relations liant les incrément de ces variables entre elles.
3. Montrer que la variable $\nu d\nu d\Omega$ est un invariant de Lorentz.

► Exercices (suite)

Relations entre les variables spectrales

Soit un milieu d'indice optique n dépendant, par exemple, de la position.

1. Exprimer les relations liant les incrément $d\nu$, $d\lambda$ et $d\tilde{\nu}$ relatifs à la fréquence, à la longueur d'onde et au nombre d'onde. Comment s'écrivent ces relations quand l'indice optique est constant.
 2. En supposant que l'indice optique du milieu soit constant et égal à 1, retrouver les expressions des intensités spectrales d'équilibre I_λ^o et $I_{\tilde{\nu}}^o$ à partir de l'intensité spectrale d'équilibre I_ν^o .
-

Grandeurs radiatives

Soit une surface orientée de vecteur associé dS et un chemin optique de vecteur directeur Ω tel que $\Omega \cdot n = \cos \theta$.

1. Déterminer le flux de photons suivant le chemin optique et traversant la surface élémentaire pendant un intervalle de temps dt .
2. A partir de l'expression précédente, retrouver l'expression de l'intensité spectrale.
3. Exprimer le flux de quantité de mouvement associé et retrouver l'expression de la pression radiative.
4. Retrouver l'expression de la densité d'énergie rayonnée.

► Exercices (suite)

Intensité spectrale isotrope

En supposant que l'intensité spectrale d'un milieu soit isotrope, retrouver les formules données pour le flux radiatif surfacique, la pression radiative et la densité d'énergie rayonnée.

Loi de Stefan

Retrouver la loi de Stefan.

Loi de Wien

En utilisant l'intensité spectrale d'équilibre I_λ^o pour un milieu optique d'indice égal à 1, retrouver la loi de Wien :

$$\lambda_{\max} T_{\max} = 2898 \mu\text{m.K}$$

où λ_{\max} et T_{\max} correspondent à la longueur d'onde et à la température du maximum de la fonction de Planck. Que pouvez-vous en déduire pour un milieu placé à la température 300 K ou 3000 K.

► Exercices (fin)**Intégrandes****Montrer l'égalité :**

$$d^3\mathbf{p} = p^2 dp d\nu d\Omega$$

Troisième partie III

Equation de transfert radiatif

Sommaire

Equation de transfert radiatif

Construction de l'ETR

Résolution formelle de l'ETR

Modèles radiatifs

Solution de l'ETR

- **Solution stationnaire + milieu d'indice constant = Equation EDO**

$$\boxed{\frac{d I_\nu(s, \Omega)}{ds} = \eta_\nu(s) - \kappa_\nu(s) I_\nu(s, \Omega)}$$

- **Solution sous la forme**

$$I_\nu(s, \Omega) = \underbrace{I_\nu(0, \Omega) \exp\left(-\int_0^s \kappa_\nu(s') ds'\right)}_{\text{A}} + \underbrace{\int_0^s \eta_\nu(s') \exp\left(-\int_{s'}^s \kappa_\nu(s'') ds''\right) ds'}_{\text{B}}$$

Terme A : Partie transmise au point s du rayonnement incident

Terme B : Partie émise en s' et transmise au point s

► Démonstration

- Domaine de calcul $[0, L]$
- Solution homogène

$$I_{\nu}^{hom}(s, \Omega) = A \exp \left(- \int_a^s \kappa_{\nu}(s') ds' \right) \quad A, a \text{ constantes}$$

- Solution générale ($I_{\nu}(s) = z(s) I_{\nu}^{hom}(s)$)

$$I_{\nu}(s, \Omega) = B \exp \left(- \int_a^s \kappa_{\nu}(s') ds' \right) + \int_b^s \eta_{\nu}(s') \exp \left(- \int_{s'}^s \kappa_{\nu}(s'') ds'' \right) ds'$$

- Application des conditions aux limites

Intensité incidente en $s = 0$ et direction de propagation

Modèles radiatifs

Definition

On appelle modèle radiatif l'ensemble formé par un modèle optique et une méthode numérique de résolution de l'équation de transfert radiatif. Notons que le choix du modèle optique impose la forme de l'équation de transfert radiatif.

► Modèles optiques

- Approche raie-par-raie
- Modèle de bandes
- Modèle multigroupe, ..

