

---

### TUTORÍA 3. Series complejas.

*Tutor: Anthony Vega Padilla*

---

- **Ejercicio #1.** Sea la función:

$$f(z) = \frac{\cos(z+1)}{z(z+1)(z-1)(z^2-6z+25)}$$

Indique cuantos posibles desarrollos de Laurent centrados en  $z_0 = 3$  existen para  $f(z)$  y las correspondientes regiones de convergencia.

- **Ejercicio #2.** Encuentre la representación en serie de potencias de la función:

$$f(z) = \frac{1}{z-j}$$

En las regiones:

- a)  $|z| < 1$
  - b)  $|z| > 1$
  - c)  $1 < |z-1-j| < \sqrt{2}$
- **Ejercicio #3.** Encuentre el desarrollo en serie de Taylor para la siguiente función:

$$\frac{1}{z(z-4j)}$$

Centrado en el punto  $z_0 = 2j$ .

- **Ejercicio #4.** Encuentre la serie de Laurent para:

$$f(z) = \frac{1}{z(z-1)^2}$$

Alrededor de  $z_0 = 0$  y  $z_0 = 1$ , especifique las posibles regiones de convergencia para cada caso.

- **Ejercicio #5.** Encuentre la serie de Laurent para:

$$f(z) = \frac{1}{(z-1)(z+2)}$$

Centrada alrededor de  $z_0 = -1$  para una región de convergencia anular.

- **Ejercicio #6.** Se sabe que una función  $f(z)$  se puede expandir en una serie de potencias centrada en  $z_0 = 1$  de la forma:

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (z-1)^n$$

Para todo  $z$  dentro de la región de convergencia  $|z-1| < \frac{1}{2}$

Indique cuál región de convergencia tiene la serie:

$$f(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \left( \frac{1}{2} \frac{z+1}{z-1} \right)^n$$

Si los coeficientes  $a_n$  son los mismos en ambas series.