Tutoría 6. Series de Fourier

Wendy Gómez Ramírez
2017109745

Ejercicio 1

Dadas las siguientes funciones:

$$\varphi_0(t)=\begin{cases}1 & 0<t<1\\ 0 & \text{en el resto}\end{cases}\qquad \varphi_1(t)=\begin{cases}1 & 0<t<1/2\\ -1 & 1/2<t<1\\ 0 & \text{en el resto}\end{cases}\qquad \varphi_2(t)=\begin{cases}1 & 0<t<1/4\\ -1 & 1/4<t<\frac{1}{2}\\ 1 & 1/2<t<3/4\\ -1 & 3/4<t<1\\ 0 & \text{en el resto}\end{cases}$$

a) Demuestre que estas funciones forman un conjunto ortogonal sobre el intervalo $t\in[0,1]$.

b) ¿Es también ortonormal este conjunto? Justifique su respuesta.

c) Represente la señal $f(t)=2t$ en el intervalo $t\in[0,1]$ utilizando este conjunto de funciones.

d) Grafique la representación de $f(t)$ utilizando $\varphi_0(t)$, $\varphi_1(t)$ y $\varphi_2(t)$ como la combinación lineal obtenida en el punto c.

a)

En un conjunto ortogonal, el producto interno es cero

Por formulario:

Producto interno: $\langle u_K(t), x(t)\rangle=\int_a^b u_K^*(t)\,x(t)\,dt$

$$\langle\varphi_0(t),\varphi_1(t)\rangle=\int_0^1\varphi_0(t)\cdot\varphi_1(t)\,dt=\int_0^{1/2}1\cdot 1\,dt+\int_{1/2}^{1}1\cdot(-1)\,dt=\int_0^{1/2}dt-\int_{1/2}^{1}dt$$

$$\langle\varphi_0(t),\varphi_1(t)\rangle=(t)\Big|_0^{1/2}-(t)\Big|_{1/2}^{1}=\frac{1}{2}-\left(1-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}-1+\frac{1}{2}=0$$

$$\langle\varphi_0(t),\varphi_1(t)\rangle=0$$

como ambas funciones son reales

$$\langle\varphi_0(t),\varphi_1(t)\rangle=\langle\varphi_1(t),\varphi_0(t)\rangle$$

$$\langle\varphi_0(t),\varphi_2(t)\rangle=\int_0^1\varphi_0(t)\,\varphi_2(t)\,dt=\int_0^{1/4}1\cdot 1\,dt+\int_{1/4}^{1/2}1\cdot(-1)\,dt+\int_{1/2}^{3/4}1\cdot 1\,dt+\int_{3/4}^{1}1\cdot(-1)\,dt$$

$$\langle\varphi_0(t),\varphi_2(t)\rangle=\int_0^{1/4}dt-\int_{1/4}^{1/2}dt+\int_{1/2}^{3/4}dt-\int_{3/4}^{1}dt$$

$$\langle\varphi_0(t),\varphi_2(t)\rangle=(t)\Big|_0^{1/4}-(t)\Big|_{1/4}^{1/2}+(t)\Big|_{1/2}^{3/4}-(t)\Big|_{3/4}^{1}$$

Escaneado con CamScanner

$$\langle \phi_0(t), \phi_2(t)\rangle = \frac{1}{4} - 0 - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} - \left(1 - \frac{3}{4}\right)$$

$$\langle \phi_0(t), \phi_2(t)\rangle = \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 0$$

$$\langle \phi_0(t), \phi_2(t)\rangle = 0$$

$$\langle \phi_1(t), \phi_2(t)\rangle = \int_0^1 \phi_1(t)\cdot\phi_2(t) = \int_0^{1/4} 1\cdot 1\,dt + \int_{1/4}^{1/2} 1\cdot(-1)\,dt + \int_{1/2}^{3/4} (-1)\cdot 1\,dt + \int_{3/4}^{1} (-1)(-1)\,dt$$

$$\langle \phi_1(t), \phi_2(t)\rangle = \int_0^{1/4} dt - \int_{1/4}^{1/2} dt - \int_{1/2}^{3/4} dt + \int_{3/4}^{1} dt$$

$$\langle \phi_1(t), \phi_2(t)\rangle = (t)\Big|_0^{1/4} - (t)\Big|_{1/4}^{1/2} - (t)\Big|_{1/2}^{3/4} + (t)\Big|_{3/4}^{1}$$

$$\langle \phi_1(t), \phi_2(t)\rangle = \frac{1}{4} - 0 - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) + 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} - \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 0$$

$$\langle \phi_1(t), \phi_2(t)\rangle = 0$$

Como:

