**Profesor: Ing. Jaime Mora** 

Elaborado por: Ing. José Miguel Barboza Retana

## Práctica Semana 12 y 13 Transformada de Laplace.

- Resuelva los siguientes problemas relacionados con la transformada de Laplace, resolución de ecuaciones diferenciales y el análisis de sistemas LTI:
  - 1) Encuentre la transformada de Laplace para cada una de las siguientes señales. Para cada caso, indique su respectiva ROC.
    - a)  $x(t) = 3e^{-2t}u(t) 2e^{-t}u(t)$ .
    - b)  $x(t) = 2u(t) + e^{-t}\cos(t)u(t)$
    - c)  $x(t) = \delta(t) \frac{4}{3}e^{-t}u(t) + \frac{1}{3}e^{2t}u(t)$
  - 2) Utilizando expansión en fracciones parciales, determine la transformada inversa de Laplace de la siguiente expresión:

$$X(s) = \frac{2s^2 + 5s + 5}{(s+1)^2(s+2)}, \ \sigma > -1$$

3) Determine la causalidad del sistema descrito por la siguiente función de transferencia:

$$X(s) = \frac{e^s}{s+1}, \qquad \sigma > -1$$

4) Determine la función de transferencia del sistema descrito por las siguientes ecuaciones y determine la estabilidad del mismo. Encuentre la ecuación diferencial característica del sistema.

$$x(t) = e^{-3t}u(t)$$

$$y(t) = [e^{-t} - e^{-2t}]u(t)$$

- 5) Suponga que se conoce la siguiente información sobre un sistema LTI:
  - a) El sistema es causal

- b) La función de transferencia es racional y sólo tiene 2 polos, en s=-2 y en s=4.
- c) Si x(t) = 1 entonces y(t) = 0.
- d) El valor de la respuesta al impulso en  $t = 0^+$  es 4.

Encuentre una expresión para la función de transferencia del sistema.

- 6) Considere un sistema estable y causal con respuesta al impulso h(t) y función de transferencia H(s). Suponga que H(s) es racional, contiene un polo s=-2 y no tiene un cero en el origen. La localización de los demás polos y ceros se desconoce. Para cada uno de los siguientes enunciados determine son: definitivamente válido, definitivamente falso o si no hay información suficiente para averiguar la validez.
  - a)  $\mathcal{F}\{h(t)e^{-3t}\}$  converge.
  - b)  $\int_{-\infty}^{+\infty} h(t)dt = 0.$
  - c) th(t) es la respuesta al impulso de un sistema causal y estable.
  - d)  $\frac{d}{dt}h(t)$  contiene al menos un polo en su transformada de Laplace.
  - e) h(t) tiene una duración finita.
  - f) H(s) = H(-s).
  - g)  $\lim_{s\to\infty} H(s) = 2$ .
- 7) Resuelva la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + 6\frac{d}{dt}x(t) + 9x(t) = \sin(t), \quad (t \ge 0)$$

Sujeta a las condiciones iniciales x = 0 y  $\frac{dx}{dt} = 0$  en t = 0.

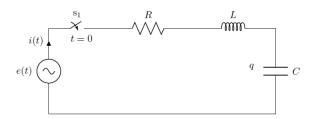
8) Resuelva la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{d^3}{dt^3}x(t) + 5\frac{d^2}{dt^2}x(t) + 17\frac{d}{dt}x(t) + 13x(t) = 1, \quad (t \ge 0)$$

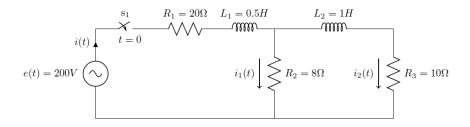
Sujeta a las condiciones iniciales  $x = \frac{dx}{dt} = 1$  y  $\frac{d^2x}{dt^2} = 0$  en t = 0.

9) El circuito RLC de la siguiente figura está conformado por una resistencia R, un condensador C, un inductor L y una fuente de tensión e(t) conectados en serie.

