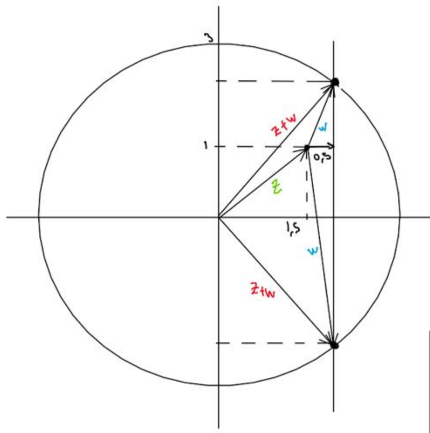
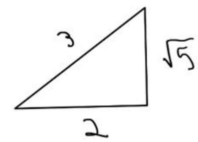
- **Ejercicio #1.** Sean $z, w \in \mathbb{C}$. Se sabe que $z = \frac{3}{2} + j$, $Re\{w\} = \frac{1}{2}$ y $|z + w| = 3$. Encuentre gráficamente w y $z + w$.





$w = 0{,}5 + j\left[\sqrt{5} - 1\right]$

$w = 0{,}5 - j\left[\sqrt{5} + 1\right]$

$$\boxed{\therefore\ R/\ w_1 = 0{,}5 + j\,1{,}2 \qquad w_2 = 0{,}5 - j\,3{,}2}$$

- **Ejercicio #2.** Encuentre la ecuación en la forma $y = mx + b$ de la siguiente recta en el plano z:

$$|z + z^* + 4j(z - z^*)| = 6$$

$$\boxed{\begin{aligned} z &= x + jy \\ z^* &= x - jy \end{aligned}}$$

$$\therefore\ \left| x + \cancel{jy} + x - \cancel{jy} + 4j\left(\cancel{x} + yj - \cancel{x} + yj\right)\right| = 6$$

$$|\underbrace{2x - 8y}_{Re}| = 6 \Rightarrow \sqrt{(2x - 8y)^2} = 6$$

$$\pm(2x - 8y) = 6$$

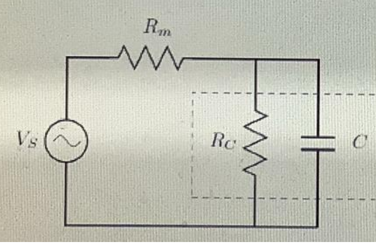
$$y = \pm\left(\frac{-6 + 2x}{8}\right)$$

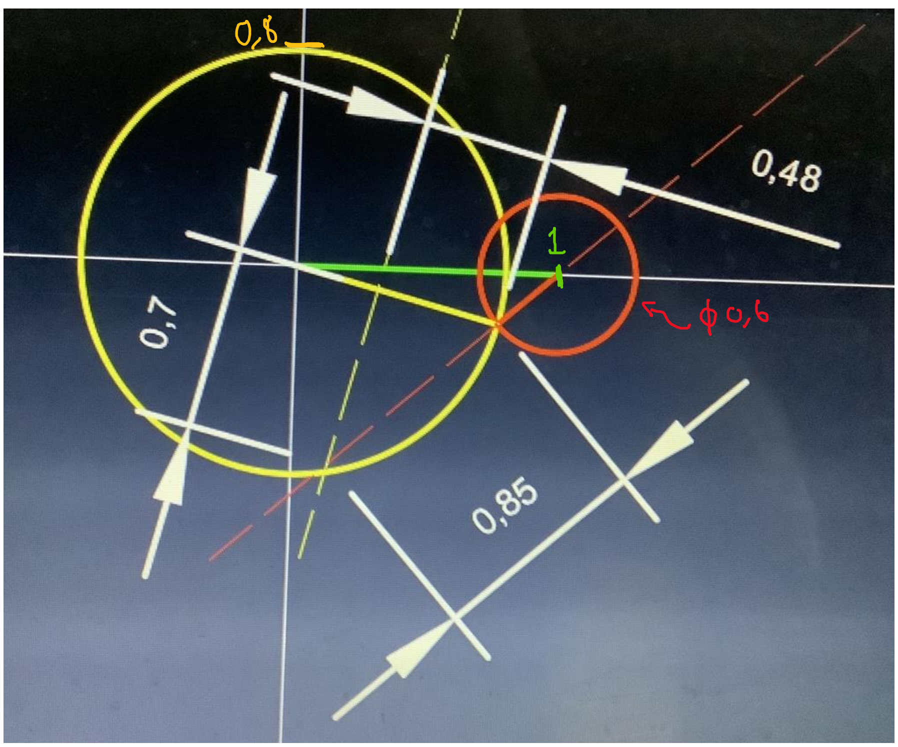
$$\boxed{R/\quad y = \pm\left[\frac{x - 3}{4}\right]}$$

- **Ejercicio #3.** El circuito que se muestra se utiliza para calcular el valor de R_C la cual modela las pérdidas en el dieléctrico del condensador.