$\langle \phi_0(t), \phi_1(t)\rangle = 0$

$\langle \phi_0(t), \phi_2(t)\rangle = 0$ en $0 \leq t \leq 1$

$\langle \phi_1(t), \phi_2(t)\rangle = 0$

$\Rightarrow$ Se puede concluir que el conjunto de funciones sí es ortogonal en $t \in [0,1]$

b) Es ortonormal si: $\langle x(t), x(t)\rangle = 1 = \|x(t)\|^2$

$$\|\phi_0(t)\|^2 = \int_0^1 \phi_0(t)\cdot\phi_0(t)\,dt = \int_0^1 1\,dt = \int_0^1 dt = t\Big|_0^1 = 1$$

$$\|\phi_1(t)\|^2 = \int_0^1 \phi_1(t)\cdot\phi_1(t) = \int_0^{1/2} 1\,dt + \int_{1/2}^{1} (-1)(-1)\,dt = \int_0^{1/2} dt + \int_{1/2}^{1} dt = t\Big|_0^{1/2} + t\Big|_{1/2}^{1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$\|\phi_2(t)\|^2 = \int_0^1 \phi_2(t)\cdot\phi_2(t) = \int_0^{1/4} 1\,dt + \int_{1/4}^{1/2} 1\,dt + \int_{1/2}^{3/4} 1\,dt + \int_{3/4}^{1} 1\,dt = t\Big|_0^{1/4} + t\Big|_{1/4}^{1/2} + t\Big|_{1/2}^{3/4} + t\Big|_{3/4}^{1}$$

Escaneado con CamScanner

$$\|\phi_2(t)\|^2 = \frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4} = 1$$

Como

$\|\phi_0(t)\|^2 = 0$

$\|\phi_1(t)\|^2 = 0$

$\|\phi_2(t)\|^2 = 0$

$\Rightarrow$ El conjunto de funciones es ortonormal

c) Utilizando series de Fourier para hacer una aproximación.

$$f(t) = \sum_{K=0}^{2} C_K \, \phi_K(t)$$

Por formulario: $C_K = \dfrac{\langle u_K(t), x(t)\rangle}{\|u_K(t)\|^2}$

$\Rightarrow C_K = \dfrac{\langle \phi_K(t), f(t)\rangle}{\|\phi_K(t)\|^2}$ $\quad \|\phi_K(t)\|^2$ es 1 para todos los K

Encontrando coeficientes:

$$C_0 = \langle \phi_0(t), f(t)\rangle = \int_0^1 \phi_0(t)\cdot 2t\,dt = \int_0^1 1\cdot 2t\,dt = (t^2)\Big|_0^1 = 1$$

$$C_1 = \langle \phi_1(t), f(t)\rangle = \int_0^1 \phi_1(t)\cdot 2t\,dt = \int_0^{1/2} 1\cdot 2t\,dt + \int_{1/2}^1 -1\cdot 2t\,dt = t^2\Big|_0^{1/2} - t^2\Big|_{1/2}^1 = \frac{1}{4} - \left(1-\frac{1}{4}\right)$$

$$C_1 = \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$C_2 = \langle \phi_2(t), f(t)\rangle = \int_0^1 \phi_2(t)\cdot 2t\,dt = \int_0^{1/4} 2t\,dt - \int_{1/4}^{1/2} 2t\,dt + \int_{1/2}^{3/4} 2t\,dt - \int_{3/4}^{1} 2t\,dt$$

$$C_2 = t^2\Big|_0^{1/4} - t^2\Big|_{1/4}^{1/2} + t^2\Big|_{1/2}^{3/4} - t^2\Big|_{3/4}^{1} = \frac{1}{16} - \left(\frac{1}{4}-\frac{1}{16}\right) + \frac{9}{16} - \frac{1}{4} - \left(1 - \frac{9}{16}\right)$$

Escaneado con CamScanner

$C_2 = \frac{-1}{4}$

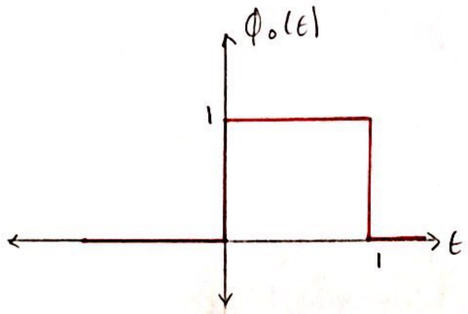
$$F(t) = C_0\,\varphi_0(t) + C_1\,\varphi_1(t) + C_2\,\varphi_2(t)$$

$$F(t) = 1 \cdot \varphi_0(t) - \frac{1}{2}\varphi_1(t) - \frac{1}{4}\varphi_2(t)$$