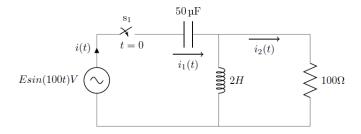
Antes de cerrar el interruptor  $s_1$  en el tiempo t=0, tanto la carga en el condensador como la corriente del circuito son cero. Determine la carga q(t) en el condensador y la corriente resultante i(t) en el circuito en el tiempo t. Considere que:  $R=160\Omega$ , L=1H,  $C=10^{-4}F$  y e(t)=20V.



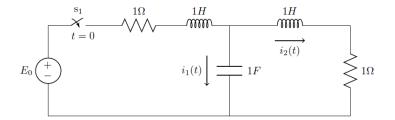
10) En la red mostrada en la siguiente figura no hay flujo de corriente en ninguno de los lazos antes del cierre de  $s_1$  en el tiempo t=0. Deduzca las expresiones para  $i_1(t)$  e  $i_2(t)$  para todo tiempo t.



11) Utilizando la transformada de Laplace encuentre las transformadas  $I_1(s)$  e  $I_2(s)$  de las respectivas corrientes mostradas en el siguiente circuito. Después determine  $i_2(t)$  si se sabe que  $i_1(0) = i_2(0) = q_1(0) = 0$ .



12) En el circuito de la siguiente figura no hay energía almacenada (esto es, no hay carga en los condensadores ni corriente fluyendo en los inductores) antes de cerrar  $s_1$  en el tiempo t=0. Determine  $i_1(t)$  para t>0 para una tensión constante aplicada  $E_0=10V$ .



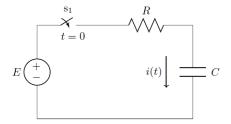
13) La respuesta x(t) de un sistema a una función de fuerza u(t) está determinada por la ecuación diferencial:

$$9\frac{d^2}{dt^2}x(t) + 12\frac{d}{dt}x(t) + 13x(t) = 2\frac{d}{dt}u(t) + 3u(t)$$

- a) Determine la función de transferencia del sistema. (Suponga todas las condiciones iniciales iguales a cero)
- b) ¿Cuál es la ecuación característica del sistema? ¿Cuál es el orden del sistema?
- c) Grafique el diagrama de polos y ceros del sistema.
- 14) Determine la respuesta al impulso del sistema lineal cuya respuesta x(t) a una entrada u(t) está determinada por la ecuación diferencia:

$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + 5\frac{d}{dt}x(t) + 6x(t) = 5u(t)$$

15) El circuito de la siguiente figura está formado por una resistencia R y un condensador C conectados en serie a una fuente de tensión constante E. Antes de cerrar el interruptor en el tiempo t=0, tanto la carga del condensador como la corriente resultante en el circuito son cero. Determine la corriente i(t) en el circuito para el tiempo t después de cerrar el interruptor. Verifique el valor de i(t) justo en el instante después de cerrar el interruptor utilizando el teorema del valor inicial.



- 16) Determine cuál o cuáles de las siguientes funciones de transferencia representan un sistema estable.
  - a)  $\frac{s-1}{(s+2)(s^2+4)}$
  - b)  $\frac{(s+2)(s-2)}{(s+1)(s-1)(s+4)}$
  - c)  $\frac{s-1}{(s+2)(s+4)}$
  - d)  $\frac{6}{(s^2+s+1)(s+1)^2}$
  - e)  $\frac{5(s+10)}{(s+5)(s^2-s+10)}$
- 17) Verifique el teorema del valor inicial para las siguientes funciones:
  - a)  $2 3\cos(t)$
  - b)  $(3t-1)^2$
  - c)  $t + 3\sin(2t)$
- 18) Verifique el teorema del valor final para las siguientes funciones:
  - a)  $1 + 3e^{-t}\sin(2t)$
  - b)  $t^2e^{-2t}$
  - c)  $3 2e^{-3t} + e^{-t}\cos(2t)$
- 19) Encuentre la transformada de Laplace de:
  - a)  $x(t) = \cos(at) u(t)$
  - b)  $x(t) = \sin(at) u(t)$
  - c)  $x(t) = \operatorname{sa}(t)$
  - d)  $x(t) = \operatorname{sa}(at) u(t)$
- 20) Encuentre las regiones de convergencia de las transformadas de Laplace de las siguientes funciones:
  - a)  $e^{-3t}u(t)$
  - b)  $e^{-3t}u(-t+3)u(t+3)$
  - c)  $e^{-3|t|}$
  - d)  $e^{-3t}u(-t)$
  - e)  $e^{-et}$
  - f)  $e^{-3|t|}u(-t)$
- 21) Dada la señal:

