

학번: 20046

이름: 박건호

제목: 푸리에 급수를 wav 소리 파일로 구현하여 소리의 수렴성 체크하기

만든 것에 대한 설명(결과 그림 캡처 후 삽입)

- 관련 수학/과학 교과명 : 수학

- 관련 내용 또는 주제 : 푸리에 급수

원본 사운드/데이터/파일 (파일명과 그 내용을 간단히 작성)	생성된 사운드/데이터/파일 (파일명과 그 내용을 간단히 작성)
원본 파일은 없습니다.	몇 헤르츠인지 몇 번 제한할지 몇 초로 할지는 scanf 합니다. ex) 400Hz Fourier 1 times 400Hz를 만드는 것이 목적이며 푸리에 무한급수 대신 시그마 위에 제한하는 값이 1번이라는 것이다. ex) 600Hz Fourier 30 times 600Hz를 만드는 것이 목적이며 푸리에 무한급수 대신 시그마 위에 제한하는 값이 30번이라는 것이다.

푸리에 급수란?

푸리에 급수는 주기함수를 삼각함수의 가중치로 분해한 급수이다. 이때 급수의 계수는 본래 함수와 1대1 대응한다.

여기서 급수란 수열들의 합을 의미하며 더하는 항의 개수가 유한하면 유한 급수, 무한하면 무한 급수라고 한다. 그리고 앞의 정의처럼 복잡한 주기함수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

(복잡한 주기함수) = (단순한 파동 1) + (단순한 파동 2) + (단순한 파동 3) + ...

즉, 여기서 단순한 파동은 삼각함수인 것이다.

수학적으로 표현하면 다음과 같다.

$$f(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_n \cos k\omega t + b_n \sin k\omega t) \dots (1)$$

그러면 여기서 a_n , b_n 을 어떻게 구하면 되는가에 대한 답은 적분에 있다.

$$\int_0^T \sin(n\omega x) \cos(m\omega x) dx = 0 \quad \int_0^T \cos(n\omega x) \cos(m\omega x) dx = 0 \quad (n \neq m) \quad \int_0^T \sin(n\omega x) \sin(m\omega x) dx = 0 \quad (n \neq m) \\ \neq 0 \quad (n = m) \quad \neq 0 \quad (n = m)$$

(1)식을 0부터 T까지 적분한다면

$$\int_0^T f(t) dt = \int_0^T a_0 dt \quad a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt \text{ 가 나온다.}$$

(1)식에 $\cos n\omega t$ 를 곱해 0부터 T까지 적분한다면

$$\int_0^T f(t) \cos n\omega t dt = a_n \int_0^T \frac{1}{2} dt \quad a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos n\omega t dt \text{ 가 나온다.}$$

(1)식에 같은 방법으로 $\sin n\omega t$ 를 곱해 0부터 T까지 적분한다면

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin n\omega t dt \text{ 가 나온다.}$$

우리는 이런 푸리에 급수의 성질을 이용해서 $y=t$ 를 삼각함수로 수렴시킬 수 있을 것이다.

적분을 직접 해보면 a_n, b_n 은 다음과 같이 표현된다.

