

---

## Respuestas Práctica Semana 12 y 13. Transformada de Laplace

---

- 1) a)  $X(s) = \frac{s-1}{s^2+3s+2}, \sigma > -1$   
b)  $X(s) = \frac{2s^2+5s+12}{(s^2+2s+10)(s+2)}, \sigma > -1$   
c)  $X(s) = \frac{(s-1)^2}{(s+1)(s-2)}, \sigma > 2$
- 2)  $x(t) = [2te^{-t} - e^{-t} + 3e^{-2t}]u(t)$
- 3)  $h(t) = e^{-(t+1)}u(t+1)$ , no es causal.
- 4)  $H(s) = \frac{s+3}{s^2+3s+2}, \sigma > -1$ , el sistema es estable.  
 $\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 3\frac{d}{dt}y(t) + 2y(t) = \frac{d}{dt}x(t) + 3x(t)$
- 5)  $H(s) = \frac{4s}{(s+2)(s-4)}, \sigma > 4$
- 6) a) Falso.  
b) Falso.  
c) Verdadero.  
d) Verdadero.  
e) Falso.  
f) Falso.  
g) Hace falta información.
- 7)  $x(t) = \frac{3}{50}e^{-3t} + \frac{1}{10}te^{-3t} + \frac{2}{25}\sin(t) - \frac{3}{50}\cos(t), \quad (t \geq 0)$
- 8)  $x(t) = \frac{1}{13} + \frac{8}{5}e^{-t} - \frac{1}{65}e^{-2t}[44\cos(3t) - 27\sin(3t)], \quad (t \geq 0)$
- 9)  $q(t) = \frac{1}{500}\left(1 - e^{-80t}\cos(60t) - \frac{4}{3}e^{-80t}\sin(60t)\right)$   
 $i(t) = \frac{1}{3}e^{-80t}\sin(60t)$

10)  $i_1(t) = 4.55 - 7.49e^{-59.1t} + 2.89e^{-14.9t}$

$i_2(t) = 3.64 + 1.22e^{-59.1t} - 4.86e^{-14.9t}$

11)  $I_1(s) = \frac{E_1(50+s)s}{(s^2+10^4)(s+100)^2}$

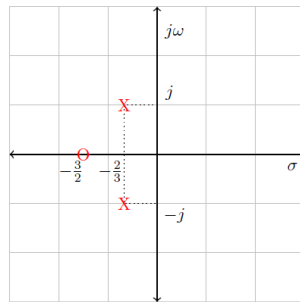
$I_2(s) = \frac{Es^2}{(s^2+10^4)(s+100)^2}$

$i_2(t) = E \left( -\frac{1}{200} e^{-100t} + \frac{1}{2} t e^{-100t} + \frac{1}{200} \cos(100t) \right)$

12)  $i_1(t) = 20 \sqrt{\frac{1}{7}} e^{-\frac{t}{2}} \sin\left(\frac{1}{2} \sqrt{7} t\right)$

13) a)  $\frac{2s+3}{9s^2+12s+13}$

b)  $9s^2 + 12s + 13$ . Es un sistema de orden 2



c)

14)  $5(e^{-2t} - e^{-3t})$

15)  $i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}}, i(0^+) = \frac{E}{R}$

16) a) Críticamente estable

b) Inestable

c) Estable

d) Estable

e) Inestable

17) a)  $-1$

b)  $1$

c)  $0$

18) a)  $1$

b)  $0$

c)  $3$

19) a)  $\frac{s}{s^2+a^2} \quad \sigma > 0$

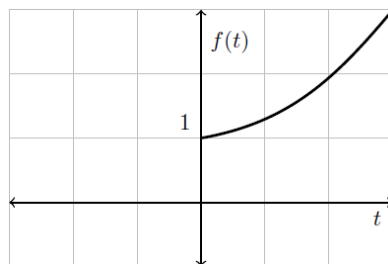
- b)  $\frac{a}{s^2+a^2} \quad \sigma > 0$   
 c)  $\pi[u(\omega + 1) - u(\omega - 1)]$   
 d)  $-\frac{1}{a} \tan^{-1} \left( \frac{s}{a} \right) \quad \sigma > 0$