$$x(t) = e^{-3t}u(t-1)$$

Encuentre su transformada de Laplace X(s) y su región de convergencia. Además, si:

$$g(t) = Ae^{-3t}u(-t - t_0)$$

Entonces encuentre los valores de A y  $t_0$  para los cuales la expresión algebraica de  $G(s) = \mathcal{L}\{g(t)\} = X(s)$ . Indique la región de convergencia de G(s).

22) Dada la señal:

$$x(t) = e^{-3t}u(t) + e^{-\beta t}u(t)$$

Encuentre su transformada de Laplace y los valores de  $\beta \in \mathbb{C}$  necesarios para que la región de convergencia de X(s) sea  $\sigma > -1$ .

23) Encuentre los polos y región de convergencia de la transformada de Laplace de la función:

$$x(t) = e^t \sin(2t) u(-t)$$

24) Grafique las funciones:

- a)  $e^{at}u(t)$ , a > 0
- b)  $e^{at}u(t), a < 0$
- c)  $e^{-at}u(t), a > 0$
- d)  $e^{-at}u(t)$ , a < 0
- e)  $e^{at}u(-t), a > 0$
- f)  $e^{at}u(-t)$ , a < 0
- g)  $e^{-at}u(-t), a > 0$
- h)  $e^{-at}u(-t)$ , a < 0
- 25) Encuentre la transformada de Laplace de la función  $x(t) = x_1(t) x_2(t)$  si se conoce lo siguiente:

$$X_1(s) = \frac{1}{s+1} \quad ROC: \ \sigma > -1$$

$$X_2(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)} \quad ROC: \ \sigma > -1$$

26) Encuentre la transformada de Laplace de  $x(t) = x_1(t) - x_2(t)$  si se conoce los siguiente:

$$x_1(t) = e^{at}u(t)$$
  
$$x_2(t) = -e^{-at}u(-t)$$

Considere  $a \in \mathbb{R}$ .

- 27) Utilice la propiedad de desplazamiento en s para encontrar la transformada de Laplace de  $x(t)\cos(\omega_0 t)$  si  $\mathcal{L}\{x(t)\}=X(s)$ .
- 28) Encuentre el número y la ubicación de los polos y ceros, finitos e infinitos, de las siguientes expresiones algebraicas de transformadas de Laplace:
  - a)  $\frac{1}{s+1} + \frac{1}{s+3}$
  - b)  $\frac{s+1}{s^2-1}$
  - c)  $\frac{s^3-1}{s^2+s}$
- 29) Se sabe que una señal x(t) es absolutamente integrable, y su transformada de Laplace tiene un polo en s=2. Indique cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas o falsas, y las razones para ello.
  - a) x(t) es de duración finita.
  - b) x(t) puede ser izquierda.
  - c) x(t) puede ser derecha.
  - d) x(t) puede ser bilateral.
- 30) ¿Cuántas señales pueden tener una transformada de Laplace con la siguiente expresión algebraica?

$$X(s) = \frac{(s-1)}{(s+2)(s+3)(s^2+s+1)}$$

- 31) Si x(t) es una función cuya transformada de Laplace es racional con exactamente dos polos en s=-1 y s=-3. Se sabe que para otra función  $g(t)=e^{2t}x(t)$  existe su transformada de Fourier  $G(j\omega)$ . Indique si x(t) es izquierda, derecha o bilateral.
- 32) Calcule la transformada inversa de Laplace tanto con la integral de Bromwich como por medio de la descomposición en fracciones parciales de:

$$X(s) = \frac{2(s+2)}{s^2 + 7s + 12}$$
 ROC:  $\sigma > -3$ 

- 33) Para una señal x(t) se conoce que:
  - 1) x(t) = 0 para todo t > 0
  - 2) x(k/10) = 0 para  $k \in \mathbb{N}^+$
  - 3)  $x(1/20) = e^{-15}$