Con un voltímetro digital se ha determinado que la tensión RMS en la fuente es $V_S = 1V$, la tensión RMS en la resistencia de medición R_m es $V_{R_m} = 0.3V$ y la tensión RMS en el condensador real (la región demarcada) es $V_C = 0.8V$.

Determine gráficamente cuál es el valor de C y R_C si se sabe que la fuente utiliza una frecuencia de 100 Hz y $R_m = 1M\Omega$.





$$|I_{R_m}| = 0,85$$
$$|I_c| = 0,7$$
$$|I_{R_c}| = 0,48$$

$$I_{R_m} \angle \theta_1 = I_{R_c} \angle \theta_2 + I_c \angle \theta_3$$

$$0,85 \angle \theta_1 = 0,48 \angle \theta_2 + 0,7 \angle \theta_3$$

$$3\times 10^{-7} \angle \theta_1 = \frac{0,48}{0,85} \cdot 3\times10^{-7} \angle \theta_2 + \frac{0,7}{0,85} \cdot 3\times 10^{-7} \angle \theta_3$$

$$I_{R_m} = \frac{0,3V}{1M\Omega}$$
$$= 3\times10^{-7} A$$

$$R_c = \frac{0{,}8V}{I_{R_C}} = \frac{0{,}8V}{\frac{0{,}48}{0{,}85} \cdot 3 \cdot 10^{-7}} = \underline{4{,}72\ M\Omega}$$

$$V_c = I_c \cdot \underbrace{X_c}_{\frac{1}{2\pi f C}} \Rightarrow C = \frac{I_c}{V_c \cdot 2\pi f} = \frac{\frac{0{,}7}{0{,}85} \cdot 3 \cdot 10^{-7}}{0{,}8 \cdot 2\pi \cdot 100Hz} = \underline{491{,}5\ pF}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} R/ \quad R_c = 4{,}72\ M\Omega \\ \qquad\ \ C = 491{,}5\ pF \end{array}}$$

- **Ejercicio #4.** Indique qué mapeos elementales (rotación, escalado y traslación) realiza el siguiente mapeo:

$$w = (\sqrt{3} + j)z - j$$

→ Al ser un mapeo lineal se pueden presentar las 3 propiedades

sea $\alpha = \sqrt{3} + j$

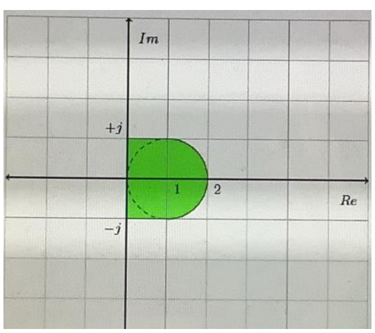
$|\alpha| = \sqrt{3+1} = 2$

$\angle \alpha = 30^\circ = \frac{\pi}{6}$

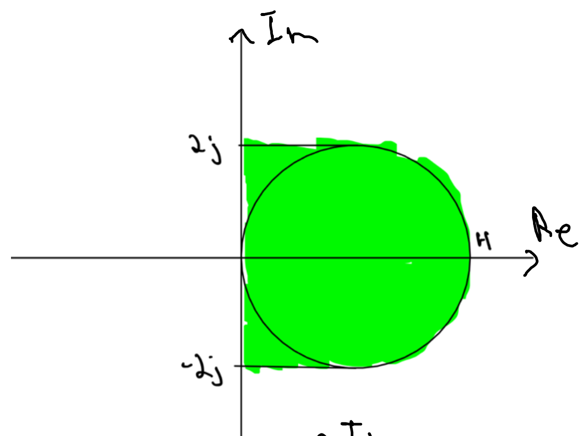
y $\beta = -j$

R/ Escalado por 2
Rotación por 30°
traslación vertical de -1

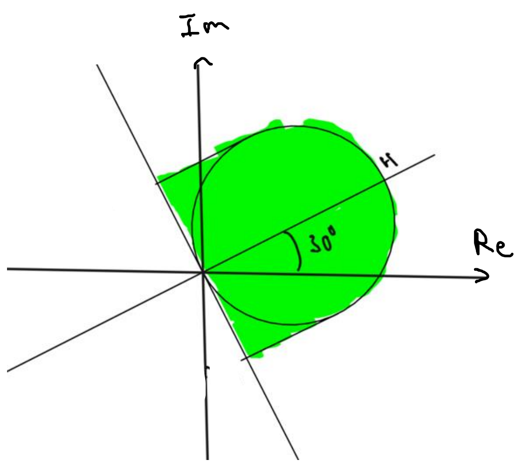
Ejercicio #5. Aplique el mapeo lineal a la siguiente figura:



