# Guía de estudio Semana 5-Series de Potencia e integración
## MT-5002 Modelos de Sistemas para Mecatrónica

1. ¿Qué es una expansión en serie de potencias en variable real? ¿Cómo se define la convergencia de una serie de potencias?
2. ¿Cómo se define una serie de potencias con variable compleja? ¿Cómo se trata la convergencia o divergencia de una serie de potencias compleja?
3. Explique el criterio de la razón de D'Alembert
4. Cuando $f(z)$ es racional, la expansión en serie de potencias se puede realizar por medio de una división polinomial, dependiendo de donde se encuentre centrada la serie de potencias. Indique la forma de esta división polinomial si:
   a. La región de convergencia está dentro de un círculo
   b. La región de convergencia es el exterior de un círculo
5. Determine la serie de potencias que representa la función $f(z) = \frac{1}{z-3}$ en las siguientes regiones:
   a. $|z| < 3;\ \sum_{n=0}^{\infty} a_n\, z^n$
   b. $|z| > 3;\ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{z^n}$
   c. $|z-2| < 1;\ \sum_{n=0}^{\infty} a_n\, (z-2)^n$
6. Demuestre que el radio de convergencia de $\sum_{n=0}^{\infty} a_n\, z^n$ y sus derivadas son los mismos
7. ¿Qué es una serie de Taylor? ¿Qué características tiene? ¿Cómo se define?
8. ¿Cuál es la región de convergencia de una serie de Taylor?
9. ¿Qué es un desarrollo de Maclaurin?
10. Determine la expansión en series de Taylor de la función $f(z) = \frac{1}{z(z-2j)}$ alrededor del punto $z = j$ utilizando la definición de serie de Taylor.
11. Determine la expansión en series de Taylor de la función $f(z) = \frac{1}{z(z-2j)}$ alrededor del punto $z = j$ utilizando divisiones polinomiales.
12. ¿Qué es una serie de Laurent? ¿Qué características tiene? ¿Cómo se define?
13. ¿Qué forma tiene la región de convergencia de una serie de Laurent?
14. Identifique la parte principal de una serie de Laurent.
15. Encuentre la expansión en serie de Laurent para $f(z) = \frac{1}{z^2(z+1)}$ alrededor de:
    a. $z = 0$
    b. $z = -1$

    Determine la región dónde es válida cada una de las expansiones encontradas.
16. Determine la expansión en serie de Laurent de $f(z) = \frac{1}{(z+1)(z+3)}$ para las siguientes regiones de convergencia:
    a. $1 < |z| < 3$
    b. $|z| < 1$
    c. $0 < |z+1| < 2$
17. Defina los siguientes términos utilizando la serie de Laurent:
    a. Singularidad

    b. Punto regular
    c. Polo
    d. Singularidad esencial
    e. Singularidad Removible

18. Para cada uno de los siguientes casos indique las singularidades, polos y su respectiva clasificación:
    a. $f(z) = z^{-1}$
    b. $f(z) = (z-1)^{-4}$
    c. $f(z) = e^{1/(z-j)}$
    d. $f(z) = \frac{z-2}{(z-j)(z-3)^2}$
    e. $f(z) = \frac{sen\, z}{z}$
19. ¿Qué es una función meromorfa?
20. ¿Cómo se define el residuo de una función $f(z)$?
21. Determine los residuos de $f(z) = \frac{z^2-2z}{(z+1)^2(z^2+4)}$ en cada uno de los polos en el plano finito de $z$.
22. Realice un repaso de integrales reales de línea ¿Cómo se definen? ¿Cómo pueden describirse las curvas?
23. Defina una integral compleja de línea. Encuentre la relación entre integrales real y compleja de línea, tanto para curvas descritas por $f(z(t))$ con $z(t) = x(t) + jy(t)$ (expresión paramétrica de la curva) como $f(z) = w = u(x,y) + jv(x,y)$
24. Encuentre el valor de la integral $\int_0^1 (1+jt)^2 dt$.
25. Una propiedad básica de los valores absolutos de las integrales es: $\left|\int_a^b (z(t))dt\right| \leq \int_a^b |z(t)|dt\ \forall\ a < b$. Realice la demostración de esta propiedad.