► Méthodes numériques

- Approximation des plans tangent
- Méthode de transfert discret
- Méthode des ordonnées discrètes
- Méthode des volumes finis
- Méthode de Monte Carlo, ...

Modèles optiques - Approche raie-par-raie

- ▶ L'approche raie-par-raie consiste à décrire de la manière la plus précise possible les spectres d'émission/absorption à partir des données spectroscopiques des molécules
- ▶ Le coefficient d'absorption s'écrit sous la forme générale :

$$\kappa_{\nu} = \sum \sum \kappa_{\nu, \text{espèces,raies}}$$

Cette écriture est valable sous certaines hypothèses (transitions radiatives indépendantes, durée des collisions très petite devant le temps de transition)

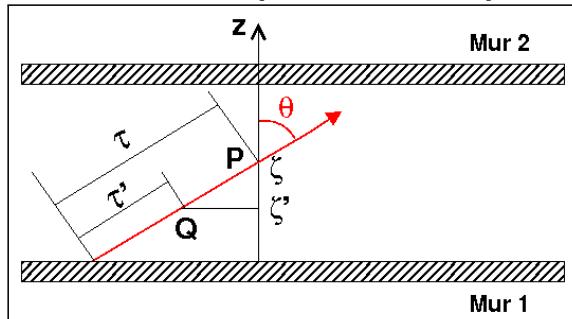
- ▶ Détermination expérimentale ou théorique des données spectroscopiques

- ▶ Quelques bases de données spectroscopiques
 - EM2C (Ecole Central Paris, CNRS)
 - GEISA (Laboratoire de Météorologie Dynamique)
 - HITRAN, HITEMP (<http://cfa-www.harvard.edu/hitran/>)
 - NIST (<http://www.nist.gov>)
- ▶ Quelques codes de calcul spectroscopiques
 - ASTEROID (IPMech, Russian Academy of Science)
 - NEQAIR, SPECAIR (NASA + universités américaines)
 - PARADE (ESA, FGE, IRS)
 - SESAM (Labo. Aérothermique Orléans, CNRS)

Méthodes numériques - Méthode des plans tangents

► Configuration générale

- Milieu semi-transparent délimité par 2 murs plans parallèles distants de L



- Caractérisation rayon ascendant

$$\tau_\nu(s) = \int_0^s \kappa_\nu(s') ds' \equiv \tau_\nu$$

$$\zeta_\nu(z) = \int_0^z \kappa_\nu(z') dz' \equiv \zeta_\nu$$

$$\tau_\nu = \frac{\zeta_\nu}{\cos \theta}, \quad 0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$$

- Caractérisation rayon descendant

$$\tau_\nu = -\frac{\zeta_\nu^L - \zeta_\nu}{\cos \theta}, \quad \frac{\pi}{2} < \theta \leq \pi \quad \text{et} \quad \zeta_\nu^L = \int_0^L \kappa_\nu(z') dz'$$

► Hypothèses

- Parois noires isothermes
- Les propriétés du milieu ne dépendent que de la direction z
⇒ l'intensité spectrale dans le milieu dépend seulement d'une coordonnée d'espace ζ et d'une coordonnée de direction θ

► Equation de transfert

$$\mu \frac{d I_\nu(\zeta_\nu, \theta)}{d \zeta_\nu} = I_\nu^o(\zeta_\nu) - I_\nu(\zeta_\nu, \theta), \quad -1 \leq \mu \leq 1, \cos \theta = \mu$$

► Intensité spectrale

$$I_\nu^+(\zeta_\nu, \mu) = I_\nu^o(\text{paroi 1}) e^{-\zeta_\nu/\mu} + \int_0^{\zeta_\nu} I_\nu^o(\zeta'_\nu) e^{-(\zeta_\nu - \zeta'_\nu)/\mu} \frac{d\zeta'_\nu}{\mu}, \quad 0 < \mu \leq 1$$

$$I_\nu^-(\zeta_\nu, \mu) = I_\nu^o(\text{paroi 2}) e^{(\zeta_\nu^L - \zeta_\nu)/\mu} - \int_{\zeta_\nu}^{\zeta_\nu^L} I_\nu^o(\zeta'_\nu) e^{(\zeta'_\nu - \zeta_\nu)/\mu} \frac{d\zeta'_\nu}{\mu}, \quad -1 \leq \mu < 0$$