- 20) a)  $\sigma > -3$   
 b) Todo el plano  $s$   
 c)  $-3 < \sigma < 3$   
 d)  $\sigma < -3$   
 e) No converge para ningún  $\sigma$   
 f)  $\sigma < 3$

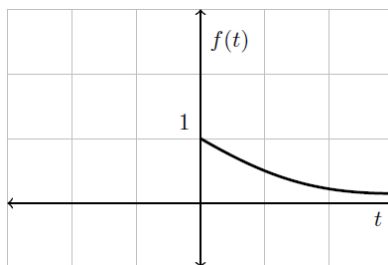
- 21)  $X(s) = \frac{e^{-(s+3)}}{s+3}$ , ROC:  $\sigma > -3$   
 $A = 1, t_0 = -1, \sigma < -3$

- 22)  $X(s) = \frac{1}{s+3} + \frac{1}{s+\beta}$   
 $Re\{\beta\} = 1, Im\{\beta\} \in \mathbb{R}$

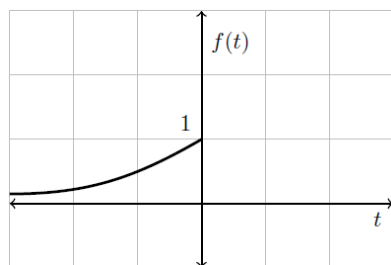
- 23) Dos polos simples en  $s = 1 \pm 2j$   
 ROC:  $\sigma < 1$



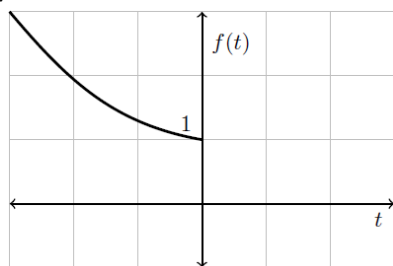
- 24) a) d)



- b) c)



e) h)



f) g)

25)  $X(s) = \frac{1}{s+2}$ , ROC:  $\sigma > -2$

26)  $X(s) = \frac{2s}{(s+a)(s-a)}$  para  $a < 0$ , ROC:  $-|a| < \sigma < |a|$

27)  $\frac{1}{2}X(s - j\omega_0) + \frac{1}{2}X(s + j\omega_0)$

28) a) Ceros:  $s = \infty$ ,  $s = -2$ . Polos simples:  $s = -1$ ,  $s = -3$

b) Ceros:  $s = \infty$ . Polos simples:  $s = 1$

c) Ceros:  $s = 1$ . Polos simples:  $s = \infty$

29) a) Falso.

b) Cierto.

c) Falso.

d) Cierto.

30) Cuatro señales (dos bilaterales, una izquierda y una derecha)

31) Bilateral.

32)  $x(t) = [4e^{-4t} - 2e^{-3t}]u(t)$

33) a) No es posible.

b) Si es posible.

c) Si es posible.

34)  $a = -1, \beta = \frac{1}{2}$

35)  $X(s) = \frac{4}{s^4+4}, \text{ ROC: } -1 < \sigma < 1$

36)  $X(s) = \frac{s}{s^2+4}, \text{ ROC: } \sigma > 0$

$Y(s) = \frac{2}{s^2+4}, \text{ ROC: } \sigma > 0$

$x(t) = \cos(2t) u(t)$

$y(t) = \sin(2t) u(t)$

37) a)  $a > 0$

b) Dos polos.

38) Ninguna de las tres señales tiene transformada de Laplace.

