

---

## Práctica #1. Números complejos.

---

- Calcule el resultado de cada operación, verifique las sumas de forma gráfica:

1.  $(2 + j5) + (-3 + j2)$

2.  $(j3) + (2)$

3.  $(2 + j2)(-2 + j2)$

4.  $(j3)(2)$

- Calcular el resultado de cada operación:

5.  $j(2 + j)(3 - 4j)$

6.  $\frac{1+j^3}{(1+j)^3}$

7.  $\frac{5j(2+2j)}{(1-j)(2+j)(3-j)}$

8.  $\frac{1+j}{1-j} + \frac{1-j}{1+j}$

9.  $\frac{2}{j} \ln\left(\frac{1+j}{1-j}\right)$

10.  $\text{Ln}(\sqrt{3} + 3j)$

11.  $(7 - 7j\sqrt{3})^{4+j}$

12.  $(1 - j)^{2-j}$

- Calcular la magnitud, argumento, parte real y parte imaginaria de los siguientes números complejos:

13.  $j$

14.  $-j$

15.  $3 - j4$

16.  $2e^{j\pi/4}$

17.  $-2e^{j\pi/4}$

18.  $-2e^{-j\pi}$

19.  $\cos(\alpha) - 1; \alpha \in \mathbb{R}$

20.  $e^{jk\pi}; k \in \mathbb{Z}$

21.  $(1 + j\sqrt{3})^{1+j}$

22.  $\sqrt{-j}$

23.  $j^j$

24.  $j^{-j}$

25.  $\sin(j)$

26.  $\cos(j)$

- Indicar la región del plano que representan las siguientes expresiones, asuma que  $r, \theta \in \mathbb{R}^+$  en los ejercicios que sea necesario:

27.  $|z| < r$

28.  $|z - z_0| < r$

29.  $|\text{Re}\{z\}| < r$

30.  $\text{Re}\{z\} < r$

31.  $|Im\{z\}| < r$
32.  $Im\{z\} < r$
33.  $|Re\{z\}| > r$
34.  $Re\{z\} > r$
35.  $|Im\{z\}| > r$
36.  $Im\{z\} > r$
37.  $Re\{|z|\} < r$
38.  $|\angle z| < \theta$
39.  $Re\{z\} + 2Im\{z\} = 1$
40.  $\{|z - 5 + 2j| \leq 1\}$
41.  $\{|z + 3 - j| > 3\}$
42.  $Re\{z\} = 2$
43.  $Im\{z\} \leq 0$
44.  $\{|\angle(z)| \leq \frac{\pi}{3}; y > 0\}$
45.  $\{\frac{\pi}{4} \leq \angle(z) \leq \frac{3\pi}{4}; x > 0; y < 3\}$

- Sean  $z, w \in \mathbb{C}$ . Encuentre gráficamente  $z$  y  $w$  según cada caso:

46.  $|z| = 2, \angle w = \pi/4$  y además  $z + w = 1$ .
47.  $|z| = 2, |w| = 3$  y también  $z + w = 4$ .
48.  $\angle w = -\pi/3, \angle z = \pi/4$  y  $z + w = 4$ .

- Determinar el número complejo  $z = x + jy$  de manera que cumpla lo siguiente:

49.  $(3 - 4j)^2 - 2(x - yj) = x + j$
50.  $3 + 2xj + 3yj = 8j + x$
51.  $(1 + j)x + 2yj = 4 + 2j$
52.  $(x + yj)(2 + 3j)$  sea un número real.
53. Las cinco raíces de  $(-1)^{1/5}$ .
54.  $a = -3 + jx^2y$  y  $b = x^2 + y + 4j$  son conjugados entre sí.
55.  $z^*w^* = 2j - 1$ , si se conoce que  $w = 3 - 4j$

- Encontrar la solución de los siguientes sistemas de ecuaciones

56. 
$$\begin{cases} ju + (1 + j)w = 3 + j \\ (1 + j)u^* - (6 - j)w^* = 4 \end{cases}$$
57. 
$$\begin{cases} 6w + (4j - 1)x = -3 - 7j \\ (j - 1)w^* - x^* = 7j - 5 \end{cases}$$

- Dadas las siguientes condiciones geométricas, hallar  $z \in \mathbb{C}$ :

58. 
$$\begin{cases} |z + j| = 5 \\ \angle(z^* + 2) = -\frac{3\pi}{4} \end{cases}$$
59. 
$$\begin{cases} |z + 3| = 5 \\ \angle(z - 1) = -\frac{\pi}{2} \end{cases}$$
60. 
$$\begin{cases} |j + z^*| = 5 \\ \angle(z + 2) = -\frac{3\pi}{4} \end{cases}$$
61. 
$$\begin{cases} \angle(z + k) = \frac{\pi}{2} \\ \angle(z - k) = \frac{2\pi}{3}, k > 0, cte \end{cases}$$

- Resolver los siguientes problemas:

62. Encontrar los puntos de intersección y el ángulo de intersección de las rectas  $|z - (1 + j)| = |z - (3 - j)|$  y  $|z - (1 - j)| = |z - (3 + j)|$

63. Calcular la parte real e imaginaria de  $w = \frac{z^*}{1 - z^2}$  donde  $z \in \mathbb{C} \setminus \{-j, j\}$ .

64. Hallar los números complejos tales que  $z^2 + 2z^{*2} + z - z^* + 9 = 0$

65. Calcular las soluciones de la ecuación  $z^4 + (1 + j)z^2 + 5j = 0$

66. ¿Qué relación debe haber entre los coeficientes  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  para que ambas raíces de la ecuación  $z^2 + (a + bj)z + (c + dj) = 0$  tengan el mismo argumento (ángulo).  
**Sugerencia.** Considere que cualquier polinomio complejo se puede factorizar de la siguiente forma:  $(z - z_1)(z - z_2) = z^2 - (z_1 + z_2)z + z_1z_2$