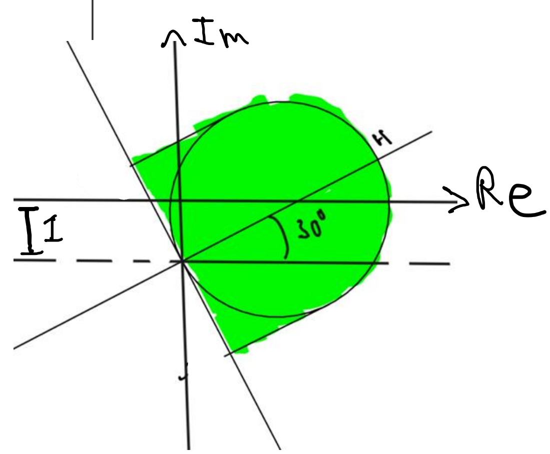
Escalado por 2 →



rot 30° →

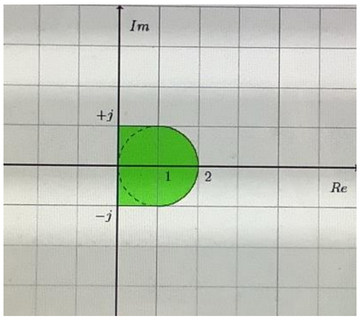


desp. -1 →



- **Ejercicio #6.** Aplique el mapeo de inversión a la figura anterior.

mapeo $w = \frac{1}{z}$



se tienen las Regiones

$R_1: |z-1| \leq |z+1|$

$R_2: |z| \leq |z-j2|$

$R_3: |z+2j| \geq |z|$

$R_4: |z| \leq |z-2|$

$R_5: |z-1| \leq 1$

$$\boxed{R_T = (R_1 \cap R_2 \cap R_3 \cap R_4) \cup R_5}$$

Region R_1

* Del formulario

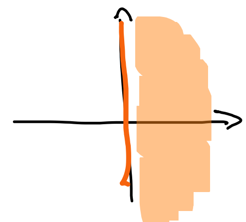
$\beta = |-1|^2 - |1|^2 = 0$

Como $\beta = 0$

$v = \frac{Re(a-b)}{Im(a-b)} u \Rightarrow \boxed{u=0}$

con $z=2$

$w = \frac{1}{2}$



Region R_2

* Del formulario

$\beta = |0|^2 - |j2|^2 = -4$

Como $\beta \neq 0$

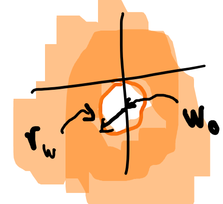
$r_w = \left|\frac{a-b}{\beta}\right| = \left|\frac{0-j2}{-4}\right|$

