Instituto Tecnológico de Costa Rica **II Semestre 2016**
Escuela de Ingeniería Electrónica
EL-4701 Modelos de Sistemas
Profesor: Ing. José Miguel Barboza Retana

TUTORÍA 5. Integración compleja y funciones de variable compleja.

Tutor: Anthony Vega Padilla

- **Ejercicio #1.** Si C es el semicírculo en sentido positivo conformado por los puntos de frontera $z \in \mathbb{C}$, de la región $|z| \leq 2$, $Re\{z\} > 0$, entonces determine el resultado de la siguiente integral compleja:

$$\int_C \frac{\sin\left(z\frac{\pi}{2}\right)}{1-z^3}\,dz$$

- **Ejercicio #2.** Evalúe las siguientes integrales reales utilizando métodos de integración compleja:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x^2+4x+5)^2}\,dx$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x^2+4)^3}\,dx$$

- **Ejercicio #3.** Resuelva las siguientes integrales trigonométricas por medio de integración compleja:

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos(\theta)}{3+2\cos(\theta)}\,d\theta$$

$$\int_0^{\pi} \frac{d\theta}{2+\sin^2(\theta)}$$

- **Ejercicio #4.** Determine α de manera que la función dada sea armónica y determine el conjugado.

$$u(x, y) = \sin(x)\cosh(\alpha y)$$

- **Opcional #1.** Pruebe que en forma polar las ecuaciones de Cauchy-Riemann se pueden escribir como:

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial \theta} \qquad \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \theta}$$

- **Opcional #2.** Demuestre que, en coordenadas polares, la ecuación de Laplace se puede escribir como:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} = 0$$

- **Opcional #3.** ¿Es analítica la siguiente función?

$$f(z) = \frac{j}{z^8}$$