Instituto Tecnológico de Costa Rica **II Semestre 2016**
Escuela de Ingeniería Electrónica
EL-4701 Modelos de Sistemas
Profesor: Ing. José Miguel Barboza Retana

TUTORÍA 6. Series de Fourier.

Tutor: Anthony Vega Padilla

- **Ejercicio #1.** Dadas las siguientes funciones:

$$\varphi_0(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t < 1 \\ 0 & en\ el\ resto \end{cases}$$

$$\varphi_1(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t < \frac{1}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} < t < 1 \\ 0 & en\ el\ resto \end{cases}$$

$$\varphi_2(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t < \frac{1}{4} \\ -1 & \frac{1}{4} < t < \frac{1}{2} \\ 1 & \frac{1}{2} < t < \frac{3}{4} \\ -1 & \frac{3}{4} < t < 1 \\ 0 & en\ el\ resto \end{cases}$$

a) Demuestre que estas funciones forman un conjunto ortogonal sobre el intervalo $t \in [0,1]$.
b) ¿Es también ortonormal este conjunto? Justifique su respuesta.
c) Represente la señal $f(t) = 2t$ en el intervalo $t \in [0,1]$ utilizando este conjunto de funciones.
d) Grafique la representación de $f(t)$ utilizando $\varphi_0(t)$, $\varphi_1(t)$ y $\varphi_2(t)$ como la combinación lineal obtenida en el punto c).

- **Ejercicio #2.** Considere tres señales periódicas continuas cuyas representaciones en serie de Fourier sea como se muestra:

$$x_1(t) = \sum_{k=0}^{100} \left(\frac{1}{2}\right)^k e^{jk\frac{2\pi}{50}t}$$

$$x_2(t) = \sum_{k=-100}^{100} \cos(\pi k)\, e^{jk\frac{2\pi}{50}t}$$

$$x_3(t) = \sum_{k=-100}^{100} j \sin\left(\frac{\pi k}{2}\right) e^{jk\frac{2\pi}{50}t}$$

  Utilice las propiedades de la serie de Fourier para determinar los siguiente:
  a) ¿Cuál(es) de las tres señales es/son de valor real?
  b) ¿Cuál(es) de las tres señales es/son par?

- **Ejercicio #3.** Para la señal periódica continua:

$$x(t) = 2 + \cos\left(\frac{2\pi}{3}t\right) + 4\sin\left(\frac{5\pi}{3}t\right)$$

  a) Determine la frecuencia fundamental ω_0.
  b) Encuentre los coeficientes c_k de la serie exponencial de Fourier.
  c) Indique si $x(t)$ es una señal par o impar.

- **Ejercicio #4.** Una función está dada por:

$$x(t) = \begin{cases} t-1 & 1 \le t \le 2 \\ -t+3 & 2 \le t \le 3 \\ 0 & en\ el\ resto \end{cases}$$

Además, se puede utilizar $x(t)$ para construir una versión periódica de la siguiente forma:

$$x_p(t) = \begin{cases} x(t) & 1 \le t \le 3 \\ x(t+2n), n \in \mathbb{Z} & en\ el\ resto \end{cases}$$

a) Grafique $x(t)$ en el intervalo $-1 \le t \le 5$.
b) Grafique $x_p(t)$ en el intervalo $-3 \le t \le 3$.
c) Indique como deberían comportarse los coeficientes c_k de la serie de Fourier:

$$x_p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{j\omega_0 kt}$$

considerando la naturaleza real o compleja de $x_p(t)$, su simetría o asimetría y su forma (continuidad o discontinuidad de la función y sus derivadas).

d) Calcule el valor CD de $x_p(t)$.
e) Calcule los coeficientes c_k del punto c) para $k \neq 0$.
f) Escriba la serie de Fourier de $x_p(t)$ en sus tres versiones (exponencial, cosenoidal y trigonométrica).
g) Para $k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4$ y ± 5 grafique el espectro de magnitud de c_k y $\widetilde{c_k}$. ¿Son iguales? Justifique.