Indique cuáles enunciados son congruentes con la información proporcionada para x(t), si X(s) es su transformada de Laplace y se sabe que X(s) es racional:

- a) X(s) tiene un solo polo finito.
- b) X(s) tiene un solo par de polos finitos.
- c) X(s) tiene más de dos polos finitos.
- 34) Para una señal:

$$g(t) = x(t) + ax(-t)$$

Con  $x(t) = \beta e^{-t}u(t)$ , se sabe que su transformada de Laplace es:

$$G(s) = \frac{s}{s^2 - 1}$$
  $(-1 < \sigma < 1)$ 

Determine los valores válidos de las constantes  $\alpha$  y  $\beta$ .

- 35) Se conoce lo siguiente sobre la señal x(t) con transformada de Laplace X(s):
  - a) x(t) es real y par.
  - b) X(s) tiene cuatro polos y ningún cero en el plano finito s.
  - c) X(s) tiene un polo en  $s = \sqrt{2}e^{-j\frac{\pi}{4}}$
  - d)  $\int_{-\infty}^{\infty} x(t)dt = 1$

Encuentre la expresión para X(s) y su respectiva ROC.

36) Dado el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales de dos señales derechas x(t) y y(t):

$$\frac{d}{dt}x(t) = -2y(t) + \delta(t)$$
$$\frac{d}{dt}y(t) = 2x(t)$$

Encuentre X(s) y Y(s) con sus regiones de convergencia. Encuentre además las soluciones en el dominio del tiempo x(t) y y(t).

37) Un sistema LTI causal está descrito por la relación de su salida y(t) respecto a su entrada x(t) a partir de la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{d^3}{dt^3}y(t) + (1+a)\frac{d^2}{dt^2}y(t) + a(a+1)\frac{d}{dt}y(t) + a^2y(t) = x(t)$$

- a) Determine para qué valores de  $\alpha$  el sistema es estable.
- b) Si la señal g(t) se define como:

$$g(t) = \frac{d}{dt}h(t) + h(t)$$

Indique cuántos polos tiene su transformada de Laplace G(s).

- 38) Analice la existencia de la transformada de Laplace bilateral de las funciones:
  - a) x(t) = 1
  - b)  $x(t) = \sin(\omega t)$
  - c)  $x(t) = \cos(\omega t)$
- 39) Sean las siguientes funciones:

$$x_1(t) = e^{-at}u(t)$$
  
$$x_2(t) = e^{-2a(t+1)}u(t+1)$$

Con  $a \in \mathbb{R}$ , a > 0.

- a) Determine las transformadas bilateral y unilateral de  $x_1(t)$  y  $x_2(t)$ .
- b) Calcule la transformada bilateral inversa del producto  $\mathcal{L}_b\{x_1(t)\}\mathcal{L}_b\{x_2(t)\}$  para encontrar  $g(t)=x_1(t)*x_2(t)$ .
- c) Calcule la transformada unilateral inversa del producto  $\mathcal{L}_u\{x_1(t)\}\mathcal{L}_u\{x_2(t)\}$  y compare con el resultado obtenido para g(t).
- 40) Encuentre la transformada unilateral de Laplace para:
  - a)  $x(t) = e^{-2t}u(t+1)$
  - b)  $x(t) = \delta(t+1) + \delta(t) + e^{-2(t+3)}u(t+1)$
  - c)  $x(t) = e^{-2t}u(t) + e^{-4t}u(t)$
- 41) Resuelva utilizando la transformada unilateral de Laplace la ecuación diferencial:

$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + 4\frac{d}{dt}x(t) + 5x(t) = 8\cos(t)$$
 Si  $x(t) = \frac{d}{dt}x(t) = 0$  en  $t = 0$ .