39) a)  $X_1(s) = \frac{1}{s+a}, \sigma > -a$

$X_2(s) = \frac{e^s}{s+2a}, \sigma > -2a$

b)  $\frac{1}{a} [e^{-a(t+1)} - e^{-2a(t+1)}] u(t+1)$

c)  $\frac{1}{a} [e^{-a(t+1)} - e^{-2a(t+1)}] u(t+1)$

40) a)  $\frac{1}{s+2}, \text{ ROC: } \sigma > -2$

b)  $1 + \frac{e^{-6}}{s+2}, \text{ ROC: } \sigma > -2$

c)  $\frac{1}{s+4} + \frac{1}{s+2}, \text{ ROC: } \sigma > -2$

41)  $x(t) = [\cos(t) + \sin(t) - e^{-2t}[\cos(t) + 3 \sin(t)]] u(t)$

42) a)  $X(s) = \frac{2s+5}{s^2+5s+6}, \text{ ROC: } \sigma > -2$

b)  $X(s) = \frac{s^2+15s+70}{s^3+14s^2+90s+100}, \text{ ROC: } \sigma > -4$

c)  $X(s) = \frac{5-2s}{s^2-5s+6}, \text{ ROC: } \sigma < 2$

d)  $X(s) = \frac{-8s}{s^4-8s^2+16}, \text{ ROC: } -2 < \sigma < 2$

e)  $X(s) = \frac{2s^2+8}{s^4-8s^2+16}, \text{ ROC: } -2 < \sigma < 2$

f)  $X(s) = \frac{1}{(s-2)^2}, \text{ ROC: } \sigma < 2$

g)  $X(s) = \frac{1-e^{-s}}{s}, \text{ ROC: todo el plano } s$

h)  $X(s) = \frac{1+e^{-2(2s-2)}+e^{-2s(1-2s)}}{s^2}, \text{ ROC: todo el plano } s$

i)  $X(s) = \frac{s+1}{s}$ , ROC:  $\sigma > 0$

j)  $X(s) = \frac{s+1}{s}$ , ROC:  $\sigma > 0$

43) a)  $\frac{1}{3} \sin(3t) u(t)$

b)  $-\cos(3t) u(-t)$

c)  $-e^{-t} \cos(3t) u(-t)$

d)  $e^{-3t} u(-t) + 2e^{-4t} u(t)$

e)  $e^{-2t} u(-t) + 2e^{-3t} u(t)$

f)  $\delta(t) + 2\sqrt{3}e^{\frac{t}{2}} \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t - \frac{\pi}{2}\right) u(t)$

g)  $\delta(t) + 3e^{-t}(t-1)u(t)$

44) a)  $\left\{ \begin{array}{ll} \sigma > 2 & \sigma > -2 \\ \sigma > 2 & \text{todo } s \end{array} \right\}$

b)  $\left\{ \begin{array}{ll} -1 < \sigma < 2 & \sigma > -1 \\ -1 < \sigma < 2 & \sigma > -1 \end{array} \right\}$

c)  $\left\{ \begin{array}{ll} \sigma < -2 & \sigma < -2 \\ \sigma < 2 & \text{todo } s \end{array} \right\}$

d)  $\left\{ \begin{array}{ll} \sigma > 2 & \sigma > -2 \\ \sigma > 2 & \text{todo } s \end{array} \right\}$

45)  $Y(s) = \left[ \frac{e^{-2s}}{s+2} \right] \left[ \frac{e^{-3s}}{3-s} \right]$ , ROC:  $-2 < \sigma < 3$

46)  $X(s) = \frac{16}{s^2+2s+2}$ , ROC:  $\sigma > -1$

47) a)  $\sigma < -2$

$-2 < \sigma < -1$

$-1 < \sigma < 1$

$\sigma > 1$

b) Inestable y anticausal

Inestable y bilateral (no causal)

Estable y bilateral (no causal)

Inestable y causal

48) a)  $X(s) = \frac{1}{s+1}$ , ROC:  $\sigma > -1$

$H(s) = \frac{1}{s+2}$ , ROC:  $\sigma > -2$

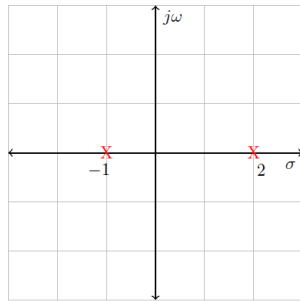
b)  $Y(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$ , ROC:  $\sigma > -1$

