Instituto Tecnológico de Costa Rica **II Semestre 2016**
Escuela de Ingeniería Electrónica
EL-4701 Modelos de Sistemas
Profesor: Ing. José Miguel Barboza Retana

TUTORÍA 9. Transformada de Laplace y Sistemas LTI.

Tutor: Anthony Vega Padilla

- **Ejercicio #1.** La función de transferencia de un sistema estable es:

$$H(s) = \frac{2s}{s^2 - 4}$$

¿Cuál es la respuesta al impulso del sistema?

- **Ejercicio #2.** Se conocen los siguientes datos de una señal $x(t)$ con transformada de Laplace $X(s)$:

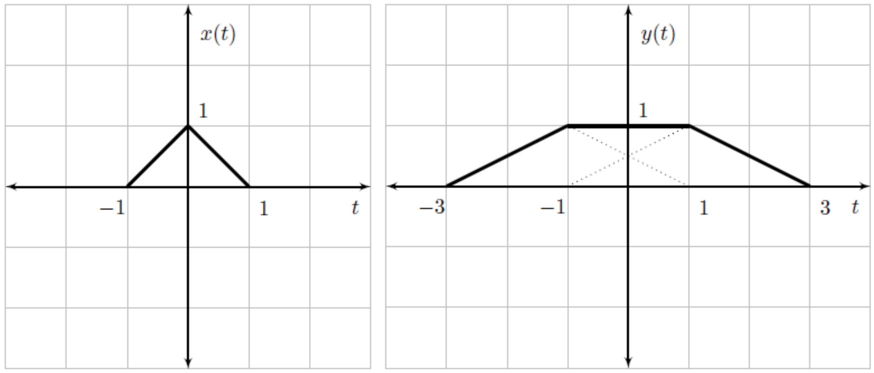
a) $x(t)$ es real y par.
b) $X(s)$ tiene 4 polos y ningún cero en el plano finito s.
c) $X(s)$ tiene un polo en $s = \sqrt{2}e^{j\frac{\pi}{4}}$
d) $X(0) = 1$

Encuentre la expresión para $X(s)$ y su respectiva ROC.

- **Ejercicio #3.** Sea $x(t)$ el impulso triangular definido como:

$$x(t) = \begin{cases} t+1 & -1 \leq t \leq 0 \\ -t+1 & 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & en\ el\ resto \end{cases}$$

En este ejercicio se deberá encontrar la transformada de Laplace de la función $y(t)$ mostrada en la siguiente figura, a partir de la transformada de Laplace de $x(t)$.



a) Exprese la función $y(t)$ como una suma de dos términos $\alpha x(kt+\tau)$, donde α, k, $\tau \in \mathbb{R}$.

b) Se conoce que la transformada de Laplace de $x(t)$ es:

$$\mathcal{L}\{x(t)\} = X(s) = \frac{e^{s} + e^{-s} - 2}{s^2} = \frac{2\cosh(s) - 2}{s^2}$$

Utilice las propiedades de la transformada de Laplace para encontrar $Y(s) = \mathcal{L}\{y(t)\}$.

- **Ejercicio #4.** Un sistema LTI causal en reposo, se rige por la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{d^2}{dt^2}y(t) - 2\alpha\frac{d}{dt}y(t) + (\alpha^2+1)y(t) = \frac{d}{dt}x(t)$$

Con $\alpha \in \mathbb{R}$.

a) Encuentre la función de transferencia del sistema $H(s)$.

b) Grafique el diagrama de polos y ceros del sistema. Indique en el diagrama la región de convergencia correspondiente.

c) Indique el rango de valores de α para los cuales el sistema es estable.

d) Encuentre la respuesta al impulso $h(t)$ del sistema.

e) Si al sistema se le introduce la señal $x(t) = \delta(t) + [(\alpha^2+1)t - 2\alpha]u(t)$, encuentre la respuesta $y(t)$ del sistema a dicha entrada.

- **Ejercicio #5.** La siguiente ecuación diferencial:

$$y(t) = \frac{d^2}{dt^2}y(t) - 2\frac{d}{dt}x(t)$$

Caracteriza a un sistema LTI en tiempo continuo con respuesta al impulso $h(t)$ y función de transferencia $H(s)$, con entrada $x(t)$ y salida $y(t)$.

a) Encuentre la función de transferencia $H(s)$ del sistema, indique su región de convergencia si se sabe que el sistema es causal.

b) Grafique el diagrama de polos y ceros de $H(s)$ en el plano s.

c) ¿El sistema caracterizado por $H(s)$ es estable? Justifique.

d) A la salida del sistema se coloca en cascada otro sistema caracterizado por la función de transferencia:

$$G(s) = \frac{s-1}{2s}\ , \quad ROC: |\sigma| > 0$$

¿Cuál es la función de transferencia del sistema total $Q(s)$ compuesto por los dos subsistemas en cascada $H(s)$ y $G(s)$? Grafique el diagrama de polos y ceros del sistema $Q(s)$ con su correspondiente región de convergencia.

e) Encuentre la respuesta al impulso $q(t)$ del sistema $Q(s)$.