► Intensité spectrale intégrée

$$\begin{aligned} J &= 2\pi \left[\int_{-1}^0 I_\nu^- (\zeta_\nu, \mu) d\mu + \int_0^1 I_\nu^+ (\zeta_\nu, \mu) d\mu \right] \\ \Leftrightarrow J &= 2\pi \left[I_\nu^0 (\text{paroi 1}) \int_0^1 e^{-\zeta_\nu/\mu} d\mu + I_\nu^0 (\text{paroi 2}) \int_0^1 e^{-(\zeta_\nu^L - \zeta_\nu)/\mu} d\mu \right. \\ &\quad \left. + \int_0^{\zeta_\nu} I_\nu^0 (\zeta'_\nu) \int_0^1 e^{-(\zeta_\nu - \zeta'_\nu)/\mu} \frac{d\mu}{\mu} d\zeta'_\nu + \int_{\zeta_\nu}^{\zeta_\nu^L} I_\nu^0 (\zeta'_\nu) \int_0^1 e^{-(\zeta'_\nu - \zeta_\nu)/\mu} \frac{d\mu}{\mu} d\zeta'_\nu \right] \end{aligned}$$

► Flux radiatif

$$\begin{aligned} q(\zeta_\nu) &= 2\pi \left[I_\nu^0 (\text{paroi 1}) \int_0^1 e^{-\zeta_\nu/\mu} \mu d\mu - I_\nu^0 (\text{paroi 2}) \int_0^1 e^{-(\zeta_\nu^L - \zeta_\nu)/\mu} \mu d\mu \right. \\ &\quad \left. + \int_0^{\zeta_\nu} I_\nu^0 (\zeta'_\nu) \int_0^1 e^{-(\zeta_\nu - \zeta'_\nu)/\mu} d\mu d\zeta'_\nu - \int_{\zeta_\nu}^{\zeta_\nu^L} I_\nu^0 (\zeta'_\nu) \int_0^1 e^{-(\zeta'_\nu - \zeta_\nu)/\mu} d\mu d\zeta'_\nu \right] \end{aligned}$$

► Fonction exponentielle intégrale d'ordre n E_n

$$E_n(x) = \int_1^\infty e^{-xt} \frac{dt}{t^n} = \int_0^1 \mu^{n-2} e^{-x/\mu} d\mu$$

● Propriétés

$$\begin{aligned} E_n(0) &= \int_1^\infty \frac{dt}{t^n} = \frac{1}{n-1} \\ \frac{d}{dx} E_n(x) &= -E_{n-1}(x) \end{aligned}$$

● Approximations usuelles

$E_2(x) \approx a e^{-bx}$ avec, par exemple, $a = \frac{3}{4}$ et $b = 32$

● Applications

$$\begin{aligned} J &= 2\pi \left[I_\nu^0 (\text{paroi 1}) E_2(\zeta_\nu) + I_\nu^0 (\text{paroi 2}) E_2(\zeta_\nu^L - \zeta_\nu) \right. \\ &\quad \left. + \int_0^1 I_\nu^0 (\zeta'_\nu) E_1(\zeta_\nu - \zeta'_\nu) d\zeta'_\nu + \int_0^1 I_\nu^0 (\zeta'_\nu) E_1(\zeta_\nu - \zeta'_\nu) d\zeta'_\nu \right] \end{aligned}$$

► Avantages

- Outil de validation numérique pour des codes 2D/3D
- Adaptée à une approche en transmittivité ou en coefficient d'absorption
- Traitement du déséquilibre possible
- Mise en œuvre simple
Résolution le long de la normale à la paroi ou d'une ligne de maillage
- Méthode bien adaptée pour des corps émoussés
Erreur d'environ 15% sur le flux de chaleur au point d'arrêt
- Méthode utilisée pour le couplage hydrodynamique/rayonnement