$\boxed{r_w = 1/2}$

$\frac{(a-b)^*}{\beta} = \frac{2j}{-4} = -j/2$

$\boxed{W_0 = -j/2}$

Para $z=1 \Rightarrow w=1$



Region R_3

* Del formulario

$\beta = |-2j|^2 - |0|^2 = 4$

Como $\beta \neq 0$

$r_w = \left|\frac{a-b}{\beta}\right| = \left|\frac{-2j-0}{4}\right|$

$\boxed{r_w = 1/2}$

$w_0 = \frac{(a-b)^*}{\beta} = \frac{2j}{4}$

$\boxed{W_0 = j/2}$

Como $0 \in R_3$ la proyeccion es externa

Region R_4

* Del formulario

$\beta = |0|^2 - |2|^2 = -4$

Como $\beta \neq 0$

$r_w = \left|\frac{0-2}{-4}\right| = 1/2$

$W_0 = \frac{(a-b)^*}{\beta}$

$W_0 = \frac{-2}{-4} = 1/2$

Como $0 \in R_4$ la proyeccion $\frac{1}{z}$ es externa

$R_5 \quad |z-1| \leq 2$

$\alpha = 1^2 - |1|^2 = 0$

como $\alpha = 0$

$v = \frac{x_0}{y_0} u - \frac{1}{2y_0} \Rightarrow 0 = x_0 u - \frac{1}{2}$

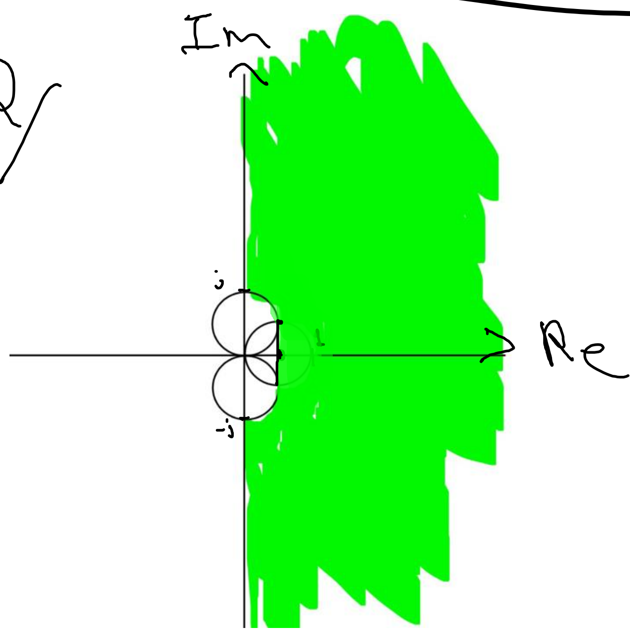
$u = \frac{1}{2x_0} = 1/2$

Para $z = 1$

$w = 1$

$\therefore$ Región derecha $1 > 1/2$

R/



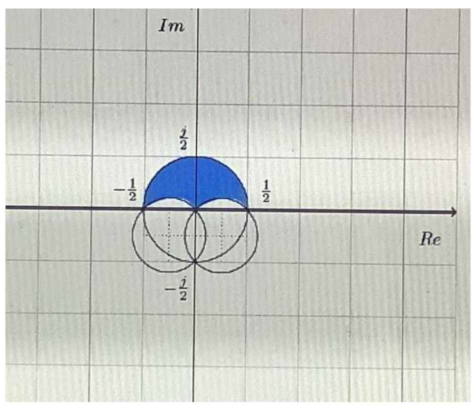
Ejercicio #7. Aplique a la siguiente figura el mapeo bilineal:

$$w = -2 + \frac{j4}{2z + j}$$

$R_1 = |z| \leq \frac{1}{2}$

$R_2 = \left| z - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{4}j\right) \right| \geq \frac{\sqrt{2}}{4}$

$R_3 = \left| z - \left(-\frac{1}{4} - \frac{1}{4}j\right) \right| \geq \frac{\sqrt{2}}{4}$



$R_T = R_1 \cap R_2 \cap R_3$

$$z_1 = 2z + j$$

$$z_2 = \frac{1}{z_1}$$

$$w = z_2 \cdot 4j - 2$$

Para R_1

$$|z| \leq 1/2$$

$$z_1 = 2z + j$$

$$z = \frac{z_1 - j}{2}$$

$$\left|\frac{z_1 - j}{2}\right| \leq 1/2$$

$$|z_1 - j| \leq 1$$

ahora

$$z_2 = \frac{1}{z_1}$$

Por formulario

$$\alpha = |1|^2 - |j|^2$$

$$\alpha = 0$$

$\therefore$

$$v = \frac{x_0}{y_0} u - \frac{1}{2y_0}$$

$$v = -1/2$$

$\therefore$

$$|z_2| \geq |z + 1|$$

$$w = z_2 4j - 2$$

$$z_2 = \frac{w+2}{4j}$$

$$\left|\frac{w+2}{4j}\right| \geq \left|\frac{w+2}{4j} + j\right|$$

$$\boxed{|w+2| \geq |w-2|}$$

Para R_2

$$\left|z - \left(\frac{1}{4} - \frac{j}{4}\right)\right| \geq \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\frac{z_1 - j}{2} = z$$

$$\left|\frac{z_1 - j}{2} - \left(\frac{1-j}{4}\right)\right| \geq \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\left|z_1 - \left(\frac{1}{2} - \frac{j}{2}\right)\right| \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$z_2 = \frac{1}{z_1}$$

* Por formulario

$$\alpha = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}}\right)^2$$

$$\alpha = 0$$

$$v = \frac{x_0}{y_0} u - \frac{1}{2y_0}$$

$$v = u - 1$$

$$|z_2| \leq |z_2 - [1 - j]|$$

$$z_2 = \frac{w+2}{4j}$$

$$\left|\frac{w+2}{4j}\right| \leq \left|\frac{w+2}{4j} - 1 + j\right|$$

$$\boxed{|w+2| \leq |w - [2+4j]|}$$

Para R_3

$$|z-[-1/4 - j/4]| \ge \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\frac{z_1-j}{2} = z$$

$$\left|\frac{z_1-j}{2}+\frac{1}{4}+\frac{j}{4}\right| \ge \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\left|z_1+\frac{1}{2}-\frac{j}{2}\right| \ge \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$z_2 = \frac{1}{z_1}$ * Por F

$$\alpha = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}}\right)^2$$

$$\alpha = 0$$

$$v = \frac{x_0}{y_0}u - \frac{1}{2y_0}$$

$$v = -u-1$$

$$\Rightarrow |z_2| \le |z_2-(-1-j)|$$

$$\frac{w+2}{4j} = z_2$$

$$\left|\frac{w+2}{4j}\right| \le \left|\frac{w+2}{4j}+1+j\right|$$

$$\boxed{|w+2| \le |w-[2-4j]|}$$