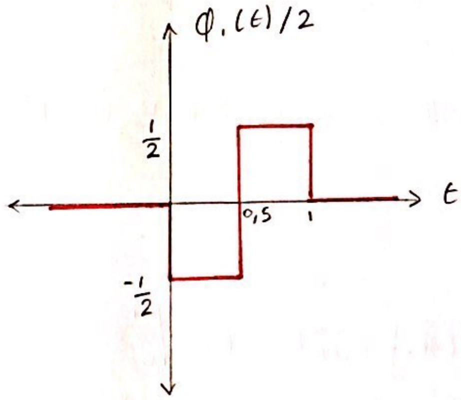
$$\boxed{F(t) = \varphi_0(t) - \frac{\varphi_1(t)}{2} - \frac{\varphi_2(t)}{4}}$$

d)

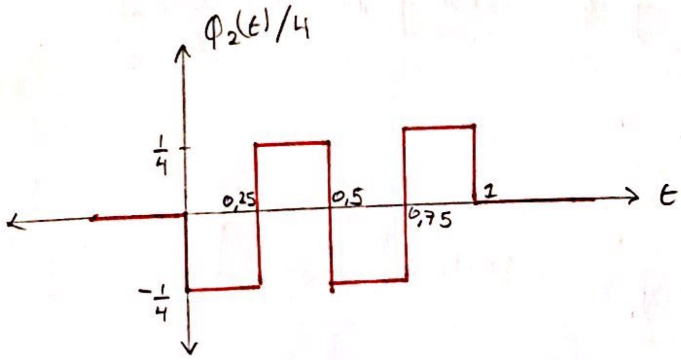
$\varphi_0(t)$:



$\frac{\varphi_1(t)}{2}$:

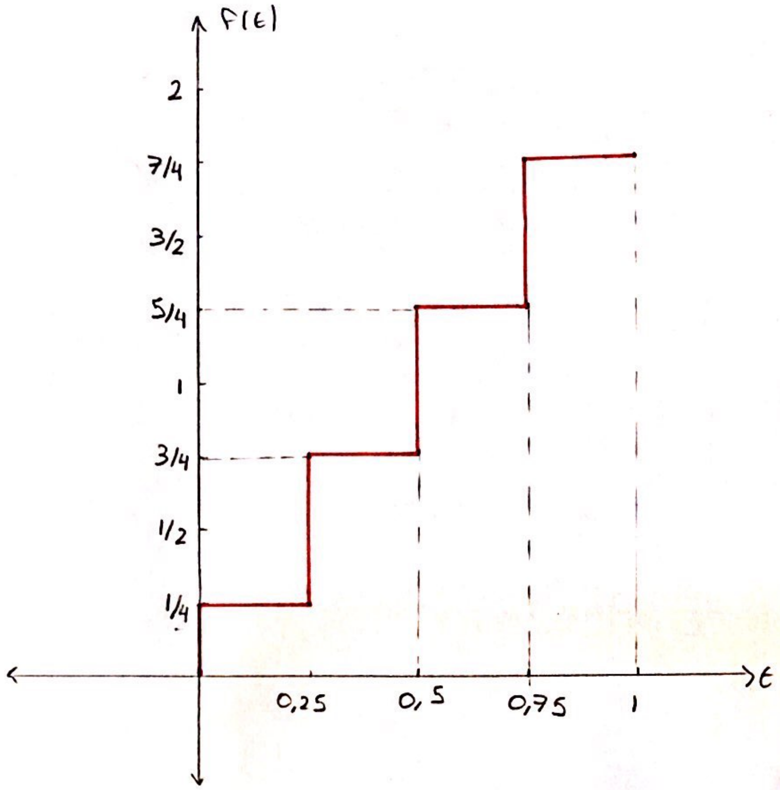


$\frac{\varphi_2(t)}{4}$:



Escaneado con CamScanner

$$f(t) = \varphi_0(t) - \frac{\varphi_1(t)}{2} - \frac{\varphi_2(t)}{4}$$



Escaneado con CamScanner

Ejercicio 2

Considere tres señales periódicas continuas cuyas representaciones en serie de Fourier sea como se muestra:

$$x_1(t) = \sum_{K=0}^{100} \left(\frac{1}{2}\right)^K e^{jK\frac{2\pi}{50}t}$$

$$x_2(t) = \sum_{K=-100}^{100} \cos(\pi K) e^{jK\frac{2\pi}{50}t}$$

$$x_3(t) = \sum_{K=-100}^{100} j\,\text{sen}\left(\frac{\pi K}{2}\right) e^{jK\frac{2\pi}{50}t}$$

Utilice las propiedades de la serie de Fourier para determinar lo siguiente:

a) ¿Cuál(es) de las tres señales es/son de valor real?

b) ¿Cuál(es) de las tres señales es/son par?

a) Para que sean de valor real se debe cumplir que $C_K = C_{-K}^*$

Por formulario, la serie exponencial se escribe como:

$$x(t) = \sum_{K=-\infty}^{\infty} C_K e^{j\omega_0 Kt}$$

Por lo tanto,

→ Para $x_1(t)$:

$$C_{K_1} = \left(\frac{1}{2}\right)^K, \quad K \in [0,100]$$

⇒ Para $K<0$ $C_{K_1} = 0$

$$C_{-K} = 0 = C_{-K}^*$$

$$C_K = C_{-K}^*$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^K \neq 0 \Rightarrow \text{No es real}$$