- 42) Determine la transformada de Laplace, la región de convergencia asociada y el diagrama de polos y ceros para cada una de las siguientes funciones:
  - a)  $x(t) = e^{-2t}u(t) + e^{-3t}u(t)$
  - b)  $x(t) = e^{-4t}u(t) + e^{-5t}\sin(5t)u(t)$
  - c)  $x(t) = e^{2t}u(-t) + e^{3t}u(-t)$
  - d)  $x(t) = te^{2|t|}$

e) 
$$x(t) = |t|e^{-2|t|}$$

$$f) \quad x(t) = |t|e^{2t}u(-t)$$

g) 
$$x(t) = \begin{cases} 1 & 0 \le t \le 1 \\ 0 & en el \ resto \end{cases}$$

f) 
$$x(t) = |t|e^{-t}$$
  
f)  $x(t) = |t|e^{2t}u(-t)$   
g)  $x(t) = \begin{cases} 1 & 0 \le t \le 1 \\ 0 & en \ el \ resto \end{cases}$   
h)  $x(t) = \begin{cases} t & 0 \le t \le 1 \\ 2 - t & 1 \le t \le 2 \end{cases}$ 

i) 
$$x(t) = \delta(t) + u(t)$$

$$j) \quad x(t) = \delta(3t) + u(3t)$$

43) Determine la función en el tiempo x(t) para cada una de las transformadas de Laplace y sus regiones asociadas:

a) 
$$\frac{1}{s^2+9} \sigma > 0$$

b) 
$$\frac{3}{s^2+9} \sigma < 0$$

c) 
$$\frac{s+1}{(s+1)^2+9}$$
  $\sigma < -1$ 

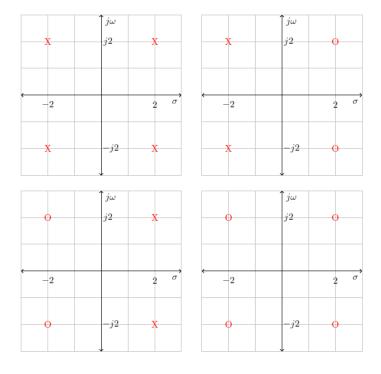
d) 
$$\frac{s+2}{s^2+7s+12}$$
  $-4 < \sigma < -3$ 

Laplace y sus regiones asocial
a) 
$$\frac{1}{s^2+9} \sigma > 0$$
b)  $\frac{s}{s^2+9} \sigma < 0$ 
c)  $\frac{s+1}{(s+1)^2+9} \sigma < -1$ 
d)  $\frac{s+2}{s^2+7s+12} -4 < \sigma < -3$ 
e)  $\frac{s+1}{s^2+5s+6} -3 < \sigma < -2$ 
f)  $\frac{(s+1)^2}{s^2-s+1} \sigma > \frac{1}{2}$ 
g)  $\frac{s^2-s+1}{(s+1)^2} \sigma > -1$ 

f) 
$$\frac{(s+1)^2}{s^2-s+1} \sigma > \frac{1}{2}$$

g) 
$$\frac{s^2-s+1}{(s+1)^2} \sigma > -1$$

- 44) Para cada uno de los siguientes enunciados acerca de x(t), y para cada uno de los cuatro diagramas de polos y ceros de la figura, determine la restricción correspondiente de la ROC.
  - a)  $x(t)e^{-3t}$  es absolutamente integrable.
  - b)  $x(t) * (e^{-t}u(t))$  es absolutamente integrable.
  - c) x(t) = 0, t > 1
  - d) x(t) = 0, t < -1



45) Considere una señal y(t) la cual está relacionada con dos señales  $x_1(t)$  y  $x_2(t)$ mediante:

$$y(t) = x_1(t-2) * x_2(-t+3)$$

Donde:

$$x_1(t) = e^{-2t}u(t)$$
  
 $x_2(t) = e^{-3t}u(t)$ 

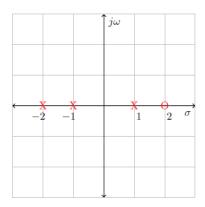
$$x_2(t) = e^{-3t}u(t)$$

Utilice las propiedades de la transformada de Laplace para encontrar Y(s).

