Thomas Gomez y Antonio Vargas

February 4, 2024

Punto 2
a),b) El momento lineal se debe conservar, ya que las interacciones son de caracter interno y no existen interacciones externas al sistema. Puede notar que en la simulación el momento lineal se conserva
c) Considere $V_{ji} = \frac{1}{4}(d_{ij} - 2r)^4 (d_{ij} = |\vec{r_j} - \vec{r_i}|)$ como el potencial que ejerce la esféra i sobre la esféra j $(i \neq j)$. La expresión anterior se cumple solo para $d_{ij} \leq 2r$, para el resto de casos $V_{ij} = 0$. Note que k es la rigidez, d_{ij} es la distancia entre la particula i y j y r es el radio de todas las esferas. Evidentemente si consideramos el gradiente en esféricas (Gradiente respecto coordenadas esfera i y esféra j) obtenemos por regla de la cadena $\vec{F_j} = -\nabla_{ji} V_{ij} \frac{\partial(\vec{r_j} - \vec{r_i})}{\partial \vec{r_j}} = \nabla_{ij} V_{ij} \frac{\partial(\vec{r_j} - \vec{r_i})}{\partial \vec{r_i}} = -\vec{F_i} = k(|\vec{r_j} - \vec{r_i}| - 2r)\hat{r_{ji}}$(el subindice ji en ∇ denota que el gradiente se toma respecto a $|\vec{r_j} - \vec{r_i}|$, ya que solo depende de este parámetro y $\hat{r_{ji}}$ es el vector unitario que va de la esfera i a la j). Por otro lado note que el potencial es continuo en $|\vec{r_j} - \vec{r_i}| = 2r$, el potencial se define 0 para $\leq 2r$.
La fuerza es central por ende se conserva el momento angular, además como $V_{ij} = V_{ji}$ entonces podemos definir un potencial interno como $V = \frac{1}{2}\sum_{i,j}^{n} V_{ij}$, siendo n el número de esféras, el factor un medio proviene de que para cada par ij el potencial se repite.
d) La energía cinética no se conserva, ya que esta se transforma en potencial cuando las esféras chocan.
e) La energía potencial no se conserva, ya que esta se vuelve a transformar en energía cinética al terminar el choque entre esféras. Que el potencial sea positivo es consecuencia de que las pelotas puedan guardar energía en forma de deformación
f),g) La energía mecánica se conserva ya que solo actuan fuerzas conservativas, note que $K_2 - K_1 = U_1 - U_2 \longrightarrow K_2 + U_2 = K_1 + U_1 = E$, además evidentemente se debe cumplir el teorema trabajo energía. Sin embargo la energía mecánica estrictamente hablando no se conserva en la simulación, esto debido a errores númericos del método de euler, esto para todas las cantidades conservadas en el sistema. Para complementar lo anterior, note que para efectos practicos todas las cantidades son conservadas y se cumple el teorema trabajo energía.
h) El momento angular se debe conservar dado que las fuerzas son centrales, vea las gráficas de la simulación, note que en la simulación el eje y es el eje perpendicular a la mesa de la simulación, por ende se conserva el momento

angular en el eje y, el momento angular en los otros ejes se conserva y es 0.
i) Si el sistema se extiende en $3d$ y se permite que exista velocidad inicial en el eje y las partículas se moverían en todo el volumen, por conservación del momento lineal.