→ Para $x_2(t)$:

$$C_{K_2} = \cos(\pi K), \quad K \in [-100,100]$$

$$C_{-K_2} = \cos(-\pi K)$$

$$C_{-K_2}^* = \left(\cos(-\pi K)\right)^* = \cos(-\pi K)$$

Escaneado con CamScanner

Por propiedades de cosenos:

$$\cos(x) = \cos(-x)$$

$$\Rightarrow \quad C_{K_2} = C^*_{-K_2}$$

$\cos(\pi K) = \cos(\pi K) \Rightarrow$ Si es de valor real

$-100 \leq K \leq 100$

$\rightarrow$ Para $x_3(t)$

$$C_{K_3} = j\,\text{sen}\left(\frac{\pi K}{2}\right), \quad K\ [-100, 100]$$

$$C_{-K_3} = j\,\text{sen}\left(-\frac{\pi K}{2}\right)$$

$$C^*_{-K_3} = \left(j\,\text{sen}\left(-\frac{\pi K}{2}\right)\right)^* = -j\,\text{sen}\left(-\frac{\pi K}{2}\right)$$

Por propiedades de senos:

$$\text{sen}(x) = -\text{sen}(-x)$$

$$C^*_{-K_3} = j\,\text{sen}\left(\frac{\pi K}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \quad C_{K_3} = C^*_{-K_3}$$

$j\,\text{sen}\left(\frac{\pi K}{2}\right) = j\,\text{sen}\left(\frac{\pi K}{2}\right) \Rightarrow$ Si es de valor real.

$\boxed{\text{a) Las funciones de valor real son } x_2(t) \text{ y } x_3(t)}$

Escaneado con CamScanner

b) Para que una señal sea par, se tiene que cumplir que $C_K \in R$

Como solo $x_2(t)$ y $x_3(t)$ son de valor real, solo se va a trabajar con estas

como $x_1(t)$ no es de valor real, entonces no es par

→ Para $x_2(t)$.

$$C_{K_2} = \cos(\pi K) \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow x_2(t) \text{ es par}$$

→ Para $x_3(t)$:

$$C_{K_3} = j \operatorname{sen}\left(\frac{\pi K}{2}\right) \notin \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow x_3(t) \text{ no es par}$$

$\boxed{\text{b) La única señal par es } x_2(t)}$

Escaneado con CamScanner

Ejercicio 3

Para la señal periódica continua:

$$x(t) = 2 + \cos\left(\frac{2\pi}{3}t\right) + 4\,\text{sen}\left(\frac{5\pi}{3}t\right)$$

a) Determine la frecuencia fundamental ω_0.

b) Encuentre los coeficientes C_k de la serie exponencial de Fourier.

c) Indique si $x(t)$ es una señal par o impar.

a)

Por formulario, la serie de Fourier trigonométrica se escribe como:

$$x(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(\omega_0 k_1 t) + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \,\text{sen}(\omega_0 k_2 t)$$

en el coseno:

$$\cos(\omega_0 k_1 t) = \cos\left(\frac{2\pi}{3}t\right)$$

$$\omega_0 k_1 = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \omega_0 = \frac{2\pi}{3k_1}$$

en el seno

$$\text{sen}(\omega_0 k_2 t) = \text{sen}\left(\frac{5\pi}{3}t\right)$$

$$\omega_0 k_2 = \frac{5\pi}{3} \Rightarrow \omega_0 = \frac{5\pi}{3k_2}$$

Con k_1, k_2 valores enteros

Igualando ambos ω_0:

$$\frac{2\pi}{3k_1} = \frac{5\pi}{3k_2}$$

$$\frac{3k_2}{3k_1} = \frac{5\pi}{2\pi}$$

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{5}{2} \Rightarrow \left.\begin{matrix} k_2 = 5 \\ k_1 = 2 \end{matrix}\right\}$$ Debido a que tienen que ser valores enteros

Escaneado con CamScanner

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{3\cdot 2}$$

$$\boxed{\omega = \frac{\pi}{3}}$$

b) Por formulario, la serie exponencial se expresa como

$$x(t) = \sum_{K=\infty}^{\infty} C_K e^{j\omega_0 K t}$$

$$x(t) = 2 + \cos\left(\frac{2\pi}{3}t\right) + 4\,\text{sen}\left(\frac{4\pi}{3}t\right)$$

$$x(t) = 2 + \left[\frac{e^{j\frac{2\pi}{3}t} + e^{-j\frac{2\pi}{3}t}}{2}\right] + 4\left[\frac{e^{j\frac{5\pi}{3}t} - e^{-j\frac{5}{3}\pi t}}{2j}\right]$$

$$x(t) = 2 + \frac{1}{2}e^{j\frac{2\pi}{3}t} + \frac{1}{2}e^{-j\frac{2\pi}{3}t} - j2e^{j\frac{5\pi}{3}t} + 2e^{-j\frac{5}{3}\pi t}$$

$$x(t) = \underbrace{2}_{C_0} + \underbrace{\frac{1}{2}e^{j2\omega_0 t}}_{C_2} + \underbrace{\frac{1}{2}e^{-j2\omega_0 t}}_{C_{-2}} \underbrace{- j2e^{j5\omega_0 t}}_{C_5} + \underbrace{2e^{-j5\omega_0 t}}_{C_{-5}}$$

