

Guía de estudio semana 10 y 11- Transformada de Fourier

EL-5002 Modelos de Sistemas para Mecatrónica

1. Matemáticamente, ¿qué es una transformada?
2. Considere una función aperiódica $f(t)$, y una función periódica $f_T(t)$ en la cual se repite $f(t)$ cada T segundos y la serie de Fourier de $f_T(t)$ cuando $T \rightarrow \infty$, para deducir la Integral de Fourier.
3. Defina la transformada de Fourier y la transformada inversa de Fourier.
4. ¿Cómo se pueden expresar los coeficientes de la serie de Fourier en términos de la Transformada de Fourier?
5. Compare los espectros de frecuencia de una señal periódica y una señal aperiódica.
6. Indique las condiciones de convergencia de la Transformada de Fourier.
7. ¿A qué se le denomina función de densidad espectral?
8. Defina la propiedad de escala de una función impulso unitario
9. Encontrar la función de densidad espectral de un pulso cuadrado de amplitud V , ancho τ y centrada en el origen, es decir:

$$f(t) = V \operatorname{rect}(t/\tau) = \begin{cases} V & |t| < \frac{\tau}{2} \\ 0 & |t| > \frac{\tau}{2} \end{cases}$$

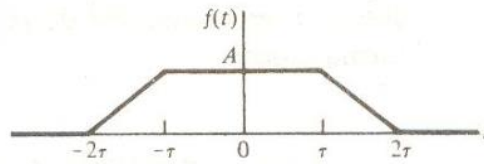
10. Determine los coeficientes de la serie de Fourier exponencial si la función dada en el inciso (9) se repite cada 4 segundos.
11. Determine el Teorema de Parseval para señales de energía.
12. Encuentre la Transformada de Fourier de una señal de tensión eléctrica dada por $f(t) = e^{-at} u(t) \forall a > 0$. A partir de la respuesta encontrada determine la energía suministrada por esa señal a una resistencia de 1Ω .
13. Encuentre la transformada de Fourier de las siguientes funciones:
 - a. Función impulso unitario
 - b. Función exponencial compleja
 - c. Funciones senoidales
 - d. Función signo
 - e. Función escalón unitario
 - f. Funciones periódicas
14. Deduzca las siguientes propiedades de la Transformada de Fourier:
 - a. Linealidad
 - b. Conjugadas complejas
 - c. Simetría

- d. Dualidad
- e. Escala de coordenadas
- f. Desplazamiento en el tiempo
- g. Desplazamiento de frecuencia (modulación)
- h. Derivación e integración

15. Si $\mathcal{F}\{rect(t)\} = Sa(\omega/2)$, entonces determine $\mathcal{F}\{Sa(t/2)\}$.

16. Hallar el espectro de frecuencia de una señal pulso $f(t) = A rect(t/\tau) \cos \omega_0 t$

17. Determine la transformada de Fourier del siguiente pulso trapezoidal:



- a. Demuestre que la respuesta puede ser descrita como:

$$F(j\omega) = A \tau Sa^2\left(\frac{\omega\tau}{2}\right) [1 + \cos \omega\tau]$$

18. Considere una señal de $x(t)$ con transformada de Fourier $X(j\omega)$. Se dan las siguientes condiciones:

- a. $x(t)$ es real y positiva.
- b. $\mathcal{F}^{-1}\{(1 + j\omega)X(j\omega)\} = Ae^{-2t}u(t)$. Donde A es independiente de t .
- c. $\int_{-\infty}^{\infty} |X(j\omega)|^2 d\omega = 2\pi$

Determine una expresión de forma cerrada para $x(t)$.

19. ¿Qué son sistemas LTI?

20. ¿Cómo se define la función de respuesta de frecuencia de un sistema LTI?

21. Defina la convolución en tiempo continuo.

22. ¿Cómo se relaciona la convolución con la transformada de Fourier?

23. Indique las propiedades fundamentales de la convolución.

24. Si $f(t) = A \sin(\pi t) u(t)$ y $h(t) = \delta(t) - \delta(t - 2)$. Encuentre la convolución entre $f(t)$ y $h(t)$.

25. Describa los pasos para la interpretación gráfica de la convolución.