

---

## TUTORÍA 12. Transformada Z y Sistemas LTI.

*Tutor: Anthony Vega Padilla*

---

- **Ejercicio #1.** La ecuación de diferencias:

$$y(n) = x(n) - \frac{1}{2}x(n-1) + 2y(n-1) - \frac{1}{4}y(n-2) + \frac{1}{2}y(n-3)$$

Caracteriza un sistema LTI en tiempo discreto con respuesta al impulso  $h(n)$  y función de transferencia  $H(z)$ , con entrada  $x(n)$  y salida  $y(n)$ .

- ¿Es éste un sistema recursivo o no recursivo? Justifique.
- Si la entrada  $x(n)$  es cero, calcule las primeras 4 muestras de la salida si las condiciones iniciales son:

$$y(-1) = 1$$

$$y(-2) = y(-3) = 0$$

- Encuentre la función de transferencia  $H(z)$  del sistema, e indique su región de convergencia tomando en cuenta que la ecuación de diferencias representa un sistema causal. (Sugerencia: Se sabe que uno de los polos está en  $z = 2$ ).
- Grafique el diagrama de polos y ceros de  $H(z)$  en el plano  $z$ .
- ¿Es el sistema caracterizado por  $H(z)$  estable?
- A la salida del sistema  $H(z)$  se coloca en cascada otro sistema caracterizado por la función de transferencia:

$$G(z) = \frac{1 - 2z^{-1}}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}}, \quad ROC: |z| > \frac{1}{2}$$

Cuál es la función de transferencia del sistema total  $Q(z)$  compuesto por los subsistemas en cascada  $H(z)$  y  $G(z)$ ? Grafique el diagrama de polos y ceros del sistema  $Q(z)$ .

- g) Encuentre la respuesta al impulso  $q(n)$  del sistema  $Q(z)$  utilizando el método de la transformada inversa por definición (integración compleja). Indique qué contorno de integración utiliza. (Nota: La expresión resultante debe plantearse en términos reales, y de ser el caso, se puede justificar si alguna parte de la función es cero por su causalidad o anticausalidad).
- h) Encuentra la salida del sistema  $Q(z)$  ante la entrada  $x(n) = \left\{1, 0, \frac{1}{4}\right\}$  tanto en el dominio  $z$  como en el dominio de tiempo discreto  $n$ .

- **Ejercicio #2.** Un sistema LTI en tiempo discreto tiene la respuesta al impulso:

$$h(n) = \cos\left(\frac{\pi}{3}n\right)u(n)$$

- Encuentre la función de transferencia  $H(z)$  del sistema.
- Encuentre los polos y ceros del sistema (incluyendo aquellos en el infinito), realice el diagrama de polos y ceros e indique si el sistema es o no estable.
- Encuentre la ecuación de diferencias del sistema.
- Encuentre la respuesta de entrada cero del sistema para las condiciones iniciales  $y(-1) = y(-2) = \frac{-\sqrt{3}}{2}$ . (Sugerencia: Utilice la ecuación de diferencias encontrada por usted y su transformada  $Z$  unilateral).

- **Ejercicio #3.** Un sistema en tiempo discreto es lineal e invariante en el tiempo y su función de transferencia tiene como expresión algebraica:

$$H(z) = -\frac{3}{2} \left[ \frac{z^{-1}}{(1 - 2z^{-1}) \left(1 - \frac{1}{2}z^{-1}\right)} \right]$$

- Dibuje el diagrama de polos y ceros del sistema.
- Indique en el diagrama del punto anterior, la región de convergencia de  $H(z)$  si se sabe además que el sistema es estable.
- Encuentre la respuesta al impulso  $h(n)$  de dicho sistema estable e indique si el sistema es o no causal.
- Otro sistema tiene como función de transferencia:

$$H(z) = \cos(z)$$

Si se sabe que el círculo unitario se encuentra dentro de la región de convergencia, encuentre la respuesta al impulso  $h(n)$  utilizando la definición de transformada Z inversa para todo  $n$ .

e) Indique si el sistema es causal o no.