Los coeficientes son:

$C_0 = 2$	$C_5 = -2j$
$C_2 = \frac{1}{2}$	$C_{-5} = 2j$
$C_{-2} = \frac{1}{2}$	$C_K = 0 \quad K \in \{-5,-2,0,2,5\}$

c) Cos → par

Sen → impar

Al sumarse la función no es par ni impar

$\boxed{x(t) \text{ no es par ni impar}}$

Escaneado con CamScanner

Ejercicio 4

Una función está dada por:

$$x(t)=\begin{cases} t-1 & 1\le t\le 2 \\ -t+3 & 2\le t\le 3 \\ 0 \text{ en el resto} \end{cases}$$

Además se puede utilizar $x(t)$ para construir una versión periódica de la siguiente forma.

$$x_p(t)=\begin{cases} x(t) & 1\le t\le 3 \\ x(t+2n),\, n\in\mathbb{Z} \text{ en el resto} \end{cases}$$

a) Grafique $x(t)$ en el intervalo $-1\le t\le 5$

b) Grafique $x_p(t)$ en el intervalo $-3\le t\le 3$

c) Indique cómo deberían comportarse los coeficientes C_K de la serie de Fourier:

$$x_p(t) = \sum_{K=-\infty}^{\infty} C_K e^{j\omega_0 K t}$$

Considerando la naturaleza real o compleja de $x_p(t)$, su simetría o asimetría y su forma (continuidad o discontinuidad de la función y sus derivadas)

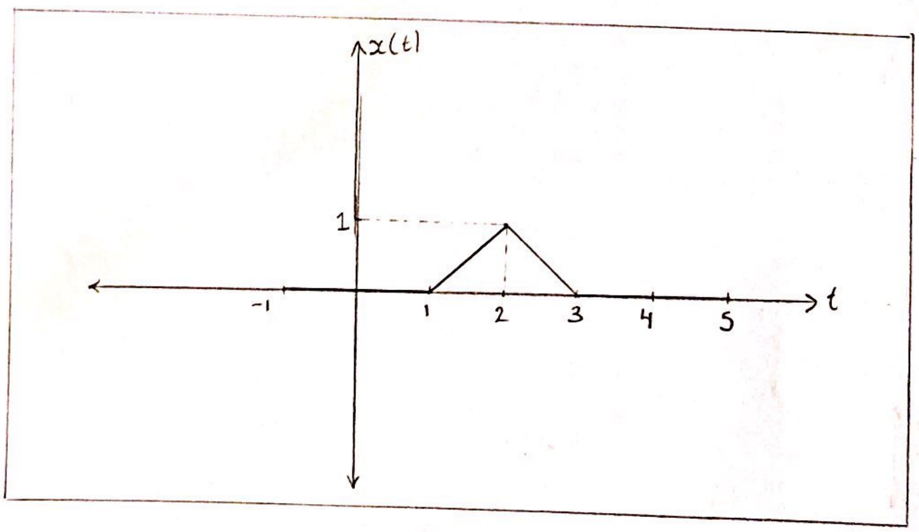
d) Calcule el valor CD de $x_p(t)$

e) Calcule los coeficientes c_K del punto c para $K\neq 0$

f) Escriba la serie de Fourier de $x_p(t)$ en sus tres versiones (exponencial, cosenoidal y trigonométrica).