ex) $t=1$ 일때

$$a_n = 0 \quad (n \in \mathbb{N})$$

$$b_{2k} = 0 \quad (k \in \mathbb{N})$$

$$b_{2k-1} = \frac{4}{\pi(2k-1)} \quad (k \in \mathbb{N})$$

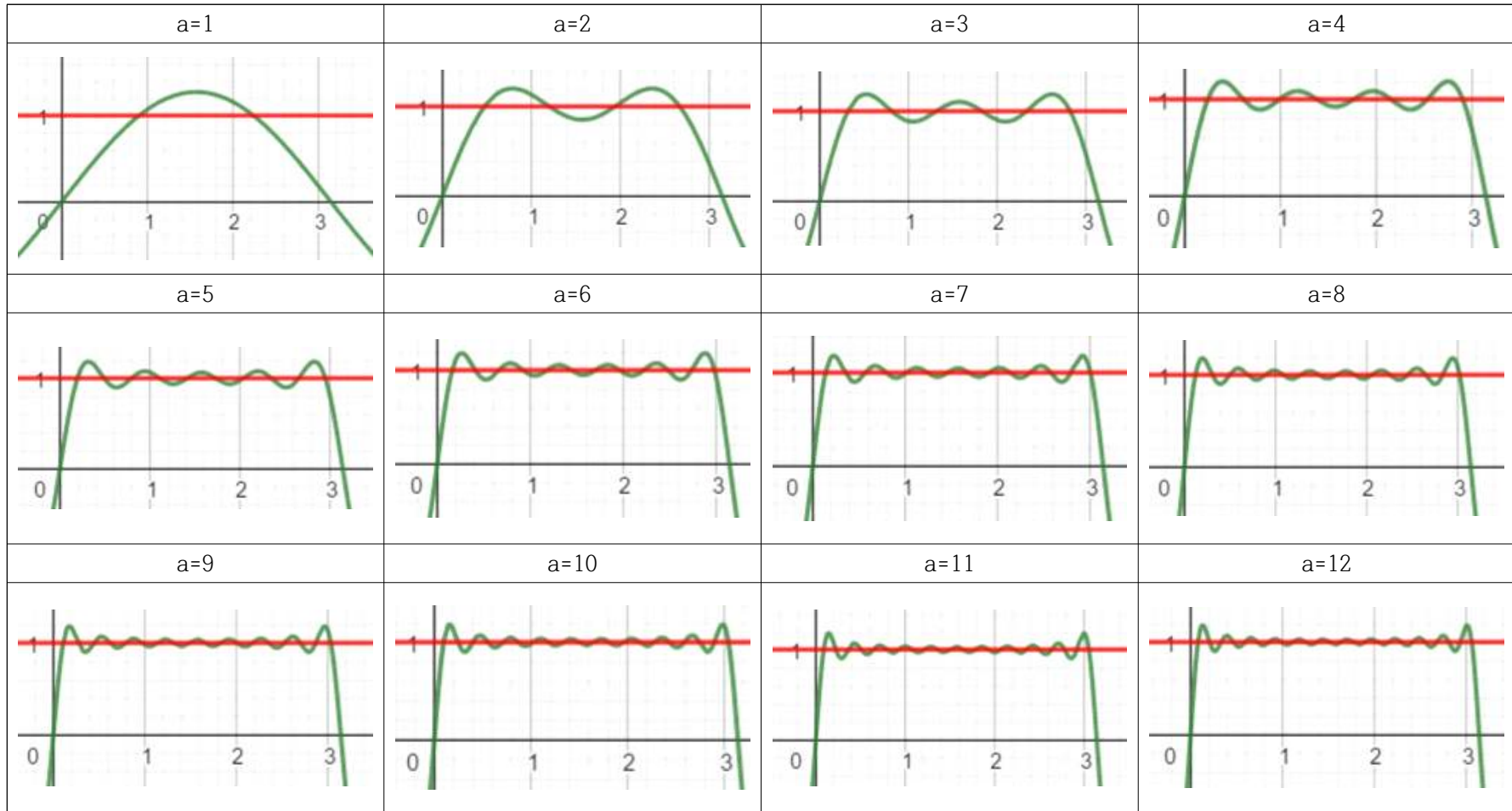
각각을 (1) 식에 넣으면 $f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{4}{\pi(2k-1)} \sin((2k-1)x)$ 다음과 같이 표현된다.

하지만 우리는 시그마 위에 무한이 아닌 임의의 수를 입력받아 그래프를 그리며 일정해지는지 소리를 통해 알아볼 것이다.

임의의 수 a 를 입력받았을 때 식은 다음과 같다 그리고 이 a 가 코드에서는 Fourier time 이 될 것이다.

$$f(x) = \sum_{k=1}^a \frac{4}{\pi(2k-1)} \sin((2k-1)x)$$

위의 이론적 배경을 한번 확인해보기 위해 geogebra로 그려보았다. (t=1으로 통일)



-참고한 예시, 내용, 출처

선생님이 주신 예시 파일에서 sin 파를 만드는 부분을 참고하였고 파일명을 만들 수 있게 하는 부분도 참고 하였다. 그리고 푸리에 급수에 대한 기본 상식을 알려주는 동영상도 참고하였다.

<https://www.youtube.com/watch?v=r6sGWTCMz2k>

- 자신이 창의적으로 만들고 구현해 본 내용

처음에는 소리 프로세싱이 아닌 그냥 C언어로 푸리에 급수의 함숫값을 쭉 구해보고 오차율이 어느정도 차이 나는지 한번 구현해보았다. 그리고 GEOGEBRA로 실제 그래프 개형을 그려보았고 6번 이상부터는 그냥 거기서 거기 라고 느끼게 되었다. 추가적으로 사운드 프로세싱을 할 때 그냥 피아노처럼 음을 scanf해서 배열로 저장하면 노래가 나오도록 구현도 해보았다.

- 만든 것의 과학/수학/정보 관점의 의미, 활용 가능성

푸리에 급수는 인터넷에 쳐보기만 해도 엄청 많은 활용가능성이 있다. 일단 첫 번째로 모든 주기함수를 이와 같은 삼각함수의 합으로 나타낼 수 있다는 점이다. 모든 소리는 나누어보면 파형이 있고 주기함수 이므로 모두 푸리에 급수로 표현할 수 있고 합친 함수도 푸리에 함수 꼴로 나타낼 수 있다는 점이다. 소리를 근사할수 있다는 점이 있는데 근사를 한다면 sin cos에 있는 계수들만 알면 그래프를 그릴 수 있으므로 소리를 저장하는 메모리도 엄청 아낄 수 있다는 장점이 있다.