c)  $y(t) = [e^{-t} - e^{-2t}]u(t)$

d)  $y(t) = [e^{-t} - e^{-2t}]u(t)$

49)  $x(t) = 2u(t) + 4e^{-3t}u(t)$

50) a)  $H(s) = \frac{1}{s^2 - s - 2}$



b) b.1)  $h(t) = -\frac{1}{3}e^{2t}u(-t) - \frac{1}{3}e^{-t}u(t)$

b.2)  $h(t) = \frac{1}{3}e^{2t}u(t) - \frac{1}{3}e^{-t}u(t)$

b.3)  $h(t) = -\frac{1}{3}e^{2t}u(-t) + \frac{1}{3}e^{-t}u(-t)$

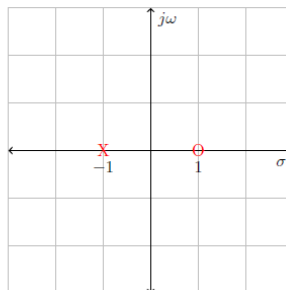
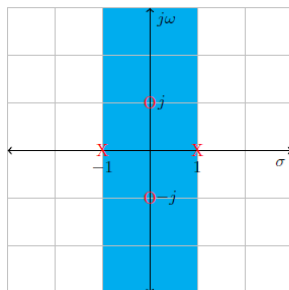
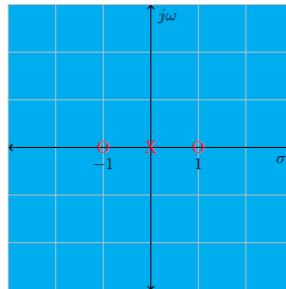
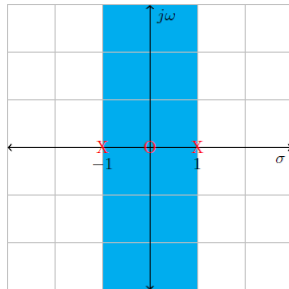
51)  $y(t) = \frac{2}{5}e^t u(-t) + \frac{2\sqrt{5}}{5}e^{-t} \cos(t - 1.107) u(t)$

52)  $H(s) = \frac{s}{s^2 + 2s + 2}$ , ROC:  $\sigma > -1$

53) a)  $y(t) = \left[ \frac{1}{6}e^{-t} - \frac{1}{2}e^{-2t} + \frac{1}{2}e^{-3t} - \frac{1}{6}e^{-4t} \right] u(t)$

b)  $y(t) = e^{-t}u(t)$

c)  $y(t) = \left[ \frac{7}{6}e^{-t} - \frac{1}{2}e^{-2t} + \frac{1}{2}e^{-3t} - \frac{1}{6}e^{-4t} \right] u(t)$



54)

55) a) Sí, también es estable y causal.

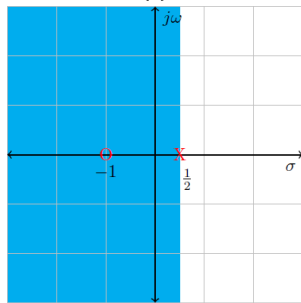
b) Sí, es causal e inestable.

- 56) a)  $X(s) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-nT(1+s)}$ , ROC: todo el plano  $s$ .  
 b) No tiene polos ni ceros.

- 57) a)  $H(s) = \frac{s}{(s+1)(s+2)}$ , ROC:  $\sigma > -1$   
 b)  $h(t) = [-e^{-t} + 2e^{-2t}]u(t)$

- 58) a)  $x_1(t) = \left[ \frac{1}{3}e^{-2t} + \frac{2}{3}e^t \right] u(t)$   
 $x_2(t) = \left[ \frac{1}{3}e^{-2t} \right] u(t) - \left[ \frac{2}{3}e^t \right] u(-t)$   
 b)  $x(t) = \left[ \frac{1}{3}e^{-2t} \right] u(t) - \left[ \frac{2}{3}e^t \right] u(-t)$

- 59) a)  $H_1(s) = \frac{1}{H(s)}$



- b)   
 60) a) Verdadero.  
 b) Falso.  
 c) Verdadero.  
 d) Falso.  
 e) Verdadero.  
 f) Falso.  
 g) Falso.