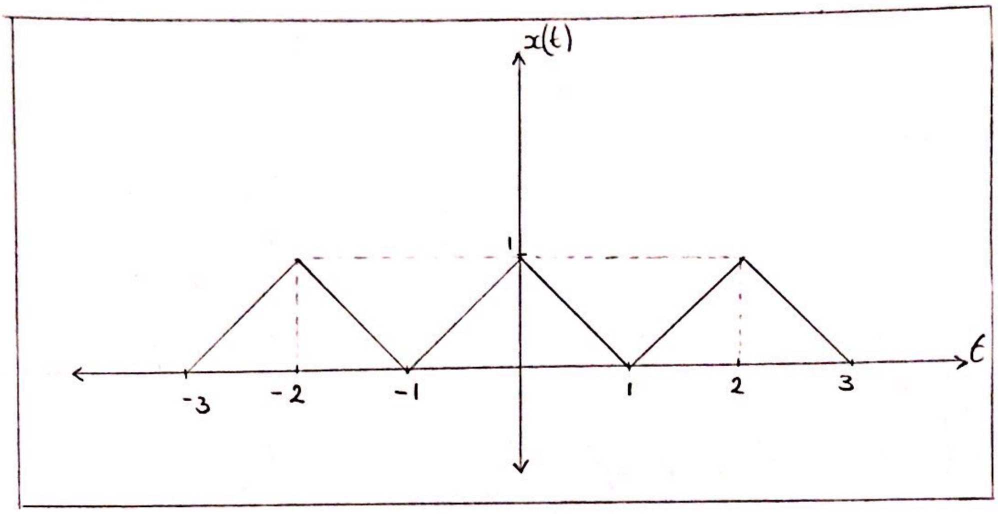
g) Para $K=0,\pm 1,\pm 2,\pm 3,\pm 4$ y ± 5 grafique el espectro de magnitud de C_K y $\tilde{C}_K$. ¿Son iguales? Justifique.

a)



Escaneado con CamScanner

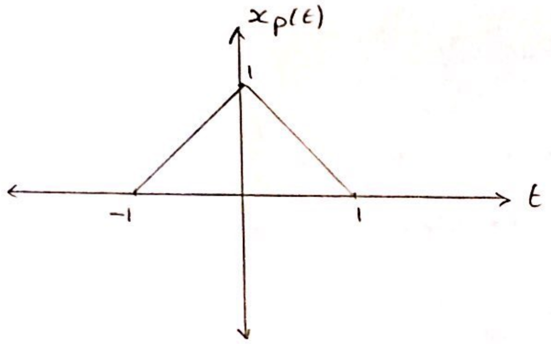
b)

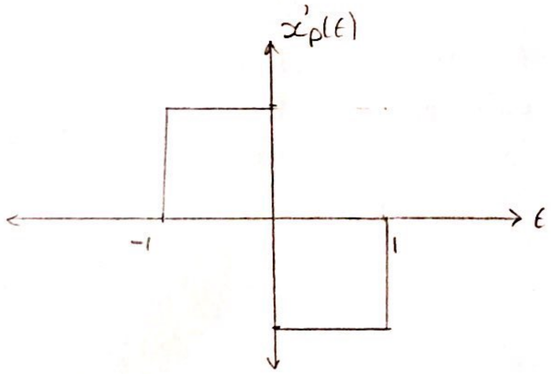


c)

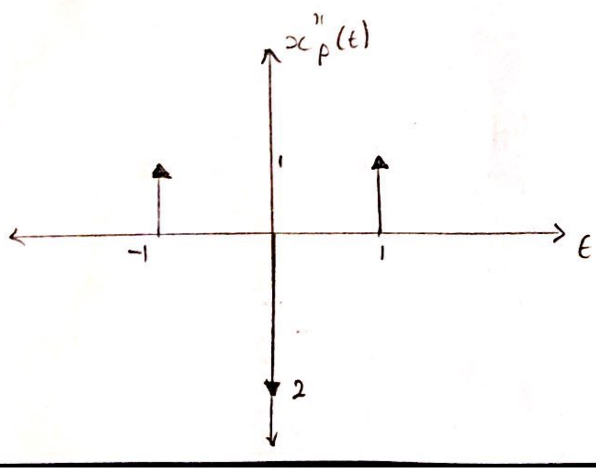
$x_p(t)$ es una funcion real, es simétrica

La funcion es par devido a que $x_p(-t) = x_p(t)$





← La primera derivada contiene una discontinuidad



Escaneado con CamScanner

→ Como la funcion es real se debe cumplir $C_K = C_{-K}^*$

→ Como la funcion es par $\Rightarrow C_K \in \mathbb{R}$

→ Como se encontro una discontinuidad en la primera derivada $\Rightarrow C_K = \frac{q(K)}{K^2}$

Comportamiento de los coeficientes

$$C_K = C_{-K}^*$$

$$C_K \in \mathbb{R}$$

$$C_K = \frac{q(K)}{K^2}$$

d) El valor C0 es

$$C_0 = \frac{1}{T_P}\int_{t_0}^{t_0+T_P} x(t)\,dt = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} x_p(t)\,dt$$

$$C_0 = \frac{1}{2}\left[\int_{-1}^{0} t+1\,dt + \int_{0}^{1} -t+1\,dt\right]$$

$$C_0 = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{t^2}{2}+t\right)\Big|_{-1}^{0} + \left(-\frac{t^2}{2}+t\right)\Big|_{0}^{1}\right]$$

$$C_0 = \frac{1}{2}\left[-\left(\frac{1}{2}-1\right) + -\frac{1}{2}+1\right] = \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}+1-\frac{1}{2}+1\right) = \frac{1}{2}(-1+2)$$