► Inconvénients

- Erreur géométrie non émoussée
- Flux radiatif latéral le long du rayon négligé

Quatrième partie IV

Couplage Hydrodynamique-Rayonnement

Sommaire

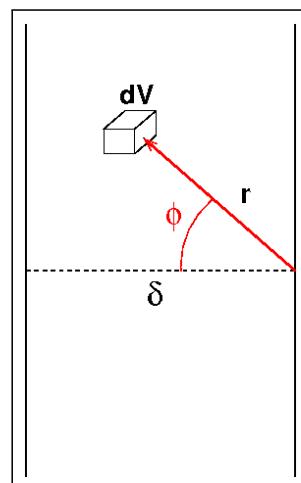
Couplage Hydrodynamique-Rayonnement

Approximations

Dynamique des gaz radiatifs

Milieu transparent

- ▶ **Milieu transparent contenu dans une tranche d'épaisseur δ**
- ▶ **Propriétés homogènes dans le gaz**
- ▶ **Volume élémentaire dV émettant du rayonnement**
- ▶ **\mathcal{E} énergie radiative émise par unité de temps et de volume**



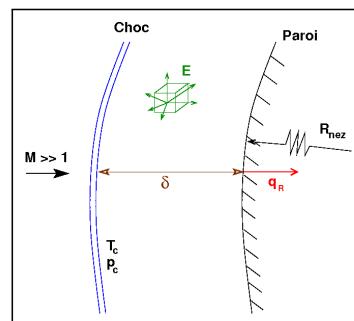
- ▶ **Le flux radiatif pour un point situé sur la face droite de la tranche vaut**

$$q_R = \frac{\mathcal{E} \delta}{2}, \quad \mathcal{E} = 4\pi J = \int_0^\infty \int_{4\pi} \eta_\nu d\Omega d\nu$$

► Application : estimation du flux radiatif au point d'arrêt d'un corps émoussé

- Analogie avec l'exemple précédent
Couche de choc = tranche de gaz
Point d'arrêt = point de calcul

$$(q_R) = \frac{\mathcal{E} \delta}{2}$$



- Comparaison avec le flux convectif

$$\delta \approx \frac{R_{\text{nez}}}{\rho_{\text{choc}}/\rho_\infty} \Rightarrow (q_R) = \frac{\mathcal{E}}{2} R_{\text{nez}} \frac{\rho_\infty}{\rho_{\text{choc}}}$$

$$(q_C) \propto \frac{1}{\sqrt{R_{\text{nez}}}} \quad (\text{Fay \& Ridell})$$

Dépendance des flux convectif et radiatif selon R_{nez} en opposition

Corrélations Empiriques (Tauber & Sutton, 1991)

- Formules approchées pour la rentrée terrestre ou martienne
Corrélations fournissant le flux radiatif au point d'arrêt

$$q_R = C R_{\text{nez}}^a \rho_\infty^b f(V_\infty) \quad (\text{unités S.I.})$$

► Hypothèses

- Condition d'équilibre thermochimique
- Bouclier non ablatif
- Modèle radiatif de bandes utilisé avec une approche non-visqueuse

► Rentrée terrestre

$$a = g(\rho_\infty, V_\infty), \quad b = 1,22, \quad C = 4,736 \times 10^4, \quad f(V_\infty) \text{ tabulée}$$

► Rentrée martienne (97% CO₂, 3% N₂)

$$a = 0.526, \quad b = 1,19, \quad C = 2,35 \times 10^4, \quad f(V_\infty) \text{ tabulée}$$

Termes de couplage - Comparaison qualitative

► Condition d'équilibre radiatif

► Comparaison des termes d'énergie

Densité d'énergie rayonnée $u^R \approx 4\sigma T^4/c$

$$\Rightarrow T \approx 900000 \text{ K}$$

Energie du fluide $\rho E \approx \frac{3}{2} n k T$

n nombre de particules par unité de volume (typiquement $5 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$)

► Comparaison des termes de pression

Pression radiative $p_R \approx u^R/3$

\Rightarrow même résultat

Pression du fluide $p \approx (\gamma - 1) \rho E$

► Divergence du flux radiatif

La comparaison du flux d'énergie du fluide (vitesse u) et du flux d'énergie radiative (vitesse c) montre que ces deux grandeurs peuvent avoir des ordres de grandeur comparables

\Rightarrow prise en compte de ce terme dans l'équation de conservation de l'énergie

Système de la dynamique des gaz radiatifs I

► Ecoulement de gaz parfait

Equilibre Thermodynamique Local

Remarque

Ce choix n'est pas réaliste mais permet d'introduire simplement le couplage hydrodynamique rayonnement pour les problèmes de rentrée atmosphérique