- 46) Se conocen los siguientes datos acerca de la señal x(t) con transformada de Laplace X(s):
  - a) X(s) tiene exactamente dos polos.
  - b) X(s) no tiene ceros en el plano s finito.
  - c) X(s) tiene un polo en s = -1 + j.
  - d)  $e^{2t}x(t)$  no es absolutamente integrable.
  - e) X(0) = 8

Determine X(s) y especifique su respectiva ROC.

47) Considere un sistema LTI cuya función de transferencia H(s) presenta el siguiente diagrama de polos y ceros.



- a) Indique todas las ROC posibles que se pueden asociar a ese diagrama.
- b) Para cada una de las regiones identificadas en a), indique si el sistema asociado es estable y/o causal.
- 48) Considere un sistema LTI con entrada  $x(t) = e^{-t}u(t)$  y respuesta al impulse  $x(t) = e^{-2t}u(t)$ .
  - a) Determine las transformadas de Laplace de x(t) y h(t).
  - b) Usando la propiedad de convolución, determine la transformada de Laplace Y(s) de la salida y(t).
  - c) A partir del resultado obtenido en b), determine y(t).
  - d) Verifique el resultado de b) realizando convolución explícita de x(t) y h(t).
- 49) Un medidor de presión que se puede modelar como un sistema LTI, presenta la respuesta en tiempo a una entrada escalón unitario dada por  $(1-e^{-t}-te^{-t})u(t)$ . Para cierta entrada x(t) se observa que la salida es  $(2-3e^{-t}+e^{-3t})u(t)$ . Para esta medición observada, determine la verdadera presión de entrada al medidor como una función del tiempo.
- 50) Considere un sistema LTI continuo en el cual la entrada x(t) y la salida y(t) están relacionadas por la ecuación diferencial:

$$\frac{d^2}{dt^2}y(t) - \frac{d}{dt}y(t) - 2y(t) = x(t)$$

Sean X(s) y Y(s) las transformadas de Laplace de x(t) y y(t) respectivamente, y sea H(s) la transformada de Laplace de h(t), la respuesta el impulso del sistema.

- a) Determine H(s) y dibuje su diagrama de polos y ceros.
- b) Determine h(t) para cada uno de los tres siguientes casos:
  - b.1) Sistema estable.
  - b.2) Sistema causal.
  - b.3) Sistema ni causal ni estable.

51) La función de transferencia de un sistema LTI causal es:

$$H(s) = \frac{s+1}{s^2 + 2s + 2}$$

Determine la respuesta y(t) cuando la entrada es:  $x(t) = e^{-|t|} - \infty < t < \infty$ .

- 52) Suponga que se conoce la siguiente información acerca de un sistema LTI causal y estable con respuesta al impulso h(t) y una función racional H(s) del sistema:
  - a) H(1) = 0.2
  - b) Cuando la entrada es u(t), la salida no es absolutamente integrable.
  - c) Cuando la entrada es tu(t), la salida no es absolutamente integrable.
  - d) La señal  $\frac{d^2}{dt^2}h(t) + 2\frac{d}{dt}h(t) + 2h(t)$  es de duración finita.
  - e) H(s) tiene exactamente un cero en el infinito.

Determine H(s) y su región de convergencia.

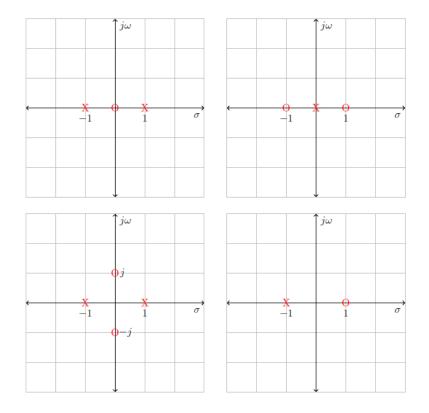
53) Considere un sistema caracterizado por la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{d^3}{dt^3}y(t) + 6\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 11\frac{d}{dt}y(t) + 6y(t) = x(t)$$

