Guía de estudio Semana 4

EL-5002 Modelos de Sistemas para Mecatrónica

1. Exprese las ecuaciones de Cauchy-Riemann en notación polar.
2. ¿Cómo se obtiene la derivada de una función compleja a partir de los resultados obtenidos en la demostración de las ecuaciones de Cauchy-Riemann y en su notación polar?
3. Liste las reglas de diferenciación compleja.
4. Para cada una de las siguientes funciones, probar si son derivables y, si lo son, determinar su posible derivada:
    a. $f(z) = z^2$
    b. $f(z) = z^*$
    c. $f(z) = 1/z$
5. Demuestre el siguiente teorema: "Si $f(z)$ es analítica en una región **R**, entonces $f'(z)$, $f''(z)$…son también analíticas en **R.**"
6. Defina lo que es un punto singular.
7. Indique las características de las funciones conjugadas y las funciones armónicas
8. Compruebe que las funciones conjugadas satisfacen la propiedad de ortogonalidad.
9. Dada $u(x, y) = x^2 - y^2 + 2x$; encuentre la función conjugada $v(x, y)$ tal que $f(z) = u + jv$ es una función analítica de z en todo el plano z.
10. ¿Cuándo un mapeo es conforme? Encuentre dos ejemplos.
11. Determine los puntos en los cuales el mapeo $w = z + \frac{1}{z}$ es conforme.
12. Encuentre las partes real e imaginarias de las funciones
    a. $f(z) = z^2 + e^{2z}$
    b. $f(z) = sen\ 2z$

    Verifique que sean analíticas y encuentre sus derivadas.
13. Revisar series de potencia y su convergencia en variable real.
14. ¿Cómo se define una serie de potencias de variable compleja centrada en z_0?
15. ¿Cómo se trata la convergencia o divergencia de una serie de potencias compleja?
16. Establezca el criterio de la razón de D'Alambert para determinar el radio de convergencia de una serie de potencias.
17. Indique paso a paso como se realiza la expansión de una función f(z) racional en serie de potencias en los casos:
    a. La región de convergencia (ROC) es el interior de un círculo
    b. La región de convergencia (ROC) es el exterior de un círculo
18. Determine la serie de potencias que representa a la función $f(z) = \frac{1}{z-3}$ en las siguientes regiones:
    a. $|z| < 3$; $\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$
    b. $|z| > 3$; $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{z^n}$
    c. $|z - 2| < 1$; $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (z - 2)^n$