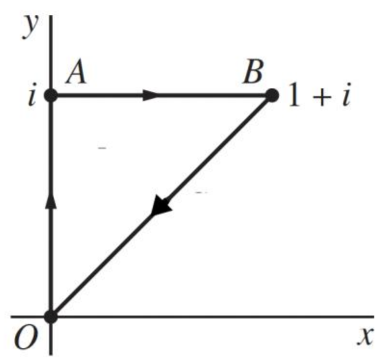
Guía de estudio 6-Integración con Variable Compleja

EL-5002 Modelos de Sistemas para Mecatrónica

1. Defina los siguietes conceptos:
    a. Arco
    b. Arco Simple
    c. Arco simple cerrado
    d. Arco Suave o contorno
2. Enuncie el Teorema de la curva de Jordan.
3. Indique la convención relativa a la orientación de caminos cerrados.
4. La integral de contorno es el término utilizado para evaluar integrales de línea en el plano complejo. ¿Cómo se encuentra la integral de contorno de $f(z)$ a lo largo de la trayectoria C? A partir de la definición encontrada, verifique lo obtenido en el punto 2.
5. Evalúe $\int_C z^2 dz$ a lo largo de la trayectoria C de $a = (-1 + j)$ hasta $b = (5 + j3)$, formada por dos segmentos de recta. El primer segmento de recta está dado por los puntos de $a = (-1 + j)$ a $c = (5 + j)$ y el segundo segmento de $c = (5 + j)$ a $b = (5 + j3)$.
6. Busque las Propiedades principales de las Integrales de contorno de variable compleja.
7. Calcular la integral de $f(z)$ en el contorno que muestra, donde la función está dada por $f(z) = y - x - j3x^2$ con $z = x + jy$.



8. Enuncie el Teorema Integral de Cauchy y demuéstrelo aplicando el Teorema de Green.
9. ¿Qué consecuencias tiene el Teorema Integral de Cauchy? ¿Cómo se puede utilizar para evaluar integrales complejas en contornos cerrados?
10. Evaluar la integral $\oint_C \frac{dz}{z^n}$ cuando n es entero, alrededor de cualquier contorno que contenga el origen.
11. Utilizando el resultado encontrado en la pregunta 14, evaluar la integral de $\oint_c \frac{z}{(z-1)(z+2j)} dz$ contorno donde C es:
    a. Cualquier contorno que contenga ambos puntos $z = 1$ y $z = -2j$.
    b. Cualquier contorno que contenga a $z = -2j$ pero excluye a $z = 1$.
12. Enuncie la Fórmula de la Integral de Cauchy.

13. Utilizando la Fórmula de la Integral de Cauchy, evalúe la integral de contorno $\oint_C \frac{2z}{(z-1)(z+2)(z+j)} dz$. Donde C es un contorno que incluye los siguientes puntos $z_1 = 1, z_2 = -2 \wedge z_3 = -j$.
14. Demuestre y enuncie el Teorema del Residuo.
15. Utilice el Teorema del Residuo para evaluar la integral de contorno $\oint_C \frac{1}{z(1+z)} dz$ si el contorno C es:
    a. $|z| = \frac{1}{2}$
    b. $|z| = 2$
16. Revise los casos de integración sobre semicírculos extensos
17. Determine las condiciones en las cuales se puede evaluar integrales reales aplicando la teoría de variable compleja. Explique el procedimiento para los casos de integrales de la forma $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$ y $\int_0^{2\pi} G(sen\theta, cos\theta)d\theta$ donde Ges una función racional de $sen\theta$ y $cos\theta$.