- a) Determine la respuesta de estado cero de este sistema para la entrada  $x(t)=e^{-4t}u(t)$ .
- b) Determine la respuesta de estado cero de este sistema para  $t>0^-$ , dado que:

$$y(0^{-}) = 1,$$
  $\frac{d}{dt}y(t)\Big|_{t=0^{-}} = -1,$   $\frac{d^{2}}{dt^{2}}y(t)\Big|_{t=0^{-}} = 1$ 

- c) Determine la salida cuando la entrada es  $x(t) = e^{-4t}u(t)$  y las condiciones iniciales son las mismas que en el punto b).
- 54) Determine cuál, si lo hubiera, de los diagramas de polos y ceros en la siguiente figura podría corresponder a una función par en el tiempo. Para aquellos que sí pudieran, indique la ROC requerida.



- 55) Sea h(t) la respuesta al impulso de un sistema LTI causal estable con función de transferencia racional.
  - a) ¿El sistema con respuesta al impulso  $\frac{d}{dt}h(t)$  garantiza ser causal y estable?
  - b) ¿El sistema con respuesta al impulso  $\int_{-\infty}^t h(\tau) \, d\tau$  garantiza ser causal e inestable?
- 56) Sea x(t) la señal muestreada especificada como:

$$x(t) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-nT} \delta(t - nT)$$

Donde T > 0.

- a) Determine X(s), incluyendo su región de convergencia.
- b) Dibuje el diagrama de polos y ceros para X(s).
- 57) Considere el sistema LTI mostrado en la siguiente figura, del cual se proporciona la siguiente información:

$$X(s) = \frac{s+2}{s-2}$$
$$x(t) = 0, \quad t > 0$$

$$y(t) = -\frac{2}{3}e^{2t}u(-t) + \frac{1}{3}e^{-t}u(t)$$

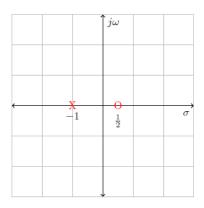
- a) Determine H(s) y su respectiva ROC.
- b) Determine h(t).
- 58) La señal:

$$y(t) = e^{-2t}u(t)$$

Es la salida de un sistema causal cuya función de transferencia es:

$$H(s) = \frac{s-1}{s+1}$$

- a) Encuentre al menos dos posibles entradas que puedan producir la salida y(t).
- b) ¿Cuál es la entrada si se sabe que  $\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| dt < \infty$  ?
- 59) El inverso de un sistema LTI H(s) se define como un sistema que cuando se conecta en cascada con H(s) da como resultado una función de transferencia total igual a la unidad o, de manera equivalente, una respuesta al impulso total que es un impulso.
  - a) Si  $H_1(s)$  denota la función de transferencia de un sistema inverso para H(s), determine la relación algebraica general entre H(s) y  $H_1(s)$ .
  - b) En la siguiente figura se muestra un diagrama de polos y ceros para un sistema estable y causal H(s). Determine el diagrama de polos y ceros para su sistema inverso.



- 60) Considere un sistema estable y causal con una respuesta al impulso real h(t) y función de transferencia H(s). Se sabe que H(s) es racional, uno de sus polos está en -1+j, uno de sus ceros está en 3+j y tiene exactamente dos ceros en el infinito. Para cada uno de los siguientes enunciados determine si es válido, es falso o no hay suficiente información para determinar su validez.
  - a)  $h(t)e^{-3t}$  es absolutamente integrable.
  - b) La ROC para H(s) es  $\sigma > -1$ .

- c) La ecuación diferencial que relaciona la entrada x(t) con la salida y(t) puede escribirse en una forma que solo tenga coeficientes reales.
- d)  $\lim_{s\to\infty} H(s) = 1$ e) H(s) no tiene más que cuatro polos.
- f)  $H(j\omega)=0$  para al menos un valor finito de  $\omega$ . g) Si la entrada es  $e^{3t}\sin(t)$ , la salida es  $e^{3t}\cos(t)$ .