

## Intro

En Gaussian quadrature rule er en estimering af et bestemt integrale af en funktion, vi kigger på quadrature rules af formen

$$\int_a^b f(x)w(x)dx \approx \sum_{i=0}^n A_i f(x_i)$$

hvor  $w(x)$  er positiv vægt funktion. Dette giver  $2n + 2$  ukendte og  $n + 1$  ligninger.

Ideen er så man kan bruge varieteten af noder for at få quadrature formelen til at være eksakt for polynomier af højst orden  $2n + 1$  (dette kan vises ved brug af noget bevis).

## Gaussian quadrature

Der er 3 metoder til at finde punkter og vægte i en Gaussian quadrature

- Finde ukendte koefficienter ved at løse

$$\int_a^b x^k w(x)dx = \sum_{j=0}^n A_j x_j^k, \quad k = 0..2n + 1$$

- (i) Find alle  $q$ . (ii) Find alle 0'er af  $q$ . (iii) Find  $A_j = \int_a^b l_j^n(x)w(x)dx$ .
- Brug af tables.

## Lore

Convergens egenskab:

Hvis  $f \in C([a, b])$  så

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (If - I_n f) = 0$$

Error egenskab:

Hvis  $f \in C^{2n}([a, b])$  så

$$If - I_n f = \frac{1}{(2n+2)!} f^{(2n+2)}(\epsilon) \int_a^b \prod_{j=0}^n (x - x_j)^2 w(x) dx$$

For  $\epsilon \in ]a, b[$ .