► Equations de conservation

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0 \\ \frac{\partial (\rho \mathbf{V})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} \otimes \mathbf{V} + p \mathbf{Id}) = 0 \\ \frac{\partial (\rho E)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} E + p \mathbf{V}) = -\nabla \cdot \mathbf{q}_R \end{array} \right.$$

► Equations d'état

$$h = \frac{\gamma}{(\gamma - 1)} \frac{p}{\rho} ; \quad p = \rho R T$$

Système de la dynamique des gaz radiatifs II

► Equation de transfert radiatif

En notant Ω_i les composantes du vecteur propagation dans le repère cartésien de référence, l'ETR devient :

$$\frac{\partial I_\nu(s, \Omega)}{\partial s} = n_i \frac{\partial I_\nu(\mathbf{r}, \Omega)}{\partial x_i} = \kappa_\nu(s) I_\nu^o(s) - \kappa_\nu(s) I_\nu(s, \Omega)$$

soit, pour le flux radiatif,

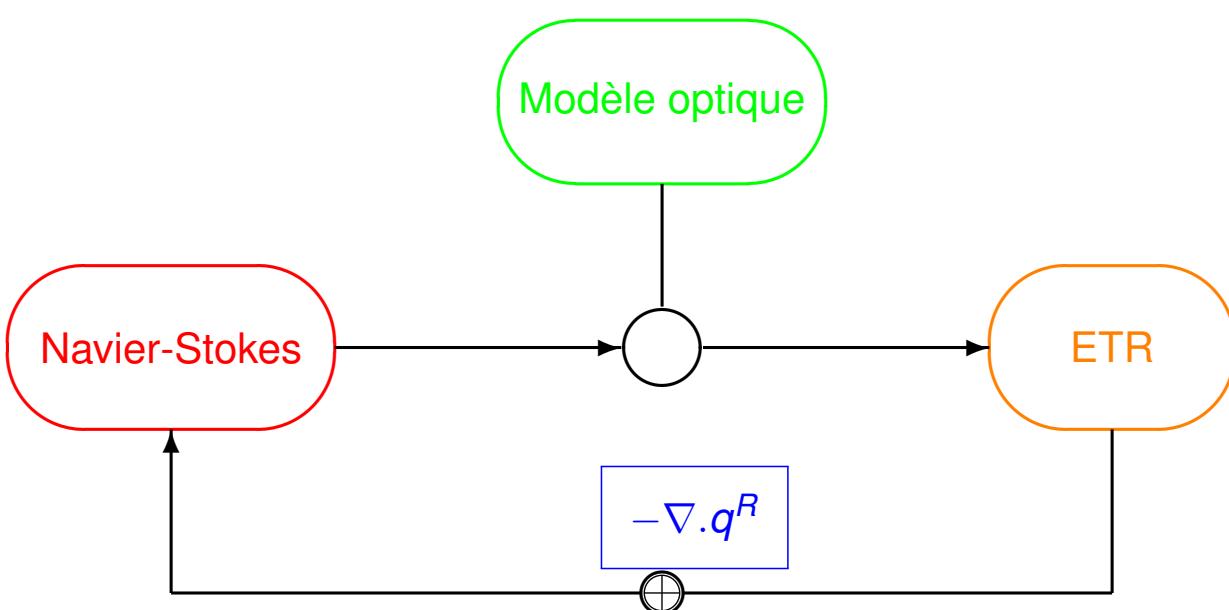
$$-\nabla \cdot \mathbf{q}_R = \int_0^\infty \kappa_\nu \left(\int_0^{4\pi} I_\nu d\Omega - 4\pi I_\nu^o \right) d\nu$$

► Bilan

11 équations

11 inconnues : $\rho, \mathbf{V}, p, T, h, \mathbf{q}_R, I_\nu$

Algorithme de calcul découpé/faiblement couplé



Les autres approches

- ▶ **Comment traiter le couplage fort hydrodynamique/rayonnement ?**
- ▶ **Les écoulements rencontrés sont souvent "hors-équilibre"**
 - ⇒ **Comment traiter le hors-équilibre ?**
 - Modèles multi-températures
 - Approche niveau par niveau