- 만들면서 어려웠던 점들

처음에 이를 만들면서 적분하는거도 생소해서 많이 접근하기 어려운 점도 있었지만 더 어려웠던 거는 구간구간끼리 어떻게 부드럽게 이을수 있을지에 관한 것이다. 그냥 이을려고 했다가 구간구간마다 끊기는 현상이 발생해 어떻게 해야 이를 극복할 수 있을지 많이 생각해보았더니 그냥 각도를 0으로 초기화하지 않고 그냥 연속하게 이어지는 곡선을 그린다면 그냥 자연스럽게 나온다는 것이다. 이를 생각하는 것이 좀 어려웠다.

-만들면서 생각해보거나 시도해 본 것들

처음에 이를 만들기 위해서 일정 구간에 어떤 진동수가 나타나도록하는 함수를 만들어서 이를 자연스럽게 이을 수 있을지 고민해 보았다. 그리고 한편으로는 그냥 푸리에 급수 함수를 파형으로 하는 그래프를 만들까라는 생각도 하였는데 두 번째 방법은 소리가 너무 이상하게 나와 결국에는 첫 번째 방법대로 하였다. 그리고 이에 대해 $y=a\cos$ 이 아니라 더 어려운 초월함수를 나타내 볼까해서 시도를 해보았지만 적분 하기가 너무 까다로워서 실패하였다.[:

- 만들면서 이해하게 되거나 느낀 점들

수업하기 전에 선생님께서 주신 예시 파일들을 예습하였는데 헤더파일을 보고 왜 채널이 4개지? 양쪽으로 들으면 2개 아닌가? 그리고 1초당 군이 왜 44100번이지 ? 같은 헤더가 왜 이런 값들을 갖고 있는지 되게 궁금하였는데 이런 궁금증들이 많이 해결된거 같다. 그리고 확실히 헤더를 건드리는 거여서 전과 다르게 많이 어려웠던거 같다.

- 만들면서 가장 많은 도움을 받은 사람(친구 등등)과 도움받은 내용(출처)

다른반 학생인 최유찬의 도움을 많이 받았다. 제가 거의 코드를 다 만들었는데 결과를 재생해보니 Fourier를 한 만큼 계속 일정 간격마다 끊기는 현상이 발생하였다. 그 현상을 그 친구에게 물어 보았더니 간격마다 for문을 이용하여 결합 시켰는데 그 바뀌는 변수인 i 를 전역변수에 넣어 다른함수에서 i 가 조절되는 현상이 일어나 조금씩 바뀐다고 i 를 지역변수로 바꾸라고 알려주었더니 바로 해결되었다.

- 나는 만들지 못했지만 누군가 만들어주면 좋겠다? 라고 생각하는 주제/내용?

처음에 무엇을 만들어 볼지 많이 생각해보았는데 그냥 줌 수업을 듣는데 다른 선생님께서 하나는 마이크 용으로 하나는 태블릿으로 두 개를 수업할 때 이용하셨다. 근데 2개의 디바이스 가 모두 음소거가 모두 풀려 있어 약간 선생님이 목소리가 애코처럼 울리는 현상이 발생하였다. 이 일로 누가 애코를 구현하면 좋겠다라는 생각을 하였다.

-자신의 진로와 관련하여 사운드 처리의 활용 방법 및 의미는?

제 진로는 수학이여서 사운드는 다른거 보다는 덜 사용될거 같지만 나중에 수학깃고 앱도 만들고 싶은데 (정프에서) 그때 사운드 처리를 이용해서 음성까지 나오는 시스템을 넣는다면 충분히 진로에 도움이 많이 될 것 같습니다.

- 2학기 정보과학 2 수업을 통해서 무엇을 느꼈으며 어떤 변화를 경험했으며 어떤 것들을 배웠는지 구체적으로 작성하시오

확실히 1학기에는 기본적인것들을 배우느라 딱히 흥미가 없었고 그냥 이러면 결과가 나오는구나 싶었는데 이번 학기를 하면서 뭔가 정보를 많이 하면 내 미래에 많은 도움이 되겠구나 하는 생각을 많이 하였다. 사운드 같은 경우 전공이 수학이여서 그나마 적게 사용할거 같지만 특히 processing은 지금 제 R&E최종 보고서에 넣을 사진을 넣을 정도로 그래프를 그리거나 애니메이션을 넣을 때 활용성이 높아서 지금도 많이 사용하는 것을 보니 앞으로도 많이 사용할 거 같다는 생각을 하였다

2학기 동안 먼저 구조체에 대한 것, processing, gnuplot ,bmp 파일처리, wav 사운드 처리를 배웠다.

구조체 이서는 어떻게 해야 여러 가지 자료형을 다 모아서 한번에 저장할 수 있는지 그리고 processing은 그냥 이미지 보다는 어떻게 해야 애니메이션을 잘 구현할 수 있을지 gnuplot은 축 설정 방법, 제목 설정, 정의역 설정, 매개변수 설정 등을 배웠고 bmp는 그냥 복사, 축소, 확대 , 흑백처리 ,반전등을 배웠고 마지막 사운드 처리는 복사 붙여넣기, 헤더에 대한 이해, 평행이동, 음 합치기, 일정 주파수 sin함수 구현하기 등을 배웠다.