$$\boxed{C_0 = \frac{1}{2}}$$

e) $x_p(t) = \sum_{K=-\infty}^{\infty} C_K e^{jw_0Kt}$

$$C_K' = jKw_0 C_K$$

$$C_K'' = (jKw_0)C_K' = (jKw_0)^2 C_K$$

$$\Rightarrow C_K = \frac{C_K''}{(jKw_0)^2} = -\frac{C_K''}{K^2w_0^2}$$

Escaneado con CamScanner

$$x_p''(t) = \delta(t+1) - 2\delta(t) + \delta(t-1)$$

$$C_K'' = \frac{1}{T_p}\int_{t_0}^{t_0+T_p} x_p''(t)\, e^{-jK\omega_0 t}\, dt$$

$$C_K'' = \frac{1}{T}\left[\int_{-1}^{1} \delta(t+1)\, e^{-jK\omega_0 t}\, dt - 2\int_{-1}^{1} \delta(t)\, e^{-jK\omega_0 t}\, dt + \int_{-1}^{1} \delta(t-1)\, e^{-jK\omega_0 t}\, dt\right]$$

$$\int_a^b \delta(t-T)\cdot x(t)\, dt = \begin{cases} x(T) & a \leq T \leq b \\ 0 & T \notin [a,b] \end{cases}$$

$$C_K'' = \frac{1}{2}\left[e^{jK\omega_0} - 2\cdot 1 + e^{-jK\omega_0}\right]$$

$$C_K'' = -\frac{2}{2} + \frac{e^{jK\omega_0} + e^{-jK\omega_0}}{2}$$

$$C_K'' = -1 + \cos(K\omega_0)$$

→ Como $C_K = \dfrac{-C_K''}{K^2\omega_0^2}$

$$C_K = \frac{1 - \cos(K\omega_0)}{K^2\omega_0^2}$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

$$\boxed{C_K = \frac{1 - \cos(\pi K)}{K^2\pi^2}}$$

Escaneado con CamScanner

f) Forma exponencial

$$x(t) = \sum_{K=-\infty}^{\infty} C_K e^{j\omega_0 K t}$$

$$\boxed{x_p(t) = \sum_{K=-\infty}^{\infty} \left(\frac{1-\cos(K\pi)}{K^2\pi^2}\right) \cdot e^{j\pi K t}}$$

Forma cosenoidal

$$x(t) = C_0 + \sum_{K=1}^{\infty} \tilde{C}_K \cos(\omega_0 K t + \theta_K) \qquad \tilde{C}_K = 2|C_K| \,,\ \theta_K = \angle C_K \,,\ K>0$$

$$\tilde{C}_K = 2C_K = \frac{2-2\cos(K\pi)}{K^2\pi^2}$$

Como C_K es real $\Rightarrow$ $\theta_K = \angle C_K = 0$

$$\boxed{x_p(t) = \frac{1}{2} + \sum_{K=1}^{\infty} \left(\frac{2-2\cos(K\pi)}{K^2\pi^2}\right) \cos(\pi K t)}$$

Forma Trigonométrica

$$x(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{K=1}^{\infty} a_K \cos(\omega_0 K t) + \sum_{K=1}^{\infty} b_K \operatorname{sen}(\omega_0 K t)$$

$\theta_K = 0$

$$a_K = 2|C_K|\cos(\theta_K) = 2|C_K|\cos(0) = 2|C_K| \cdot 1$$

$$a_K = \tilde{C}_K = \frac{2-2\cos(K\pi)}{K^2\pi^2}$$

$$b_K = -2|C_K| \operatorname{sen}(\theta_K) = -2|C_K| \cdot \operatorname{sen}(0) = 0$$

$$\frac{1}{2}a_0 = C_0 = \frac{1}{2}$$

$$\boxed{x_p(t) = \frac{1}{2} + \sum_{K=1}^{\infty} \left(\frac{2-2\cos(K\pi)}{K^2\pi^2}\right) \cos(\pi K t)}$$

Escaneado con CamScanner

g)

$\Rightarrow$ Para $C_K = \dfrac{1-\cos(\pi K)}{K^2\pi^2}$

$K=0 \Rightarrow C_K = 0{,}5$

$K=-1 \Rightarrow C_K = 0{,}2026$

$K=1 \Rightarrow C_K = 0{,}2026$

$K=-2 \Rightarrow C_K = 0$

$K=2 \Rightarrow C_K = 0$

$K=-3 \Rightarrow C_K = 0{,}0225$

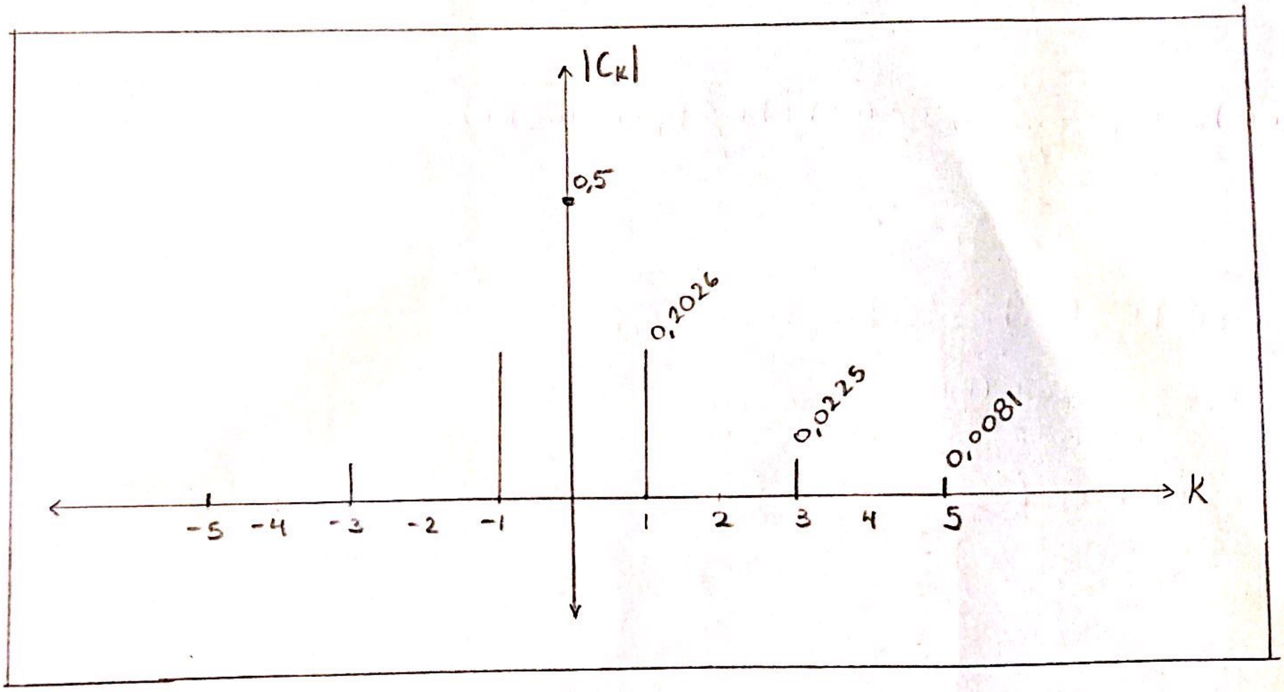
$K=3 \Rightarrow C_K = 0{,}0225$

$K=-4 \Rightarrow C_K = 0$

$K=4 \Rightarrow C_K = 0$

$K=-5 \Rightarrow C_K = 0{,}0081$

$K=5 \Rightarrow C_K = 0{,}0081$



Escaneado con CamScanner

→ Para $\tilde{C}_K = \dfrac{2-2\cos(\pi K)}{\pi^2 K^2}$

$K=0 \Rightarrow C_K = 0{,}5$

$K=-1 \Rightarrow C_K = 0$

$K=1 \Rightarrow C_K = 0{,}4052$

$K=-2 \Rightarrow C_K = 0$

$K=2 \Rightarrow C_K = 0$

$K=-3 \Rightarrow C_K = 0$

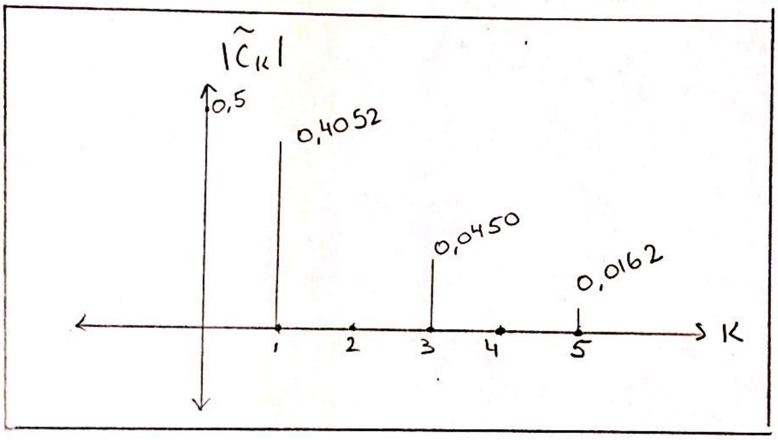
$K=3 \Rightarrow C_K = 0{,}0450$

$K=-4 \Rightarrow C_K = 0$

$K=4 \Rightarrow C_K = 0$

$K=-5 \Rightarrow C_K = 0$

$K=5 \Rightarrow C_K = 0{,}0162$



Ambos espectros son distintos.
En $\tilde{C}_K$ todos los valores negativos dan cero debido a que así es como está definida la serie.
Los valores de $\tilde{C}_K$ con $K>0$ son el doble de C_K, debido a que el espectro de los negativos se suma a los positivos en $\tilde{C}_K$